

金属-各向异性介质体组合目标频域 体表积分方程矩量法

赵延文, 贾苗苗, 邹克利, 刘海良

(电子科技大学电子工程学院, 四川成都 611731)

摘要: 利用体表积分方程矩量法求解了具有任意的介电常数张量和磁导率张量的各向异性介质与金属的组合目标的电磁散射问题. 给出了基于 RWG 面基函数和 SWG 体基函数的体表积分方程阻抗矩阵元素表达式并详细推导了阻抗矩阵元素所涉及的各种积分运算的计算方法; 通过数值计算实例与解析解或其它数值方法的详细对比分析, 证明了计算公式的正确性.

关键词: 体表积分方程矩量法; 奇异性积分; 各向异性介质

中图分类号: TN011 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2013)02-0273-08

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2013.02.11

Method of Moments of the Volume-Surface Integral Equations for the Composite Objects of Perfect Electric-Conductor and Anisotropic Media

ZHAO Yan-wen, JIA Miao-miao, ZOU Ke-li, LIU Hai-liang

(School of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 611731, China)

Abstract: The method of moments (MoM) of the volume-surface integral equations (VSIE) is applied to analyze the electromagnetic scattering from the composite objects of perfect electric-conductor and anisotropic inhomogeneous media with arbitrary permittivity and permeability tensors. We adopt Rao-Wilton-Glisson basis functions to expand surface current and the volume equivalent electric and magnetic flux densities using Schaubert-Wilton-Glisson basis function, and we derived the volume-surface Integral equation. Methods for evaluation of the integrals involved in the construction of this matrix is elucidated. Numerical results are presented and compared with the analytical solutions or results of other numerical methods to validate the proposed formulae.

Key words: method of moments (MoM) of the volume-surface integral equation (VSIE); singular integral; anisotropic media

1 引言

随着材料科学技术的迅猛发展, 人们已经研发出了许多具有各种介质参数及电磁特性的复杂媒质. 各向异性介质在新型天线研发、电子和光学仪器设计、RF MMICs、光纤优化设计、特殊雷达衰减器综合和微波元器件制造等领域具有广泛的应用前景.

除精确的解析法^[1-3]之外, 积分方程法也是求解金属、介质体及其组合目标的电磁散射/辐射问题的最主要数值方法之一^[4,5]. 尽管金属、各向同性介质体及其组合目标的表面积分方程法 (SIM)、体积分方程法 (VIM) 及体表积分方程法 (VSIM) 已获得了广泛研究^[6-11], 但各向异性介质体及其与金属的组合目标的

积分方程法研究却相对甚少^[12-15]. 另外, 有限元-边界积分法 (FE-BIM) 也常用于分析金属-各向异性介质体组合目标电磁散射/辐射问题^[16-18]. 就作者所知, 还没有文献详细研究金属-各向异性介质组合目标的体表积分方程矩量法. 本文首先地阐述了金属-各向异性介质组合目标的体表积分方程矩量法, 然后详细地给出了阻抗矩阵元素的计算过程和计算公式, 并对计算实例进行了对比分析.

2 金属-各向异性介质体目标的体积表面积分方程矩量法

设表面为 S 的理想导体与体积为 V 、介电常数张量为 $\bar{\epsilon}(\mathbf{r})$ 、磁导率张量为 $\bar{\mu}(\mathbf{r})$ 的非均匀各向异性介质体

组合目标位于背景介质 (ϵ_b, μ_b) 之中, 则入射场 $\mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{r})$ 、 $\mathbf{H}^{\text{inc}}(\mathbf{r})$ 将在理想导体表面上产生面感应电流 $\mathbf{J}_s(\mathbf{r})$ 、在介质体 V 内产生体等效电流 $\mathbf{J}_v(\mathbf{r}) = j\omega(\bar{\epsilon}(\mathbf{r}) - \bar{\mathbf{I}}\epsilon_b) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r})$ 和体等效磁流 $\mathbf{M}_v(\mathbf{r}) = j\omega(\bar{\boldsymbol{\mu}}(\mathbf{r}) - \bar{\mathbf{I}}\mu_b) \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r})$, 其中 $\bar{\mathbf{I}}$ 为单位张量; 而面电流 $\mathbf{J}_s(\mathbf{r})$ 以及体等效

$$-\mathbf{n} \times \mathbf{n} \times [L_{e,s}^s \{ \mathbf{J}_s; \mathbf{r} \} + L_{e,v}^s \{ \mathbf{J}_v; \mathbf{r} \} + \eta_b^{-1} K_{e,v}^s \{ \mathbf{M}_v; \mathbf{r} \}] = -\frac{\mathbf{n} \times \mathbf{n} \times \mathbf{E}^{\text{inc}}}{jk_b \eta_b}, \mathbf{r} \in S \quad (1)$$

$$-jk_b^{-1} \mathbf{J}_s(\mathbf{r}) - K_{h,s}^s \{ \mathbf{J}_s; \mathbf{r} \} - K_{h,v}^s \{ \mathbf{J}_v; \mathbf{r} \} + \eta_b^{-1} L_{h,v}^s \{ \mathbf{M}_v; \mathbf{r} \} = \frac{\mathbf{n} \times \eta_b \mathbf{H}^{\text{inc}}}{jk_b \eta_b}, \mathbf{r} \in S \quad (2)$$

$$L_{e,s}^v \{ \mathbf{J}_s; \mathbf{r} \} - jk_b^{-1} \eta_b^{-1} \mathbf{E}(\mathbf{r}) + L_{e,v}^v \{ \mathbf{J}_v; \mathbf{r} \} + \eta_b^{-1} K_{e,v}^v \{ \mathbf{M}_v; \mathbf{r} \} = \frac{\mathbf{E}^{\text{inc}}}{jk_b \eta_b}, \mathbf{r} \in V \quad (3)$$

$$-K_{e,s}^v \{ \mathbf{J}_s; \mathbf{r} \} - K_{e,v}^v \{ \mathbf{J}_v; \mathbf{r} \} - jk_b^{-1} \mathbf{H}(\mathbf{r}) + \eta_b^{-1} L_{e,v}^v \{ \mathbf{M}_v; \mathbf{r} \} = \frac{\eta_b \mathbf{H}^{\text{inc}}}{jk_b \eta_b}, \mathbf{r} \in V \quad (4)$$

