

一种卡尔曼滤波与粒子滤波相结合的非线性滤波算法

夏楠¹,邱天爽¹,李景春²,李书芳³

(1.大连理工大学电子信息与电气工程学部,辽宁大连 116024; 2.国家无线电监测中心,北京 100037;
3.北京邮电大学信息与通信工程学院,北京 100876)

摘要: 提出一种基于卡尔曼滤波与粒子滤波的非线性滤波算法.这种方法对于状态变量服从线性变化而观测方程为非线性的动态系统模型具有显著的效果.首先使用粒子滤波对状态变量进行初估计,然后对估计结果进行卡尔曼滤波,另外推导出该系统模型下状态变量估计误差的克拉美劳下界.通过计算复杂度分析及仿真实验验证,表明新方法为标准粒子滤波算法复杂度相当,但参数估计精度要高于标准粒子滤波以及扩展卡尔曼滤波算法,估计误差甚至要低于系统模型的克拉美劳下界.

关键词: 非线性滤波; 粒子滤波; 卡尔曼滤波; 克拉美劳下界; 计算复杂度

中图分类号: TN911.72 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2013)01-0148-05

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2013.01.026

A Nonlinear Filtering Algorithm Combining the Kalman Filter and the Particle Filter

XIA Nan¹, QIU Tian-shuang¹, LI Jing-chun², LI Shu-fang³

(1. Faculty of Electronic Information and Electrical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, China;

2. State Radio Monitoring Center, Beijing 100037, China;

3. School of Information and Communication Engineering, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

Abstract: A nonlinear filtering algorithm is proposed based on the Kalman filter and the particle filter. The method can provide significant performance for dynamic nonlinear system which is consist of linear state equation and nonlinear measurement equation. Firstly, the particle filter is utilized for initial estimation of the state variables, and then the Kalman filter is performed. The Cramer-Rao Bound is derived for the nonlinear model. Computation complexity analysis and numerical simulations demonstrate that the proposed algorithm has the same complexity as the standard particle filter, but the estimation accuracy is higher than the standard particle filter and the extended Kalman filter. The estimation error is even lower than the Cramer-Rao Bound of the system model.

Key words: nonlinear filtering; particle filter; Kalman filter; Cramer-Rao bound; computation complexity

1 引言

近年来,非线性滤波问题越来越引起广泛的关注,其在目标跟踪、定位以及参数估计^[1~3]等方面都有广泛的应用.在贝叶斯框架下,给定测量样本,对一个非线性系统的状态估计可以通过近似计算状态空间的后验概率密度函数来解决.对于线性高斯模型来说,卡尔曼滤波被公认为是最优滤波,其通过递推式更新有限维统计量来精确计算后验分布^[4].但是大部分工程应用问题需要用非线性和/或者非高斯模型来建模.最简单的方式是利用一阶泰勒级数展开对模型进行线性化,再结合卡尔曼滤波,这种方法被称为扩展卡尔曼滤波^[5,6].但是,当模型高度非线性或者后验分布呈现多峰情况时,该方

法性能急剧下降.一种新的滤波方法,称为无迹卡尔曼滤波,使用无迹变换(UT)可以对非线性模型进行更加精确的近似^[7].但是不管是扩展卡尔曼滤波还是无迹卡尔曼滤波,对于非高斯模型来说均不是最优滤波器.粒子滤波是另外一类非线性滤波方法^[8~10].该方法用一组采样点(也称为粒子)来近似表示目标状态后验概率密度函数,粒子通过重要性采样在动态系统中传递,并贯序地对后验分布进行更新.为防止粒子衰退,使用重采样技术对粒子进行更新.当粒子数量足够多时,该方法能获得最优结果.与卡尔曼滤波及改进方法相比,系统的非线性和非高斯性越强,粒子滤波的效果越明显.在标准粒子滤波基础上,又出现高斯粒子滤波^[11]、无迹粒子滤波^[12]和边缘化粒子滤波^[13]等.高斯粒子滤波通

过重要性采样对未知状态变量的后验均值和方差进行递推式估计.其优点在于噪声可以是非高斯的,并且不需要粒子重采样,降低了运算复杂度.无迹粒子滤波是采用无迹卡尔曼滤波方法产生粒子的期望分布,是对系统状态后验概率密度函数的高斯近似.边缘化粒子滤波是对状态空间分为线性状态变量和非线性状态变量,线性部分由卡尔曼滤波估计而非线性部分由粒子滤波估计,其优点在于对高维状态变量进行降维处理并提高估计精度.

