

未建模系统基于观测值的实时分块 Kalman 滤波估计方法研究

文 韬¹, 葛泉波²

(1. 杭州电子科技大学计算机学院, 浙江杭州 310018; 2. 杭州电子科技大学自动化学院系统科学与控制工程研究所, 浙江杭州 310018)

摘 要: 本文以一类具有周期随机变化特点的随机过程为对象, 在仅有测量模型的情况下研究估计方法的设计问题. 首先, 通过离散化方法建立点采样的离散输出方程、分块形式的输出方程以及描述点采样与被估状态块向量之间关系的输出方程; 其次, 利用待估变量具有的周期性随机游走特性, 建立对应的状态模型; 再者, 利用扩展强跟踪滤波算法, 分别得到了实时点估计滤波器、半实时块估计滤波器和实时块估计滤波器等三种未建模系统随机变量基于输出测量值的估计方法; 最后, 利用计算机仿真对三种滤波器的性能进行了比较分析.

关键词: Kalman 滤波; 随机游走; 输出测量值; 块估计; 强跟踪滤波

中图分类号: **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2012)10-1958-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2012.10.009

Research on Real-Time Block Kalman Filtering Estimation Methods for the Un-modeled System Based on Output Measurements

WEN Tao¹, GE Quan-bo²

(1. School of Computer and Technology, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou, Zhejiang 310018, China;

2. Institute of System Science and Control Engineering, School of Automation, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou, Zhejiang 310018, China)

Abstract: Aiming at the random process with periodic changing characteristic, A new estimation method under the case having only measurement model is proposed in this paper. Firstly, the discrete output equation, output equation with blocking form, and output equation between point sample and the block vector of estimated state are taken. Secondly, by using the periodic random walk characteristic of estimated variable, the state models are established. Thirdly, based on strong tracking filter algorithm, three estimation methods such as real time point filter, semi-real time block filter, and real time block filter are proposed for the un-modeled random variable system with only output measurement. Finally, computer simulation is demonstrated to compare the performances of three proposed filters.

Key words: Kalman filtering; random walk; output measurements; block estimation; strong tracking filter

1 引言

在电力系统、网络管理、自动控制、工业生产和经济动态分析等相关领域中,存在着大量的被各类噪声污染的随机过程,人们常常希望能够对这类普遍存在的现象进行有效的状态实时估计或预测估计,从而为系统工况的实施监控、决策和调度等行为提供尽可能准确的数据.以电力系统在某一地区中每日周期性的载荷为例,它是电力系统调度运营部门一项重要的日常性的研究工作,也是制定发电计划和输电方案的主要依据.因此,本文拟开展的未建模系统随机变量基于输出观测值估计方法的研究,具有较重要的理论意义和一定的应用指

导价值^[1-4].

由于在通常情况下,人们能得到的仅是由某些传感器输出的对被估计对象的测量值.因此,在这种情况下,需要解决的问题就是:在没有建立被估变量随时间变化的动态模型的情况下,如何能仅依据传感器的输出值,结合相应的估计方法,尽可能准确地给出被估变量的估计值.这一问题已受到大家的广泛关注.在已有的相关研究工作中,常用的方法有最小二乘法,基于相关信息建立起描述目标随时间变化的动态模型后的 Kalman 滤波方法等.在基于 Kalman 滤波方法的估计中,大多数是待估计的随机变量视为具有随机游走性质,并简单地将其作为随时间变化的动态模型,然后再利用 Kalman

滤波算法对被估变量实施估计^[1-7].正如人们所知,当被估计变量随时间变化较平稳且受外界影响较小时,上述假设还尚且可行;而在实际需求急骤增加或系统随时间产生突变的情况下,所建立的动态模型具有不确定性.此时,常因所以建立的估计算法不具备鲁棒性,而导致估计不准确甚至发散的问题^[8].