其中, $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{r}) + \mathbf{E}^{\text{scat}}(\mathbf{r})$ 和 $\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}^{\text{inc}}(\mathbf{r}) + \mathbf{H}^{\text{scat}}(\mathbf{r})$ 分别为介质体内的总电场和总磁场, 且上述各个积分算子分别为

$$\begin{aligned} L_{e,D'}^D \{ \mathbf{X}; \mathbf{r} \} &= \int_{D'} dD' (\bar{\mathbf{I}} - k_b^{-2} \nabla \nabla') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{X}(\mathbf{r}') \\ &= \int_{D'} dD' \mathbf{X}(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + k_b^{-2} \nabla \\ &\quad \int_{D'} dD' G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \nabla' \cdot \mathbf{X}(\mathbf{r}') \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} L_{h,D'}^D \{ \mathbf{X}; \mathbf{r} \} &= \mathbf{n} \times \int_{D'} dD' (\bar{\mathbf{I}} - k_b^{-2} \nabla \nabla') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{X}(\mathbf{r}') \\ &= \mathbf{n} \times \int_{D'} dD' \mathbf{X}(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \mathbf{n} \times k_b^{-2} \nabla \\ &\quad \int_{D'} dD' G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \nabla' \cdot \mathbf{X}(\mathbf{r}') \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} K_{e,D'}^D \{ \mathbf{X}; \mathbf{r} \} &= -jk_b^{-1} \nabla \times \int_{D'} dD' \mathbf{X}(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \\ &= -jk_b^{-1} \int_{D'} dD' \nabla G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \times \mathbf{X}(\mathbf{r}') \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} K_{h,D'}^D \{ \mathbf{X}; \mathbf{r} \} &= -jk_b^{-1} \mathbf{n} \times \nabla \times \int_{D'} dD' \mathbf{X}(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \\ &= -jk_b^{-1} \mathbf{n} \times \int_{D'} dD' \nabla G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \times \mathbf{X}(\mathbf{r}') \end{aligned} \quad (8)$$

其中, $j = \sqrt{-1}$ 为纯虚数, $k_b = \omega \sqrt{\epsilon_b \mu_b}$ 为背景介质的波数, \mathbf{n} 为理想导体表面的外法向单位矢量; 场点 \mathbf{r} 所在区域 $D(\mathbf{r} \in D)$ 及源点 \mathbf{r}' 所在区域 $D'(\mathbf{r}' \in D')$ 均可以是面区域 ($D = S, D' = S$) 或是体区域 ($D = V, D' = V$), 而对应积分算子式 (5) ~ (8) 可以是表面积分算子或体积分算子 (如 $L_{e,s}^s, L_{e,s}^v, L_{e,v}^s$ 及 $L_{e,v}^v$ 等); 背景介质 (通常为自由空间) 中的格林函数 $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 为

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{e^{-jk_b R}}{4\pi R} \quad (9)$$

其中 $R = |\mathbf{R}| = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ 为场点 \mathbf{r} 与源点 \mathbf{r}' 之间的距离. 由各向异性介质本构关系 $\mathbf{D}(\mathbf{r}) = \bar{\boldsymbol{\epsilon}}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r})$ 和 $\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \bar{\boldsymbol{\mu}}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r})$, 有

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \bar{\boldsymbol{\epsilon}}^{-1}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}), \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \bar{\boldsymbol{\mu}}^{-1}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}) \quad (10)$$

电流 $\mathbf{J}_v(\mathbf{r})$ 和体等效磁流 $\mathbf{M}_v(\mathbf{r})$ 又要产生散射电场 $\mathbf{E}^{\text{scat}}(\mathbf{r})$ 和散射磁场 $\mathbf{H}^{\text{scat}}(\mathbf{r})$. 对理想导体表面利用电磁场的切向边界条件、对介质体利用体等效原理可得金属-各向异性介质体组合目标的体表积分方程为

若令电张量 $\bar{\boldsymbol{\zeta}}(\mathbf{r}) = \bar{\mathbf{I}} - \epsilon_{rb} \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_r^{-1}(\mathbf{r})$ (ϵ_{rb} 或 $\bar{\boldsymbol{\epsilon}}_r$ 为相对介电常数或相对介电常数张量) 及磁张量 $\bar{\mathbf{v}}(\mathbf{r}) = \bar{\mathbf{I}} - \mu_{rb} \bar{\boldsymbol{\mu}}_r^{-1}(\mathbf{r})$ (μ_{rb} 或 $\bar{\boldsymbol{\mu}}_r$ 为相对磁导率或相对磁导率张量), 则各向异性介质内的体等效电流和体等效磁流可分别表示为

$$\mathbf{J}_v(\mathbf{r}) = j\omega \bar{\boldsymbol{\zeta}}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}), \mathbf{M}_v(\mathbf{r}) = j\omega \bar{\mathbf{v}}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}) \quad (11)$$

为利用体表积分方程矩量法数值求解未知面电流 $\mathbf{J}_s(\mathbf{r})$ 以及体等效电流 $\mathbf{J}_v(\mathbf{r})$ 和体等效磁流 $\mathbf{M}_v(\mathbf{r})$. 首先, 采用平面三角形贴片对理想导体表面进行面剖分、采用四面体对各向异性介质体进行体剖分且各个四面体内介电张量 $\bar{\boldsymbol{\zeta}}(\mathbf{r})$ 及磁张量 $\bar{\mathbf{v}}(\mathbf{r})$ 均可近似为常数张量, 然后将面电流 $\mathbf{J}_s(\mathbf{r})$ 用面基函数 $f_n^s(\mathbf{r})$ ($n = 1, 2, \dots, N_s$) 展开为

$$\mathbf{J}_s(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^{N_s} I_n f_n^s(\mathbf{r}) \quad (12)$$

其中, I_n 为与面基函数 $f_n^s(\mathbf{r})$ 相关的待求加权系数, 这里面基函数 $f_n^s(\mathbf{r})$ 选为最为常用的 RWG 基函数^[6] (如图 1 所示):

$$f_n^s(\mathbf{r}) = \sum_{p=\pm} \text{sgn}(S_n^p) \frac{l_n}{2A_n^p} (\mathbf{r} - \mathbf{r}_n^p), \mathbf{r} \in S_n^p \quad (13)$$

在式 (13) 中, l_n 为正/负平面三角形 S_n^{\pm} 之间公共边 ∂S_n^c 的长度, A_n^{\pm} 分别为正/负三角形 S_n^{\pm} 的面积, \mathbf{n}_n^{\pm} 、 \mathbf{l}_n^{\pm} 和 \mathbf{u}_n^p 分别为平面三角形 S_n^p 的面的外法向单位矢量、边的切向单位矢量和边的外法向单位矢量, \mathbf{r}_n^{\pm} 为公共边 ∂S_n^c 的自由结点坐标, 且已经采用了符号函数关系:

$$\text{sgn}(S_n^p) = \begin{cases} +1, & p = + \text{ i.e. } \mathbf{r} \in S_n^+ \\ -1, & p = - \text{ i.e. } \mathbf{r} \in S_n^- \end{cases} \quad (14)$$

而电位移矢量 $\mathbf{D}(\mathbf{r})$ 和磁感应强度矢量 $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ 采用相同的体基函数 $f_n^v(\mathbf{r})$ 可分别离散为

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}) = \eta_b \epsilon_b \sum_{n=1}^{N_v} D_n f_n^v(\mathbf{r}), \mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mu_b \sum_{n=1}^{N_v} B_n f_n^v(\mathbf{r}) \quad (15)$$

考虑到式 (10) 和式 (11) 有

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \eta_b \sum_{n=1}^{N_s^e} D_n \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_{r,n}^{-1}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{f}_n^e(\mathbf{r}) \quad (16)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^{N_s^h} B_n \bar{\boldsymbol{\mu}}_{r,n}^{-1}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{f}_n^h(\mathbf{r})$$

$$\mathbf{J}_v(\mathbf{r}) = j k_b \sum_{n=1}^{N_s^e} D_n \bar{\boldsymbol{\zeta}}_n(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{f}_n^e(\mathbf{r}) \quad (17)$$

$$\mathbf{M}_v(\mathbf{r}) = \eta_b j k_b \sum_{n=1}^{N_s^h} B_n \bar{\mathbf{v}}_n(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{f}_n^h(\mathbf{r})$$