通过对以上粒子滤波及相关算法深入研究,我们发现虽然高斯粒子滤波算法在计算复杂度方面有较大优势,但是其估计精度与标准粒子滤波算法比较接近,而无迹粒子滤波和边缘化粒子滤波是分别对每个粒子进行卡尔曼滤波处理,计算量较大.在综合考虑计算复杂度与估计精度的基础上,本文提出一种卡尔曼滤波与粒子滤波相结合的非线性滤波算法,称为混合粒子滤波(MPF).特别针对系统模型中状态方程为线性而观测方程为非线性的情况,在不增加计算复杂度的基础上,该方法能够提供较高的估计精度.这种模型有望在固定目标定位和参数估计等方面广泛的应用.算法首先采用粒子滤波对状态变量进行初始估计,由于状态变量服从线性变化,接下来使用卡尔曼滤波进一步滤波.本文对所提出算法的计算复杂度进行分析.另外,给出该系统模型下,状态变量估计误差下界,即克拉美劳下界(CRB)的推导过程.

MPF 算法的优势在于:

(1)考虑受到噪声的影响,特别是较低信噪比条件下,标准粒子滤波性能受到限制,估计结果会出现发散的情况.本文算法在粒子滤波的基础上采用卡尔曼滤波进行再处理,从而可以改善估计效果,提高精度.

(2)与卡尔曼滤波算法相比,本文方法可适用于较强非线性化系统模型,并且只需知道目标变量的先验分布,对初始条件的依赖性不强.而高度非线性系统以及不合适的初始条件会导致卡尔曼滤波算法发散、失败.

2 混合粒子滤波算法(MPF)

很多非线性估计问题可以通过粒子滤波方法来解决,本文所关注的状态空间模型可表示为

$$\mathbf{x}_n = \mathbf{A}\mathbf{x}_{n-1} + \mathbf{u}_{n-1} \quad (1)$$

$$y_n = h(\mathbf{x}_n) + v_n \quad (2)$$

其中 $\mathbf{x}_n \in \mathbb{R}^m$ 表示 n 时刻 m 维线性状态列向量, y_n 表示 n 时刻观测值, $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 表示已知的状态转移矩阵, $h(\cdot)$ 是任意关于 \mathbf{x}_n 的线性或者非线性函数,实际中根据不同的应用具有相应的解析表达, \mathbf{u}_n 与 v_n 分别表示均值为 0 的高斯分布状态噪声和观测噪声,且满足

$E\{\mathbf{u}_n, \mathbf{u}_k^T\} = \mathbf{Q}\delta_{nk}$, $E\{v_n, v_k\} = \sigma^2\delta_{nk}$, $\forall n, k$ 其中 \mathbf{Q} 为状态噪声协方差矩阵, σ^2 为观测噪声方差,假设状态噪声与观测噪声相互独立.

