

# 基于复指数基扩展模型的抑制 Gibbs 效应的 时变无线信道估计

杨小平, 顾亚平, 张 俊

(中国科学院声学研究所东海研究站, 上海 200032)

**摘 要:** 复指数基扩展模型(CE-BEM)具有计算简单、不依赖于信道统计特征等优点,广泛地应用于时变信道估计中。但是 CE-BEM 由于 Gibbs 效应存在较大模型误差,本文分析了 CE-BEM 的模型误差以及基线倾斜法对模型误差的影响,提出了一种抑制模型误差的信道估计方法,该方法利用时分复用导频的特征估计出区间上的斜率,再结合基线倾斜法推导了新的数据模型,并给出 LS 算法和 LMMSE 算法。最后通过计算机仿真研究表明:该方法在较高的多普勒频移扩展的情况下有效的降低了关键性采样 CE-BEM 和过采样 CE-BEM 信道估计的 MSE 值,特别是关键性采样 CE-BEM 改善明显。

**关键词:** 信道估计; 复指数基扩展模型; Gibbs 效应; 时分复用导频

**中图分类号:** TP393 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2013)01-0138-06

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2013.01.024

## Mitigating Gibbs Effect Time-Varying Wireless Channel Estimation Based on CE-BEM

YANG Xiao-ping, GU Ya-ping, ZHANG Jun

(Shanghai Acoustics Laboratory, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200032, China)

**Abstract:** Complex Exponential Basis Expansion Model(CE-BEM) has the advantage of simple computation, independence on channel statistics and so on, it is used to time varying of channel estimation widely. But Gibbs effect produces unignored model error of CE-BEM. The paper analyzes the model error and the impact of baseline tilting method, then presents an channel estimator which mitigates the model error, the method estimate the slope of block period, then derives the new data model combined with the baseline tilting method and the LS algorithm and LMMSE algorithm. Computer simulation show that suggested method decreases MSE of critical-sampled CE-BEM and over-sampled CE-BEM in case of higher Doppler frequency shift extension, especially for the critical-sampled CE-BEM, performance is improved considerably.

**Key words:** channel estimation; complex exponential basis expansion model; Gibbs effect; time division multiple pilot

## 1 引言

在高速无线块传输系统中,由于多径传播和多普勒频移扩展,信道呈现频率选择性和时间选择性特性,特别是高速移动的情况下,信道在块内保持不变或者是线性变化不再成立,为了更好的检测和判决信号,需要对时变信道做准确地信道估计。

当归一化多普勒频移扩展较大时,信道在一个传输块内不是线性变化,信道估计需考虑这种非线性时变特征。基扩展模型(Basis Expansion Model, BEM)能精确的描述信道在块内的时变性,近年来得到大量的研究,在已知的基于块的 BEM 模型中,CE-BEM 模型由于它的计算简单并独立于信道的统计特征而得到广泛关注<sup>[1]</sup>。针对 CE-BEM 模型误差较大,文献[2]将 CE-BEM 模型扩展成

过采样 CE-BEM 模型,也称为一般性基扩展模型(GCE-BEM),由于对多普勒频谱进行了过采样,从而减少了模型的误差。但是这两种 CE-BEM 模型在观测区间的边界处,由于 Gibbs 效应引起了较大的模型误差。文献[3]提出了一种通用的抑制 Gibbs 效应的“基线倾斜(Baseline Tilting)法”,但基线的斜率未知,不能直接用于信道的估计中。为了减少模型误差,文献[4]分析了 CE-BEM 误差并提出了一种离散椭圆系列基扩展模型,但是此模型需要已知信道的最大多普勒频率。文献[5]将抑制 Gibbs 效应的“基线倾斜法”方法引入到信道估计中,建立了一种通用的改进型 CE-BEM 模型,新模型一定程度上改善了 CE-BEM 的模型误差。文献[6]针对时变信道的块传输系统,采用时分复用导频方案,在 CE-BEM 模型的基础上,推导出 MSE 最小意义上的最优导频符号,并给出

了基于 CE-BEM 模型的信道估计算法。

由以上的分析,本文结合“基线倾斜法”在时分复用导频的传输方案基础上,提出了一种新的抑制 CE-BEM 模型误差的信道估计方法.该方法根据时分复用导频的结构特征估计出导频处的信道值,进而估计出信道区间上的斜率,根据“基线倾斜法”得到新的数据传输模型,得出基于 CE-BEM 的 LMMSE 算法和 LS 算法.此方法在较高多普勒频移扩展的情况下提高了信道的估计性能。