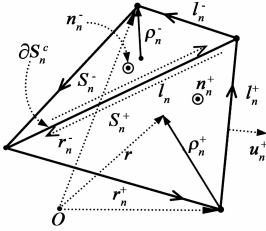


图1 RWG基函数及其所在三角形对的几何关系

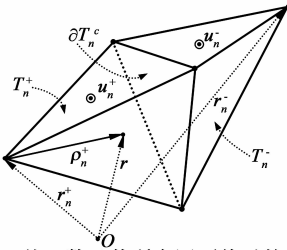


图2 SWG基函数及其所在四面体对的几何关系

同样, D_n 和 B_n 为与体基函数 $\mathbf{f}_n^e(\mathbf{r})$ 相关的待求加权系数, 而体基函数 $\mathbf{f}_n^e(\mathbf{r})$ 选为最为常用的 SWG 基函数^[7] (如图 2 所示):

$$\mathbf{f}_n^e(\mathbf{r}) = \text{sgn}(T_n^p) \frac{a_n}{3v_n^p} (\mathbf{r} - \mathbf{r}_n^p), \quad \mathbf{r} \in T_n^p \quad (18)$$

在式(18)中, a_n 为正/负四面体 T_n^{\pm} 之间公共面 ∂T_n^e 的面积, v_n^{\pm} 为正/负四面体 T_n^{\pm} 的体积, 而 \mathbf{u}_n^{\pm} 为正/负四面体 T_n^{\pm} 闭合面的外法向单位矢量, \mathbf{r}_n^{\pm} 为公共面 ∂T_n^e 的自由结点坐标, 且式(18)也采用了符号函数关系:

$$\text{sgn}(T_n^p) = \begin{cases} +1, & p = + \text{i.e. } \mathbf{r} \in T_n^+ \\ -1, & p = - \text{i.e. } \mathbf{r} \in T_n^- \end{cases} \quad (19)$$

这里, 采用 SWG 基函数离散电位移矢量 $\mathbf{D}(\mathbf{r})$ 和磁感应强度矢量 $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ 可确保其在四面体之间分界面上法向分量的连续性.

将式(12)、(15)~(17)代入金属-各向异性介质的体表面积分方程(1)、(2)~(4)并采用伽略金法可以得到矩阵方程:

$$\mathbf{Z} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{V} \quad (20a)$$

展开为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{ss,e}^{jj} & \mathbf{Z}_{sv,e}^{jd} & \mathbf{Z}_{sv,e}^{jb} \\ \mathbf{Z}_{ts}^{dj} & \mathbf{Z}_{tv}^{dd} & \mathbf{Z}_{tv}^{db} \\ \mathbf{Z}_{ts}^{bj} & \mathbf{Z}_{tv}^{bd} & \mathbf{Z}_{tv}^{bb} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I}^j \\ \mathbf{I}^d \\ \mathbf{I}^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}^j \\ \mathbf{V}^d \\ \mathbf{V}^b \end{bmatrix} \quad (20b)$$

其中 $\Theta = e, h, c$ 分别对应于理想导体目标的电场分方程(EFIE)、磁场分方程(MFIE)和混合场积分方程(CFIE), 而相应的体表面积分方程分别为体表电场积分方程(VSEFIE)、体表磁场积分方程(VSMFIE)和体表混合场积分方程(VSCFIE). 设 α 为理想导体混合场积分方程的加权系数并令 $\mathbf{A}_{n,\zeta}^v(\mathbf{r}') = \bar{\boldsymbol{\zeta}}_n(\mathbf{r}') \cdot \mathbf{f}_n^e(\mathbf{r}')$ 、 $\mathbf{A}_{n,\nu}^v(\mathbf{r}') = \bar{\mathbf{v}}_n(\mathbf{r}') \cdot \mathbf{f}_n^h(\mathbf{r}')$, 则矩阵方程式(20)的右端向量及矩阵元素可详细表示为

$$\begin{cases} V_e^j(m) = -j k_b^{-1} \eta_b^{-1} \int_{S_m} dS \mathbf{f}_m^e(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{r}) \\ V_h^j(m) = -j k_b^{-1} \eta_b^{-1} \int_{S_m} dS \mathbf{f}_m^e(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n}_m \times \eta_b \mathbf{H}^{\text{inc}}(\mathbf{r}) \end{cases}, \quad 1 \leq m \leq N_s \quad (21)$$

$$\begin{cases} V^d(N_s + m) = -j k_b^{-1} \eta_b^{-1} \int_{T_m} dv \mathbf{f}_m^e(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{r}), \\ V^b(N_{s_e} + m) = -j k_b^{-1} \eta_b^{-1} \int_{T_m} dv \mathbf{f}_m^e(\mathbf{r}) \cdot \eta_b \mathbf{H}^{\text{inc}}(\mathbf{r}), \end{cases} \quad \begin{matrix} 1 \leq m \leq N_v^e \\ 1 \leq m \leq N_v^h \end{matrix} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{ss,e}^{jj}(m, n) &= \int_{S_m} dS \mathbf{f}_m^e(\mathbf{r}) \cdot \int_{S_n} dS' \mathbf{f}_n^e(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \\ &+ k_b^{-2} \int_{S_m} dS \mathbf{f}_m^e(\mathbf{r}) \cdot \nabla \int_{S_n} dS' G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \nabla' \\ &\cdot \mathbf{f}_n^e(\mathbf{r}') \end{aligned} \quad (23a)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{ss,h}^{jj}(m, n) &= -j k_b^{-1} \int_{S_m} dS \mathbf{f}_m^e(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{f}_n^e(\mathbf{r}) \\ &+ j k_b^{-1} \int_{S_m} dS \mathbf{f}_m^e(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n}_m \times \nabla \times \int_{S_n} dS' \\ &\cdot \mathbf{f}_n^e(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \end{aligned} \quad (23b)$$

$$V_c^j(m) = \alpha V_e^j(m) + (1 - \alpha) V_h^j(m) \quad (23c)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{sv,e}^{jd}(m, n) &= j k_b \int_{S_m} dS \mathbf{f}_m^e(\mathbf{r}) \cdot \int_{T_n} dv' \mathbf{A}_{n,\zeta}^v(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \\ &+ j k_b^{-1} \int_{S_m} dS \mathbf{f}_m^e(\mathbf{r}) \cdot \nabla \int_{T_n} dv' G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \nabla' \\ &\cdot \mathbf{A}_{n,\zeta}^v(\mathbf{r}') \end{aligned} \quad (24a)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{sv,h}^{jd}(m, n) &= - \int_{S_m} dS \mathbf{f}_m^e(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n}_m \times \nabla \times \int_{T_n} dv' \\ &\mathbf{A}_{n,\zeta}^v(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \end{aligned} \quad (24b)$$

