

# 基于概率转移矩阵的时序电路可靠度估计方法

欧阳城添<sup>1,2</sup>, 江建慧<sup>1</sup>

(1. 同济大学软件学院, 上海 201804; 2. 江西理工大学信息工程学院, 江西赣州 341000)

**摘要:** 传统的概率转移矩阵(Probabilistic Transfer Matrix, PTM)方法是一种能够比较精确地估计软差错对门级电路可靠度影响的方法,但现有的方法只适用于组合逻辑电路的可靠度估计. 本文提出基于 PTM 的时序电路可靠度估计方法(reliability estimation of Sequential circuits based on PTM, S-PTM),先把待评估时序电路划分为输出逻辑模块和次态逻辑模块,然后用本文提出的时序电路 PTM 计算模型得到电路的 PTM,最后根据输入信号的概率分布计算出时序电路的可靠度. 用 ISCAS 89 基准电路为对象进行实验和验证,实验表明所提方法是准确和合理的.

**关键词:** 软差错; 时序电路; 可靠度估计; 概率转移矩阵; 半张量积

**中图分类号:** TP302.8      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2013)01-0171-07

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2013.01.30

## Reliability Estimation of Sequential Circuit Based on Probabilistic Transfer Matrices

OUYANG Cheng-tian<sup>1,2</sup>, JIANG Jian-hui<sup>1</sup>

(1. School of Software Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China;

2. Faculty of Information Engineering, Jiangxi University of Science and Technology, Ganzhou, Jiangxi 341000, China)

**Abstract:** Traditional method based on probabilistic transfer matrices (PTM) for estimate the effects of soft errors on gate level circuit reliability can only be used for combinational circuits. In this paper, a method for reliability estimation of sequential circuit based on PTM (S-PTM) is proposed. A sequential circuit is divided into an output logic module and a next state logic module, then the PTM of the sequential circuit is calculated by deduction employing the proposed PTM calculation model for sequential circuits in the paper. Considering probability distribution of the circuit inputs, the reliability of overall circuit is estimated. Experimental results on ISCAS 89 benchmark circuits show that our method is efficient.

**Key words:** soft error; sequential circuit; reliability estimation; probabilistic transfer matrix; semi-tensor product

## 1 引言

随着微电子技术的飞速发展,电路可靠性分析技术已越来越引起人们的重视.特别是当电子器件特征尺寸缩小和电源电压降低后,对辐射所引起的软差错的敏感性已急剧增加<sup>[1~3]</sup>.为此,学术界提出了一些电路失效率评估方法和可靠度估计方法.

对于时序电路, Natasa 等人采用符号模型<sup>[4,5]</sup>描述单事件翻转,计算小规模电路在受到粒子撞击后产生差错的概率.时序差错传播概率分析方法用于计算时序电路受粒子撞击时输出端的差错锁存概率<sup>[6]</sup>,该方法假设离子撞击只发生在状态存储器中,因此不适用于内部节点受到粒子轰击的情况.文献[7]提出了估计时序电路系统级失效率(System-level FIT, SFIT)的方法,该方法根据电路的规格说明和工作负载模拟时序电路,分析组合

逻辑失效率和锁存器失效率,估计系统级的失效率.

时序电路多阶段(Multiple-Pass, MP)可靠度计算方法是通过对电路的迭代方式估计时序电路的可靠度<sup>[8]</sup>,该方法根据逻辑电路的拓扑结构计算出每个逻辑门的差错分量和传播差错分量的累积效应,最后估计电路的可靠度.它假设反馈信号对时序电路的影响为一个梯度因子(gradient factor, gr),在 0~1 之间人为设定.这种假设影响了评估结果的精确性.

基于贝叶斯网(Bayesian Networks, BN)的时序电路可靠度分析方法把时序电路描述为动态 BN 模型<sup>[9,10]</sup>,用 BN 分析工具计算电路的平均差错概率,再获得电路可靠度. BN 方法假设触发器是理想电路,这在一定程度上影响了该方法评估结果的精度.另外,对大规模时序电路的 BN 推理只能采用近似算法,进一步影响了估计精度.

传统的基于概率转移矩阵(Probabilistic Transfer Matrix, PTM)的门级组合电路可靠度估计方法<sup>[11~13]</sup>首先建立门电路的 PTM, 然后根据电路结构和矩阵运算规则计算整个电路的 PTM, 再根据 PTM 计算电路的可靠度. 它是一种能够比较精确地估计软差错对门级电路可靠度影响的方法. 但传统 PTM 方法只适用于组合电路.

鉴于此, 本文提出基于 PTM 时序电路的可靠度估计(reliability estimation of Sequential circuit based on PTM, S-PTM)方法. 该方法首先把时序电路划分为输出逻辑模块和次态逻辑模块, 再用时序电路 PTM 的计算模型获得它的 PTM, 最后根据输入信号的概率分布估计电路可靠度.

本文后续章节安排: 第 2 节给出 PTM 的定义和基本运算. 矩阵的半张量积和触发器 PTM 的计算. 第 3 节提出时序电路 PTM 的计算模型和时序电路可靠度的估计方法. 第 4 节通过实验对比分析, 验证算法合理性. 第 5 节总结全文.

## 2 相关研究

### 2.1 PTM 的定义和基本操作

假定各个门的差错概率  $p$  已知. PTM 及其基本操作的定义如下<sup>[11~14]</sup>.