符号:  $x$ ,  $\mathbf{x}$ , 和  $\mathbf{X}$  分别表示标量,向量和矩阵;上标<sup>H</sup>和<sup>T</sup>表示 Hermitian 和转置; $\mathbf{X}^\dagger$ 表示  $\mathbf{X}$  的广义逆; $\otimes$ 表示矩阵直积; $\mathbf{I}_N$ 表示  $(N \times N)$  的单位阵; $\mathbf{0}_L$ 表示  $L$  个 0 组成的向量; $\lceil x \rceil$ 表示  $x$  向上取整; $\text{diag}(\mathbf{x})$ 表示由向量  $\mathbf{x}$  组成的对角阵; $\text{tr}\{\cdot\}$ 表示取矩阵的迹; $E\{\cdot\}$ 表示取数学平均。

## 2 数据模型

### 2.1 信道模型

离散多径时变信道的时域基带模型为:

$$y(n) = \sum_{l=0}^L h(n;l)x(n-l) + v(n) \quad (1)$$

其中,  $h(n;l)$  表示信道的冲激响应,  $L+1$  为 FIR 信道的阶数,  $x(n)$  表示输入,  $y(n)$  表示输出,  $v(n)$  表示 AWGN 的噪声,假定均值为 0,方差为  $\sigma_v^2$ ,且与信道和输入不相关.  $h(n;l)$  假定为广义平稳高斯随机过程,均值为 0,方差为  $\sigma_h^2$ ,假设满足经典的 Jakes 模型,其时域相关性函数为:

$$R_{h_l}(\tau) = \sigma_h^2 J_0(2\pi F_d T_s \tau); \tau = 0, \pm 1, \dots \quad (2)$$

其中,  $\sigma_l^2$  为各径信道的功率,  $\sigma_l^2 = E[|h(n;l)|^2]$  且归一化  $\sum_{l=0}^L \sigma_l^2 = 1$ ,  $F_d$  为最大多普勒频率,  $T_s$  为符号的采样周期。

在 MSE 最小化准则下,时分复用导频的最优分布为在信号中周期性插入等长度等间隔的导频符号<sup>[6]</sup>. 设输入向量由相等个数的导频子块和数据子块组成,子块的块数为  $P+1$ . 导频子块在输入向量中等间隔分布且长度相同,长度  $\bar{N}_p = 2L+1$ ,导频子块表示为  $[\mathbf{0}_L \ b \ \mathbf{0}_L]^\text{T}$ ,假定数据和导频的平均功率相同并归一化为单位 1,则  $b = \sqrt{(2L+1)}$ . 设第  $p$  个数据子块为  $\mathbf{d}_p$ ,长度为  $\bar{N}_d$ . 那么,输入向量  $\mathbf{x}$  可以表示为  $\mathbf{x} = [\mathbf{d}_0 \ \mathbf{0}_L \ b \ \mathbf{0}_L \ \dots \ \mathbf{d}_p \ \mathbf{0}_L \ b \ \mathbf{0}_L]$ ,输入向量  $\mathbf{x}$  长度  $N$  等于  $(P+1)(\bar{N}_p + \bar{N}_d)$ .

将式(1)写成矩阵的形式:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{v} \quad (3)$$

其中  $\mathbf{H}$  为  $N \times N$  的信道矩阵,由  $h(n;l)$  构成,为一个

下三角的矩阵,每列有  $L+1$  个非零元素并从对角开始,非零处  $[\mathbf{H}]_{i,j} = h(i; i-j)$ ,  $\mathbf{x}$  定义为  $[x(0), \dots, x(N-1)]^\text{T}$ ,  $\mathbf{y}$  定义为  $[y(0), y(1), \dots, y(N-1)]^\text{T}$ ,  $\mathbf{v}$  定义为  $[v(0), v(1), \dots, v(N-1)]^\text{T}$ .

### 2.2 CE-BEM 模型和改进模型分析

BEM 模型用来精确表达时变信道.根据 BEM 模型的基函数不同分为不同的 BEM 模型<sup>[4,9]</sup>,其中广泛应用的 CE-BEM 模型定义为:

$$h(n;l) = \sum_{q=0}^Q c(q;l)e^{jn\omega_q} + \varepsilon(n;l) \quad (4)$$

$$\omega_q = \frac{2\pi}{KN} \left( q - \frac{Q}{2} \right)$$

$$Q \geq 2 \left\lceil F_d K N T_s \right\rceil \quad K \text{ 为整数, } K \geq 1 \quad (5)$$

其中,  $l \in [0:L]$ ,  $q \in [0:Q]$ ,  $c(q;l)$  表示模型的基系数,  $e^{jn\omega_q}$  为模型的基函数.  $Q$  为 CE-BEM 模型的阶,  $\varepsilon(n;l)$  为模型误差,  $K$  为采样因子.假定  $c(q;l)$  在块内为不变,不同块之间变化,基函数保持不变.针对每个数据块需要估计  $N(L+1)$  个信道系数,而基于 BEM 模型的方法,需要估计的参数个数减少为  $(Q+1)(L+1)$  个. BEM 的周期为  $KN$ ,当  $K=1$  时,CE-BEM 模型称为关键性采样 CE-BEM 模型,当  $K>1$  时,称为过采样 CE-BEM 模型。

