

高阶 QAM 调制下 OFDM 的载波与采样频偏联合纠正

刘 田¹, 杨 琳², 邓 凯³, 唐友喜¹, 张嘉岷⁴

(1. 电子科技大学通信抗干扰技术国家级重点实验室, 四川成都 611731; 2. 上海卫星工程研究所, 上海 200240;
3. 宜宾学院物理与电子工程系, 四川宜宾 644000; 4. 四川省电力公司, 四川成都 610023)

摘 要: 采用高阶 QAM (Quadrature Amplitude Modulation) 调制的正交频分复用 (OFDM, Orthogonal Frequency-Division Multiplexing) 系统, 相对于低阶调制来说, 密集的星座点分布更容易受到载波频偏与采样频偏的影响. 本文分析了高阶 QAM OFDM 系统对频率同步精度的要求, 提出了一种载波与采样频偏联合纠正的方法, 并分别针对时不变多径信道和块衰落多径 Rician 信道给出了频偏估计的均方误差解析表达式. 均方误差的理论分析与计算机仿真结果吻合; 误比特率性能仿真表明, 频偏纠正后的误比特率性能与无频偏情况比较, 差异小于 1dB.

关键词: 高阶调制; 正交频分复用; 采样频偏; 载波频偏; 正交幅度调制

中图分类号: TN92 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2013)03-0481-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2013.03.011

A Joint Algorithm of Carrier and Sampling Frequency Offset Correction for High Order QAM Modulated OFDM Signals

LIU Tian¹, YANG Lin², DENG Kai³, TANG You-xi¹, ZHUANG Jia-min⁴

(1. National Key Lab of Science and Technology on Communications, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 611731, China;

2. Shanghai Institute of Satellite Engineering, Shanghai 200240, China;

3. School of Physics and Electronic Engineering, Yibin University, Yibin, Sichuan 644000, China;

4. Sichuan Electric Power Corporation, Chengdu, Sichuan 610023, China)

Abstract: In higher order quadrature amplitude modulation (QAM) orthogonal frequency-division multiplexing (OFDM) system, the distribution of high-density constellation becomes more sensitive to carrier frequency offset (CFO) and sampling frequency offset (SFO). In this paper, the impact of frequency synchronization errors on high order QAM modulated OFDM signal is analyzed under both time-invariant multipath channel and multipath Rician fading channel, and an algorithm to jointly correct both CFO and SFO is proposed. A closed-form formula for the mean square error (MSE) of the estimation is given by the theoretical analysis and its reasonability is verified by simulation results.

Key words: high order; OFDM; SFO; CFO; QAM

1 引言

为了在多径衰落信道中获取高频谱利用率, 采用高阶 QAM (Quadrature Amplitude Modulation) 结合 OFDM (Orthogonal Frequency-Division Multiplexing) 的技术方案已被多种数字通信标准所采用, 尤其在 DVB-C2^[1] 中 QAM 阶数已提高到 4096. 然而, OFDM 对系统频偏敏感的固有缺点^[2] 却限制了调制阶数进一步提高, 因为高阶 QAM 密集的星座点分布更容易受到系统频偏的影响. 对系统频偏的处理包含对载波频偏 (CFO) 和采样频偏 (SFO) 的估计与纠正.

频偏估计的传统方法是分别估计 SFO 和 CFO^[3]; 联

合估计 CFO 和 SFO 的方法主要分为最大似然联合估计^[4,5] 和导引子载波差分^[6,7] 的方法, 前者复杂度太高, 后者利于实现却对导引位置安排提出了严格的限制: 不但要求相邻 OFDM 符号导引位置相同, 而且要求导引位置关于零频对称^[8]; 然而, OFDM 系统最优导引位置却不一定满足该条件^[9].

在频偏的纠正策略上, 一类方法是将频偏的影响看作信道响应的一部分^[10], 这类方法会增加导引子载波开销; 另一类方法是获得频偏估计值后, 在时域调整采样时间同时补偿 CFO^[7]; 然而, 该方法没有考虑频偏纠正的残留误差仍然会对后续处理, 尤其是对高阶 QAM 的解调性能造成影响.

另外,针对高阶 QAM OFDM 系统的频率同步研究甚少.文献[11,12]只考虑了 64-QAM 调制下的 CFO 纠正;文献[13]给出 CFO 不能大于子载波间隔 1% 的结论,但该结论仅限于 256-QAM 并且与仿真参数紧密相关,不具有普遍意义.对于更高阶的 QAM 调制,现有研究并没有给出相关成果,尤其当 QAM 阶数高达 4096 时,密集的星座点分布能够容忍多大的系统频偏,尚无定量分析.

因此,本文针对高阶 QAM 调制的 OFDM 系统,分析了 CFO 和 SFO 对系统性能的影响,提出了一种 CFO 和 SFO 联合纠正方法,并从数值分析和仿真两方面验证了其频偏纠正精度可以满足高阶 QAM 的应用需求.该方法无需限制导引子载波位置,在非对称的导引图案下,比常规方法具有更高的估计精度.

2 信号模型

采用 QAM 调制的 OFDM 系统中, N_a 个 QAM 调制符号通过快速傅里叶逆变换 (IFFT) 映射到 N 个子载波上 ($N_a < N$). IFFT 结果的后 N_g 个采样点被用来形成循环前缀 (CP), 采样时间为 T_s . $N_s = N + N_g$ 个采样点作为一个完整的 OFDM 符号, 经过数模转换和上变频后发射, 由多径信道传播后到达接收机.

