

GPS 驯服中无偏滑动平均滤波算法的研究

张 杰^{1,2}, 周栋明¹

(1. 中国科学院测量与地球物理研究所大地测量与地球动力学国家重点实验室, 湖北武汉 430077;
2. 中国科学院研究生院, 北京 100049)

摘 要: 分析已有 GPS 驯服中滤波算法的特点, 提出了基于 GPS 的实时频率误差处理及状态估计的无偏滑动平均滤波算法. 该方法继承了普通滑动滤波算法低噪声特点, 且用线性回归估计补偿了普通滑动滤波算法的偏差, 利用该方法滤除频率测量误差中的频率偏差和多通道 GPS 接收机秒信号 (GPS1PPS) 的锯齿误差, 并预报晶振状态. MATLAB 仿真和实际测试结果都证明了无偏滑动滤波算法比普通滑动滤波有效, 提高了晶振频率的长期稳定性和准确度, 实际系统中恒温晶振 OXCO-131 的长期频率稳定度的 Allan 方差提高了约三个数量级, 达到 $3.5E-12/d$.

关键词: GPS; 驯服; 数字锁相环; 无偏滑动平均滤波; 线性回归估计

中图分类号: TN98 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2013)02-0412-05

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2013.02.032

Improved Moving Average Filter for GPS Disciplined

ZHANG Jie^{1,2}, ZHOU Dong-ming¹

(1. Institute of Geodesy and Geophysics, Chinese Academic of Sciences, Wuhan, Hubei 430077, China;
2. Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: According to the features of filtering algorithm used in GPS, an improved disciplined method using Global Positioning System one pulse pre-second (GPS1PPS) timing signal is proposed in this paper. This unbiased moving average filtering algorithm can eliminate sawtooth errors of GPS1PPS signal and produce an unbiased evaluation of local clock state by using linear regression estimate. Digital Phase-Locked Loop (DPLL) is used to make GPS1PPS timing signal tracked steady by local clock and combine the short term stability of crystal oscillator and long term stability of GPS1PPS timing signal, which ensure high frequency stability and accuracy of local frequency standard when GPS timing signal is lost. The results of MATLAB simulation and real measurement have proved that this method can improve long stability and accuracy of frequency, and Allan variance of frequency stability of crystal oscillator OXCO-131 pre-day in a real system has been improved 3 orders of magnitudes and reached $3.5E-12$.

Key words: GPS; disciplined technique; digital phase-locked loop; unbiased moving average filter; linear regression estimate

1 引言

高精度频率标准广泛地应用在导航定位、电网故障诊断、通信同步网络、野外测量等领域. 随着导航、测量技术的发展, 频率标准精度越来越高, 频率标准的精度每十年提高一个数量级, 且成本也在降低, 其中 GPS 驯服技术^[1]也被广泛地应用到频率标准的校准中. 基于 GPS 的晶振驯服技术是利用 GPS 接收机输出的秒信号锁定本地时钟, 当 GPS 模块失锁或者信号丢失时, 则依靠晶振的频率稳定性和校准后的准确度来保证在 GPS 接收器失锁期间晶振的频率准确度, 随着时间的增加频率准确度会变差, 因此提高晶振的频率稳定性和准确度, 保证 GPS 接收器失锁时驯服晶振的高频率准确度

是 GPS 驯服研究的重点, 也是论文研究重点.

锁相环是实现 GPS 驯服的关键技术, 图 1 是论文中所用的数字锁相环结构, 其中滤波器中采用的滤波算法是无偏滑动平均滤波算法. 数字锁相环 (DPLL) 比传统模拟锁相环有抗干扰能力强、温漂小等特点, 且环路中的滤波算法可用数字方法实现, 易操作、结构简单^[2~5].

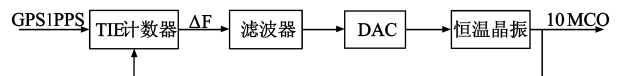


图1 系统中数字锁相环原理框图

无偏滑动滤波算法主要是滤除 GPS1PPS 信号引入的锯齿误差、恒温晶振的频偏、老化及频率漂移. 文献[6~8]中 Yuriy S Shmaliy 等研究了无偏 FIR 滤波器在基于 GPS 驯服时钟中的应用, 并用实测数据验证了 FIR 滤波

器的有效性,与 Kalman 滤波相比,其 Allan 方差^[9,10]稍微要好点.文献[11~13]讨论了 Kalman 滤波器在基于 GPS 驯服频标中的应用,一定程度上改善 GPS 模块失锁时本地时钟的频率准确度.论文根据数字锁相环的特点,在滤波器方案选择中结合普通滑动滤波的优点,利用线性回归对普通滑动滤波器进行了改进,其对测量误差处理是无偏的,且改进后的无偏滑动平均滤波算法的系数计算简单,适合在硬件系统中实现.