基于现有工作中存在的上述问题,本文拟对一类具有周期随机变化特点的随机过程,将现有文献中所建立的动态模型先扩展为以给定周期变化的离散动态模型,然后再改写相应的输出方程并给出相应的点估计滤波器,然后进一步给出对被估变量以给定周期为单位进行分块的状态估计方法.

扩展卡尔曼滤波(EKF)是在线性系统的卡尔曼滤波(KF)算法的基础上推广得到的一种用于处理非线性系统状态估计问题的有效算法,本文称之为算法 1.当给定的模型足够精确,并且滤波初始值选择得当时,EKF 可以给出比较准确的状态估计值.然而,在通常情况下,实际系统的参数会因为设备老化或者损坏发生缓变或突变,会造成原模型与实际系统不匹配.而 EKF 关于模型不确定性的鲁棒性很差,会造成状态估计不准,甚至滤波发散等现象^[9].

强跟踪滤波(STF)是又一类被广泛采用的非线性滤波方法.它是针对 EKF 存在的问题提出来的,主要优势在于具有较强的关于模型不确定性的鲁棒性和极强的关于突变状态的跟踪能力.其核心思想是强迫不同时刻之间的残差正交,从而实现对观测值的充分利用.该方法也是一种实时的滤波算法,对模型不准确起到一定的调节作用,对参数突变具有较好的跟踪能力^[10].

本文在文献[7]的基础上,尝试考虑影响载荷预测的主要因素,通过建立合适的模型,基于 STF 分别给出了实时点估计滤波器、半实时块估计滤波器和实时块估计滤波器等三种未建模系统随机变量基于输出测量值的估计方法,最后通过仿真实验证明了本文方法在这类问题中的有效性.本文的工作是文献[7]的完善与提高,研究意义更具一般性.

2 问题描述

各类系统过程通常会受到环境和其它干扰因素的影响,因此,大都是一个非平稳的随机过程;同时,又可以将其视为一个平稳过程与一个非平稳过程的叠加,具体可以描述如下.

假定非平稳随机载荷变量 $f(t)$,其输出观测方程为

$$z_1(t) = f(t) + v_{01}(t) \quad (1)$$

其中, $z_1(t)$ 表示载荷随机信号的测量值, $v_{01}(t)$ 是观测方程中用来表示建模不确定性的零均值高斯白噪声.

载荷量 $f(t)$ 又可以划分为平稳和非平稳两部分

$$f(t) = s(t) + n(t) \quad (2)$$

其中, $s(t)$ 表示其平稳部分, $n(t)$ 表示其非平稳部分.一般情况下,非平稳随机部分常会受到环境和其它干扰因素的影响.这里考虑非平稳部分 $n(t)$ 仅受某一因素 $T(t)$ 的影响,即

$$n(t) = \alpha(t)T(t) \quad (3)$$

其中, $\alpha(t)$ 是随时间变化的随机参数,同时假定 $T(t)$ 是一个可被测的平稳随机变量

$$z_2(t) = T(t) + v_{02}(t) \quad (4)$$

为了实现对随机变量 $f(t)$ 、 $T(t)$ 及随机参数 $\alpha(t)$ 的实时估计,通常需要建立它们随时间变化的动态系统模型.

3 基于点采样系统建模和 STF 的实时点估计滤波器设计(算法 2)

3.1 基于点采样的系统建模

分别对连续的观测过程 $z_1(t)$ 和 $z_2(t)$ 进行等间隔离散化,并假定采样间隔为 Δ .为方便描述起见,常简记 $k: = k\Delta$,可得

$$z_1(k) = s(k) + \alpha(k)T(k) + v_{11}(k) \quad (5)$$

$$z_2(k) = T(k) + v_{12}(k) \quad (6)$$

令

$$z(k) = \begin{bmatrix} z_1(k) \\ z_2(k) \end{bmatrix}, \bar{x}(k) = \begin{bmatrix} s(k) \\ T(k) \end{bmatrix}, v_1(k) = \begin{bmatrix} v_{11}(k) \\ v_{12}(k) \end{bmatrix}$$