本文分别考虑固定和低速移动两类应用场景, 并分别将信道特性建模为时不变多径信道和块衰落 (block fading)^[14] 多径信道, 同时假设衰落幅度服从 Rician 分布.

假设在接收机侧, 信道估计、时间同步及载波频率粗同步都已经利用前导 (preamble) 完成^[5]. 定义 Δf 表示载波频率粗同步之后的残留 CFO (RCFO, Residual CFO), T_s 表示接收机采样时间, $\epsilon = NT_s \Delta f$ 表示归一化 RCFO, $\delta = \frac{(T'_s - T_s)}{T_s}$ 表示归一化的 SFO, 则 FFT 之后的第 l 个 OFDM 符号的第 k 个子载波可以表示为^[2]:

$$Y_{l,k} = H_{l,k} a_{l,k} \frac{\sin(\pi\eta)}{N \sin(\pi\eta/N)} e^{j\frac{2\pi(lN + N_g)\eta}{N}} e^{j\pi\frac{N-1}{N}\eta} + C_{l,k} + W_{l,k} \quad (1)$$

其中, j 为虚数符号; $l = 0, 1, \dots, L-1$; $k = 0, 1, \dots, N-1$; $\eta = kd + \epsilon$; $a_{l,k}$, $H_{l,k}$, $C_{l,k}$ 和 $W_{l,k}$ 分别表示第 l 个 OFDM 符号的第 k 个子载波上的调制符号、信道频率响应、载波间干扰以及零均值加性复高斯白噪声采样, 方差为 σ_w^2 .

3 频率同步误差对高阶 QAM 的影响分析

3.1 高阶 QAM 调制可容忍的相位偏差

RCFO 和 SFO 都会导致相位偏差, 本节对加性高斯白噪声 (AWGN) 信道中, 高阶 QAM 调制可容忍的相位偏差进行定量分析. 考虑格雷编码的 QAM 星座, M 阶

QAM 信号受载波相位偏差 θ 影响的误比特率 (BER, Bit Error Rate) $P_b(\theta)$ 为^[15]:

$$P_b(\theta) = \frac{4}{M \log_2(M)} \sum_{n,l} Q \{ A [l + (1-l) \cos\theta - n \sin\theta] \} - \frac{4}{M \log_2(M)} \sum_{k,l} Q \{ A [k + (1-k) \cos\theta + (l-1) \sin\theta] \} \times Q \{ A [l + (1-l) \cos\theta - (k-1) \sin\theta] \} \quad (2)$$

其中, $n = \pm 1, \pm 3, \dots, \pm(\sqrt{M}-1)$; $k, l = 0, \pm 2, \pm 4, \dots, \pm(\sqrt{M}-2)$; $Q \{ x \} = \int_x^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-y^2/2} dy$. 对于 $M = 256, 1024, 4096$ 的不同情况, A 分别为 $\sqrt{8E_b/85N_0}$ 、 $\sqrt{10E_b/341N_0}$ 和 $\sqrt{4E_b/455N_0}$.

表 1 分别针对几种高阶 QAM 调制, 给出了达到 1×10^{-4} 的 BER 所需的 E_s/N_0 门限与 θ 的关系. E_s/N_0 表示 QAM 调制的符号信噪比, E_s/N_0 与式 (2) 中 E_b/N_0 的换算关系定义为:

$$E_s/N_0(\text{dB}) = E_b/N_0(\text{dB}) + 10 \times \log_{10}(\log_2 M) \quad (3)$$

从表 1 可以看出, 达到 $\text{BER} \leq 1 \times 10^{-4}$ 所需的 E_s/N_0 门限随着相位偏差增加相应提高, QAM 阶数越高, 门限提高的速率越快. 当相位偏差超过某个临界点时 (对于 4096-QAM 来说这个临界点大约在 $0.8 \sim 0.9$ 度之间), 达到 1×10^{-4} 的 BER 需要的 E_s/N_0 将迅速增加, 其原因是 BER 性能曲线已经出现平台. 所以当 θ 超过 1 度, 无论怎样提高 E_s/N_0 , 4096-QAM 的 BER 也不可能下降到 1×10^{-4} . 假设系统允许的信噪比损失为 1dB, 则 256-QAM、1024-QAM 和 4096-QAM 能容忍的相位偏差依次为 1 度、0.5 度和 0.25 度.

由式 (1) 可以看出, 由 SFO 和 RCFO 引入的相位旋转会随着 l 增大, 从而导致相位偏差. 根据本节的结论, 对 4096-QAM 来说, 频率同步算法必须保证相位偏差始终小于 0.25 度.

表 1 不同 QAM 调制阶数下相位偏差对信噪比门限的影响

相位偏差(度)	E_s/N_0 门限 (dB)		
	256-QAM	1024-QAM	4096-QAM
0.0	30	36	42.0
0.2	—	—	42.5
0.4	—	—	45.0
0.6	—	37.5	48.5
0.7	30.5	38	51.5
0.8	—	—	56.5
0.9	—	39.5	81.0
1.0	31	40	+∞

3.2 高阶 QAM 调制下可容忍的频率偏差

RCFO 和 SFO 会引起 ICI, 从而带来 E_s/N_0 损失, 可按式定量计算^[10,16]:

$$D_k = D_\epsilon + D_\delta^k = \underbrace{\frac{10}{31\log_{10}}(\pi\epsilon)^2 \frac{E_s}{N_0}}_{D_\epsilon} + \underbrace{10\log_{10}\left(1 + \frac{\pi}{3} \frac{E_s}{N_0} (k\delta)^2\right)}_{D_\delta^k} \quad (4)$$

其中, D_k 为子载波 k 上 E_s/N_0 损失, 分别由归一化 RCFO 和 SFO 产生, 记为 D_ϵ 和 D_δ^k 。

图 1、图 2 分别给出了归一化 RCFO 和 SFO 产生的信噪比损失. 其中 E_s/N_0 根据表 1, 按照 θ 等于 0 的情况选取. 可见, D_k 随着频偏和调制阶数的增加迅速恶化. 假设系统链路预算允许的 D_ϵ 和 D_δ^k 都为 1dB, 则 40dB 的 E_s/N_0 下, 4096-QAM 能容忍的最大 ϵ 和 δ 分别为 2×10^{-3} 和 4ppm.