2 恒温晶振系统设计

恒温晶振驯服系统以 GPS 系统时为参考时钟,测量本地时钟与 GPS 系统时的偏差,通过不断调整本地恒温晶振时钟频率使其与 GPS 系统时误差达到最小,且频率稳定度、准确度满足设计要求.图 2 是基于无偏滑动平均滤波算法的 GPS 恒温晶振驯服系统的原理框图,其中 10MCO 是校准后的恒温晶振频率,无偏滑动平均滤波算法在模块 MCU 中实现,滤除测频模块测得的频率数据 GPS1PPS 锯齿误差和恒温晶振的频率漂移,为了提高频率测量精度和压控电压控制精度,减小测量精度和压控电压控制精度的影响,采用了时间间隔平均测量法^[14]和 DAC 压控电压控制电路.

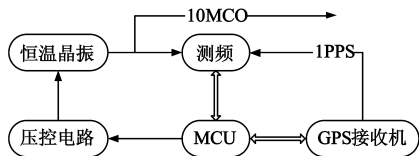


图2 系统原理框图

2.1 时间间隔平均法测频

目前比较成熟的高精度时间间隔测量方法有时间间隔平均法、模拟内插法^[14]、时间-幅度转换法、时-空关系时间间隔测量法^[15]等.图 2 中测频模块通过比对 GPS1PPS 信号与本地时钟信号,以 GPS1PPS 信号为启动和停止信号,采用时间间隔平均法测量恒温晶振的频率,该测量方法的频率测量精度较高,且实现简单,式(1)是时间间隔平均法的测量精度.

$$e = \pm T_0 / \sqrt{N} \pm e_{ref} \pm e_s \quad (1)$$

其中 e 为测量总误差, T_0 为本地时钟周期, e_{ref} 为 GPS1PPS 信号的误差, e_s 为系统误差, N 是测量次数.由式(1)可知采用时间间隔平均法测量精度提高了 $1/\sqrt{N}$.时间间隔平均法测频的原理如图 3 所示, GPS1PPS 信号启动和停止闸门时间,闸门时间内分别对本地时钟信号和 GPS1PPS 信号计数,本地时钟频率为本地时钟信号计数值与 GPS1PPS 信号计数值的比值.

2.2 压控电路设计

压控电压控制电路主要是调节恒温晶振压控端的电压值,其控制精度越高,频率调节越准确.压控电压

精确控制比较成熟的方法有 PWM 波脉宽调制法、数模转换(DAC)法.脉宽可调的 PWM 波通过低通滤波后能够实现分辨率较小的电压控制,而分辨率越小,滤波要求越高,滤波电路越复杂.DAC 电路的主要限制因素是参考电压稳定性和 DAC 分辨率,采用高精度、低温漂的电压基准源和两路位数低的不同放大倍数的 DAC 能够很好的解决 DAC 控制电路的限制因素,且成本较低、电路简单,电路框图如图 4 所示.

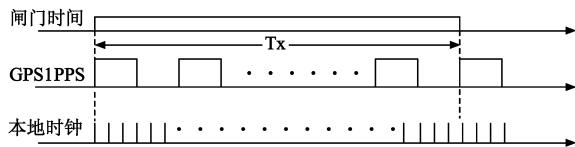


图3 时间间隔平均法原理

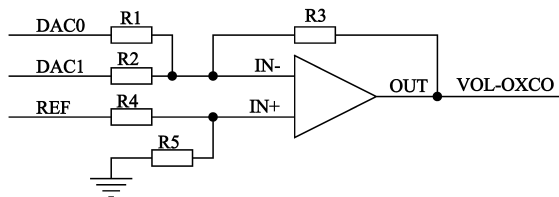


图4 晶振电压控制电路

根据系统频率稳定度要求和压控电压范围确定两路 DAC 输出 DAC0 和 DAC1 的放大倍数,放大倍数不同,则两路 DAC 最终分辨率不同.DAC0、DAC1 的放大倍数由图 4 中 $R3/R1$ 、 $R3/R2$ 比值决定,通过改变这两比值来改变放大倍数,最终实现所要求的最小分辨率和电压控制范围.