则可得测量方程组式(5)、式(6)的综合形式为

$$z(k) = h(k, \alpha(k))\bar{x}(k) + v_1(k) \quad (8)$$

其中

$$h(k, \alpha(k)) = \begin{bmatrix} 1 & \alpha(k) \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$v_1(k)$ 是测量噪声,具有统计特性:

$$E\{v_1(k)\} = 0, E\{v_1(k)v^T(j)\} = R(k)\delta_{kj} \quad (9)$$

可视 $\bar{x}(k)$ 为待估的系统状态变量,在没有其它更多先验信息的情况,假设状态模型为

$$\bar{x}(k+1) = \Phi_0(k+1, k)\bar{x}(k) + w_0(k) \quad (10)$$

其中,状态转移阵 $\Phi_0(k+1, k)$ 为单位阵, $w_0(k)$ 为系统建模噪声,具有统计特性:

$$E\{w_0(k)\} = 0, E\{w_0(k)w_0^T(j)\} = Q_0(k)\delta_{kj} \quad (11)$$

测量方程中参数 $\alpha(k)$ 是随时间变化的随机参数,所以将其与 $\bar{x}(k)$ 一同建模为被估变量.但由于实际系统中缺乏对 $\alpha(k)$ 的动态建模信息,因此引入如下辅助方程:

$$\alpha(k+1) = \alpha(k)$$

该辅助方程实际上是假设参数 $\alpha(k)$ 是近似不变的.由于上式的引入,使得该系统建模产生了一种新的不确

定性. 因此, 本文用强跟踪滤波来处理该建模不确定, 以保证滤波结果有较高的估计精度和稳定性.

因此, 令

$$x_1(k) = \begin{bmatrix} \bar{x}(k) \\ \alpha(k) \end{bmatrix}$$

那么, 系统(8)和(10)可等价改写为如下形式

$$z(k+1) = h_1(k+1, x_1(k+1)) + v_1(k+1) \quad (12)$$

$$x_1(k+1) = \Phi_1(k+1, k)x_1(k) + w_1(k) \quad (13)$$

其中

$$h_1(k+1, x_1(k+1)) = \begin{bmatrix} s(k+1) + \alpha(k+1)T(k+1) \\ T(k+1) \end{bmatrix},$$

$$w_1(k) = \begin{bmatrix} I_{2 \times 2} \\ 0_{1 \times 2} \end{bmatrix} w_0(k),$$

$$\Phi_1(k+1, k) = \begin{bmatrix} \Phi_0(k+1, k) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$E\{w_1(k)\} = 0, E\{w_1(k)w_1^T(j)\} = Q_1(k)\delta_{kj}.$$

3.2 基于点采样系统模型和 STF 的实时点估计滤波器设计

由于式(13)所描述的系统状态方程不是精确建模的, 加之式(12)所描述的测量方程为非线性的, 因此本节将采用强跟踪滤波对系统状态进行估计, 并将估计算法与 EKF 进行比较.

下面将首先建立基于点采样系统建模的 STF 算法, 具体步骤如下:

(1) 给定目标状态 $x_1(k)$ 的初始估计值 \hat{x}_{10} 和相应的估计误差协方差阵 P_{10} .

(2) 假定已获得目标状态在第 k 个采样时刻的估计值 $\hat{x}_1(k|k)$ 和相应的估计误差协方差矩阵 $P_1(k|k)$:

$$\hat{x}_1(k|k) = E\{x_1(k) | x_{10}, z(1), z(2), \dots, z(k)\}$$

$$P_1(k|k) = E\{[x_1(k) - \hat{x}_1(k|k)][x_1(k) - \hat{x}_1(k|k)]^T\}$$

(3) 基于式(13), 可得出一步预测值 $\hat{x}_1(k+1|k)$ 和相应的预测误差协方差矩阵 $P_1(k+1|k)$

$$\hat{x}_1(k+1|k) = \Phi_1(k+1, k)\hat{x}_1(k|k) \quad (14)$$

$$P_1(k+1|k) = \lambda(k+1)\Phi_1(k+1, k)P_1(k|k) + \Phi_1^T(k+1, k)Q_1(k) \quad (15)$$