我们的目标是通过观测序列 $y_{0:n}$ 实现对状态 $\mathbf{x}_{0:n}$ 的顺序估计.根据贝叶斯理论,后验概率 $p(\mathbf{x}_{0:n} | y_{0:n})$ 包含了对状态 $\mathbf{x}_{0:n}$ 估计的所有信息,但是我们很难直接得到其数学表达式.粒子滤波算法为解决该问题提供了有效的方法,其通过在一个所谓的重要性分布 $\pi(\cdot)$ 采样获得一组离散样本点 $\{\mathbf{x}_{0:n}^i\}_{i=1}^N$ 来近似计算后验概率,并得到粒子的重要性权重

$$\begin{aligned} w_n^i &= \frac{p(\mathbf{x}_{0:n}^i | y_{0:n})}{\pi(\mathbf{x}_{0:n}^i | y_{0:n})} \\ &= w_{n-1}^i \frac{p(y_n | \mathbf{x}_n^i) p(\mathbf{x}_n^i | \mathbf{x}_{n-1}^i)}{\pi(\mathbf{x}_n^i | y_n, \mathbf{x}_{0:n-1}^i)} \quad i = 1, \dots, N \end{aligned} \quad (3)$$

我们首先在已知的先验概率分布 $p(\mathbf{x}_0)$ 上进行采样获得粒子,然后通过概率分布

$$\pi(\mathbf{x}_n^i | y_n, \mathbf{x}_{0:n-1}^i) = p(\mathbf{x}_n^i | \mathbf{x}_{n-1}^i) \quad (4)$$

得到粒子的更新,这里由于状态噪声服从高斯分布,因此有

$$p(\mathbf{x}_n^i | \mathbf{x}_{n-1}^i) = \mathcal{N}(\mathbf{A}\mathbf{x}_{n-1}^i, \mathbf{Q}) \quad (5)$$

最后,由式(3)我们可以得到粒子的重要性权重为

$$w_n^i = w_{n-1}^i p(y_n | \mathbf{x}_n^i) \quad (6)$$

这里似然函数可以由下式得到

$$p(y_n | \mathbf{x}_n^i) = \mathcal{N}(h(\mathbf{x}_n^i), \sigma^2) \quad (7)$$

经过归一化

$$\tilde{w}_n^i = w_n^i / \sum_{i=1}^N w_n^i \quad (8)$$

及重采样,状态 \mathbf{x}_n 的最小均方估计(MMSE)可表示为

$$\hat{\mathbf{x}}_n^{\text{MMSE}} = \sum_{i=1}^N \mathbf{x}_n^i \tilde{w}_n^i \quad (9)$$

当观测噪声较大时,粒子无法准确描述后验概率,导致估计性能受到影响.考虑对状态 \mathbf{x}_n 的顺序估计满足

$$\hat{\mathbf{x}}_n = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_{n-1} + \mathbf{u}_{n-1} \quad (10)$$

并且基于粒子滤波的 MMSE 估计 $\hat{\mathbf{x}}_n^{\text{MMSE}}$ 与 $\hat{\mathbf{x}}_n$ 之间满足

$$\hat{\mathbf{x}}_n^{\text{MMSE}} = \hat{\mathbf{x}}_n + \mathbf{e}_n \quad (11)$$

这里 \mathbf{e}_n 可以假设为最优估计与 MMSE 估计之间的误差,其服从均值为 0,协方差矩阵为 Φ 的高斯分布.由于式(10)与式(11)均为线性方程,因此可以考虑卡尔曼滤波得到其最优估计 $\hat{\mathbf{x}}_n$,有

$$\mathbf{P}_{n|n-1} = \mathbf{A}\mathbf{P}_{n-1|n-1}\mathbf{A}^T + \mathbf{Q} \quad (12)$$

$$\mathbf{K}_n = \mathbf{P}_{n|n-1}(\Phi + \mathbf{P}_{n|n-1})^{-1} \quad (13)$$

$$\mathbf{P}_{n|n} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_n)\mathbf{P}_{n|n-1} \quad (14)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_n = \hat{\mathbf{x}}_{n-1} + \mathbf{K}_n(\hat{\mathbf{x}}_{n-1}^{\text{MMSE}} - \hat{\mathbf{x}}_{n-1}) \quad (15)$$

其中 $\mathbf{P}_{n|n-1}$ 为先验估计误差协方差矩阵, \mathbf{K}_n 为卡尔曼增益, $\mathbf{P}_{n|n}$ 为后验估计误差协方差矩阵.若粒子的初始分布服从均匀分布 $\mathcal{U}(\cdot)$,即

$$p(\mathbf{x}_0) = \mathcal{U}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \quad (16)$$