3 无偏滑动平均滤波算法

根据晶振频率测量模型,可以将测量误差展开为泰勒级数,考虑晶振自身的特点,只需要取泰勒级数的前三项,这对基于 GPS 的晶振驯服是足够的.模型表达式为:

$$x_n = x_0 + x_1 \tau n + \tau^2 n^2 x_2 / 2 + \epsilon \quad (2)$$

式(2)中 n 的取值为 $1, 2, 3, \dots$, τ 频率测量间隔, x_0 是初始频率误差, x_1 是晶振初始频率偏差, x_2 是老化和温度变化引起的线性频率漂移率. ϵ 是晶振噪声、测量引起的随机误差.基于 GPS 的晶振频率测量中 ϵ 可以用下面的公式表示:

$$\epsilon = x(n) + v(n) \quad (3)$$

$v(n)$ 是由 GPS 接收机引起的误差,包括 GPS1PPS 信号的锯齿误差和其他误差, $x(n)$ 是第 n 次测量时的测量随机误差.

基于 GPS 的晶振频率测量误差模型都可以用式(2)表示,而高精度恒温晶振和原子钟的温度补偿特性比较好,晶振自身老化引起的漂移相对也比较小,较短时间内温度老化率引起的漂移很小,可以认为没有频率漂移,此时可以采用线性模型作为频率测量误差模

型的估计,误差模型公式为:

$$x_n = x_0 + y_n + \varepsilon \quad (4)$$

其中 y_n 是式(2)中等式右边的第二项. 为了滤除式(4)中随机误差 ε 中 GPS1PPS 信号的锯齿误差和测量时的随机误差,提高频率测量精度,可以采用滑动滤波,普通滑动滤波的表达式为:

$$\hat{x}'_n = \sum_{i=1}^{N-1} x_i / N \quad (5)$$

式(5)中 N 为滑动窗口窗长, x_i 是第 i 次测量误差值,普通滑动滤波的权值为常数 $1/N$. 采用普通滑动滤波处理测量误差数据时,滤波偏差为:

$$\Delta x = x_n - \hat{x}'_n \quad (6)$$

其中 x_n 是晶振频率偏差的真实值. 由于恒温晶振误差的估计模型是线性的,滤波处理后偏差是负值,为了补偿普通滑动滤波的偏差,采用不同权值的滑动滤波,令滤波表达式为:

$$\hat{x} = \sum_{i=0}^{N-1} W_i(N) x_{N-i} \quad (7)$$

其中 $W_i(N)$ 是滤波器的第 i 个测量值的权值系数, $i = 0, 1, \dots, N-1$.

晶振误差模型中存在一次项或者二次项,采用普通滑动滤波得到 t_n 时刻 x_n 估计值存在偏差. 对于恒温晶振可以采用模型(4),为了补偿估计偏差,首先用线性最小二乘法估计^[17] x_n ,式(8)是线性最小二乘法的表达式.

$$x(t_n) = \frac{\sum_{i=1}^{N-1} x_i / N + (t_n - \sum_{i=1}^{N-1} t_{n-i} / N) \cdot \frac{E\{[x_{n-i} - E(x)][t_{n-i} - E(t_n)]\}}{\sum_{i=0}^{N-1} (t_{n-i} - E(t_n))^2 / N}}{\quad} \quad (8)$$

最小二乘估计采用的是方差最小准则,可用 $x(t_n)$ 代替 t_n 时刻频差真实值 x_n 计算普通滑动滤波的偏差. 式(12)是普通滑动滤波 t_n 时刻的估计偏差:

$$\Delta x = x_n - \hat{x}' = x(t_n) - \hat{x}' \quad (9)$$

用式(9)左边的 Δx 补偿普通滑动滤波的估计值来改进普通滑动,使改进后的滑动滤波是 x_n 的无偏估计. 设改进后权值为 $W_i(N)$,令改进后的滤波表达式如式(10):

$$\hat{x} = \sum_{i=0}^{N-1} W_i(N) x_{N-i} = \hat{x}' - \Delta x = 2\hat{x}' - x(t_n) \quad (10)$$

将式(8)代入式(10),整理并计算得到 $W_i(N)$ 的表达式:

$$W_i(N) = (2(2N-i) - 6i) / N(N+1) \quad (11)$$

由式(11)可知 $W_i(N)$ 是 i 的单调递减函数, $i=0$ 时得到最大值 $2(2N-1)/(N^2+N)$, $i=N$ 取得最小值 $-2(N-2)/(N^2+N)$,说明离 x_n 越近的测量误差值对估计 x_n 贡献越大,这与实际情况相符.