由于系统建模存在不确定性, 必然会造成一步预测产生较大误差, 而该误差在很大程度上会反映在预测误差协方差矩阵 $P_1(k+1|k)$ 中. 因此, 为了去除或削弱这种影响, 人们在式(15)中引入了次优的自适应渐消因子 $\lambda(k+1)$, 它由下式确定^[8]:

$$\lambda(k+1) = \begin{cases} \lambda_0, & \lambda_0 \geq 1 \\ 1, & \lambda_0 \leq 1 \end{cases} \quad (16)$$

$$\lambda_0 = \frac{\text{tr}[N_1(k+1)]}{\text{tr}[M_1(k+1)]} \quad (17)$$

上式中

$$N_1(k+1) = V_{10}(k+1) - H_1(k+1)Q_1(k)H_1^T(k+1) - \beta R_1(k+1) \quad (18)$$

$$M_1(k+1) = \Phi_1(k+1, k)P_1(k|k)\Phi_1^T(k+1, k) \times H_1^T(k+1)H_1(k+1) \quad (19)$$

$$V_{10}(k+1) = \begin{cases} \gamma_1(1)\gamma_1^T(1), & k=0 \\ \frac{\rho V_{10}(k) + \gamma_1(k+1)\gamma_1^T(k+1)}{1+\rho}, & k \geq 1 \end{cases} \quad (20)$$

$$\gamma_1(k+1) = z(k+1) - h_1(k+1, \hat{x}_1(k+1|k)) \quad (21)$$

$$H_1(k+1) = \left. \frac{\partial h_1(k+1, x_1(k+1))}{\partial x_1} \right|_{x_1(k+1) = \hat{x}_1(k+1|k)} \quad (22)$$

式(20)中 $0 < \rho \leq 1$ 为遗忘因子, 一般取 $\rho = 0.95$; $\beta \geq 1$ 为一个选定的弱化因子, 引入此弱化因子的目的是使状态估计值更加平滑.

(4) 计算出相应的增益阵

$$K_1(k+1) = P_1(k+1|k)H_1^T(k+1) \times [H_1(k+1)P_1(k+1|k)H_1^T(k+1) + R_1(k+1)]^{-1} \quad (23)$$

(5) 得到最终的状态估计值 $\hat{x}_1(k+1|k+1)$ 和估计误差协方差阵 $P_1(k+1|k+1)$

$$\hat{x}_1(k+1|k+1) = \hat{x}_1(k+1|k) + K_1(k+1)\gamma_1(k+1) \quad (24)$$

$$P_1(k+1|k+1) = [I - K_1(k+1)H_1(k+1)]P_1(k+1|k)$$

注释 上面是基于 STF 算法的描述, EKF 和 STF 的不同之处在于 EKF 没有引入次优渐消因子. 若式(15)中 $\lambda \equiv 1$, STF 就退化为 EKF 算法(算法 1).

4 基于周期采样系统建模和 STF 的分块半实时滤波器设计(算法 3)

4.1 周期采样建模

为了利用随机过程周期变化的特性, 人们也常对观测过程 $z_1(t)$ 和 $z_2(t)$ 进行周期性离散化, 并假定采样间隔为 Δ , 采样周期为 $M\Delta$. 为了描述方便起见, 常简记 $k = k\Delta$, $M = M\Delta$, 由此可得

$$z_1(m, k) = s(m, k) + \alpha(m, k)T(m, k) + v_{21}(m, k), \quad k = 1, 2, \dots, M; m = 1, 2, \dots \quad (25)$$

$$z_2(m, k) = T(m, k) + v_{22}(m, k), \quad k = 1, 2, \dots, M; m = 1, 2, \dots \quad (26)$$

上式中, m 表示第 m 个周期, M 表示第 m 周期的采样数.