定义  $(Q+1)(L+1)$  大小的 BEM 系数向量  $\mathbf{c} := [c(0;0), \dots, c(0;L), \dots, c(Q;0), \dots, c(Q;L)]^\text{T}$ ,定义  $N(L+1)$  大小的信道  $\mathbf{h} := [h(0;0), \dots, h(0;L), \dots, h(N-1;0), \dots, h(N-1;L)]^\text{T}$ ,忽略 BEM 模型误差,将式(4)写成矩阵的形式:

$$\mathbf{h} = (\mathbf{B} \otimes \mathbf{I}_{L+1}) \mathbf{c} \quad (6)$$

其中  $\mathbf{B}$  为 BEM 基矩阵,  $[\mathbf{B}]_{m,n} := e^{jn\omega_m}$ ,矩阵的维数为  $N \times (Q+1)$ ,如果  $\mathbf{B}$  不是列正交矩阵,用 QR 分解将其正交化.由式(6)的方程,可得系数:

$$\mathbf{c} = (\mathbf{B} \otimes \mathbf{I}_{L+1})^\dagger \mathbf{h} \quad (7)$$

CE-BEM 模型是对信道多普勒频域的采样,在实现时采用 DFT 变换.针对  $K=1$  情况,DFT 变换的截断矩形窗存在边带频谱泄露,造成了较大的模型误差,当  $K>1$  时,CE-BEM 模型对多普勒频谱过采样,较大程度上减少了模型误差.但在观测区间的边界处,信道冲激响应的首末不相等,而 DFT 变换是对信号的周期延拓,在边界处的间断点会导致 Gibbs 现象,产生了较大的模型误差<sup>[3~5]</sup>,为了减少 Gibbs 效应引起的模型误差,将“基线倾斜法”直接应用到信道冲激响应中,可得:

$$h(n;l) = h_e(n;l) + \alpha_l n$$

$$\alpha_l = (h(N-1;l) - h(0;l))/(N-1) \quad (8)$$

其中  $\alpha_l$  为冲激响应在区间上第  $l$  径的斜率.显然,  $h_e(0;$

$l) = h_e(N-1; l)$ , 新构造的  $h_e$  完全满足了区间上的周期性, 另外一方面,  $h_e$  相比于  $h$  有更好的低通特性, 减少了频谱边带的泄露。

由于基线的斜率未知, 基线倾斜法不能直接应用于信道估计中, 文献[5]提出了一种方法, 取离端点一定距离的采样点来代替端点处的信道, 得到斜率的表达式, 从而推导出了—种通用的 CE-BEM 模型, 设这个距离为  $G$ , 确定  $G$  的值在实际中比较困难, 特别是关键性采样的 CE-BEM 模型, 因为信道在两端产生了较大幅度 and 范围内的抖动。

CE-BEM 的阶  $Q$  值越高, 模型误差越小, 但是  $Q$  值越高, 需要的有效导频数就越多, 降低了系统的传输效率。一般在 OFDM 块传输系统中, CE-BEM 的阶  $Q$  的取为 2 或 4, 下面以单径信道为例, 仿真分析 CE-BEM 模型误差以及“基线倾斜法”对 CE-BEM 模型的影响。假设单径信道  $h$  完全已知的情况下, 由式(7)可得 BEM 系数, 将得到的系数代入式(6)就得到了估计的信道值。利用 Rosa 信道仿真模型随机生成一次单径信道<sup>[7]</sup>, 设置模型中最大的多普勒频率为 2344Hz, 信道的采样时间为 2ms, 共 64 个采样点。图 1 比较了标准的 CE-BEM 模型和基线倾斜法的 CE-BEM 模型误差情况。图中“CE-BEM”表示标准的 CE-BEM 模型, 图中“M-CE-BEM”表示应用了基线倾斜法的 CE-BEM 模型, 图中“Desired CIR”表示已知的信道。纵坐标显示的是复信道的实部, 采用的 BEM 模型的阶  $Q = 2$ 。从图 1 可以得到,  $K = 2$  的 CE-BEM 模型误差比  $K = 1$  的 CE-BEM 模型误差要小的多。另一方面, 无论是  $K = 1$  还是  $K = 2$  情况下, 在边界附近, 标准的 CE-BEM 模型都存在着一—定的模型误差, 只是  $K = 1$  的情况下比较明显, 此误差由 Gibbs 效应产生。基线倾斜法的 CE-BEM 模型和理论的信道基本吻合, 基本消除了模型误差。需要补充说明的是, 当增大 CE-BEM 的阶后, 无论  $K = 1$  还是  $K = 2$ , 模型误差都会减小, 这时候基线倾斜法的 CE-BEM 模型改进的幅度很有限, 说明基线倾斜法的 CE-BEM 模型比较适合于较低阶的场合。为了更进一步的说明基线倾斜法在低阶情况下的改进程度, 通过 1000 次仿真实验统计 CE-BEM 模