改进后的滑动滤波器权值表达式简单,窗长 N 确定后,每个测量值的权值就确定了,且滤波器对本地时钟状态估计是无偏的,另外无偏滑动滤波算法不需要噪声的先验信息,且滤波处理后方差较小. 无偏滑动平均滤波算法适合在硬件系统中实现,可以先将权值 $W_i(N)$ 计算出来存在硬件系统中,减少运算量,提高系统效率.

4 验证及分析

4.1 无偏滑动平均滤波算法仿真测试

由式(5)可知普通滑动滤波权值是相等的,等于滤波窗口长度的倒数,而无偏滑动平均滤波算法的权值是窗长 N 的二次函数,式(11)是其权值表达式. 为了验证滤波器改进前后的滤波效果,进行了 MATLAB 仿真测试,图 5 是 MATLAB 环境下滑动滤波算法改进前后的滤波结果. 仿真中 GPS1PPS 的锯齿误差用均值为零、标准差为 25ns 的白噪声,本地时钟初始频偏为 1×10^{-10} ,采样间隔为 5s.

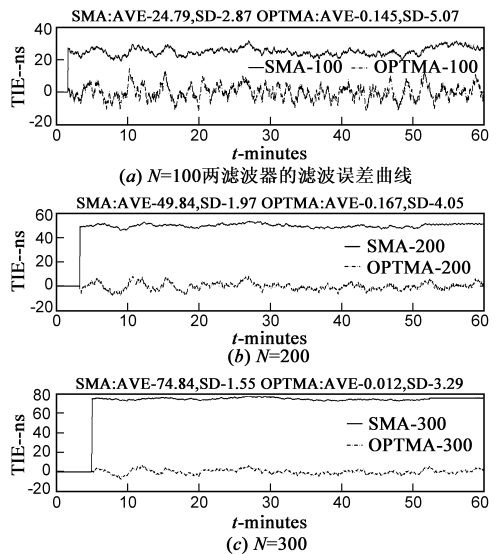


图5 滑动滤波改进前后滤波误差仿真结果, SMA普通滑动滤波, OPTMA改进滑动滤波

图 5 是不同窗长的改进前后滤波器滤波后的误差曲线,图 5(a)(b)(c) 分别是窗长为 100、200、300 时的改进前后滤波器滤波后的误差曲线,可以明显的看出普通滑动滤波器(SMA)对本地时钟状态(频偏)的滤波处理后的误差的均值很大,明显偏离零值,且随着窗长 N 的增加,偏离程度越大,而改进的滑动滤波器(OPTMA)滤波误差在零附近摆动,说明了改进后的滑动平均滤波是无偏的. 从图 5 也可知 SMA 滤波的波动比 OPTMA 小,即标准差要小,说明了无偏滑动滤波为了提高滤波准确度,滤波后的方差有所恶化.

表 1 是图 5 中改进前后不同窗长的滤波器误差的

均值、标准差详细对比.表 1 可知改进的无偏滑动平均滤波误差的标准差约为普通滑动滤波的两倍,且窗长影响很小,说明了改进的无偏滑动平均滤波器的方差有所恶化,但是无偏滑动平均滤波的均值要远远小于普通滑动滤波,且窗长越大,无偏滑动平均滤波的优越性更明显,所以仿真测试证明了改进滑动滤波对本地时钟状态估计是无偏的.

表 1 图 5 中滑动滤波器改进前后均值、标准差详细对比

不同窗长滤波器	均值 (AVE)	标准差 (SD)	均值比值 (SMA/OPTMA)	标准差比值 (SMA/OPTMA)
$N = 100$ SMA	24.79	2.87	-	-
$N = 100$ OPTMA	0.145	5.07	171.0	0.566
$N = 200$ SMA	49.84	1.97	-	-
$N = 200$ OPTMA	0.167	4.05	298.4	0.486
$N = 300$ SMA	74.84	1.56	-	-
$N = 300$ OPTMA	0.105	3.29	712.8	0.474

4.2 实测数据分析

实际测试系统中频率测量间隔为 5s, 累计次数为 120, 每次数据处理间隔为 600s. 系统时钟倍频越高, 本地时钟频率测量精度越高, 而系统工作稳定性下降, 通过测试系统时钟倍频到 100MHz 测试效果比较理想, 单次频率测量精度为 10ns. 图 6 是根据实际测得的频率数据得到的频率稳定准确度曲线, 式(12)是频率稳定度计算公式^[9]. 系统频率测量中所用的频率计是 Agilent 53181A, 带宽为 225MHz, 参考时钟为 OSA 5585B PRS 铷钟, 频率为 10MHz, GPS 接收器为 MOTOROLA 的 M12, 工作模式为普通模式, 本地恒温晶振为 OXCO-131.