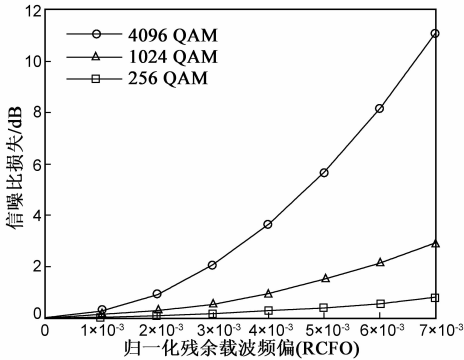


图1 归一化载波频偏引起的信噪比损失

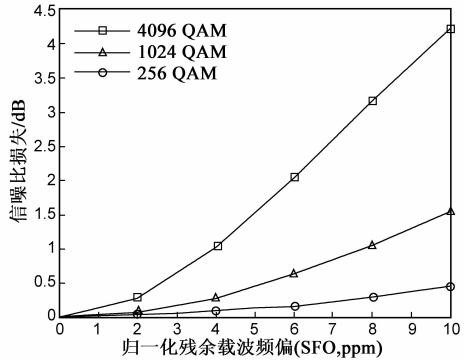


图2 归一化采样频偏引起的信噪比损失

4 载波与采样频偏联合纠正的方法

4.1 系统框图

如图 3 所示, 接收机频率同步分为四个步骤.

步骤 1 FFT 之前的 CFO 纠正. 其中, CFO 由两部分构成. 分别是 CFO 粗估计值和 RCFO 估计值. 这两部分的和作为总的 CFO.

步骤 2 RCFO 和 SFO 联合估计. RCFO 估计结果 $\hat{\epsilon}$ 反馈给步骤 1, SFO 估计结果 $\hat{\delta}$ 提交给步骤 3.

步骤 3 基于自动频率控制 (AFC, Automatic Frequency Control) 环路实现定时恢复.

步骤 4 AFC 达到稳态跟踪之后, 进一步对残留相位偏差进行跟踪.

4.2 RCFO 和 SFO 联合估计

如图 3 所示, $Y_{l,k}$ 经过单抽头信道均衡器. 本文假设理想信道估计 (在性能仿真部分将评估迫零 (ZF, Zero Forcing) 信道估计在块衰落多径 Rician 信道中带来的性能损失). 均衡器输出可表示为:

$$R_{l,k} = a_{l,k} e^{j\frac{2\pi(lN_s + N_g)\eta}{N}} + \frac{C_{l,k}}{\hat{H}_{l,k}} + \frac{W_{l,k}}{\hat{H}_{l,k}} \quad (5)$$

其中, $\hat{H}_{l,k}$ 是第 l 个 OFDM 符号的第 k 个子载波上的理想信道估计值, 且 $\hat{H}_{l,k} = H_{l,k} \frac{\sin(\pi\eta)}{N\sin(\frac{\pi\eta}{N})} e^{j\pi\frac{N-1}{N}\eta}$.

对于导引子载波, $a_{l,k}$ 为已知. 从 $R_{l,k}$ 中剥离导引符号 $a_{l,k}$, 得到 $P_{l,k}$,

$$P_{l,k} = e^{j\frac{2\pi(lN_s + N_g)\eta}{N}} + \frac{C_{l,k}}{a_{l,k}\hat{H}_{l,k}} + \frac{W_{l,k}}{a_{l,k}\hat{H}_{l,k}} \quad (6)$$

将 $\eta = k\delta + \epsilon$ 带入式 (6), 再对 $P_{l,k}$ 取相角, 得到 $\phi_l(k)$:

$$\phi_l(k) = \frac{2\pi(lN_s + N_g)(k\delta + \epsilon)}{N} + z_{l,k} = kx_l + y_l + z_{l,k} \quad (7)$$

其中, $z_{l,k}$ 为加性噪声, $x_l = 2\pi\delta(lN_s + N_g)/N$, $y_l = 2\pi\epsilon(lN_s + N_g)/N$.

假设第 l 个 OFDM 符号的 M_l 个导引子载波位置集合为 $[k_1, k_2, \dots, k_{M_l}]$, 定义矩阵 $\Phi_l = [\phi_l(k_1), \phi_l(k_2), \dots, \phi_l(k_{M_l})]^T$ 和 $\mathbf{K} = \begin{pmatrix} k_1 & k_2 & \dots & k_{M_l} \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix}^T$. 实际系统一般都能满足 $M_l > 2$, 因此 x_l 和 y_l 的估计可由最小二乘法得到:

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_l \\ \hat{y}_l \end{bmatrix} = (\mathbf{K}^T \mathbf{K})^{-1} \mathbf{K}^T \Phi_l \quad (8)$$