$$\mathbf{Z}_{sv,c}^{jd}(m, n) = \alpha \mathbf{Z}_{sv,e}^{jd}(m, n) + (1 - \alpha) \mathbf{Z}_{sv,h}^{jd}(m, n) \quad (24c)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{sv,e}^{jb}(m, n) &= \int_{S_m} dS \mathbf{f}_m^e(\mathbf{r}) \cdot \nabla \times \int_{T_n} dv' \mathbf{A}_{n,\nu}^v(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \end{aligned} \quad (25a)$$

$$\begin{aligned} Z_{sv,h}^{jb}(m,n) = & jk_b \int_{S_m} dS f_m^e(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n}_m \times \int_{T_n} dv' \mathbf{A}_{n,\bar{\mathbf{v}}}^v(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \\ & + jk_b^{-1} \int_{S_m} dS f_m^e(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n}_m \times \nabla \int_{T_n} dv' G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \nabla' \cdot \\ & \mathbf{A}_{n,\bar{\mathbf{v}}}^v(\mathbf{r}') \end{aligned} \quad (25b)$$

$$Z_{sv,c}^{jb}(m,n) = \alpha Z_{sv,e}^{jb}(m,n) + (1-\alpha) Z_{sv,h}^{jb}(m,n) \quad (25c)$$

$$\begin{aligned} Z_{vs}^{dj}(m,n) = & \int_{T_m} dv f_m^v(\mathbf{r}) \cdot \int_{S_n} dS f_n^e(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \\ & + k_b^{-2} \int_{T_m} dv f_m^v(\mathbf{r}) \cdot \nabla \int_{S_n} dS' G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \\ & \nabla' \cdot \mathbf{f}_n^e(\mathbf{r}') \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} Z_{vv}^{dd}(m,n) = & -jk_b^{-1} \int_{T_m} dv f_m^v(\mathbf{r}) \cdot \varepsilon_{rl} \varepsilon_{r,n}^{-1}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{f}_n^v(\mathbf{r}) \\ & + jk_b \int_{T_m} dv f_m^v(\mathbf{r}) \cdot \int_{T_n} dv' \mathbf{A}_{n,\bar{\zeta}}^v(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \\ & + jk_b^{-1} \int_{T_m} dv f_m^v(\mathbf{r}) \cdot \nabla \int_{T_n} dv' G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \nabla' \\ & \cdot \mathbf{A}_{n,\bar{\zeta}}^v(\mathbf{r}') \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} Z_{vv}^{db}(m,n) = & \int_{T_m} dv f_m^v(\mathbf{r}) \cdot \nabla \times \int_{T_n} dv' \mathbf{A}_{n,\bar{\mathbf{v}}}^v(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} Z_{vs}^{bj}(m,n) = & jk_b^{-1} \int_{T_m} dv f_m^v(\mathbf{r}) \cdot \nabla \times \int_{S_n} dS f_n^e(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} Z_{vv}^{bd}(m,n) = & - \int_{T_m} dv f_m^v(\mathbf{r}) \cdot \nabla \times \int_{T_n} dv' \mathbf{A}_{n,\bar{\zeta}}^v(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} Z_{vv}^{bb}(m,n) = & -jk_b^{-1} \int_{T_m} dv f_m^v(\mathbf{r}) \cdot \mu_{rl} \mu_{r,n}^{-1}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{f}_n^v(\mathbf{r}) \\ & + jk_b \int_{T_m} dv f_m^v(\mathbf{r}) \cdot \int_{T_n} dv' \mathbf{A}_{n,\bar{\mathbf{v}}}^v(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \\ & + jk_b^{-1} \int_{T_m} dv f_m^v(\mathbf{r}) \cdot \nabla \int_{T_n} dv' G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \nabla' \\ & \cdot \mathbf{A}_{n,\bar{\mathbf{v}}}^v(\mathbf{r}') \end{aligned} \quad (31)$$

其中,式(23)~(25)中 $1 \leq m \leq N_s$,式(26)~(28)中, $1 \leq m \leq N_v^e$,式(29)~(31)中 $1 \leq m \leq N_v^h$;而式(23)、(26)和(29)中 $1 \leq n \leq N_s$,式(24)、(27)和(30)中 $1 \leq n \leq N_v^e$,式(25)、(28)和(31)中 $1 \leq n \leq N_v^h$.

3 阻抗矩阵元素及奇异性积分的计算

若用张量 $\bar{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ 表示各向异性介质的电张量 $\bar{\zeta}(\mathbf{r})$ 或磁张量 $\bar{\mathbf{v}}(\mathbf{r})$,则可将金属目标和各向同性介质看作是其特例,即金属目标的 $\bar{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ 为单位张量、各向同性介质的 $\bar{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ 为等对角线元素的对角线张量.进一步令 $\mathbf{A}_{n,\bar{\mathbf{k}}}^D(\mathbf{r}) = \bar{\mathbf{k}}_n(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{f}_n^D(\mathbf{r})$,则式(23)~(31)中源三角形或源四面体上的内层积分可以统一地表示成为

$$\mathbf{O}_n(\mathbf{r}) = \int_{D_n} dD' \mathbf{A}_{n,\bar{\mathbf{k}}}^D(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \quad (32)$$

和

$$\Omega_n(\mathbf{r}) = \int_{D_n} dD' G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \nabla' \cdot \mathbf{A}_{n,\bar{\mathbf{k}}}^D(\mathbf{r}') \quad (33)$$

容易知道,源三角形的面积分式(32)以及源四面体的体积分式(33)已为最简明的形式,而利用文献[14]中的式(11)可以将源四面体的体积分式(33)表示为

$$\begin{aligned} \Omega_n(\mathbf{r}) = & \frac{1}{3} \int_{T_n} dv' G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') T_{n,\bar{\mathbf{k}}}(\mathbf{r}') \nabla' \cdot \mathbf{f}_n^v(\mathbf{r}') \\ & - \sum_{p=\pm} \oint_{\partial T_n^p} dS' \mathbf{u}_n^p \cdot \bar{\mathbf{k}}_n^p \cdot \mathbf{f}_n^e(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \end{aligned} \quad (34)$$

若采用 $\mathbf{F}_m(\mathbf{r})$ 表示 $\mathbf{f}_m^D(\mathbf{r})$ 或 $\mathbf{n}_m \times \mathbf{f}_m^D(\mathbf{r})$,并仔细观察式(23)~(31)可以看出,为计算金属-各向异性介质体组合目标体表积分方程量法的阻抗矩阵元素,仅需计算以下三种类型的积分:

$$I_{mn}^L = \int_{D_m} dD \mathbf{F}_m(\mathbf{r}) \cdot \nabla \Omega_n(\mathbf{r}) \quad (35)$$

$$I_{mn}^K = \int_{D_m} dD \mathbf{F}_m(\mathbf{r}) \cdot \nabla \times \mathbf{O}_n(\mathbf{r}) \quad (36)$$

$$I_{mn}^A = \int_{D_m} dD \mathbf{f}_m^D(\mathbf{r}) \cdot \bar{\mathbf{k}}_n(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{f}_n^D(\mathbf{r}) \quad (37)$$

其中, ∂T_n^p 表示四面体 T_n^\pm 的闭曲面, $T_{n,\bar{\mathbf{k}}}$ 表示张量 $\bar{\mathbf{k}}_n(\mathbf{r})$ 的迹,而 \mathbf{u}_n^p 为四面体面 ∂T_n^p 的外法向单位矢量.下面进一步详细分析以上三种积分的计算方法.