**定义 1**<sup>[11]</sup> 设电路  $C$  有  $m$  个输入(标识为  $x_1, x_2, \dots, x_m$ )和  $n$  个输出(标识为  $y_1, y_2, \dots, y_n$ ), 那么,  $C$  的 PTM 定义为一个  $2^m \times 2^n$  的矩阵  $PM$ ,  $PM$  的元素  $pm(i, j)$  表示当输入向量为  $i = x_1 x_2 \dots x_m$  时, 输出向量为  $j = y_1 y_2 \dots y_n$  的条件概率, 即  $pm(j|i)$ , 其中,  $i$  是一个  $m$  位输入矢量,  $j$  是一个  $n$  位输出矢量.

一个电路的 PTM 可以由组成该电路的各个门的 PTM 依据门的连接关系计算得到. 计算电路的 PTM 有两个基本操作: PTM 矩阵乘积和张量积.

**性质 1**<sup>[11]</sup> 若两个子电路的 PTM 分别为  $PM_1$ 、 $PM_2$ , 则它们的串联电路的 PTM 为  $PM_1 \times PM_2$ .

**性质 2**<sup>[11]</sup> 若两个子电路的 PTM 分别为  $PM_1$ 、 $PM_2$ , 则它们的并联电路的 PTM 为  $PM_1 \otimes PM_2$ .

对于一个无故障电路, 可设  $p = 0$ . 它所对应的 PTM 称为这个电路的理想转移矩阵(Ideal Transfer Matrix, ITM). 设一个电路的 PTM 和 ITM 分别为  $PM$  和  $IM$ , 输入概率分布矢量为  $V$ , 则电路的可靠度  $R = \|V * (PM \circ IM)\|$ <sup>[11]</sup>.

假设电路中的连接线不受软差错影响<sup>[11, 13]</sup>, 为了计算电路的 PTM, 给出一组连接线的 ITM 为  $I_2^n$ ;  $n$  输出扇出的 ITM 为  $F_n$ , 交叉连接线的 ITM 为  $W_2^{m \times 2^n}$ .

### 2.2 矩阵的半张量积

**定义 2**<sup>[15]</sup> 设  $A \in M_{\nu \times \nu}$  和  $B \in M_{\kappa \times \kappa}$ , 如果  $\nu$  是  $\kappa$

的一个因子, 即  $\nu\tau = \kappa$ , 记作  $A <_r B$ , 则  $A$  和  $B$  的左半张量积为:  $A \ltimes B = (A \otimes I_\tau) * B$ ; 如果  $\kappa$  是  $\nu$  的一个因子, 即  $\nu = \kappa\tau$ , 记作  $A >_r B$ , 则  $A$  和  $B$  的左半张量积为:  $A \ltimes B = A * (B \otimes I_\tau)$ .

以下给出关于矩阵半张量积的一些性质<sup>[16]</sup>.

**性质 3** 设  $R^n$  表示实数集上的  $n$  维向量空间,  $X \in R^m$  和  $Y \in R^n$  是两个列向量, 那么

$$W_2^{m \times 2^n} \ltimes X \ltimes Y = Y \ltimes X, W_2^{2^n \times 2^m} \ltimes Y \ltimes X = X \ltimes Y$$

为了计算电路的 PTM, 逻辑变量也用矩阵形式表示. 逻辑变量值  $T: = 1 \equiv [0 \ 1]^T$ ,  $F: = 0 \equiv [1 \ 0]^T$  相应地, 逻辑域定义为  $D_l = \{[0 \ 1]^T, [1 \ 0]^T\}$ .

**性质 4** 设  $A \in D_l$  是一个逻辑变量, 对于任意的矩阵  $M_{\mu \times 4\nu}$ , 有  $M \ltimes A^2 = M \ltimes M_r \ltimes A$ , 其中  $M_r$  是降幂矩阵,  $M_r = (F_2)^T$ .

### 2.3 触发器的 PTM 计算

文献[17]中提出了电路 PTM 的判定定理, 用于计算触发器的 PTM.

**定理 1**<sup>[17]</sup> 设逻辑门  $g$  实现函数  $f(x_1, x_2, \dots, x_m)$ ; 当输入向量为  $i = x_1 x_2 \dots x_m$  时,  $g$  的输出概率分布向量为  $O_{g,i}$ . 那么, 对于任意一个输入向量  $i = x_1 x_2 \dots x_m$ ,  $PM_g$  是  $g$  的 PTM 当且仅当式  $O_{g,i} = PM_g^T \ltimes X_1 \ltimes X_2 \ltimes \dots \ltimes X_m$  成立. 其中,  $X_m$  为逻辑变量  $x_m$  的矩阵表示形式  $X_m = [1 - x_m \ x_m]^T$ .

**定理 2**<sup>[17]</sup> 设电路  $C$  实现函数  $F(x_1, x_2, \dots, x_m)$ ;  $C$  的输出概率分布向量为  $O_{c,i}$ . 那么, 对于任意一个输入向量  $i = x_1 x_2 \dots x_m$ ,  $PM_F$  是  $C$  的 PTM 当且仅当等式  $O_{c,i} = PM_F^T \ltimes X_1 \ltimes X_2 \ltimes \dots \ltimes X_m$  成立. 其中,  $X_m$  为逻辑变量  $x_m$  的矩阵表示形式  $X_m = [1 - x_m \ x_m]^T$ .