其中 $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$ 分别表示均匀分布的下界和上界, 则卡尔曼滤波的初始值为

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = \frac{\mathbf{a} + \mathbf{b}}{2}, \mathbf{P}_{0|0} = \frac{(\mathbf{b} - \mathbf{a})(\mathbf{b} - \mathbf{a})^T}{12} \mathbf{I} \quad (17)$$

本文所提出的混合粒子滤波算法可总结归纳如算法 1.

算法 1 混合粒子滤波 (MPF) 算法步骤

1. 初始化: 在先验概率分布 $p(\mathbf{x}_0)$ 采样得到粒子 $\{\mathbf{x}_0^i\}_{i=1}^N$
2. For $n = 1, 2, \dots$
3. 根据式(5)对粒子进行更新, 得到 \mathbf{x}_n^i ,
4. 根据式(6)更新重要性权重, 得到 w_n^i ,
5. 根据式(8)对权重进行归一化, 得到 \tilde{w}_n^i ,
6. 对粒子进行重采样,
7. 根据式(9)获得对状态 \mathbf{x}_n 的 MMSE 估计 $\hat{\mathbf{x}}_n^{\text{MMSE}}$,
8. 根据式(12)得到先验估计误差协方差矩阵 $\mathbf{P}_{n|n-1}$,
9. 根据式(13)得到卡尔曼增益 \mathbf{K}_n ,
10. 根据式(14)得到后验估计误差协方差矩阵 $\mathbf{P}_{n|n}$,
11. 根据式(15)得到状态 \mathbf{x}_n 的最优估计 $\hat{\mathbf{x}}_n$.
12. End n

3 算法性能分析

3.1 误差下界

本文所提出的混合粒子滤波算法对状态 \mathbf{x}_n 的估计收敛于最优估计. 但是, 当粒子数目 $N < \infty$ 时, 只能得到对期望估计的一种近似. 为了对所提出方法在性能方面进行分析研究, 我们将该方法的估计方差与均方误差估计 (MSE) 下界进行对比.

对于固定参数的无偏估计问题, 可以通过克拉美劳下界得到其方差下界, 而对于贝叶斯模型来说, 其状态迭代过程可以认为是一种随机过程, 理论上的方差下界可通过后验克拉美劳下界 (PCRB) 获得^[8, 14]. 因此, 我们希望推导出对 \mathbf{x}_n 估计的后验克拉美劳下界.

若用 \mathbf{J}_n 表示 n 时刻 $m \times m$ 维 Fisher 信息矩阵的逆, 则任意滤波器均方误差估计满足

$$E[(\hat{\mathbf{x}}_n - \Lambda_n)(\hat{\mathbf{x}}_n - \Lambda_n)^T] \geq \mathbf{J}_n^{-1} \quad (18)$$

对于非线性滤波问题, 其克拉美劳下界可以通过递推的方法得到^[14], 即

$$\mathbf{J}_n = \mathbf{D}_{n-1}^{22} - \mathbf{D}_{n-1}^{21}(\mathbf{J}_{n-1} + \mathbf{D}_{n-1}^{11})^{-1} \mathbf{D}_{n-1}^{12} \quad (19)$$

结合式(5)和式(7), 可得到式(19)中各部分的表达式为

$$\mathbf{D}_{n-1}^{11} = E[-\Delta_{\mathbf{x}_{n-1}}^{\mathbf{x}_{n-1}} \log(p(\mathbf{x}_n | \mathbf{x}_{n-1}))] = \mathbf{A} \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{A}^T \quad (20)$$

$$\mathbf{D}_{n-1}^{12} = E[-\Delta_{\mathbf{x}_{n-1}}^{\mathbf{x}_n} \log(p(\mathbf{x}_n | \mathbf{x}_{n-1}))] = -\mathbf{A} \mathbf{Q}^{-1} \quad (21)$$