对不同 OFDM 符号的 \hat{x}_l 和 \hat{y}_l 分别进行差分操作, 得到 δ 和 ϵ 的估计结果为

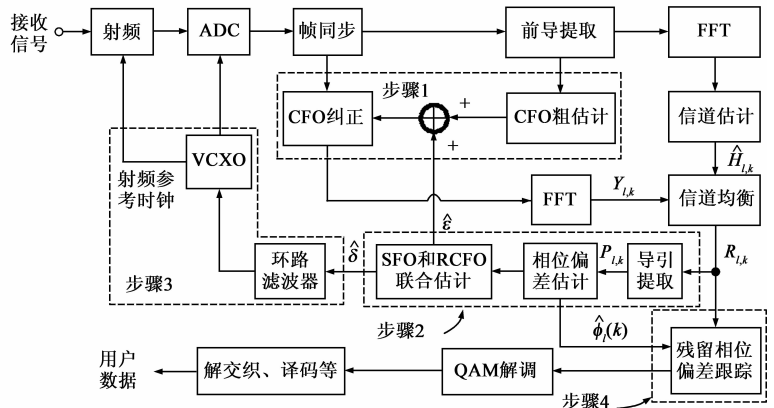


图3 接收机模型

$$\hat{\delta}_l = \frac{N}{2\pi DN_s} (\hat{x}_{l+D} - \hat{x}_l) \quad (9)$$

$$\hat{\epsilon}_l = \frac{N}{2\pi DN_s} (\hat{y}_{l+D} - \hat{y}_l)$$

其中, $D = 1, 2, \dots$ 是时间间隔, 不失一般性下文取 $D = 1$. $\hat{\delta}_l$ 和 $\hat{\epsilon}_l$ 可关于 l 平滑以提高估计精度, 得 $\hat{\delta}$ 和 $\hat{\epsilon}$.

值得一提的是, $\hat{\delta}_l$ 与 $\hat{\epsilon}_l$ 的获取与每个 OFDM 符号的导引图案及导引数目均无关, 相对于文献[8]等有更强的通用性. 另外, 式中的 $(\mathbf{K}^T \mathbf{K})^{-1} \mathbf{K}^T$ 为常数, 不需要实时计算.

4.3 AFC 与残留相位偏差跟踪

4.3.1 AFC 跟踪

采样频偏随时间的累积效应体现为持续增长的定时偏差, 将导致 FFT 窗口偏离正确位置. 实现定时恢复有开环^[10]和闭环^[7]两种方式. 其中, 开环方式存在两个固有缺陷: 一方面, 式描述的 E_s/N_0 损失不会减少; 另一方面, 接收机需要不停判断并执行“剥去/填充”采样点的操作, 从而效率低下.

相对而言, 闭环跟踪模式直接改变信号采样率, 不但简化了后续处理, 而且从根源处抑制了 ICI 的产生. 因此, 本文采用基于 AFC 的闭环跟踪方式实现定时恢

$$E[\|\hat{\delta}_l - \delta\|^2] = E\left[\left\|\frac{\left(\sum_{i=1}^{M_l} k_i\right)\left(\sum_{i=1}^{M_l} z_{l+1}(k_i) - \sum_{i=1}^{M_l} z_l(k_i)\right) - M_l\left(\sum_{i=1}^{M_l} k_i z_{l+1}(k_i) - \sum_{i=1}^{M_l} k_i z_l(k_i)\right)}{\left(\frac{2\pi N_s}{N}\right) \times \left(\left(\sum_{i=1}^{M_l} k_i\right)^2 - M_l \sum_{i=1}^{M_l} k_i^2\right)}\right\|^2\right] \quad (10)$$

MSE 与噪声 $z_l(k)$ 的统计特性有关. 当 RCFO 和 SFO 较小时, 式(6)中 $C_{l,k}$ 相对 $W_{l,k}$ 可以忽略^[6] 且 $\frac{\sin(\pi\eta)}{N\sin(\pi\eta/N)} \approx 1$, 有

$$P_{l,k} \approx e^{j\frac{2\pi(lN_s + N_s)\eta}{N}} + \frac{W_{l,k}}{a_{l,k}\hat{H}_{l,k}} = e^{j\frac{2\pi(lN_s + N_s)\eta}{N}} (1 + \hat{W}_{l,k}) \quad (11)$$

高信噪比时, $P_{l,k}$ 相位中包含的噪声 $z_l(k) \approx \tilde{W}_{l,k}^Q$ ^[6], 其中, $\tilde{W}_{l,k}^Q$ 是 $\tilde{W}_{l,k}$ 的虚部, 导引子载波 $a_{l,k}$ 为确

知变量且 $\|a_{l,k}\|^2 = 1$, $\hat{W}_{l,k} = \frac{W_{l,k} e^{-j\frac{2\pi(lN_s + N_s)\eta}{N}}}{(a_{l,k}\hat{H}_{l,k})}$. 下面分别针对两种信道模型分析估计的 MSE.

4.4.1.1 时不变多径信道

在时不变多径信道假设下, $\|H_{l,k}\|$ 为固定变量, 下文忽略下标 l , 考虑信道的总功率增益归一化. $E[\|z_l(k)\|^2]$ 与具体 l, k 有关:

$$E[\|z_l(k)\|^2] = E[\|\tilde{W}_{l,k}^Q\|^2] = E[\|\tilde{W}_{l,k}\|^2/2]$$

$$= \frac{1}{2} \sigma_W^2 / \|\hat{H}_k\|^2 \quad (12)$$

由 $E[z_l(k_i) z_{l+1}^*(k_i)] = 0$ 和 $E[z_l(k_i) z_l^*(k_p)] = 0$,

复. 如图 3 步骤 3, 其中环路滤波器的设计可参考文献[7], 本文不再讨论环路细节.