利用矢量恒等式 $\nabla \cdot (\Omega_n \mathbf{F}) = \mathbf{F} \cdot \nabla \Omega_n + \Omega_n \nabla \cdot \mathbf{F}$ 以及体/面高斯定理 $\int_{D_m^q} dD \nabla \cdot \mathbf{F} = \oint_{\partial D_m^q} d(\partial D) \mathbf{F} \cdot \mathbf{u}_m^q$ (若 $D_m^\pm = S_m^\pm$ 则 \mathbf{u}_m^\pm 为三角形 S_m^\pm 围线 ∂S_m^\pm 的外法向单位矢量,如图1;若 $D_m^\pm = T_m^\pm$ 则 \mathbf{u}_m^\pm 为四面体 T_m^\pm 闭曲面 ∂T_m^\pm 的外法向单位矢量,如图2,则积分式(35)可写为

$$\begin{aligned} I_{mn}^L = & \sum_{q=\pm} \oint_{\partial D_m^q} d(\partial D) \Omega_n(\mathbf{r}) \mathbf{u}_m^q \cdot \mathbf{F}_m(\mathbf{r}) \\ & - \int_{D_m} dD \Omega_n(\mathbf{r}) \nabla \cdot \mathbf{F}_m(\mathbf{r}) \end{aligned} \quad (38)$$

考虑到本文选择的基函数 $\mathbf{f}_n^D(\mathbf{r})$ 为 RWG 基函数或 SWG 基函数,当 $\mathbf{F}_m(\mathbf{r}) = \mathbf{f}_m^D(\mathbf{r})$ 时积分式(38)的第一项积分为零^[6,7],并由此有

$$I_{mn}^{L,1} = - \int_{D_m} dD \Omega_n(\mathbf{r}) \nabla \cdot \mathbf{F}_m(\mathbf{r}) \quad (39)$$

而当 $\mathbf{F}_m(\mathbf{r}) = \mathbf{n}_m \times \mathbf{f}_m^D(\mathbf{r})$ 时并考虑到 $\nabla \cdot (\mathbf{n}_m \times \mathbf{f}_m^D) \equiv 0$,则积分式(38)为

$$I_{mn}^{L,2} = \sum_{q=\pm} \oint_{\partial S_m^q} d\mathbf{l}_m^q \cdot [\mathbf{f}_m^e(\mathbf{r}) \times \mathbf{n}_m^q] \Omega_n(\mathbf{r}) \quad (40)$$

利用恒等式 $\nabla \cdot (\mathbf{F} \times \Omega_n) = \Omega_n \cdot \nabla \times \mathbf{F} - \mathbf{F} \cdot \nabla \times \Omega_n$ 可以将积分式(36)写成

$$I_{mn}^K = \int_{D_m} dD \mathbf{O}_n(\mathbf{r}) \cdot \nabla \times \mathbf{F}_m(\mathbf{r})$$

$$- \int_{D_m} dD \nabla \cdot [\mathbf{F}_m(\mathbf{r}) \times \mathbf{O}_n(\mathbf{r})] \quad (41)$$

当 $\mathbf{F}_m(\mathbf{r}) = \mathbf{f}_m^v(\mathbf{r})$ 时, 因 SWG 基函数 $\mathbf{f}_m^v(\mathbf{r})$ 的旋度为零即 $\nabla \times \mathbf{f}_m^v(\mathbf{r}) \equiv 0$, 利用体高斯定理 $\int_{D_m^q} dD \nabla \cdot \mathbf{F} = \oint_{\partial D_m^q} d(\partial D) \mathbf{F} \cdot \mathbf{u}_m^q$ 可将积分式(41)写成

$$I_{mn}^{K,1} = \sum_{q=\pm} \oint_{\partial T_m^q} dS [\mathbf{f}_m^v(\mathbf{r}) \times \mathbf{u}_m^q] \cdot \mathbf{O}_n(\mathbf{r}) \quad (42)$$

当 $\mathbf{F}_m(\mathbf{r}) = \mathbf{f}_m^s(\mathbf{r})$ 时, 因 RWG 基函数 $\mathbf{f}_m^s(\mathbf{r})$ 的旋度也为零即 $\nabla \times \mathbf{f}_m^s(\mathbf{r}) \equiv 0$, 利用 $\nabla = \nabla_s + \mathbf{n}_m \frac{\partial}{\partial n}$ 和面高斯定理

$\int_{S_m^q} dS \nabla_s \cdot \mathbf{F} = \oint_{\partial S_m^q} d\mathbf{l} \mathbf{F} \cdot \mathbf{u}_m^q$ 可将积分式(41)表示为

$$I_{mn}^{K,2} = - \sum_{q=\pm} \oint_{\partial S_m^q} d\mathbf{l} \mathbf{u}_m^q \cdot [\mathbf{f}_m^s(\mathbf{r}) \times \mathbf{O}_n(\mathbf{r})] - \sum_{q=\pm} \int_{S_m^q} dS [\mathbf{n}_m^q \times \mathbf{f}_m^s(\mathbf{r})] \cdot \frac{\partial \mathbf{O}_n(\mathbf{r})}{\partial n} \quad (43)$$

而当 $\mathbf{F}_m(\mathbf{r}) = \mathbf{n}_m \times \mathbf{f}_m^s(\mathbf{r})$ 时, 基于 RWG 基函数的性质并考虑到 $(\mathbf{f}_m^s \times \mathbf{n}_m^\pm) \times \mathbf{u}_m^\pm = \pm \mathbf{n}_m^\pm$ 、 $\nabla \times (\mathbf{f}_m^s \times \mathbf{n}_m) = -\mathbf{n}_m \nabla \cdot \mathbf{f}_m^s$, 采用面高斯定理可将积分式(41)表示为^[20]

$$I_{mn}^{K,3} = (\mathbf{n}_m^- - \mathbf{n}_m^+) \cdot \int_{\partial S_m^q} \mathbf{O}_n(\mathbf{r}) d\mathbf{l} + \sum_{q=\pm} \int_{S_m^q} dS \left(\mathbf{f}_m^s(\mathbf{r}) \cdot \frac{\partial \mathbf{O}_n(\mathbf{r})}{\partial n} + \mathbf{n}_m^q \cdot \mathbf{O}_n(\mathbf{r}) \nabla_s \cdot \mathbf{f}_m^s(\mathbf{r}) \right) \quad (44)$$

积分式(43)和(44)的法向导数可采用差分法计算, 如 $\frac{\partial \mathbf{O}_n(\mathbf{r})}{\partial n} = [\mathbf{O}_n(\mathbf{r}) - \mathbf{O}_n(\mathbf{r} - \mathbf{n}\Delta)]/\Delta$ 且本文设置 $\Delta = \lambda \times 10^{-4}$ (λ 为波长)。