令

$$z(m, k) = \begin{bmatrix} z_1(m, k) \\ z_2(m, k) \end{bmatrix}, \bar{x}_2(m, k) = \begin{bmatrix} s(m, k) \\ T(m, k) \end{bmatrix},$$

$$v_2(m, k) = \begin{bmatrix} v_{21}(m, k) \\ v_{22}(m, k) \end{bmatrix}$$

则测量方程组式(25)、式(26)可综合成

$$z(m, k) = h(m, k; \alpha(m, k))x_1(m, k) + v(m, k),$$

$$m = 1, 2, \dots; k = 1, 2, \dots, M \quad (27)$$

其中

$$h(m, k; \alpha(m, k)) = \begin{bmatrix} 1 & \alpha(m, k) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (28)$$

测量噪声 $v_1(m, k)$ 具有统计特性

$$E\{v_1(m, k)\} = 0,$$

$$E\{v_1(m, k)v_1^T(m, j)\} = \bar{R}_1(m, k)\delta_{kj},$$

$$k, j = 1, 2, \dots, M; m = 1, 2, \dots \quad (29)$$

4.2 周期采样建模

为了利用被估随机变量周期变化的特性,需要基于周期采样进行建模,为此令

$$Z(m) = \begin{bmatrix} z(m, 1) \\ z(m, 2) \\ \vdots \\ z(m, M) \end{bmatrix}, X_2(m) = \begin{bmatrix} x_2(m, 1) \\ x_2(m, 2) \\ \vdots \\ x_2(m, M) \end{bmatrix}, \quad (30)$$

$$V_2(m) = \begin{bmatrix} v_2(m, 1) \\ v_2(m, 2) \\ \vdots \\ v_2(m, M) \end{bmatrix}$$

则式(28)改写后的分块形式的输出方程为

$$Z(m) = h_2(m, X_2(m)) + V_2(m) \quad (31)$$

其中

$$h_2(m, X_2(m)) = \begin{bmatrix} h_1(m, 1, \alpha(m, 1)) \\ h_2(m, 2, \alpha(m, 2)) \\ \vdots \\ h_M(m, M, \alpha(m, M)) \end{bmatrix},$$

$$V_2(m) \sim N[0, R_2(m)],$$

$$R_2(m) = \text{diag}[R_1(m, 1), R_1(m, 2), \dots, R_1(m, M)]$$

为了借助 STF 对状态块向量 $X_2(m)$ 实施估计,需要建立 $X_2(m)$ 随周期变量 m 变化的动态模型.在没有其它先验信息的情况下,人们常依据待估变量具有的周期性变化随机游走特性进行建模,相应的动态模型可表示为

$$X_2(m+1) = \Phi_2(m+1, m)X_2(m) + W_2(m) \quad (32)$$

其中 $\Phi_2(m+1, m)$ 是单位阵; $W_2(m)$ 是零均值的建模误差,且满足 $W_2(m) \sim N[0, Q_2(m)]$.

4.3 基于周期采样系统模型和 STF 的分块半实时滤波器设计

由于状态 $X_2(k)$ 的建模并不一定准确,加之测量方程(31)为非线性的,因此依然可采用 STF 算法实现对状态 $X_2(k)$ 的半实时估计.

建立基于周期采样系统建模的 STF 算法,具体步

骤如下:

(1) 给定初始估计值 X_{20} 和估计误差协方差阵 P_{20} .

(2) 假定已获得目标状态在第 m 个采样区间的估计值 $\hat{X}_2(m|m)$ 和估计误差协方差矩阵 $P_2(m|m)$:

$$\hat{X}_2(m|m) = E\{X_2(m) | X_{20}, X(1), X(2), \dots, X(m)\},$$

$$P_2(m|m) = E\{[X_2(m) - \hat{X}_2(m|m)]X_2^T(m) - \hat{X}_2(m|m)]^T\}$$

(3) 基于式(32),可得一步预测值 $\hat{X}_2(m+1|m)$ 及预测误差协方差矩阵 $P_2(m+1|m)$:

$$\hat{X}_2(m+1|m) = \Phi_2(m+1, m)\hat{X}_2(m|m)$$

$$P_2(m+1|m) = LMD(m+1)\Phi_2(m+1, m)P_2(m|m)$$

$$\times \Phi_2^T(m+1, m) + Q_2(m) \quad (33)$$

其中, $LMD(m+1)$ 为多重次优渐消因子

$$LMD(m+1) = \begin{bmatrix} \lambda_1(m+1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2(m+1) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_M(m+1) \end{bmatrix} \quad (34)$$