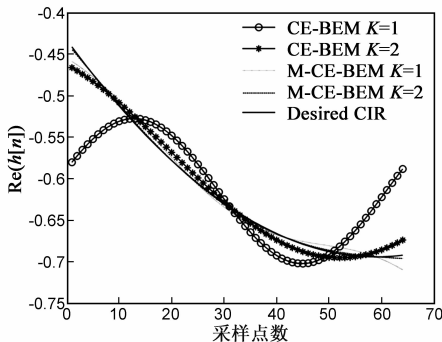


图1 CE-BEM模型和基线倾斜法的CE-BEM模型结果对比

型的均方误差(MSE), MSE 定义为  $\left\{ \sum_1^M (1 - \hat{h}^2)^2 \right\} / (NM)$ ,  $M$  为仿真次数, 结果显示如图 2 所示, 图中横坐标表示归一化多普勒频率, 其定义为:  $F_n = F_d NT_s$ 。

从图 2 可以得出: 当  $K = 1$  时, 基线倾斜法的 CE-BEM 模型比标准的 CE-BEM 模型 MSE 有大约 2 个量级的提高。当  $K = 2$  时, 在归一化多普勒频移 30% 以下时, 至少有 1 个量级的改进余量。文献[5]提出的通用改进的 CE-BEM 模型, 较大程度上抑制了 Gibbs 效应产生的误差, 但是在中低归一化多普勒频移的情况下, 还是有一定改进余量。本文提出一种估计方法, 充分利用时分复用导频的数据, 在基线倾斜法的基础上提高信道估计的性能。

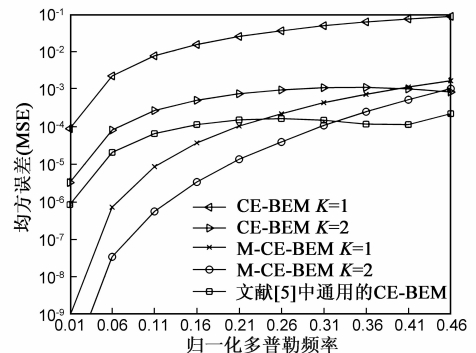


图2 CE-BEM模型和基线倾斜法的CE-BEM模型均方误差对比

### 3 改进的信道估计算法

改进算法首先根据时分复用的导频子块估计信道区间的斜率, 接着在基线倾斜法的基础上推导新的数据模型, 给出了 LMMSE 估计器和 LS 估计算法。

#### 3.1 区间斜率的 LMMSE 估计

设  $n_p$  为第  $p$  组导频子块对应的开始有效索引,  $n_p = p * (\bar{N}_p + \bar{N}_d) + \bar{N}_d + L, p \in [0: p]$ , 由式(1)和导频子块结构, 可得:

$$y(n_p + l) = bh(n_p + l; l) + v(n_p + l) \quad (9)$$

假定导频子块  $[n_p: n_p + L]$  区间内信道保持不变, 由于  $L \ll N$ , 假设引起的误差可以忽略。定义  $y^d(l) := [y(n_0 + l), \dots, y(n_p + l)]^T$ , 定义  $v^d(l) := [v(n_0 + l), \dots, v(n_p + l)]^T$ , 定义  $h^d(l) := [h(n_0 + l), \dots, h(n_p + l)]^T$ , 其中  $l \in [0: L]$ , 由式(9)可得:

$$y^d(l) = bh^d(l) + v^d(l) \quad (10)$$

利用 LMMSE 算法推算<sup>[8]</sup>, 得到  $h^d$  的估计值为:

$$\hat{h}^d(l) = \left( \frac{b}{\sigma_v^2} \right) \left( R_h^{-1} + \frac{b^2}{\sigma_v^2} I_{(L+1)} \right)^{-1} y^d(l) \quad (11)$$

其中,  $R_h$  为导频处的信道相关矩阵, 由式(2)计算得到。LMMSE 估计的单径方差为:

$$\sigma_{d_i}^2 = \text{tr} \left\{ \left( R_h^{-1} + \frac{b^2}{\sigma_v^2} I_{(L+1)} \right)^{-1} \right\} \quad (12)$$