$$\mathbf{D}_{n-1}^{21} = (\mathbf{D}_{n-1}^{12})^T \quad (22)$$

$$\mathbf{D}_{n-1}^{22} = E[-\Delta_{\mathbf{x}_n}^{\mathbf{x}_n} \log(p(\mathbf{x}_n | \mathbf{x}_{n-1}))] + E[-\Delta_{\mathbf{x}_n}^{\mathbf{y}_n} \log(p(\mathbf{y}_n | \mathbf{x}_n))]$$

$$= \mathbf{Q}^{-1} + \frac{1}{2\sigma^2} E[\Delta_{\mathbf{x}_n}^{\mathbf{y}_n} (y_n - h(\mathbf{x}_n))^2] \quad (23)$$

这里 $\log(\cdot)$ 表示自然对数, 符号 Δ 表示二阶导数运算符, 定义为 $\Delta_{\mathbf{x}}^{\mathbf{y}} = \partial^2 / \partial \mathbf{x} \partial \mathbf{x}^T$. 式(19)中需要对矩阵 \mathbf{J}_n 进行初始化, 由已知的先验概率分布 $p(\mathbf{x}_0)$ 可得到 $n = 0$ 时刻矩阵 \mathbf{J}_0 的表达式, 有

$$\mathbf{J}_0 = \mathbf{P}_{0|0}^{-1} \quad (24)$$

3.2 计算复杂度

在这一节中, 我们对混合粒子滤波算法的计算复杂度进行分析. 根据算法 1, 对于 n 时刻, 我们首先分别用 c_1, c_2, c_3 和 c_4 表示产生均匀分布随机数、高斯分布随机数、计算高斯似然函数以及粒子重采样的计算量, 若 $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^m$, 则算法 1 中第 1 行产生 N 个服从均匀分布的粒子需要计算量为 mc_1N . 第 3 行对粒子更新需要计算量 mc_2N . 第 4 行更新重要性权重, 需要计算量 $(c_3 + 1)N$. 第 5 行对重要性权重进行归一化, 需要 N 次实数乘法. 第 6 行粒子重采样需要计算量 mc_4N . 第 7 行求最小均方误差估计需要 mN 次实数乘法. 第 8 行计算先验估计误差协方差矩阵的复杂度, 主要由矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 、 $\mathbf{P}_{n-1|n-1} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 和 $\mathbf{A}^T \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 相乘所贡献, 共需 $2m^3$ 次实数乘法. 第 9 行计算卡尔曼增益, 其中计算矩阵的逆需要计算量为 m^3 , 计算矩阵相乘需要的计算量为 m^3 , 则其总计算量为 $2m^3$. 第 10 行计算后验估计误差协方差矩阵的计算量为 m^3 . 最后, 第 11 行得到状态 \mathbf{x}_k 的最优估计需要 m^2 次实数乘法. 因此本问所提出的混合粒子滤波算法的计算复杂度可表示为

$$C(m, N) = (c_1m + c_2m + c_4m + c_3 + m + 2)N + 5m^3 + m^2 \quad (25)$$

在以上运算过程中忽略实数加法的计算量. 由式(25)可知, 对于 n 时刻, 本文算法与标准粒子滤波算法^[8]相比, 在计算复杂度上并未明显增加, 均为 $\mathcal{O}(N)$.