## 3 时序电路的可靠度估计方法

### 3.1 时序电路 PTM 的计算

由于时序电路存在反馈, 传统 PTM 方法不能直接用来计算其 PTM. 本节分 Mealy 机和 Moore 机来讨论时序电路 PTM 的计算方法.

为了计算时序电路的 PTM, 给出扇出门簇的 ITM 的定义. 对于如图 1 所示的扇出门簇, 它由  $m$  组  $k$  个扇出的扇出门组成, 其 ITM 的定义如下.

**定义 3** 由  $m$  组  $k$  个扇出的扇出门组成的扇出门簇 ITM 定义为  $F_{m,k}$ , 它是一个  $2^m \times 2^{km}$  矩阵, 其元素  $F_{m,k}(i, i * (2^m)^0 + i * (2^m)^1 + \dots + i * (2^m)^{k-1}) = 1$ , 其他元素都为 0.

**性质 5** 设  $X_1, X_2, \dots, X_m \in D_l$  是一组逻辑变量, 对于任意的矩阵  $B \in M_{p \times 4q}$ , 有  $B \ltimes (X_1 \ltimes X_2 \ltimes \dots \ltimes X_m)^k = B \ltimes Mr_{m,k} \ltimes X_1 \ltimes X_2 \ltimes \dots \ltimes X_m$ , 其中  $Mr_{m,k}$  是降幂矩阵,  $Mr_{m,k} = F_{m,k}^T$ .

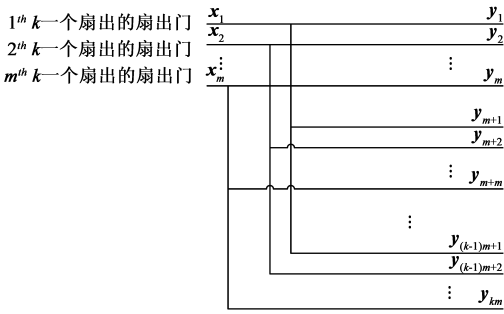


图1 由m组k个扇出的扇出门组成的扇出门簇

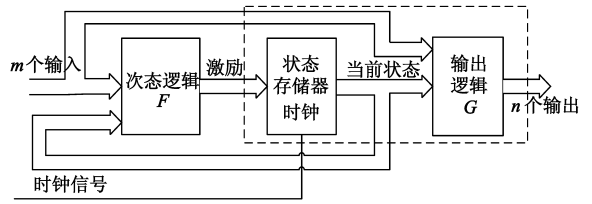


图2 Mealy型FSM的框图

$$\begin{cases} q_1^n = h_1(z_1, z_2, \dots, z_k, q_1^{n-1}, q_2^{n-1}, \dots, q_k^{n-1}) \\ q_2^n = h_2(z_1, z_2, \dots, z_k, q_1^{n-1}, q_2^{n-1}, \dots, q_k^{n-1}) \\ \dots \\ q_k^n = h_k(z_1, z_2, \dots, z_k, q_1^{n-1}, q_2^{n-1}, \dots, q_k^{n-1}) \end{cases} \quad (2)$$

把次态函数(2)代入输出函数(1),得到方程(3):

$$Y = G(x_1, x_2, \dots, x_m, h_1, h_2, \dots, h_k) \quad (3)$$

根据定理 1、定理 2 和方程(3)可以得到:当输入向量  $i = x_1 x_2 \dots x_m$  时,输出逻辑模块的输出概率分布向量  $O_{Y,i}$ ,如式(4)。推理和化简  $O_{Y,i}$  表达式,可以得到输出逻辑模块的 PTM。在推理过程中,设  $PM_C$  为输出逻辑 G 的 PTM,  $PM_{h_k}$  是触发器 k 的 PTM。为了书写简洁,设  $M_C = PM_C^T, M_{h_k} = PM_{h_k}^T$ ,推理过程如式(4)。

### 3.1.1 Mealy 机的 PTM

Mealy 机如图 2 所示,其中状态存储器和输出逻辑定义为输出逻辑模块,如图 2 虚线部分所示;状态存储器和次态逻辑定义为次态逻辑模块。

#### (1) 输出逻辑模块 PTM 的计算

将输出逻辑模块的状态存储器和输出逻辑两部分分别表示成两组方程。Mealy 机的输出函数为:

$$Y = G(x_1, x_2, \dots, x_m, q_1^n, q_2^n, \dots, q_k^n) \quad (1)$$

Mealy 机的次态函数如式(2)。

$$\begin{aligned} O_{Y,i} &= (M_C \times X_1 \times \dots \times X_m) \times (M_{h_1} \times Z_1 \times \dots \times Z_k \times Q_1 \times \dots \times Q_k) \times \dots \times (M_{h_{k-1}} \times Z_1 \times \dots \times Z_k \times Q_1 \times \dots \times Q_k) \\ &\quad \times (M_{h_k} \times Z_1 \times \dots \times Z_k \times Q_1 \times \dots \times Q_k) \\ &= (M_C \times X_1 \times \dots \times X_m) \times (M_{h_1} \times Z_1 \times \dots \times Z_k \times Q_1 \times \dots \times Q_k) \times \dots \times M_{h_{k-1}} (I_2^{2k} \otimes M_{h_k}) \times (Z_1 \times \dots \times Z_k \times Q_1 \times \dots \times Q_k)^2 \\ &= (M_C \times X_1 \times \dots \times X_m) \times (M_{h_1} \times Z_1 \times \dots \times Z_k \times Q_1 \times \dots \times Q_k) \times \dots \times (M_{h_{k-1}} \otimes I_2) * (I_2^{2k} \otimes M_{h_k}) \times (Z_1 \times \dots \times Z_k \times Q_1 \times \dots \times Q_k)^2 \\ &= (M_C \times X_1 \times \dots \times X_m) \times (M_{h_1} \times Z_1 \times \dots \times Z_k \times Q_1 \times \dots \times Q_k) \times \dots \times (M_{h_{k-1}} \otimes M_{h_k}) \times (Z_1 \times \dots \times Z_k \times Q_1 \times \dots \times Q_k)^2 \\ &= (M_C \times X_1 \times \dots \times X_m) \times (M_{h_1} \otimes \dots \otimes M_{h_{k-1}} \otimes M_{h_k}) \times (Z_1 \times \dots \times Z_k \times Q_1 \times \dots \times Q_k)^k \\ &= M_C \times (I_2^m \times M_{h_1} \otimes \dots \otimes M_{h_{k-1}} \otimes M_{h_k}) \times (X_1 \times \dots \times X_m) \times (Z_1 \times \dots \times Z_k \times Q_1 \times \dots \times Q_k)^k \\ &= M_C \times (I_2^m \times M_{h_1} \otimes \dots \otimes M_{h_{k-1}} \otimes M_{h_k}) \times (X_1 \times \dots \times X_m) \times Mr_{2k,k} \times (Z_1 \times \dots \times Z_k \times Q_1 \times \dots \times Q_k) \\ &= M_C \times (I_2^m \otimes M_{h_1} \otimes \dots \otimes M_{h_{k-1}} \otimes M_{h_k}) \times (I_2^m \otimes Mr_{2k,k}) \times (X_1 \times \dots \times X_m) \times (Z_1 \times \dots \times Z_k \times Q_1 \times \dots \times Q_k) \end{aligned} \quad (4)$$

根据定理 2,可以判断式(4)中的粗体部分为输出逻辑模块的 PTM 的转置。因此,输出逻辑模块的 PTM 为:

$$\begin{aligned} PM_Y &= [M_C \times (I_2^m \otimes M_{h_1} \otimes \dots \otimes M_{h_{k-1}} \otimes M_{h_k}) \\ &\quad \times (I_2^m \otimes Mr_{2k,k})]^T \\ &= (F_{2k,k} \otimes I_{2^m}) \times (PM_{h_k} \otimes PM_{h_{k-1}} \otimes \dots \otimes PM_{h_1} \otimes I_{2^m}) \times PM_C \end{aligned}$$

输出逻辑模块的 PTM 计算过程表示为定理 3。

定理 3 对于 Mealy 机,设  $PM_C$  为输出逻辑 G 的 PTM,  $PM_{h_k}$  是触发器 k 的 PTM。那么,输出逻辑模块的 PTM 为:

$$PM_Y = (F_{2k,k} \otimes I_{2^m}) \times (PM_{h_k} \otimes \dots \otimes PM_{h_1} \otimes I_{2^m}) \times PM_C$$

#### (2) 次态逻辑模块 PTM 的计算

用与定理 3 类似的推理方法,可以推理得到次态逻辑模块的 PTM 的计算方法,描述为定理 4。

定理 4 对于 Mealy 机,设  $PM_F$  为次态逻辑 F 的

PTM,  $PM_{h_k}$  是触发器 k 的 PTM。那么,次态逻辑模块的 PTM 为

$$PM_Z = (F_{2k,k} \otimes I_{2^m}) \times (PM_{h_k} \otimes \dots \otimes PM_{h_1} \otimes I_{2^m}) \times PM_F$$

#### (3) Mealy 机 PTM 的计算

计算 Mealy 机的 PTM 要同时考虑输出逻辑模块和次态逻辑模块的 PTM。

定理 5 对于 Mealy 机,设  $PM_{Y,k}$  是输出逻辑模块在第 k 时间帧的 PTM,  $PM_{Z,k-1}$  是次态逻辑模块在第 k-1 时间帧的 PTM。那么,Mealy 机在第 k 时间帧的 PTM 为:

$$\begin{aligned} PM_{s,k} &= (F_{k,2} \otimes F_{m,2}) \times (I_2^k \otimes PM_{Z,k-1} \otimes I_2^m) \\ &\quad \times PM_{Y,k} \end{aligned}$$

Mealy 机 PTM 计算的基本步骤概括为:①把 Mealy 机划分为输出逻辑模块和次态逻辑模块;②根据定理 3 计算出输出逻辑模块的 PTM  $PM_Y$ ;③根据定理 4 计算出次态逻辑模块的 PTM  $PM_Z$ ;④根据定理 5 计算出整个

Mealy 机的 PTM.

### 3.1.2 Moore 机的 PTM

与 Mealy 机类似,也可以得到 Moore 机 PTM 计算的相关定理.