4.3.2 残留相位偏差跟踪

即使 AFC 跟踪进入稳态, 收发系统之间依然存在残余采样频偏 (RSFO, Residual SFO). 这是因为收发信机的晶振频偏会随时间和温度发生改变, 同时接收机改变输入采样率的精度有限. 举例说明, 假设控制精度为 0.3ppm, 且 $N = 2048$, $N_g = 32$, 根据式容易计算, 经过 9 个 OFDM 符号后, 在 $k = 1000$ 的子载波上相位旋转已超过 1 度, 严重超出了 3.1 节所分析的 4096-QAM 容忍范围.

因此, 在 AFC 达到稳态跟踪的基础上, 还要进行相位偏差的跟踪 (图 3 步骤 4). 首先, 利用式(7)的结果计算 OFDM 符号所有子载波的相位旋转 $\hat{\phi}_l(k) = k\hat{x}_l + \hat{y}_l$, $k = 0, 1, \dots, N-1$, 其次, 通过乘以 $e^{-j\hat{\phi}_l(k)}$, 对每个数据子载波进行相位偏差消除.

4.4 频偏估计 MSE 分析

4.4.1 SFO 估计 MSE 分析

由式(7)~(9)可证明 SFO 和 RCFO 估计都是无偏的, 且估计的均方误差为:

$$E[\|\hat{\delta}_l - \delta\|^2] = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{N}{2\pi N_s}\right)^2 \times \left(\left(\sum_{i=1}^{M_l} k_i\right)^2 - M_l \sum_{i=1}^{M_l} k_i^2\right)^{-2}$$

$$\times \left(M_l^2 \left(\sum_{i=1}^{M_l} \frac{k_i^2}{\|\hat{H}_{l,k_i}\|^2}\right) - 2M_l \left(\sum_{i=1}^{M_l} k_i\right) \left(\sum_{i=1}^{M_l} \frac{k_i}{\|H_{l,k_i}\|^2}\right) + \left(\sum_{i=1}^{M_l} k_i\right)^2 \left(\sum_{i=1}^{M_l} \frac{1}{\|\hat{H}_{l,k_i}\|^2}\right)\right) \quad (13)$$

其中, $\gamma = \frac{1}{\sigma_W^2}$ 是接收机的平均信噪比.

4.4.1.2 块衰落多径 Rician 信道

多径 Rician 衰落模型包含 L_T 条径, 第一条径存在 LOS (Line-Of-Sight) 分量, 由 Rician K 因子 K_T 表征, 其余各径只包含散射分量. 在满足块衰落假设的持续时间内, 忽略 $\|H_{l,k}\|$ 的下标 l , $\|H_k\|$ 服从 Rician 分布且具有相同的方差和 Rician K 因子 K_{SC} ^[17], 由式(14)计算.

$$K_{SC} = \frac{K_T \Omega_0 / (1 + K_T)}{\Omega_0 / (1 + K_T) + \sum_{m=1}^{L_T-1} \Omega_m} \quad (14)$$

其中, Ω_m , $m = 0, 1, \dots, L_T - 1$ 是每条径的功率增益, 考

考虑信道的总功率增益归一化,有 $E[\|\hat{H}_k\|^2] = \sum_{m=0}^{L_r-1} \Omega_m = 1$. $\|\hat{H}_k\|$ 的概率密度函数 $f_X(x)$ 为:

$$f_X(x) = 2x(1 + K_{SC})e^{-K_{SC} - x^2(1 + K_{SC})} \cdot I_0(2x\sqrt{K_{SC}(1 + K_{SC})}), x \geq 0 \quad (15)$$

其中, $I_0(x)$ 是零阶修正 Bessel 函数.

因为 \hat{H}_k 和 $W_{l,k}$ 的实部和虚部分别具有相同的概率密度函数,容易证明

$$E[\|z_l(k)\|^2] = E[\|\tilde{W}_{l,k}\|^2/2] = \frac{1}{2}\sigma_w^2 E[1/\|\hat{H}_k\|^2] \quad (16)$$

式(10)可化简为

$$E[\|\hat{\delta}_l - \delta\|^2] = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{N}{2\pi N_s} \right)^2 \frac{M_l^2 \left(\sum_{i=1}^{M_l} k_i^2 \right) - M_l \left(\sum_{i=1}^{M_l} k_i \right)^2}{\left(\left(\sum_{i=1}^{M_l} k_i \right)^2 - M_l \sum_{i=1}^{M_l} k_i^2 \right)^2} \times E[1/\|\hat{H}_k\|^2] \quad (17)$$

若考虑 $\|\hat{H}_k\| \in [0, +\infty)$, 则 $E[1/\|\hat{H}_k\|^2] \rightarrow \infty$. 然而结合实际信道特性,我们只需考虑通信持续的绝大部分时间,衰落幅度 $\|H_k\|$ 高于门限 ρ_{\min} 的情况. Rician 分布 $\|H_k\|$ 小于门限 ρ_{\min} 的概率为 $1 - Q_1\left(\frac{s}{\sigma}, \frac{\rho_{\min}}{\sigma}\right)$, 其中, $s = \sqrt{K_{SC}/(1 + K_{SC})}$, $\sigma = \sqrt{1/(2 + 2K_{SC})}$, $Q_1(a, b)$ 是广义 Marcum's Q 函数^[18].