4 实验仿真

本文所提出的混合粒子滤波算法是一种较为通用的参数估计及数字信号滤波的方法. 我们考虑对叠加高斯分布噪声的周期信号中未知参数的估计问题, 并与标准粒子滤波 (SPF) 以及扩展卡尔曼滤波 (EKF) 算法进行对比. 若观测信号为

$$y_n = \alpha_n \cos(2\pi fn + \varphi_n) + v_n \quad (26)$$

其中已知频率 $f = 1\text{kHz}$ 与采样周期 $\Delta T = 10^{-4}\text{s}$ 为已知参数, 幅度 α_n 及相位 φ_n 是未知参数, v_n 服从均值为 0, 方差为 σ^2 的高斯分布, 取 $\sigma^2 = 100$ 对未知参数建模, 得到状态方程有

$$\begin{cases} \alpha_n = \alpha_{n-1} + u_{n-1}^\alpha \\ \varphi_n = \varphi_{n-1} + u_{n-1}^\varphi \end{cases} \quad (27)$$

我们将待估计的参数表示为 $\mathbf{x}_n = [\alpha_n, \varphi_n]^T$, 则由式(10)可知状态矩阵 $\mathbf{A} = [1, 0; 0, 1]$, 设定状态噪声协方差矩阵 $\mathbf{Q} = [10^{-4}, 0; 0, 10^{-4}]$. 参数的真实值为 $\mathbf{x}_n = [8, 2\pi/3]^T$, 其中, 幅度参数可通过计算观测信号能量得到其分布, 这里选择均匀分布, 相位参数满足 0 到 2π 的均匀分布. 设定未知参数矢量的先验分布满足 $\mathbf{x}_0 \sim \mathcal{U}([0, 0]^T, [15, 2\pi]^T)$, 卡尔曼滤波的观测噪声协方差矩阵为 $\mathbf{\Phi} = [10, 0; 0, 5]$, 持续时间为 $T = 0.4\text{s}$, 粒子数量 $N = 400$. 如果没有特殊说明, 以上参数为默认值. 这里给出一次仿真实验的参数估计结果, 将 MPF、SPF 以及 EKF 进行对比, 如图 1 所示. 我们可以看到, 这三种算法均能够渐进地收敛到目标参数的理论值, 但是 SPF 和 EKF 算法的估计结果不够稳定, 在理论值上下浮动, 而 MPF 是对 SPF 算法的进一步滤波, 其结果更加可靠、精确.

接下来, 我们进行 $M = 100$ 次独立实验, 可以得到 MPF 算法的归一化均方根误差 (NMSRE) 表示为

$$e_n^{\text{NMSRE}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\mathbf{x}_n - \hat{\mathbf{x}}_n)^2 / M} \quad (28)$$

在上一节中, 由式(19)~(24)给出计算后验克拉美劳界的方法. 根据仿真实验中的具体问题, 由式(23)得到 D_{n-1}^{22} . 接下来通过迭代的方法得到 Fisher 矩阵 \mathbf{J}_n , 进而

可分别得到幅度 α_n 与相位 φ_n 的估计误差下界为

$$e_n^{\text{PCRB}, (m)} = \sqrt{[\mathbf{J}_n^{-1}]^{(m, m)}}, m = \{1, 2\} \quad (29)$$

为研究 MPF 算法的性能, 将其与 SPF、PCRB 以及 EKF 进行对比, 如图 2 所示. 可以看到随着采样点数的增加, SPF 与 EKF 算法逐渐接近误差下界, 而 MPF 算法能够获得更低的估计误差. 这里需要说明的是, PCRB 的推导是依据非线性模型如式(1)和式(2), 其只能作为 SPF 算法的误差下界, MPF 算法是在 SPF 基础上进行的再次滤波, 进一步消除噪声的影响, 因此误差要小于 SPF 和 PCRB 以及 EKF. 在算法达到稳定状态时, 特定参数条件下的幅度和相位估计误差分别能够达到 0.21 和 0.03.

然后, 考虑不同噪声方差下两种算法估计误差的变化趋势, 在每个噪声方差下对算法稳定后的估计误差取均值并进行 $M = 100$ 次独立实验, 这里我们将图 2 中每条曲线最后 1000 个点进行叠加平均, 作为估计误差均值, 统计结果如图 3 所示. 可以看出, 随着噪声方差的增加, 三种算法的估计误差均随之增加. MPF 算法明显要比 SPF 和 EKF 这两种算法的估计误差要小很多.