由于 ZP 系统的导频子块在传输块的末尾,根据传输块的首末导频处的信道值就可直接计算区间斜率。

### 3.2 基于 CE-BEM 模型的信道估计

利用 CE-BEM 模型将新构造的信道冲激响应  $h_e(n; l)$  展开,可得:

$$h_e(n; l) = \sum_{q=0}^Q c(q; l) e^{j\omega_q} + \epsilon_e(n; l) \quad (13)$$

$\epsilon_e(n; l)$  表示模型误差,以下的推导过程中将此项忽略.定义大小为  $N(L+1)$  由  $h_e(n; l)$  构成的向量  $\mathbf{h}_e := [h_e(0; 0), \dots, h_e(0; L), \dots, h_e(N-1; 0), \dots, h_e(N-1; L)]^T$ , 将式(13)写成矩阵的形式:

$$\mathbf{h}_e = (\mathbf{B} \otimes \mathbf{I}_{L+1}) \mathbf{c} \quad (14)$$

将式(8)写成向量方程:

$$\mathbf{h} = \mathbf{h}_e + \boldsymbol{\alpha} = \mathbf{h}_e + \boldsymbol{\beta} \otimes \boldsymbol{\gamma} \quad (15)$$

其中,  $\boldsymbol{\beta} = [0, \dots, N-1]^T$ ,  $\boldsymbol{\gamma} = [\alpha_0, \dots, \alpha_L]^T$

由式(15)可得对应信道矩阵:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_e + \mathbf{A} \quad (16)$$

$\mathbf{H}_e$  和  $\mathbf{A}$  矩阵和  $\mathbf{H}$  有相似的结构和定义,  $\mathbf{H}_e$  由  $h_e(n; l)$  组成,  $\mathbf{A}$  由  $\alpha_n$  组成,  $\mathbf{A}$  非零部分元素  $[\mathbf{A}]_{m, n} = \alpha_{(m-n) \times m}$ .

将式(14)变换一下形式,可得<sup>[6]</sup>:

$$\mathbf{H}_e = \sum_{q=0}^Q \boldsymbol{\Delta}_q \mathbf{D}_q, q \in [0: Q] \quad (17)$$

其中,  $\boldsymbol{\Delta}_q = \text{diag}([1, e^{j\omega_q}, \dots, e^{j\omega_q(N-1)}]^T)$ ,  $\mathbf{D}_q$  定义为  $N \times N$  的下三角 Toeplitz 矩阵,第一列向量为  $[c(q; 0), \dots, c(q; L), 0, \dots, 0]^T$ . 将式(16)(17)代入式(3),可得:

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \sum_{q=0}^Q \boldsymbol{\Delta}_q \mathbf{D}_q \mathbf{x} + \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{v} \\ &= \boldsymbol{\Delta} [\mathbf{I}_{Q+1} \otimes \mathbf{X}] \mathbf{c} + \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{v} \end{aligned} \quad (18)$$

其中,  $\mathbf{X}$  是  $N \times (L+1)$  的下三角 Toeplitz 矩阵,第一列向量为  $\mathbf{x}$ ,  $\boldsymbol{\Delta} = [\boldsymbol{\Delta}_0, \dots, \boldsymbol{\Delta}_Q]$ .

由式(18)导频对应的部分可得导频方程:

$$\mathbf{y}^p = \boldsymbol{\Delta}^p [\mathbf{I}_{Q+1} \otimes \mathbf{X}^p] \mathbf{c} + \mathbf{A}^p \mathbf{x}^p + \mathbf{v}^p \quad (19)$$

根据第 2.1 节的导频结构进一步简化,可得:

$$\bar{\mathbf{y}}^p = \bar{b} \bar{\boldsymbol{\Delta}}^p \mathbf{c} + \bar{\mathbf{A}}^p \bar{\mathbf{x}}^p + \bar{\mathbf{v}}^p \quad (20)$$

定义有效导频索引集合  $\boldsymbol{\eta} = [n_0, \dots, n_0 + L, \dots, n_p, \dots, n_p + L]$ , 其中  $\bar{\mathbf{y}}^p$ ,  $\bar{\boldsymbol{\Delta}}^p$ ,  $\bar{\mathbf{A}}^p$ ,  $\bar{\mathbf{x}}^p$ ,  $\bar{\mathbf{v}}^p$  分别为  $\mathbf{y}^p$ ,  $\boldsymbol{\Delta}^p$ ,  $\mathbf{A}^p$ ,  $\mathbf{x}^p$ ,  $\mathbf{v}^p$  中有效导频索引集合  $\boldsymbol{\eta}$  对应的部分,维数分别为  $(P+1)(L+1)$ ,  $(P+1)(L+1) \times (L+1)(Q+1)$ ,  $(P+1)(L+1) \times (P+1)(L+1)$ ,  $(P+1)(L+1)$ ,  $(P+1)(L+1)$ .