由于检验函数 $\mathbf{f}_m^v(\mathbf{r})$ ($\mathbf{r} \in D_m$) 与基函数 $\mathbf{f}_n^v(\mathbf{r})$ ($\mathbf{r} \in D_n$) 无重叠区域时积分 I_{mn}^A 总为零, 可假定检验函数 $\mathbf{f}_m^v(\mathbf{r})$ 与基函数 $\mathbf{f}_n^v(\mathbf{r})$ 的重叠区域 $D_{mn} = D_m \cap D_n$ (三角形或四面体) 且重叠区域的介质张量为 $\bar{\mathbf{\kappa}}_{mn}(\mathbf{r})$, 则积分 I_{mn}^A 可以简化为

$$I_{mn}^A = \int_{D_{mn}} dD \mathbf{f}_m^v(\mathbf{r}) \cdot \bar{\mathbf{\kappa}}_{mn}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{f}_n^v(\mathbf{r}) \quad (45)$$

由于 RWG 基函数和 SWG 基函数随空间位置线性变化, 数值计算积分式(45)的最简单方法就是直接采用面/体高斯积分法并且具有非常高的数值积分精度。另外, 也可以解析地求出积分式(45): 当 $\mathbf{f}_n^v(\mathbf{r})$ 为 RWG 基函数 $\mathbf{f}_n^s(\mathbf{r})$ 时, 采用归一化面积坐标变换容易推导出面积分式(45)的解析表达式^[6]; 同样, 可以采用归一化体积坐标变换求出 SWG 基函数对应体积分的解析表达式^[7,14], 下面给出了体积分式(45)的更为简明的解析表达式:

$$I_{mn}^A = \sum_{q=\pm} \sum_{p=\pm} A_{\text{sg}}^v (0.8 \mathbf{r}_c \cdot \bar{\mathbf{\kappa}}_{mn} \cdot \mathbf{r}_c + 0.05 \sum_{i=1}^4 \mathbf{r}_i \cdot \bar{\mathbf{\kappa}}_{mn} \cdot \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_m^q \cdot \bar{\mathbf{\kappa}}_{mn} \cdot \mathbf{r}_c - \mathbf{r}_c \cdot \bar{\mathbf{\kappa}}_{mn} \cdot \mathbf{r}_n^p + \mathbf{r}_m^q \cdot \bar{\mathbf{\kappa}}_{mn} \cdot \mathbf{r}_n^p) \quad (46)$$

$$A_{\text{sg}}^v = \frac{1}{9v_{mn}} \text{sgn}(T_m^q) \text{sgn}(T_n^p) a_m a_n, T_m^q = T_n^p \quad (47)$$

其中, 重叠四面体 T_{mn} 的体积为 v_{mn} 、介质电/磁张量为 $\bar{\mathbf{\kappa}}_{mn}$, 而 \mathbf{r}_c 为重叠四面体 T_{mn} 的重心位置矢量, \mathbf{r}_i ($i=1, \dots, 4$) 为四面体单元 T_{mn} 的顶点坐标, 这样, 将式(39)、(40)以及式(42)~(44)代入式(23)~(31)后所得到的线/面、面/面、线/体、面/体以及体/体二重积分最多仅存在一阶奇异性积分, 并可采用奇异值提取法^[21]或 Duffy 变换法^[22]计算。

4 数值计算实例及讨论分析

下面通过具体计算实例来考察和验证本文方法正确性和有效性。为此, 假设入射平面波电场 $\mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{r})$ 为

$$\mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 e^{-jk_z z} \quad (48)$$

其中, 入射电磁场沿 $+z$ 方向传播且入射电场 $\mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{r})$ 的极化矢量 $\mathbf{E}_0 = E_0 \mathbf{e}_x$ 。在以下所有例子中入射电磁波频率为 $f = 300\text{MHz}$, 广义最小残差 (GMRES40) 迭代解法的收敛门限均设为 0.001。

第一个计算实例为均匀电各向异性的介质球壳, 其内外半径分别为 $a_1 = 0.3\text{m}$ 和 $a_2 = 0.6\text{m}$, 相对磁导率 $\mu_r = 1$, 而相对介电常数张量为

$$\bar{\boldsymbol{\epsilon}}_r = \begin{bmatrix} 2.5 & -j & 0 \\ j & 2.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1.5 \end{bmatrix} \quad (49)$$

此电各向异性介质球壳被剖分成 3213 个四面体, 共 6817 个未知量, GMRES 迭代次数为 25 次。图 3 给出了该介质球壳的 E 面和 H 面双站 RCS 与解析解 (Mie)^[11] 之间的对比, 从图 3 可以看出两者之间吻合得非常好。

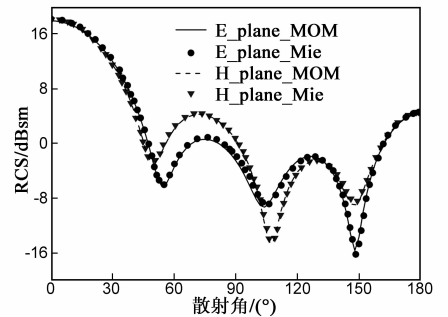


图3 均匀电各向异性介质球壳的双站RCS:体积分方程矩量法与解析解(Mie)^[11]之间的对比

第二个计算实例为半径 0.175m 的均匀磁各向异性介质球, 其相对介电常数 $\epsilon_r = 1$ 、相对磁导率张量为

$$\bar{\boldsymbol{\mu}}_r = \begin{bmatrix} 5 & -j & 0 \\ j & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad (50)$$

此磁各向异性介质球被剖分成 2351 个四面体, 共 4941 个未知量, GMRES 迭代次数仅需 15 次。图 4 给出了该

介质球的 E 面和 H 面双站 RCS 与解析解 (Mie)^[2] 之间的对比, 从图 4 可以看出两者之间也吻合得很好。

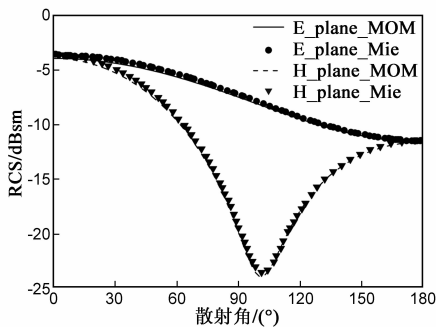
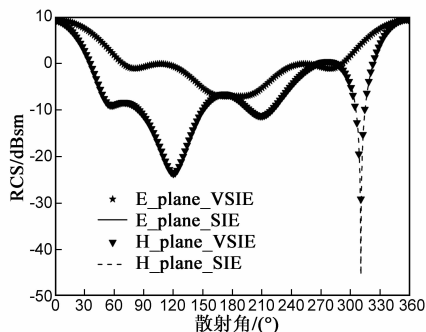
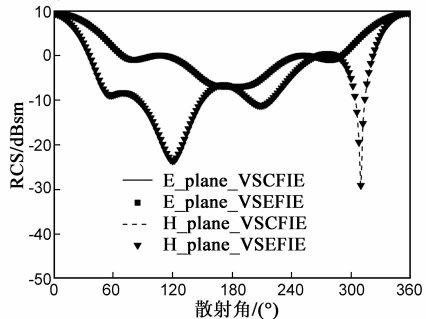