$$y = (f_m - f_0) / f_0 \quad (12)$$

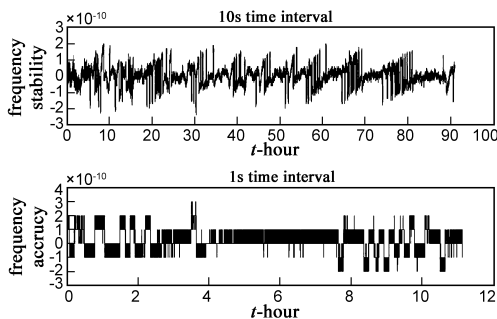


图 6 不同采样间隔的实测频标频率稳定度曲线

图 6 上半部分是频率计采样间隔为 10s 连续测量约 90h 得到的频率稳定曲线, 下半部分是频率计采样间隔为 1s 连续测量约 11h 得到频率稳定度曲线. 图 6 中曲线的波动主要是由于实际系统中频率测量精度较低和外界环境变化引起了参考时钟波动引起的. 频率计采样间隔为 10s 时, 测量时间内频率稳定度的均值为 2.113×10^{-12} , 标准差为 6.452×10^{-11} , Allan 方差为 1.236×10^{-11} , 采用最小二乘法计算测量时间内频率稳定度的日漂移率为 $3.482 \times 10^{-12}/d$. 频率计采样间隔为

1s 时, 测量时间内频率稳定度的均值为 1.853×10^{-11} , 标准差为 7.636×10^{-11} , Allan 方差为 3.866×10^{-11} . 从图 6 可知频率稳定度曲线在零附近波动, 且短期频率稳定度较高, 长期频率稳定度得到明显改善, 频率稳定度曲线漂移很小, 频率计采样间隔为 10s 时测得频率稳定度日漂移率为 3.482×10^{-12} .

表 2 详细列出了恒温晶振校准前后的频率性能, 从表 2 可知恒温晶振短期稳定性稍微变差, 变差的主要原因是恒温晶振的实时校频, 这是无法避免的, 只能尽可能的减小校频对晶振短期稳定度的影响; 长期稳定性提高了 3 个数量级, 和 GPS 系统时的长期稳定性水平相当, 所以恒温晶振的长期稳定性得到明显改善, 同时也证明了改进滑动滤波算法对本地时钟误差的滤波估计是无偏的.

表 2 OXCO-131 校正前后频率稳定度 Allan 方差

	1s	10s	1 d
校正前	1×10^{-11}	9×10^{-12}	1.4×10^{-9}
校正后	3.866×10^{-11}	1.236×10^{-11}	3.482×10^{-12}

5 结束语

论文提出了一种改进 GPS 驯服方法, 运用了改进的无偏滑动平均滤波算法和数字锁相环技术. MATLAB 仿真和实际系统测试验证了该方法的正确性、可行性, 该算法提高了晶振的长期稳定性和频率准确度, 用于实际测试的系统中恒温晶振 OXCO-131 长期稳定度 Allan 方差提高了三个数量级, 达到 $3.5 \times 10^{-12}/d$. 与 kalman 滤波相比, 无偏滑动滤波算法不需要噪声的先验信息, 且方差较小. 实际测试的系统中, 采用了时间间隔平均法测频和数字锁相环结构, 时间间隔平均法测频提高了频率测量精度, 无偏滑动平均滤波算法滤除了 GPS1PPS 信号的锯齿误差, 数字锁相环结构使恒温晶振实时地稳定地跟踪 GPS1PPS 信号.