**定理 6** 对于 Moore 机,设  $PM_C$  为输出逻辑  $G$  的 PTM,  $PM_{h_k}$  是触发器  $k$  的 PTM. 那么,输出逻辑模块的 PTM 为

$$PM_Y = F_{2k,k} \times (PM_{h_k} \otimes PM_{h_{k-1}} \otimes \dots \otimes PM_{h_1}) \times PM_C$$

**定理 7** 对于 Moore 机,设  $PM_F$  为次态逻辑  $F$  的 PTM,  $PM_{h_k}$  是触发器  $k$  的 PTM. 那么,次态逻辑模块的 PTM 为

$$PM_Z = (F_{2k,k} \otimes I_{2^m}) \times (PM_{h_k} \otimes \dots \otimes PM_{h_1} \otimes I_{2^m}) \times PM_F$$

**定理 8** 对于 Moore 机,设  $PM_{Y,k}$  是输出逻辑模块在第  $k$  时间帧的 PTM,  $PM_{Z,k-1}$  是次态逻辑模块在第  $k-1$  时间帧的 PTM. 那么,Mealy 机在第  $k$  时间帧的 PTM 为:

$$PM_{s,k} = F_{k,2} \times (I_{2^l} \otimes PM_{Z,k-1}) \times PM_{Y,k}$$

### 3.2 时序电路 PTM 的迭代过程

把时序电路展开为  $k$  个时间帧,每个时间帧的时序电路看成一个组合电路,如图 3 所示,其中,PI 为组合逻辑的原始输入端,PO 为组合逻辑的输出端,PS 为当前态,NS 为次态,FFs 为触发器.

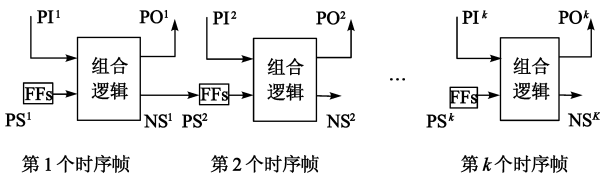


图3 时序电路可靠度估计的迭代过程

把时序电路展开为  $k$  个时间帧后,采用时序电路 PTM 的计算模型,用迭代方式可计算出电路在  $k$  个时间帧的 PTM. 以 Mealy 机为例,在第 1 个时序帧,次态逻辑还未能对输出逻辑产生影响,所以,在第 1 个时序帧,时序电路的 PTM 为  $PM_{s,1} = PM_{Y,1}$ ;从第 2 个时序帧开始,前一个输入形成的状态会影响电路输出逻辑的 PTM,根据定理 5,在第 2 个时序帧,有  $PM_{s,2} = (F_k \otimes F_{m,2}) \times (I_{2^k} \otimes PM_{z,1} \otimes I_{2^m}) \times PM_{Y,2}$ ;在第  $k$  个时序帧,有  $PM_{s,k} = (F_{k,2} \otimes F_{m,2}) \times (I_{2^k} \otimes PM_{z,k-1} \otimes I_{2^m}) \times PM_{Y,k}$ .

### 3.3 时序电路的可靠度估计

计算出  $PM_{s,k}$  后,根据电路不同的输入概率分布,可用式(1)估计整个时序电路的可靠度. 当电路无故障时,它的 ITM 为  $IM_s$ , 设输入概率分布向量为  $V_s$ , 这样,时序电路在第  $k$  时间帧的可靠度为  $R_{s,k} = \| V_s \times (PM_{s,k} \circ IM_s) \|$ .

### 3.4 S-PTM 方法的复杂度分析

传统基于 PTM 的组合电路可靠度估计算法的时间和空间复杂度都为  $O(2^{m+n})$ <sup>[11]</sup>, 其中  $m$  和  $n$  分别为电路的原始输入端数和原始输出端数.

影响 S-PTM 方法时间开销的主要因素是时序电路中组合逻辑部分的 PTM 计算. 可以采用电路划分思想<sup>[13]</sup>先对组合逻辑部分进行划分,然后再依据串行可靠度模型计算电路可靠度. 这样, S-PTM 算法的时间复杂度为  $O(K * N * 2^L)$ , 空间复杂度为  $O(K * N * 2^L)$ , 其中,  $K$  为时序电路可靠度估计时迭代的次数,  $N$  为划分模块数,  $L$  为电路划分的分割宽度. 虽然其复杂度虽然还是指数级, 但  $L \leq 7$ <sup>[13]</sup>, 因此, 其实际时间开销和内存开销还是较小.

## 4 实验与验证

在 DELL PC(3.0GHz Intel(R) Core(TM)2 Duo E8400 处理器、1.98GB 内存) 上, 用 C++ 实现了 S-PTM 方法. 从 ISCAS 89 基准电路中选取 15 个电路进行实验, 以 Monte Carlo 方法为参照, 对 S-PTM 方法、BN 方法、MP 方法进行实验比较, 以验证 S-PTM 方法的准确性; 并以 MIL-HDBK-217 电路可靠度计算方法为参照, 验证 S-PTM 方法的合理性.

### 4.1 实验结果分析

ISCAS 89 基准实验电路在不同  $p$  下可靠度估计的实验数据如表 1 所示, 其中迭代次数为电路可靠度收敛时的迭代计算次数.

图 4 给出了  $p = 1e-5$  时部分电路可靠度估计的结果. 分析实验结果可知: ①电路整体规模越大, 可靠度越小, 这是符合实际情况的. ②电路可靠度可能随着迭代计算次数的增加而减小, 这是由于电路的反馈作用会影响电路的可靠度. ③经过迭代, 电路的可靠度会收敛于某个值<sup>[8~10]</sup>. ④可靠度收敛速度越快, 反馈作用对可靠度的影响越小.