取 $\rho_{\min} = 10^{-3}$, 容易计算,即使 $K_{SC} = 0$, $\|H_k\| < \rho_{\min}$ 的概率也只有 9.9×10^{-7} . 其物理意义是信道出现超过 60dB 深衰落的概率小于百万分之一,因此忽略小概率事件,在定义域 $(\rho_{\min}, +\infty)$ 上,有

$$E[1/\|\hat{H}_k\|^2] = \int_{\rho_{\min}}^{\infty} \frac{1}{x^2} 2x(1 + K_{SC})e^{-K_{SC} - x^2(1 + K_{SC})} I_0(2x\sqrt{K_{SC}(1 + K_{SC})}) dx = \Psi(\rho_{\min}, K_{SC}) \quad (18)$$

其中,给定信道模型后, $\Psi(\rho_{\min}, K_{SC})$ 为一个常数.

由式(17)、式(18)可得

$$E[\|\hat{\delta}_l - \delta\|^2] = \left(\frac{N}{2\pi N_s} \right)^2 \frac{M_l^2 \left(\sum_{i=1}^{M_l} k_i^2 \right) - M_l \left(\sum_{i=1}^{M_l} k_i \right)^2}{\left(\left(\sum_{i=1}^{M_l} k_i \right)^2 - M_l \sum_{i=1}^{M_l} k_i^2 \right)^2} \cdot \left(\frac{\Psi(\rho_{\min}, K_{SC})}{\gamma} \right) \quad (19)$$

4.4.2 RCFO 估计 MSE 分析

用类似 4.4.1 节的方法,可以得到在时不变多径信道中,RCFO 估计的 MSE 为:

$$E[\|\hat{\epsilon}_l - \epsilon\|^2] = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{N}{2\pi N_s} \right)^2 \times \left(\left(\sum_{i=1}^{M_l} k_i \right)^2 - M_l \sum_{i=1}^{M_l} k_i^2 \right)^{-2} \times$$

$$\left(\sum_{i=1}^{M_l} k_i \right)^2 \left(\sum_{i=1}^{M_l} \frac{k_i^2}{\|\hat{H}_{l,k}\|^2} \right) - 2 \left(\sum_{i=1}^{M_l} k_i \right) \left(\sum_{i=1}^{M_l} k_i^2 \right) \left(\sum_{i=1}^{M_l} \frac{k_i}{\|\hat{H}_{l,k}\|^2} \right) + \left(\sum_{i=1}^{M_l} k_i^2 \right)^2 \left(\sum_{i=1}^{M_l} \frac{1}{\|\hat{H}_{l,k}\|^2} \right) \quad (20)$$

相应的在块衰落多径 Rician 信道下,RCFO 估计的 MSE 为

$$E[\|\hat{\epsilon}_l - \epsilon\|^2] = \left(\frac{N}{2\pi N_s} \right)^2 \frac{M_l \left(\sum_{i=1}^{M_l} k_i^2 \right)^2 - \left(\sum_{i=1}^{M_l} k_i \right)^2 \left(\sum_{i=1}^{M_l} k_i^2 \right)}{\left(\left(\sum_{i=1}^{M_l} k_i \right)^2 - M_l \sum_{i=1}^{M_l} k_i^2 \right)^2} \cdot \left(\frac{\Psi(\rho_{\min}, K_{SC})}{\gamma} \right) \quad (21)$$

4.5 相位偏差跟踪复杂度化简

本文 4.3.2 节描述了相位偏差跟踪方法,然而,相位旋转量 $e^{-j\hat{\beta}_l(k)}$ 的计算需要 N 次复数乘法、 N 次加法以及 N 次调用指数函数 $\exp(-jx)$, $x \in R$. 当 N 较大时,计算复杂度不可忽视.

本节提出一种基于“折线近似”的化简策略,可按式(22)计算相位旋转量,从而将复杂度降低到原算法的 $1/S$.

$$e^{-j\hat{\beta}_l(k)} = e^{-j(\hat{\alpha}_l k' + \hat{\gamma}_l)}, k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (22)$$

其中, $k' = \lfloor k/S \rfloor + \lfloor S/2 \rfloor$, $\lfloor \cdot \rfloor$ 表示向下取整, S 定义为量化步进. 本文将在性能仿真部分分析 S 对 BER 性能的影响.

5 数值和仿真结果

本文所有的仿真结果都基于蒙特卡罗仿真模拟得出,仿真参数见表 2. 频偏估计都是“单次”估计的结果,即估计值之间未进行平滑处理. 为了与传统方法比较,仿真中每个 OFDM 符号导引位置相同,除了图 5 比较了两种导引子载波图案之外,其余仿真都基于图案 1.