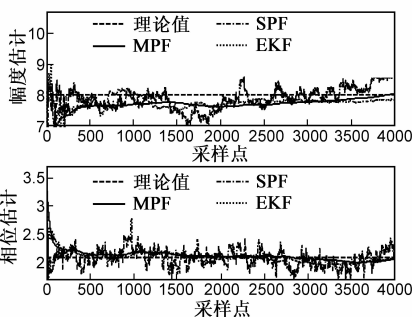


图1 MPF、SPF与EKF滤波算法对比

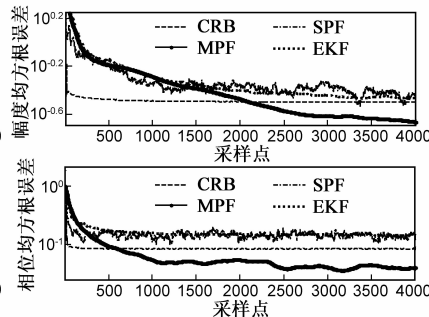


图2 估计误差对比

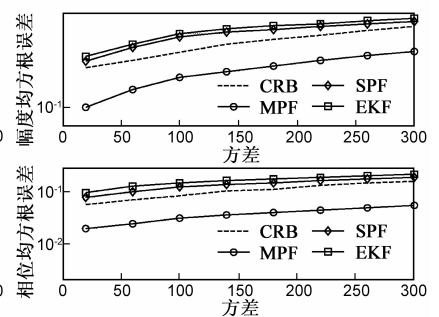


图3 估计误差随噪声方差变化曲线

最后, 给出在不同粒子数量情况下, MPF 和 SPF 算法的估计误差对比, 如图 4 所示. 我们针对粒子的不同取值, 分别进行 $M = 100$ 次独立实验, 并对估计结果取均值. 可以看到, 不管是 MPF 还是 SPF, 对相位的估计精度要高于对幅度的估计精度. 在粒子数量较少时, 两种

方法的性能比较接近, 当粒子数量逐渐增多, MPF 算法的估计误差要明显低于 SPF 算法, 并且当粒子数为 100 时, MPF 的估计性能可以达到稳定状态. 综合考虑计算复杂度及估计精度等因素, 选择 $N = 200$ 作为本文算法的最佳粒子数.

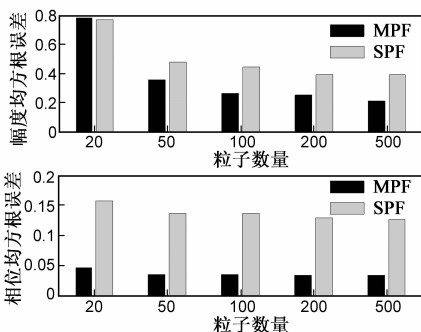


图4 粒子数量对算法的影响

5 结束语

非线性滤波问题是工程应用领域十分关注的一个方向. 在构建系统模型时, 会遇到状态方程是线性的而观测方程属于非线性的问题. 本文正是针对这种情形, 提出一种新的非线性滤波算法. 该方法将粒子滤波与卡尔曼滤波有机地结合起来. 首先采用粒子滤波对状态变量进行初估计, 再通过卡尔曼滤波进行线性递推估计. 同时, 详细地分析了新算法的计算复杂度. 通过周期信号未知参数估计问题的计算机仿真实验, 将本文算法的估计误差与标准粒子滤波的估计误差、克拉

美劳下界以及扩展卡尔曼滤波算法估计误差进行对比,结果清晰地显示了新算法具有更高的估计精度,特别是在较低信噪比情况下,仍能达到比较理想的估计结果,并且对粒子数量的要求比较低,计算复杂度与标准粒子滤波算法相当.本文算法可广泛适用于信号处理中固定未知参数估计等问题.由于本文的分析与推导是建立在高斯噪声假设的基础上,未来的工作可以针对非高斯背景下的参数估计进行深入的研究.