图4 均匀磁各向异性介质球的双站RCS:体积方程矩量法与解析解(Mie)^[2]之间的对比

在第三个例子中, 边长均为 $a = 0.4\text{m}$ 的理想导电立方体和各向同性介质立方体的重心间距 $d = 0.6\text{m}$ 并沿 y 轴排列, 理想导电立方体的重心位于坐标原点. 理想导电立方体被剖分成 876 个平面三角形贴片、共 1314 个面电流未知量, 而介质立方体的相对介电常数 ϵ_r 和相对磁导率 μ_r 均等于 2 并被剖分成 2510 个平面四面体、体电流和体磁流各有 5355 个未知量. 图 5 给出了该目标的 E 面和 H 面双站 RCS 与表面积分方程矩量法之间的对比, 从图 5 可以看出两者之间仍然吻合得非常好。



(a) VSIE矩量法与SIE矩量法结果之间的对比



(b) VSEFIE与VSCFIE矩量法结果之间的对比

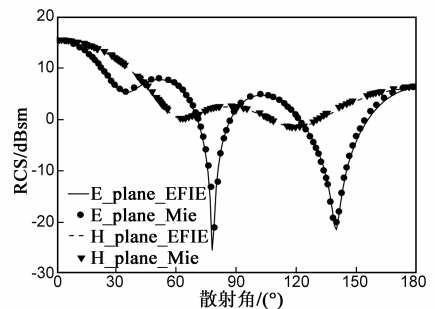
图5 边长均为 $a=0.4\text{m}$ 、沿 y 轴排列、重心间距 $d=0.6\text{m}$ 且理想导电立方体重心位于坐标原点的理想导电立方体和介质立方体组合目标的双站RCS

第四个计算实例为半径 a 等于 0.5m 的理想导电球涂敷厚度 $d = 0.075\text{m}$ 的均匀电各向异性介质球壳,

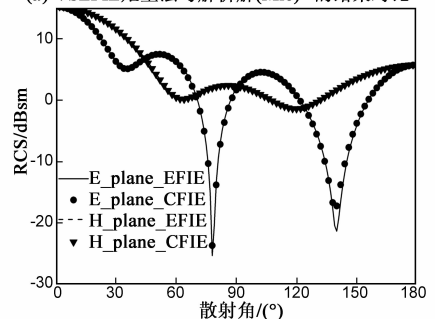
其相对介电常数张量为,

$$\bar{\epsilon}_r = \begin{bmatrix} 3 & -j & 0 \\ j & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \quad (51)$$

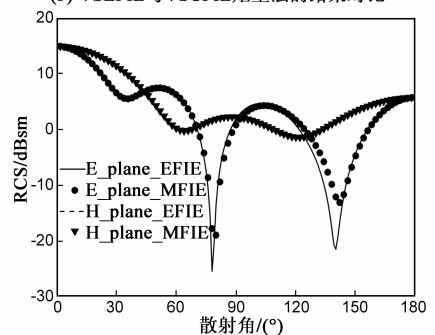
理想导电立方体被剖分成 814 个平面三角形贴片、共 1221 个面电流未知量, 而介质体部分被剖分成 3044 个平面四面体、共 7109 个体电流未知量. 在采用对角线矩阵预条件技术情况下, VSEFIE 的迭代次数为 168 次、VSCFIE ($\alpha = 0.7$) 的迭代次数为 63 次、VSMFIE 的迭代次数为 27 次. 图 6 给出了该目标的 E 面和 H 面双站 RCS 与解析解 (Mie)^[3] 之间的对比; 从图 6 可以看出, VSEFIE 和 VSCFIE 矩量法与解析解还是吻合得较好; 此时所出现的误差主要是由于介质的体积方程矩量法所采用的 SWG 基函数不能满足介质/金属分界面的边界条件, 如何严格满足介质/金属分界面边界条件是体表面积分方程法非常重要且需进一步研究的问题, 有学者对此也进行过一些研究和很好的尝试^[23,24].



(a) VSEFIE矩量法与解析解(Mie)^[3]的结果对比



(b) VSEFIE与VSCFIE矩量法的结果对比



(c) VSEFIE与VSMFIE矩量法的结果对比

图6 金属球涂敷均匀电各向异性介质球壳的双站RCS

第五个计算实例为半径等于 0.3m 的理想导电球涂敷厚度 0.1m 的均匀各向异性介质球壳,其相对介电常数张量和相对磁导率张量分别为

$$\bar{\epsilon}_r = \begin{bmatrix} 2.0 & -j & 0 \\ j & 2.0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.5 \end{bmatrix}, \bar{\mu}_r = \begin{bmatrix} 1.5 & -j & 0 \\ j & 1.5 & 0 \\ 0 & 0 & 2.0 \end{bmatrix} \quad (52)$$

理想导体球被剖分成 348 个平面三角形贴片、共 522 个面电流未知量,而各向异性介质球壳被剖分成 1485 个平面四面体、各有 3464 个体电流和体磁流未知量.在采用对角线矩阵预条件技术情况下,VSEFIE 的迭代次数为 138 次、VSCFIE($\alpha = 0.7$)的迭代次数为 48 次、VSMFIE 的迭代次数为 27 次;在采用 Pentium4、主频为 2.8GHz 的双核 PC 机以及 VSCFIE 矩量法条件下,实际占用计算机内存为 460MB,阻抗矩阵的填充总时间为 365s、GMRES40 迭代时间约为 4.8s/步.图 7 给出了该组合目标 VSEFIE、VSCFIE 以及 VSMFIE 矩量法的 E 面和 H 面双站 RCS.

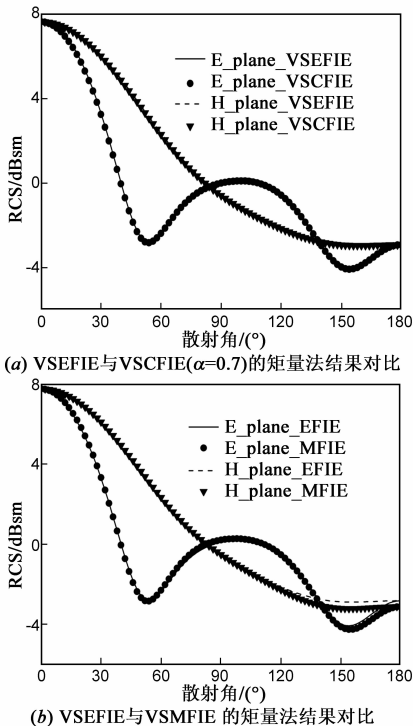


图7 半径为0.3m的金属球涂敷厚度为0.1m均匀各向异性介质球壳的双站RCS

5 结束语

本文利用体表积分方程矩量法求解了具有任意的介电常数张量和磁导率张量的各向异性介质与金属的组合目标的电磁散射问题.给出了基于 RWG 面基函数和 SWG 体基函数的阻抗矩阵元素表达式并详细推导了阻抗矩阵元素所涉及的各种积分运算的计算方法;通

过对数值计算实例的对比分析表明,金属-各向异性介质组合目标的体表电场或体表混合场积分方程矩量法获得了较为精确的计算结果,与解析解或表面积分方程矩量法结果吻合较好,证明了阻抗矩阵元素计算公式的正确性.另外,文中的体表积分方程矩量法可以求解任意复杂的金属-各向同性/各向异性介质组合目标的电磁散射问题、具有广泛的适用性.