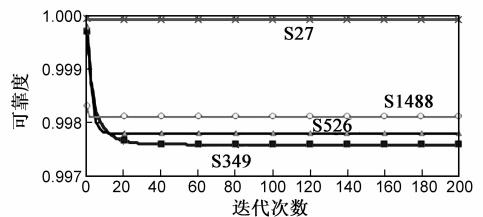


图4 ISCAS 89系列部分电路可靠度估计的实验结果图( $p=1e-5$ )

### 4.2 方法的比较

#### 4.2.1 与 Monte Carlo 方法的对比

为了验证所提出方法的有效性和正确性, S-PTM 方法与 BN 方法、MP 方法和 Monte Carlo 方法进行了比较,

表 1 ISCAS 89 实验电路在不同  $p$  下可靠度估计的实验数据

电路	电路属性					可靠度			迭代次数
	输入端数	输出端数	触发器数	反相器数	门数	$p = 1e-4$	$p = 1e-5$	$p = 1e-6$	
s27	4	1	3	2	8	0.9992098	0.9999209	0.9999921	20
s208.1	10	1	8	38	66	0.9989758	0.9998979	0.9999899	10000
s298	3	6	14	44	75	0.9781111	0.9977719	0.9997768	51
s344	9	11	15	59	101	0.9748062	0.9974329	0.9997428	189
s349	9	11	15	57	104	0.9764758	0.9976043	0.9997600	188
s382	3	6	21	59	99	0.9800212	0.9979559	0.9997951	81
s386	7	7	6	41	118	0.9940700	0.9994025	0.9999410	50
s420.1	18	1	16	78	140	0.9981775	0.9998179	0.9999819	10000
s444	3	6	21	62	119	0.9831412	0.9982808	0.9998277	78
s526	3	6	21	52	141	0.9784987	0.9978124	0.9997809	52
s713	35	23	19	254	139	0.9513671	0.9946577	0.9994597	170
s832	18	19	5	25	262	0.9820456	0.9981678	0.9998164	62
s838.1	34	1	32	158	288	0.9965858	0.9996580	0.9999659	10000
s1423	17	5	74	167	490	0.9926962	0.9992617	0.9999261	309
s1488	8	19	6	103	550	0.9814242	0.9981252	0.9998123	3

实验结果如表 2 所示.表 2 中的相对误差(%)列出了用  $\alpha$  方法所求得的  $R_\alpha$  相对于 Monte Carlo 方法求得的  $R_{MC}$  的相对误差  $\gamma_\alpha$ ,其计算公式为:

$$\gamma_\alpha = \frac{|R_\alpha - R_{MC}|}{R_{MC}} \times 100\%$$

通过对比表 2 中各种评估结果的相对误差发现:BN 方法所得结果的  $\gamma_{BN}$  较大,MP 方法所得结果的  $\gamma_{MP}$  次之,S-PTM 方法所得结果的  $\gamma_{S-PTM}$  最小.这是由于:① BN 方法对于规模较大的电路采用近似算法进行 BN 推

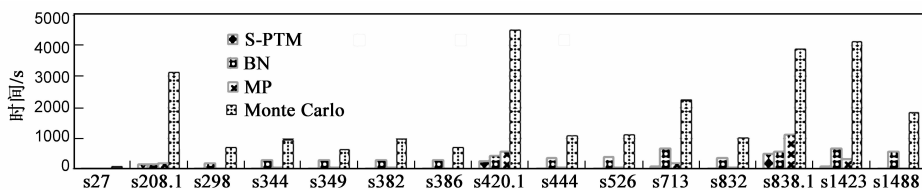
理,从而影响了结果的精确度.②MP 方法用梯度因子估计反馈信号对电路可靠度的影响,梯度因子在 0~1 之间人为设置<sup>[8]</sup>,在一定程度上影响了评估结果的精度.③对于规模较大的时序电路,S-PTM 方法采用电路划分算法对时序电路中的组合逻辑部分进行分割,虽然电路划分可能导致评估结果精确性下降<sup>[13]</sup>,但相对于 BN 方法和 MP 方法,基于 PTM 的 S-PTM 方法考虑了触发器对时序电路可靠度的影响,因此,它能够较为精确地估计时序电路的可靠度.

表 2 时序电路可靠度估计多种方法相对于 Monte Carlo 方法的误差 ( $p = 1e-6$ )

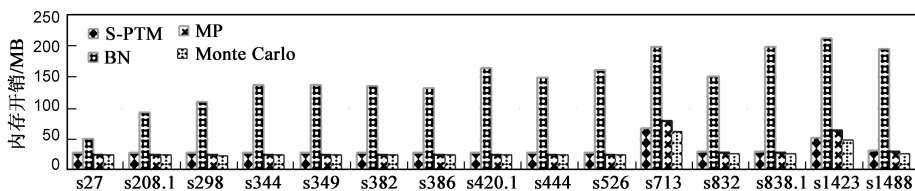
电路	可靠度				相对误差(%)		
	$R_{S-PTM}$	$R_{BN}$	$R_{MP}$	$R_{MC}$	$\gamma_{S-PTM}$	$\gamma_{BN}$	$\gamma_{MP}$
s27	0.9999921	0.9999913	0.9999929	0.9999916	5.29E-05	2.58E-05	1.35E-0
s208.1	0.9999899	0.9999143	0.9999899	0.9999882	1.70E-04	7.39E-03	1.71E-04
s298	0.9997768	0.9978874	0.9997181	0.9999219	1.45E-02	2.03E-01	2.04E-02
s344	0.9997428	0.9995287	0.9997453	0.9999396	1.97E-02	4.11E-02	1.94E-02
s349	0.9997600	0.9993573	0.9997402	0.9999396	1.80E-02	5.82E-02	1.99E-02
s382	0.9997951	0.9984580	0.9997466	0.9999281	1.33E-02	1.47E-01	1.82E-02
s386	0.9999410	0.9985436	0.9999388	0.9999214	1.96E-03	1.38E-01	1.74E-03
s420.1	0.9999819	0.9997000	0.9999819	0.9999694	1.25E-03	2.69E-02	1.25E-03
s444	0.9998277	0.9985865	0.9996963	0.9999311	1.03E-02	1.34E-01	2.35E-02
s526	0.9997809	0.9972030	0.9997089	0.9999198	1.39E-02	2.72E-01	2.11E-02
s713	0.9994597	0.9959077	0.9993370	0.9995420	8.23E-03	3.64E-01	2.05E-02
s832	0.9998164	0.9987756	0.9997536	0.9999432	1.27E-02	1.17E-01	1.90E-02
s838.1	0.9999659	0.9995750	0.9999659	0.9999882	2.23E-03	4.13E-02	2.23E-03
s1423	0.9999261	0.9986003	0.9999215	0.9999335	7.40E-04	1.33E-01	1.20E-03
s1488	0.9998123	0.9959077	0.9998279	0.9997782	3.42E-03	3.87E-01	4.97E-03