要使式(20)中的  $\mathbf{c}$  可解,要求  $\bar{\mathbf{y}}^p$  的维数不小于  $\mathbf{c}$  的维数,即满足  $P+1 \geq Q+1$ , 在较低的导频率的情况下只能选择较低的 BEM 阶  $Q$ .

### 3.2.1 LS 算法

由式(20)可得 BEM 系数估计<sup>[8]</sup>:

$$\hat{\mathbf{c}}_{\text{LS}} = \bar{\boldsymbol{\Delta}}^{p\dagger} (\bar{\mathbf{y}}^p - \bar{\mathbf{A}}^p \bar{\mathbf{x}}^p) / b \quad (21)$$

同时可得 LS 算法的估计 MSE:

$$\begin{aligned} \text{MSE}_{\hat{\mathbf{c}}_{\text{LS}}} &= E \{ (\hat{\mathbf{c}}_{\text{LS}} - \mathbf{c}) (\hat{\mathbf{c}}_{\text{LS}} - \mathbf{c})^H \} \\ &= \text{tr} \{ \bar{\boldsymbol{\Delta}}^{p\dagger} (\bar{\boldsymbol{\Delta}}^{p\dagger})^H \} \sigma_v^2 / b^2 \end{aligned} \quad (22)$$

### 3.2.2 LMMSE 算法

由式(20)可得 BEM 系数估计<sup>[8]</sup>:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{c}}_{\text{LMMSE}} &= \boldsymbol{\Phi}^{-1} \bar{\boldsymbol{\Delta}}^{pH} (\bar{\mathbf{y}}^p - \bar{\mathbf{A}}^p \bar{\mathbf{x}}^p) b / \sigma_v^2 \\ \boldsymbol{\Phi} &= \mathbf{R}_c^{-1} + \bar{\boldsymbol{\Delta}}^{pH} \bar{\boldsymbol{\Delta}}^p b^2 / \sigma_v^2 \end{aligned} \quad (23)$$

其中  $\mathbf{R}_c$  为  $\hat{\mathbf{c}}_{\text{LMMSE}}$  的自相关矩阵,计算过程参见附录 1. LMMSE 算法的估计 MSE 为:

$$\text{MSE}_{\hat{\mathbf{c}}_{\text{LMMSE}}} = \text{tr} \{ \boldsymbol{\Phi}^{-1} \} \quad (24)$$

将  $\hat{\mathbf{c}}_{\text{LS}}$  或者  $\hat{\mathbf{c}}_{\text{LMMSE}}$  代入式(14), 就得到  $\mathbf{h}_e$  的估计值  $\hat{\mathbf{h}}_e$ , 再代入式(15), 得到  $\mathbf{h}$  的估计值  $\hat{\mathbf{h}}$ .

下面以  $\hat{\mathbf{c}}_{\text{LS}}$  为例计算信道冲激响应  $\hat{\mathbf{h}}$  估计的 MSE 性能(LMMSE 方法相同):

由式(15)可得:

$$\text{MSE}_{\hat{\mathbf{h}}} = \text{MSE}_{\hat{\mathbf{h}}_e} + \text{MSE}_{\hat{\boldsymbol{\alpha}}}$$

由于矩阵  $\mathbf{B}$  的列是正交的, 满足<sup>[9]</sup>:

$$\text{MSE}_{\hat{\mathbf{h}}_e} = \text{MSE}_{\hat{\mathbf{c}}_{\text{LS}}}$$

在各径信道统计特征相同并且独立情况下, 由式(8), 可得:

$$\text{MSE}_{\hat{\boldsymbol{\alpha}}} = (L+1) \sum_{n=0}^{N-1} n^2 \frac{\sigma_{d_n}^2}{(N-1)^2} = \frac{N(L+1)\sigma_{d_n}^2}{2}$$

### 3.3 计算复杂度分析

计算复杂度以复数乘法(CM)次数为例. 本文算法的计算过程大致分为如下四个部分, 第一个部分为斜率估计, 由式(11)计算,  $L+1$  径的斜率计算 CM 次数为  $(P+1)^2(L+1)$ , 第二部分为基系数的估计, 由式(21)或(23)计算, CM 次数为  $(L+1)^2(P+1) + (L+1)^2(P+1)(Q+1)$ , 第三部分为信道  $\mathbf{h}_e$  的估计, 由式(14)计算, CM 次数为  $N(L+1)^3(Q+1)$ . 第四部分为信道  $\mathbf{h}$  的估计, 由式(15)计算, CM 次数为  $N(L+1)/2$ .

标准的 CE-BEM 以及文献[5]中的算法的计算复杂度相同, CM 次数为  $(L+1)^2(P+1)(Q+1) + N(L+1)^3 \cdot (Q+1)$ , 所以增加的 CM 次数约为  $(P+1)^2(L+1) + (L+1)^2(P+1) + N(L+1)/2$ , 一般情况下  $P$  和  $L$  远小于  $N$ , 因而增加的计算复杂性很小.