参考文献

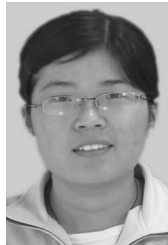
- [1] Geng Y L, Wu X B, Li L W. Characterization of electromagnetic scattering by a plasma anisotropic spherical shell[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2004, 3(1): 100 – 103.
- [2] Geng Y L. Scattering of a plane wave by an anisotropic ferrite-coated conducting sphere[J]. IET Microwaves, Antennas Propagation, 2008, 2(2): 158 – 162.
- [3] 耿友林, 吴健, 李乐伟. 阻抗球涂敷均匀等离子体电磁散射的解析解[J]. 电波科学学报, 2007, 22(6): 913 – 917.
Geng Youlin, Wu Jian, Li Lewei. Analytical solution to electromagnetic scattering by an anisotropic plasma-coated impedance sphere[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2007, 22(6): 913 – 917. (in Chinese)
- [4] R F Harrington. Field Computation by Moment Methods[M]. Malabar, Florida: Krieger Publishing Company, 1983.
- [5] Chew W C, Tong M S, Hu Bin. Integral Equations for Electromagnetic and Elastic Waves[M]. America: Morgan & Claypool Publishers, 2009. 71 – 87.
- [6] Rao S M, Wilton D R, Glisson A W. Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape[J]. IEEE Transactions on Antenna and Propagation, 1982, 30(3): 408 – 418.
- [7] Schaubert D H, Wilton D R, Glisson A W. A tetrahedral modeling method for electromagnetic scattering by arbitrary shaped inhomogeneous dielectric bodies[J]. IEEE Transactions on Antenna and Propagation, 1984, 32(1): 77 – 85.
- [8] Botha M M. Solving the volume integral equations of electromagnetic scattering [J]. Journal of Computational Physics, 2006, 218(1): 141 – 158.
- [9] Chew Weng Cho, Jin Jian-Ming, et al. Fast and Efficient Algorithms in Computational Electromagnetics[M]. America: Artech House Publishers, 2001. 32 – 58.
- [10] Lu C C. A Fast algorithm based on volume integral equation for analysis of arbitrarily shaped dielectric radomes[J]. IEEE Transactions on Antenna and Propagation, 2003, 51(3): 606 – 612.
- [11] 阙肖峰, 聂在平, 胡俊. 混合场积分方程结合 MLFMA 分析导体介质复合目标电磁散射问题[J]. 电子学报, 2007, 35(11): 2062 – 2066.
Que Xiao-feng, Nie Zai-ping, Hu Jun. Analysis of EM scatter-

- ing by composite conducting and dielectric object using combined field integral equation with MLFMA[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2007, 35(11):2062–2066. (in Chinese)
- [12] Graglia R D, Uslenghi P LE, Zich R S. Moment method with isoparametric elements for three-dimensional anisotropic scatterers[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1989, 77(5):750–760.
- [13] Sancer M I, Sertel K, et al. On volume integral equations[J]. *IEEE Transactions on Antenna and Propagation*, 2006, 54(5):1488–1495.
- [14] Kobidze G., Shanker B. Integral equation based analysis of scattering from 3-D inhomogeneous anisotropic bodies [J]. *IEEE Transactions on Antenna and Propagation*, 2004, 52(10):2650–2658.
- [15] 朱秀芹, 耿友林, 吴信宝. 三维各向异性介质目标电磁散射的 MOM-CGM-FFT 方法[J]. *电波科学学报*, 2002, 17(3):209–215.
Zhu Xiuqin, Geng Youlin, Wu Xinbao. Application of MOM-CGM-FFT method to scattering from three-dimensional anisotropic scatterers[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2002, 17(3):209–215. (in Chinese)
- [16] Soudais P, Steve H, Dubois F. Scattering from several test-objects computed by 3-D hybrid IE/PDE methods [J]. *IEEE Transactions on Antenna and Propagation*, 1999, 47(4):646–653.
- [17] Wang P, Zhou L Z, et al. Analysis of electromagnetic scattering from objects coated with arbitrarily magnetized lossy ferrite materials[J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2006, 42(4):791–794.
- [18] 谭云华, 周乐柱. 快速多级子-边棱元混合算法分析三维非均匀各向异性复杂目标的电磁散射[J]. *电子学报*, 2004, 32(4):620–624.
Tan Yunhua, Zhou Lezhu. Application of the FMA-EEM hybrid method to analyzing electromagnetic scattering from 3-D anisotropic inhomogeneous objects[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2004, 32(4):620–624. (in Chinese)
- [19] Sheng X Q, Peeng Z. Analysis of scattering by large objects with off-diagonally anisotropic material using finite element-boundary integral-multilevel fast multipole algorithm[J]. *IET Microwaves, Antennas Propagation*, 2010, 4(4):492–500.
- [20] Tan Eng Leong, Ning Jing. Alternative implementation of combined-field integral equation using Rao-Wilton-Glissson basis functions for conducting scatterers[J]. *Microwave and Optical Technology Letters*, 2006, 48(4):753–756.
- [21] Wilton D R, Rao S M, et al. Potential integrals for uniform and linear source distributions on polygonal and polyhedral domains[J]. *IEEE Transactions on Antenna and Propagation*, 1984, 32(3):276–281.
- [22] Duffy M G. Quadrature over a pyramid or cube of integrands with a singularity at a vertex[J]. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 1982, 19(6):1260–1262.
- [23] Chen Shu-Wen, Zhou Hou-Xing, et al. Electromagnetic scattering from mixed conductor-dielectric bodies using nonlinear VRWG basis functions[A]. *International Conference on Microwave and Millimeter Wave Technology*[C]. Beijing: Electronics Industry, 2008. 752–755.
- [24] Makarov S N, Kulkarni SD, et al. Method of moments solution for a printed patch/slot antenna on a thin finite dielectric substrate using the volume integral equation[J]. *IEEE Transactions on Antenna and Propagation*, 2006, 54(4):1174–1184.

作者简介



赵延文 男, 1965 年出生于四川, 电子科技大学教授, 博士生导师, 中国电子学会高级会员. 主要研究兴趣包括计算电磁学、非均匀介质中的场与波、电磁散射与逆散射等, 在国内外发表学术论文 80 余篇, 并获国家科技进步二等奖 1 项、省部级科技进步奖 2 项.
E-mail: ywzhao@uestc.edu.cn



贾苗苗 女, 1986 年出生于山东, 电子科技大学博士研究生. 主要研究兴趣包括时域积分方程法及其快速算法、电磁散射与逆散射等.
E-mail: pinbo0532@126.com

邹克利 男, 1986 年出生于四川, 电子科技大学硕士研究生. 主要研究兴趣: 计算电磁学、电磁散射与逆散射等.

刘海良 男, 1983 年出生于湖北, 电子科技大学硕士研究生. 主要研究兴趣: 计算电磁学、电磁散射与逆散射等.