时序电路可靠度估计的时间开销如图 5 所示.从实验结果可以发现, Monte Carlo 方法的时间开销最大, BN 方法的时间开销次之, S-PTM 和 MP 方法的时间开销较小.这是因为:① Monte Carlo 方法是基于故障注入的仿真模拟实验,实验中需要对不同的输入矢量随机注入

大量的差错,因此评估特别耗时.②BN 方法的 BN 推理也是比较耗时的.③S-PTM 方法中的矩阵运算虽然比较耗时,但由于对规模较大的时序电路中的组合逻辑部分进行了分割<sup>[13]</sup>,因此降低了可靠度估计时间.

图5 可靠度估计时间开销的比较( $p=1e-6$ )

时序电路可靠度估计的内存开销如图6所示. 数据表明, BN方法的内存开销最大, 而其他方法的内存开销差别不大. 这是因为BN方法的BN推理内存开销很大,

图6 可靠度估计的内存开销的比较( $p=1e-6$ )

#### 4.2.2 与美国军用标准计算方法的对比

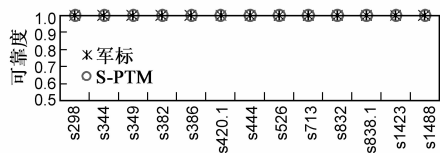
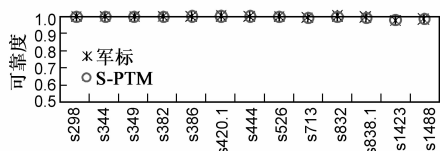
MIL-HDBK-217 计算电路失效率的公式<sup>[18]</sup>为:

$$\lambda = \pi_L \pi_Q (\pi_T \pi_E + \pi_P) \pi_P (\text{faures}/10^6 \text{ h})$$

其中,  $\pi_L$ 、 $\pi_Q$ 、 $\pi_T$ 、 $\pi_E$  和  $\pi_P$  参数反映的是生产工艺、环境、温度等因素影响, 其具体含义参考文献<sup>[18]</sup>. 计算出电路的失效率后, 依据  $R(t) = e^{-\lambda t}$  可估计电路的可靠度<sup>[18]</sup>.

对于一组设定的  $\pi_L$ 、 $\pi_Q$ 、 $\pi_T$ 、 $\pi_E$ 、 $\pi_P$  和  $t$  参数值, 根据式(19)可以得到  $\lambda$ <sup>[18]</sup>, 再根据  $p = 1 - e^{-\lambda t}$  计算出  $p$ , 将其代入 S-PTM 模型, 计算整个时序电路的可靠度.

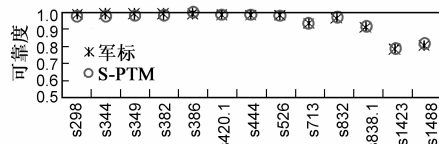
实验中选取 13 个电路作为比较对象. 假设:  $\pi_L = 1$ ,  $\pi_Q = 25$ ,  $\pi_E = 0.2$ ,  $\pi_T = 0.1$ ,  $\pi_P = 1.0 (L \leq 25)$ ,  $\pi_P = 1.2 (26 \leq L \leq 64)$ , 对应于  $t = 24\text{h}, 8760\text{h}, 87600\text{h}$  的实验结果如图 7~9.

图7 美军标计算方法与S-PTM方法的比较 $t=24\text{h}$ ,  $p=0.00000005$ 图8 美军标计算方法与S-PTM方法的比较 $t=8760\text{h}$ ,  $p=0.0001682$ 

比较上述实验结果可以发现, 对于在同样的环境、同样的工艺下生产的一批产品, 在偶发失效期, 当  $t =$

而 S-PTM 方法对于规模较大的电路进行了划分<sup>[13]</sup>, 因而内存开销较小.

24h, 87600h, 87600h 时, S-PTM 方法的结果与美国军用标准方法的结果基本一致, 验证了 S-PTM 方法的可行性和合理性.