## 4 仿真实验

采用蒙特卡洛试验方法, 仿真信道为 3 径 Rayleigh 衰落, 利用 Rosa 模型生成独立多径<sup>[7]</sup>. 采用 OFDM 块传输系统, QPSK 调制, 未编码信道, 载频为 5GHz. 系统带

宽为 500KHz, 子载波的总数为 64, 相对最大时延为 4ms,  $L=2$ ,  $P+1=4$ , 一个 OFDM 符号块的长度  $N=84$ , BEM 的阶  $Q=2$ , 其相对功率衰减为  $Ce^{-1/2}$ ,  $C$  为归一化常量, 将信道功率归一化为 1 (多径参数具体取值不影响仿真的结果), 文献[5]的 CE-BEM 模型中距离参数  $G=6$ .

定义信道估计的均方误差  $MSE = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (1 - |\hat{h}_i|^2)$ ,  $M$  为仿真次数, 实验中取为 500. 图 3 中“M-CE-BEM”表示采用本文的信道估计方法.

图 3 是关键性采样 CE-BEM 模型的不同算法的均方误差对比, 由于关键性采样 CE-BEM 模型在边界处宽幅抖动, 信道在中高信噪比时, 文献[5]的通用模型改进的幅度较小, 本文的算法优势比较明显.

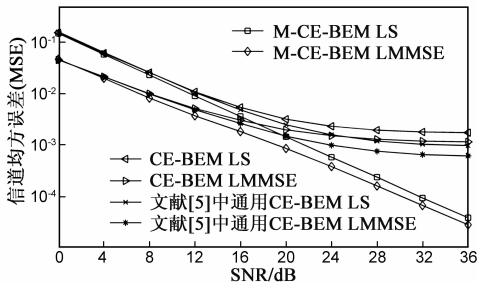


图3 CE-BEM算法均方误差比较, 机车运动速度84 km/h, 最大多普勒频率为390 Hz, 归一化多普勒频率为0.066, 采样因子 $K=1$

图 4 是过采样 CE-BEM 模型的不同算法的均方误差对比, 采用的最大多普勒频率较大, 本文算法和标准的 CE-BEM 模型以及文献[5]的算法相比, 信道在中高性噪比情况下, MSE 性能有一定程度的改善.

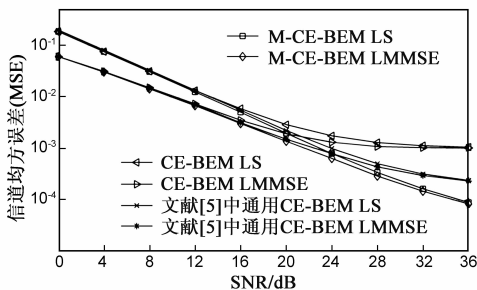


图4 CE-BEM算法均方误差比较, 机车运动速度337 km/h, 最大多普勒频率为1560 Hz, 归一化多普勒频率为0.26, 采样因子 $K=2$

由于关键性采样 CE-BEM 本身的模型误差较大, 和过采样 CE-BEM 相比改善的幅度要大.

在同样的参数下比较 LMMSE 算法和 LS 算法, LMMSE 比 LS 算法性能优越, 原因在于 LMMSE 算法利用了信道的相关特性.

需要说明的是, 在满足式(5)的条件下, 过采样 CE-BEM 性能要比关键性采样 CE-BEM 性能好, 但过采样

CE-BEM 需要更多的导频, 所以在较低的导频率的情况下, 关键性采样 CE-BEM 具有实用价值.

## 5 总结

CE-BEM 在模型阶数较低时, Gibbs 效应造成了不可忽略的模型误差, 本文在时分复用导频的传输方案上提出了一种改进的基于 CE-BEM 的信道估计方法, 该方法抑制了 Gibbs 效应导致的模型误差, 理论分析和仿真结果表明, 本文方法和标准的以及文献[5]中的方法相比, 准确性都有一定程度的提高. 从计算复杂性上分析, 和标准的 CE-BEM 方法相比, 复杂度略有增加.