参考文献

- [1] F Daum. Nonlinear filters beyond the Kalman filter [J]. IEEE A&E Systems Magazine, 2005, 20(8): 57 - 69.
- [2] 刘先省, 胡振涛, 金勇, 杨一平. 基于粒子优化的多模型粒子滤波算法[J]. 电子学报, 2010, 38(2): 301 - 306.
X Liu, Z Hu, Y Jin, Y Yang. A novel multiple model particle algorithms based on particle optimization [J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(2): 301 - 306. (in Chinese)
- [3] J Kim, S S Vaddi, P K Menon, E J Ohlmeyer. Comparison between nonlinear filtering techniques for spiraling ballistic missile state estimation [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2012, 48(1): 313 - 328.
- [4] R E Kalman. A new approach to linear filtering and prediction problems [J]. Transactions of the AMSE Journal of Basic Engineering, 1960, 82: 35 - 45.
- [5] S Schmidt. "Applications of State-Space Methods to Navigation Problems" in Advances in Control Systems [M]. Edited by C T Leondes. New York: Academic, 1966. 294 - 340.
- [6] 刘义, 赵晶, 冯德军, 王雪松, 王国玉. 高精度惯导速度信息辅助的弹目相对运动模型构建方法[J]. 电子学报, 2011, 39(9): 2207 - 2211.
Y Liu, et al. Seeker measurement error suppressing using precision speed information of inertial navigation system [J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(9): 2207 - 2211. (in Chinese)
- [7] S J Julier, J K Uhlmann. Unscented filtering and nonlinear estimation [J]. Proceedings of IEEE, 2004, 92(3): 401 - 422.
- [8] T Ghirmai, M F Bugallo, J Miguez, P M Djuric. A sequential Monte Carlo method for adaptive blind timing estimation and data detection [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(8): 2855 - 2865.
- [9] 吴孙勇, 廖桂生, 杨志伟. 基于粒子滤波的宽带信号波达方向估计[J]. 电子学报, 2011, 39(6): 1353 - 1357.
S Wu, G Liao, Z Yang. Direction of arrival estimation of wide-band signal based on particle filters [J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(6): 1353 - 1357. (in Chinese)

- [10] J Scharcanski, A B Oliveira, P G Cavalcanti, Y Yari. A particle-filtering approach for vehicular tracking adaptive to occlusions [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2011, 60(2): 381 - 389.
- [11] J H Kotecha, P M Djuric. Gaussian particle filtering [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2003, 51(10): 2592 - 2601.
- [12] R Zhan, Q Xin, J Wan. Modified unscented particle filter for nonlinear Bayesian tracking [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2008, 19(1): 7 - 14.
- [13] T Schön, F Gustafsson, P Nordlund. Marginalized particle filters for mixed linear/nonlinear state-space models [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(7): 2279 - 2289.
- [14] L Zuo, R Niu, P K Varshney. Conditional posterior Cramér-Rao lower bounds for nonlinear sequential Bayesian estimation [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(1): 1 - 14.

作者简介



夏楠 男. 1983年5月出生, 辽宁大连人. 2006年于大连交通大学信息工程专业获工学学士学位, 现为大连理工大学电子信息与电气工程学部硕博连读生, 主要研究方向为通信信号处理等.



邱天爽 男. 1954年8月出生, 江苏海门人. 博士, 大连理工大学电子信息与电气工程学部教授、博士生导师. 主要从事信号信息处理方面的教学与研究工作. 在国内外学术期刊与会议发表论文约180篇, 曾获国家教育部科学技术二等奖等多项科技奖励.

E-mail: qtiutsh@dlut.edu.cn

李景春 男. 1966年出生, 河北宁晋人. 博士, 教授级高级工程师, 国家无线电监测中心副主任兼总工程师, 主要研究方向为无线电监测理论与应用等.

李书芳 女. 1963年出生. 博士, 北京邮电大学信息与通信学院教授、博士生导师, 主要研究方向为无线通信中的射频理论与技术和电磁兼容等.