图9 美军标计算方法与S-PTM方法的比较 $t=87600\text{h}$ ,  $p=0.00016822$ 

## 5 结束语

本文提出了一种基于 PTM 的时序电路可靠度估计的 S-PTM 方法. 该方法把时序电路划分为输出逻辑模块和次态逻辑模块, 用时序电路 PTM 计算模型分别计算出输出逻辑模块和次态逻辑模块的 PTM, 然后计算时序电路在第 1 个时间帧的 PTM, 用迭代方式计算电路在第  $k$  个时间帧的 PTM, 再考虑输入向量的概率分布, 计算时序电路可靠度. 以 ISCAS89 基准电路为对象, 通过实验验证了 S-PTM 方法的合理性和有效性. 下一步的研究工作是将 S-PTM 方法扩展到更大规模时序电路可靠度的估计.

## 参考文献

- [1] S S Mukherjee, J Emer, S K Reinhardt. The soft error problem: An architectural perspective[A]. Proceedings of the 11th International Symposium on High-Performance Computer Architecture[C]. Washington, DC, USA: IEEE Computer Society, 2005. 243-247.
- [2] J F Ziegler, H W Curtis, H P Muhlfield, et al. IBM experiments

- in soft fails in computer electronics (1978-1994) [J]. IBM Journal of Research and Development, 1996, 40(1): 3 - 18.
- [3] T C May, M H Woods. Alpha-particle-induced soft errors in dynamic memories [J]. IEEE Transactions on Electron Devices, 1979, 26(1): 2 - 9.
- [4] N Miskov-Zivanov, D Marculescu. Soft error rate analysis for sequential circuits [A]. Proceedings of Design, Automation & Test in Europe Conference & Exhibition [C]. Nice, France: IEEE Computer Society, 2007. 1 - 6.
- [5] N Miskov-Zivanov, D Marculescu. Modeling and optimization for soft-Error reliability of sequential circuits [J]. IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, 2008, 27(5): 803 - 816.
- [6] H Asadi, M B Tahoori. Soft error modeling and protection for sequential elements [A]. Proceedings of 20th IEEE International Symposium on Defect and Fault Tolerance in VLSI Systems [C]. Monterey, USA: IEEE Computer Society, 2005. 463 - 471.
- [7] D Holcomb, L Wenchao, S A Seshia. Design as you see FIT: System-level soft error analysis of sequential circuits [A]. Proceedings of Design, Automation & Test in Europe Conference & Exhibition [C]. Nice, France: IEEE Computer Society, 2009. 785 - 790.
- [8] S J S Mahdavi, K Mohammadi. SCRAP: Sequential circuits reliability analysis program [J]. Microelectronics Reliability, 2009, 49(7): 924 - 933.
- [9] K Lingasubramanian, S Bhanja. Probabilistic error modeling for sequential logic [A]. Proceedings of 7th IEEE Conference on Nanotechnology [C]. Hong Kong: IEEE Computer Society, 2007. 616 - 620.
- [10] K Lingasubramanian, S Bhanja. An error model to study the behavior of transient errors in sequential circuits [A]. Proceedings of 22nd International Conference on VLSI Design [C]. New Delhi, India: IEEE Computer Society, 2009. 485 - 490.
- [11] S Krishnaswamy, G F Viamontes, I L Markov, et al. Accurate reliability evaluation and enhancement via probabilistic transfer matrices [A]. Proceedings of IEEE/ACM Conference on Design, Automation and Test in Europe [C]. Orlando, USA: IEEE Computer Society, 2005. 282 - 287.
- [12] 王真, 江建慧等. 基于概率转移矩阵的电路可靠性并行计算方法 [J]. 小型微型计算机系统, 2008, 29(2): 357 - 360.
- Z Wang, J H Jiang. Parallel processing of the probabilistic transfer matrix based circuits reliability calculation [J]. Journal of Chinese Computer Systems, 2008, 28(2): 357 - 360. (in Chinese)
- [13] 王真, 江建慧. 基于概率转移矩阵的串行电路可靠度计算方法 [J]. 电子学报, 2009, 37(2): 241 - 247.
- Z Wang, J H Jiang. A serial method of circuit reliability calculation based on probabilistic transfer matrix [J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(2): 241 - 247. (in Chinese)
- [14] V L Levin. Probability analysis of combination systems and their reliability [J]. Engin Cybernetics, 1996, 11(6): 78 - 84.
- [15] D Cheng. Semi-tensor product of matrices and its application to Morgen's problem [J]. Science in China Series F: Information Sciences, 2001, 44(3): 195 - 212.
- [16] D Cheng, H Qi, A Xue. A Survey on semi-tensor product of matrices [J]. Journal of Systems Science and Complexity, 2007, 2007(20): 304 - 322.
- [17] C Ouyang, J Jiang, J Xiao. Reliability evaluation of flip-flops based on probabilistic transfer matrices [A]. Proceedings of Proceedings of the 2010 IEEE 16th Pacific Rim International Symposium on Dependable Computing [C]. Tokyo, Japan: IEEE Computer Society, 2010. 239 - 240.
- [18] 徐拾义. 可信计算系统设计和分析 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2006.
- S Y Xu. Trusted Computing System Design and Analysis [M]. Beijing: TsingHua University Press, 2006. (in Chinese)

### 作者简介



欧阳城添 男, 1975 年生, 博士研究生, 主要研究领域为容错计算、高层电路可靠性评估。  
E-mail: 2010oyet@tongji.edu.cn



江建慧 男, 1964 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为可信系统与网络、软件可靠性工程、VLSI/SoC 测试与容错。  
E-mail: jhjiang@tongji.edu.cn