## 附录 1 计算 BEM 系数相关矩阵 $R_c$

由式(14)可得:

$$R_c = (B \otimes I_{L+1})^\dagger R_{h_c} ((B \otimes I_{L+1})^\dagger)^H$$

由式(15)可计算  $h_c$  的自相关矩阵  $R_{h_c}$ :

$$\begin{aligned} R_{h_c} &= E\{(h - \alpha)(h - \alpha)^H\} \\ &= R_h + R_\alpha - R_{h\alpha}^H - R_{\alpha h}^H \end{aligned}$$

上式中,  $R_h = E\{hh^H\} = R \otimes \text{diag}(\sigma_0^2, \dots, \sigma_L^2)$ , 其中  $R$  为  $(N+1) \times (N+1)$  的信道相关矩阵, 由式(2)计算可得. 下面计算向量  $\alpha$  的相关矩阵  $R_\alpha$ :

$$\begin{aligned} R_\alpha &= E\{\alpha\alpha^H\} \\ &= E\{(\beta \otimes \gamma)(\beta \otimes \gamma)^H\} \\ &= E\{(\beta\beta^H) \otimes (\gamma\gamma^H)\} \\ &= (\beta\beta^H) \otimes E\{(\gamma\gamma^H)\} \\ E\{(\gamma\gamma^H)_{i,j}\} &= \frac{h(N-1, i) - h(0, i)}{N-1} \\ &\quad \times \frac{h^H(N-1, j) - h^H(0, j)}{N-1} \end{aligned}$$

其中  $i, j \in [0: L]$ , 当  $i \neq j$  时:

$$E\{(\gamma\gamma^H)_{i,j}\} = 0$$

当  $i = j$  时:

$$E\{(\gamma\gamma^H)_{i,i}\} = \frac{2(R_{h_i}(0) - R_{h_i}(N-1))}{(N-1)^2}$$

下面计算  $R_{h\alpha}^H$ :

$$R_{h\alpha}^H = E\{h\alpha^H\}$$

$$E\{[h\alpha^H]_{i,j}\} = E\left\{h\left(\left[\frac{i}{L+1}\right], m\right)\left[\frac{j}{L+1}\right]\alpha_n^H\right\}$$

其中,  $i, j \in [0: N(L+1) - 1]$

$$E\{[h\alpha^H]_{i,j}\}$$

$$= E\left\{h\left(\left[\frac{i}{L+1}\right], m\right)\left[\frac{j}{L+1}\right]\frac{h^H(N-1, n) - h^H(0, n)}{N-1}\right\}$$

其中  $m = \text{mod}(i, L+1)$

$$n = \text{mod}(j, L+1)$$

显然, 当  $m \neq n$  时,  $R_{h\alpha}^H = 0$

当  $m = n$  时

$$\mathbf{R}_{hx}^H = \frac{1}{N-1} \left[ \begin{array}{c} j \\ L+1 \end{array} \right] \left( \mathbf{R}_{h_m} \left( N-1 - \left[ \begin{array}{c} i \\ L+1 \end{array} \right] \right) - \mathbf{R}_{h_m} \left( \left[ \begin{array}{c} i \\ L+1 \end{array} \right] \right) \right)$$

由  $\mathbf{R}_{ah}^H = (\mathbf{R}_{hx}^H)^H$ , 可计算  $\mathbf{R}_{ah}^H$ .

#### 参考文献

- [1] M K Tsatsanis, G B Giannakis. Modeling and equalization of rapidly fading channels [J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 1996, (10): 159 - 176.
- [2] G Leus. On the estimation of rapidly time-varying channels [A]. Proceedings of European Signal Processing Conference [C]. Vienna, EURASIP, 2004. 227 - 230.
- [3] C Pan. Gibbs phenomenon removal and digital filtering directly through the fast Fourier transform [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2001, 49(2): 444 - 448.
- [4] Zemen T, Mecklenbrauker C F. Time-variant channel estimation using discrete prolate spheroidal sequences [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(9): 3597 - 3607.
- [5] 代光发, 陈少平. 一种改进的快变信道展开模型 [J]. 电子学报, 2010, 38(7): 1500 - 1504.  
DAI Guang-fa, CHEN Shao-ping. An improved BEM for fast time varying channels [J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(7): 1500 - 1504. (in Chinese)
- [6] X L Ma, G Giannakis, S Ohno. Optimal training for block transmissions over doubly-selective fading channels [J]. IEEE Transactions on Signal Process, 2003, 51(5): 1351 - 1366.

- [7] ZHENG Y R, XIAO C. Simulation models with correct statistical properties for Rayleigh fading channels [J]. IEEE Transactions on Communications, 2003, 51(6): 920 - 928.
- [8] S M Kay. Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory [M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1993.
- [9] Z J Tang, et al. Pilot-assisted time-varying channel estimation for OFDM system [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(5): 2226 - 2238.

#### 作者简介



**杨小平** 男, 1977年7月出生于湖北浠水。博士研究生, 就读于中科院声学所东海研究站, 从事数字信号处理、无线信道估计技术有关研究。

E-mail: yxp@mail.ioa.ac.cn



**顾亚平** 男, 1963年2月出生于上海。研究员、博士生导师、中国声学学会常务理事、中科院声学所教授。主要从事 DSP 数字信号处理、嵌入式硬件和软件等方面的研究工作。