参考文献

- [1] 马煦, 孔维, 孙海燕. 基于 GPS 驯服时钟的频率校准系统的设计[J]. 电讯技术, 2011, 51(10): 109 - 112.
Ma Xu, Kong Wei, Sun Hai-yan. Design of a frequency calibration system based on GPS disciplined rubidium clock [J]. Telecommunication Engineering, 2011, 51(10): 109 - 112. (in Chinese)
- [2] Floyd M GARDner 著, 姚剑清译. 锁相环技术[M]. 北京: 人民邮电出版社, 2007.
- [3] 晏辉, 张忠培. 低信噪比下锁频锁相器性能分析及改进[J]. 电子学报, 2011, 39(1): 1 - 6.
Yan Hui, Zhang Zhong-pei. Performance analysis and improvement of phase and frequency detector at low SNR [J]. Acta

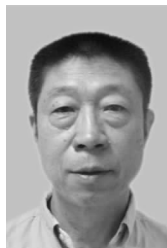
- Electronica Sinica, 2011, 39(1): 1 - 6. (in Chinese)
- [4] Beomsup Kim. Dual-loop DPLL gear-shifting algorithm for fast synchronization [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems-II: Analog and Digital Signal Processing, 1997, 44(7): 577 - 586.
- [5] 陈鑫, 邓小莺. Matlab 环境下的全数字锁相环仿真模型 [J]. 微电子学, 2007, 37(4): 489 - 493.
Chen Xin, Deng Xiao-ying. Behavioral modeling of all-digital PLL in Matlab environment [J]. Microelectronics, 2007, 37(4): 490 - 493. (in Chinese)
- [6] Yuriy S, Shmaliy. Optimal horizons for a one-parameter family of unbiased FIR filters [J]. Digital Signal Processing, 2008, 18: 739 - 750.
- [7] Yuriy S Shmaliy. An unbiased p-step predictive FIR filter for a class of noise-free discrete-time models with independently observed states [J]. SIViP, 2009, 3: 127 - 135.
- [8] Yuriy S, Shmaliy, Oscar Ibarra-Manzano. A thinning algorithm for GPS-based unbiased FIR estimation of a clock TIE mode [J]. Measurement, 2008, 41: 538 - 550.
- [9] 李孝辉, 杨旭海, 刘娅等. 时间频率信号的精密测量 [M]. 北京: 科学出版社, 2010. 15 - 35.
- [10] 唐素, 彭毅, 张有正. 广义阿仑方差及修正阿仑方差 [J]. 电子学报, 1987, 15(1): 1 - 5.
Tang Su, Peng Yi, Zhang Youzheng. Generalized allan variance and modified allan variance [J]. Acta Electronica Sinica, 1987, 15(1): 1 - 5. (in Chinese)
- [11] C W T Nicholls, G C Carleton. Adaptive OCXO drift correction algorithm [A]. Proceedings of the 50th Anniversary Conference on IEEE International Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control Joint [C]. USA: IEEE Press, 2004. 509 - 517.
- [12] 孙江涛. 基于 GPS 的 1PPS 的二级频标驯服技术 [D]. 西安电子科技大学, 2010.
Sun Jiangtao. The Locked Technique of Second-Class Frequency Standards by the 1PPS Derived From GPS [D]. Xi Dian University, 2010. (in Chinese)
- [13] 杨旭海, 翟惠生, 胡永辉, 等. 基于新校频算法的 GPS 可驯铷钟系统研究 [J]. 仪器仪表学报, 2005, 26(1): 41 - 44.
Yang Xuhai, Zhai Huisheng, Hu Yonghui. Study on GPS disciplined Rb clock based on new frequency accuracy measurement algorithm [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2005, 26(1): 41 - 44. (in Chinese)
- [14] 周渭, 偶晓娟, 周晖, 等. 时频测控技术 [M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2006.
- [15] 潘继飞, 姜秋喜, 毕大平. 模拟内插法及其测量误差分析 [J]. 电光与控制, 2007, 14(1): 147 - 150.
Pan Ji-fei, Jiang Qiu-xi, Bi Da-ping. Analog interpolation method and its measurement error analysis [J]. Electronics Optics & control, 2007, 14(1): 147 - 150. (in Chinese)
- [16] Amir Mohammad Amiri, Mounir Boukadoum, Abdelhakim Khouas. A multihit time-to-digital converter architecture on FPGA [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2009, 58(3): 530 - 540.
- [17] 盛骤, 谢式千, 潘承毅. 概率论与数理统计 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2001.

作者简介



张杰 男, 1987 年 1 月出生, 湖南省常德市人. 2010 年毕业于中国地质大学电子信息工程专业, 现为中国科学院测量与地球物理研究所硕士研究生, 并已经录取为中科院硕博连读生. 研究方向为高精度时间频率传递、精密仪器.

E-mail: zhangjie071063@163.com



周栋明 男, 1944 年出生, 上海市人. 毕业于中国科技大学自动化专业, 现为中国科学院测量与地球物理研究所研究员, 目前主要研究方向为高精度时间频率传递、时频系统、精密仪器.

E-mail: lzliu0430@126.com