图 4 分别对 RCFO 和 SFO 估计的归一化 MSE 的数

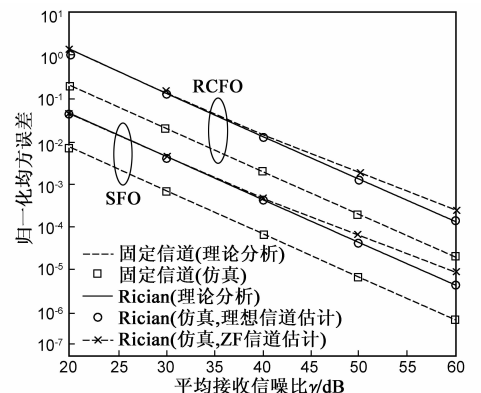


图4 不同信道模型时的频偏估计归一化均方误差

表 2 仿真参数设置

仿真参数	取值		
OFDM 参数	子载波带宽为 15kHz;子载波总数为 1860; FFT 长度 2048;循环前缀为 32 个采样点		
归一化 RCFO 和归一化 SFO	分别为 10×10^{-3} 和 100ppm		
导引子载波图案 1	16 个导引子载波,导引分布关于零频对称 ^[8]		
导引子载波图案 2	16 个导引子载波,导引分布关于零频不对称		
归一化 MSE 定义	$E[\ \hat{\epsilon} - \epsilon\ ^2]/\epsilon^2$ 和 $E[\ \hat{\delta} - \delta\ ^2]/\delta^2$		
时不变多径信道	调制方式	4096-QAM	
	信道模型	相对时延(ns)	[0, 100, 300, 600, 900]
		平均功率增益(dB)	[0, -11, -14, -17, -23]
多径 Rician 信道	调制方式	256-QAM	
	信道模型	第 1 径 Rician 因子	5
		相对时延(ns)	[0, 100, 220, 280]
		平均功率增益(dB)	[0, -4, -15, -30]

值和仿真结果进行了比较.可以看出,在时不变多径信道和 Rician 衰落中,解析计算与仿真结果均吻合较好,从而仿真验证了理论分析的合理性.图 4 给出了接收机采用最简单的 ZF 信道估计时,多径 Rician 信道中频偏估计的 MSE 性能.与理想信道估计相比,ZF 信道估计在低信噪比时对 MSE 的影响可忽略,而在高信噪比(如 60dB)时会带来约 2dB 的 MSE 性能恶化.这是因为随着信噪比提高,信道估计误差逐步取代高斯白噪声,成为频偏估计精度损失的主要来源.

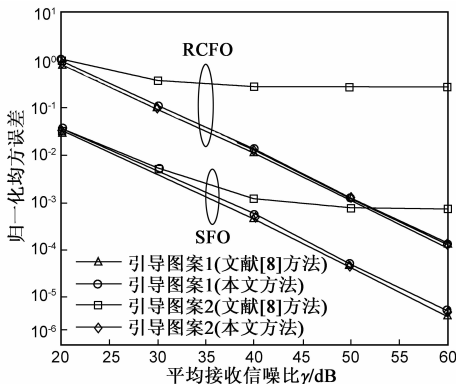


图 5 多径 Rician 信道不同导引图案的频偏估计性能

另外,由归一化 MSE 的定义可计算 40dB 时,本文在 Rician 信道下对 RCFO 和 SFO 单次估计误差的标准差分别为 $\sqrt{E[\|\hat{\epsilon} - \epsilon\|^2]} = 1 \times 10^{-3}$, 和 $\sqrt{E[\|\hat{\delta} - \delta\|^2]} = 2\text{ppm}$,这与 3.2 节要求的量级相当.实际应用中, $\hat{\delta}_l$ 和 $\hat{\epsilon}_l$

关于 l 平滑后,容易满足 3.2 节的要求.

图 5 针对表 2 的两种导引图案分别给出了 RCFO 和 SFO 估计的 MSE 性能.对于精心安排的导引位置(导引图案 1),本文提出的估计方法和文献[8]具有相当接近的 MSE;而对于导引图案 2,文献[8]的方法退化为其文中描述的传统方法,随信噪比的提高 MSE 出现平台.因此本文提出的估计方法对不同导引图案均有稳健的估计性能.

图 6 仿真了块衰落 Rician 信道在不同接收信噪比下,导引子载波个数与 MSE 的关系.可以看出对于不同信噪比,当导引达到一定数量后,MSE 性能都趋于平缓,此时再增加导引个数对提高估计精度意义不大.

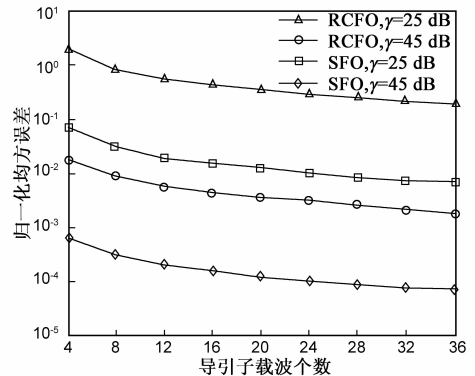


图 6 多径 Rician 信道下导引子载波数对频偏估计性能的影响

图 7 分别仿真了时不变多径信道和块衰落多径 Rician 信道的 BER 性能曲线.在 Rician 信道中,当接收机已知信道信息时,频偏纠正后的 BER 性能相对于 256-QAM 相干检测的 BER 理论曲线,差异小于 1dB;作为比较,图 7 也给出了 256-QAM 采用 ZF 信道估计的 BER 性能曲线;当 S 取 32 时,基于“折线近似”的复杂度简化带来的性能损失约 0.5dB.在时不变多径信道中,图 7 给出理想信道估计下,频偏纠正后 4096-QAM 调制的 BER 性能.仿真结果表明,在时不变多径信道中,频偏纠正的精度使 BER 性能与无频偏时的性能基本一致,故验证了本文方法可以满足 4096-QAM 的应用需求.

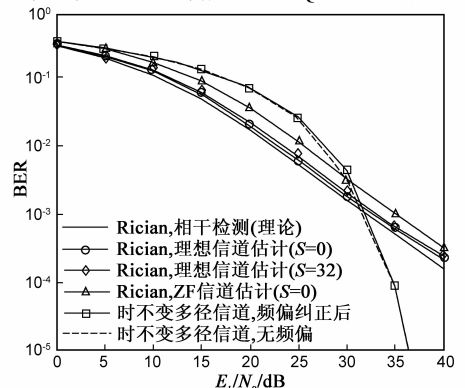


图 7 不同信道模型下频偏纠正后的 BER 性能比较

6 结论

本文分析了高阶 QAM 调制下, OFDM 系统可容忍的频率同步误差容限, 并给出了一种优化的频率同步方法. 通过与现有方法对比, 说明了该方法在性能及通用性等方面的优点, 并从数值分析和仿真两方面, 验证了该方法能达到的频率同步精度完全可以支持高阶 QAM 的应用需求. 本文以小于 0.5dB 的 BER 性能损失为代价, 给出了利于工程实现的化简, 使该同步技术在采用高阶 QAM 的高频谱效率应用中具有现实意义.

参考文献

- [1] ETSI EN 302 769 V1.2.1 (2011-04), Digital Video Broadcasting (DVB): Frame Structure Channel Coding And Modulation For A Second Generation Digital Transmission System For Cable Systems (DVB-C2)[S].
- [2] MORELLI M, IMBARLINA G, MORETTI M. Estimation of residual carrier and sampling frequency offsets in OFDM-SDMA uplink transmissions[J]. IEEE Trans on Wireless Communications, 2010, 9(2): 734 – 744.
- [3] 郑来波, 胡健栋. OFDM 系统中基于导符号和判决数据的频率跟踪环路[J]. 电子学报, 2006, 34(1): 127 – 130.
Zheng Lai-bo, HU Jian-dong. The Frequency tracking loop for OFDM systems based on pilot symbols and decision data[J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(1): 127 – 130. (in Chinese)
- [4] 曹雪虹. OFDM 系统中的联合同步和信道估计[J]. 电子学报, 2006, 34(3): 508 – 512.
CAO Xue-hong. Combined synchronization and channel estimation for OFDM[J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(3): 508 – 512. (in Chinese)
- [5] MORELLI M, et al. Fine carrier and sampling frequency synchronization in OFDM systems[J]. IEEE Trans on Wireless Communications, 2010, 9(4): 1514 – 1524.
- [6] YOU Young Hwan, LEE kyung Taek. Accurate pilot-aided sampling frequency offset estimation scheme for DRM broadcasting systems[J]. IEEE Trans on Broadcasting, 2010, 56(4): 558 – 563.
- [7] FECHTEL S A. OFDM carrier and sampling frequency synchronization and its performance on stationary and mobile channels[J]. IEEE Trans on Consumer Electronics, 2000, 46(3): 438 – 441.
- [8] YOU Young Hwan, KIM JoonBeom, SONG Hyoung Kyu. Pilot-assisted fine frequency synchronization for OFDM-based DVB receivers[J]. IEEE Trans on Broadcasting, 2009, 55(3): 674 – 678.
- [9] HAN Li-zhong, WU Bing-yang. DCT-based channel estimation for wireless OFDM systems with the hexagonal pilot pattern [A]. XU You-yun. International Conference on Wireless Communications and Signal Processing [C]. Suzhou, China: IEEE, 2010. 1 – 5.
- [10] POLLET T, et al. The BER performance of OFDM systems using non-synchronized sampling [A]. LEE K Y. Global Telecommunications Conference [C]. San Francisco, CA: IEEE, 1994. 253 – 257.
- [11] 戈立军, 赵迎新, 等. MQAM-OFDM 系统中降低峰均比与残余载波频偏同步联合算法[J]. 电子学报, 2011, 39(1): 168 – 171.
GE Li-ju, ZHAO Ying-xin, et al. Joint PAPR reduction and residual CFO synchronization for MQAM-OFDM systems[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(1): 168 – 171. (in Chinese)
- [12] KIM K Y, ZOU Q, CHOI H J, et al. An efficient carrier phase synchronization technique for high-order M-QAMOFDM[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2008, 56(8): 3789 – 3794.
- [13] NASSER Y, et al. Robustness of MIMO-OFDM schemes for future digital TV to carrier frequency offset[A]. COSMAS J. IEEE International Symposium on Broadband Multimedia System and Broadcasting [C]. Las Vegas, NV: IEEE, 2008. 1 – 4.
- [14] KANNU A P, SCHNITER, P. On communication over unknown sparse frequency-selective block-fading channels[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2011, 57(10): 6619 – 6632.
- [15] SIMON M, SMITH J. Carrier synchronization and detection of QASK signal sets[J]. IEEE Trans on Communications, 1974, 22(2): 98 – 106.
- [16] POLLET T, et al. BER sensitivity of OFDM systems to carrier frequency offset and Wiener phase noise[J]. IEEE Trans on Communications, 1995, 43(234): 191 – 193.
- [17] SONG Zhe-feng, et al. Joint bit-loading and power-allocation for OFDM systems based on statistical frequency-domain fading model[A]. VALKEALAHTI K. Vehicular Technology Conference [C]. Vancouver, BC, Canada: IEEE, 2002. 724 – 728.
- [18] HERATH S P, RAJATHEVA N, TELLAMBURA C. Energy detection of unknown signals in fading and diversity reception [J]. IEEE Trans on Communications, 2011, 59(9): 2443 – 2453.

作者简介

刘 田 男, 1981 年出生于四川省成都市, 电子科技大学通信抗干扰技术国家重点实验室博士研究生, 主要从事 OFDM、分布式 MIMO 方向的研究.

E-mail: liutian@uestc.edu.cn

杨 琳 女, 1987 年出生于贵州省遵义市, 2012 年毕业于电子科技大学通信抗干扰技术国家重点实验室, 获硕士学位. 主要从事 OFDM 多载波技术的研究.

E-mail: yanglin1010@uestc.edu.cn