其中 $\lambda_i(m+1) \geq 1, i = 1, 2, \dots, M$ 为 M 个渐消因子.

若由系统的先验知识可大致确定

$$\lambda_1(m+1) : \lambda_2(m+1) : \dots : \lambda_M(m+1) = \alpha_1 : \alpha_2 : \dots : \alpha_M \quad (35)$$

可令

$$\lambda_i(m+1) = \alpha_i c(m+1), i = 1, 2, \dots, M \quad (36)$$

其中, $\alpha_i \geq 1$ 为预先确定的常数, $c(m+1)$ 为待定因子,则多重次优渐消因子的算法如下:

$$\lambda_i(m+1) = \begin{cases} \alpha_i c(m+1), & \alpha_i c(m+1) > 1 \\ 1, & \alpha_i c(m+1) \leq 1 \end{cases} \quad (37)$$

式中

$$c(m+1) = \frac{\text{tr}[\bar{N}(m+1)]}{\sum_{i=1}^M \alpha_i(m+1)\bar{M}_{ii}(m+1)} \quad (38)$$

$$\bar{N}(m+1) = V_{20}(m+1) - \beta R_2(m+1) - H_2(m+1) \times Q_2(m)H_2^T(m+1) \quad (39)$$

$$\bar{M}(m+1) = \Phi_2(m+1, m)P_2(m|m)\Phi_2^T(m+1, m) \times H_2^T(m+1)H_2(m+1) \quad (40)$$

$$V_{20}(m+1) = \begin{cases} \gamma_2(1)\gamma_2^T(1), & m = 0 \\ \frac{[\rho V_{20}(m) + \gamma_2(m+1)\gamma_2^T(m+1)]}{1 + \rho}, & m \geq 1 \end{cases} \quad (41)$$

其中 $\gamma_2(m+1) = Z(m+1) - h_2(m+1, \hat{X}_2(m+1|m))$, 遗忘因子 ρ 满足 $0 < \rho \leq 1$, 一般取 $\rho = 0.95$.

在式(39)、式(40)中

$$H_2(m+1) = \frac{\partial h_2(m+1, X_2(m+1))}{\partial X_2} \Big|_{X_2(m+1) = \hat{X}_2(m+1|m)} \quad (42)$$

(4)计算出相应的增益阵

$$K_2(m+1) = P_2(m+1|m)H_2^T(m+1) \times [H_2(m+1)P_2(m+1|m)H_2^T(m+1) + R_2(m+1)]^{-1} \quad (43)$$

(5)得到最终状态估计值 $\hat{X}_2(m+1|m+1)$ 和估计误差协方差矩阵 $P_2(m+1|m+1)$:

$$\hat{X}_2(m+1|m+1) = \hat{X}_2(m+1|m) + K_2(m+1)\gamma_2(m+1) \quad (44)$$

$$P_2(m+1|m+1) = [I - K_2(m+1)H_2(m+1)]P_2(m+1|m) \quad (45)$$

5 周期采样的系统建模和实时块估计滤波器设计(算法4)

5.1 描述点采样与块状态之间关系的测量建模

上一节介绍了一种基于周期采样系统建模的半实时 STF 算法. 为了提高滤波处理的实时性, 本节拟在有量测到达时就对系统状态进行实时估计, 而不需要等到 $Z(m)$ 中的量测全部到达滤波器之后, 再利用测量块 $Z(m)$ 对系统状态块向量 $X_2(m)$ 进行估计. 当 $z(m, k)$ 到达滤波器时, 由式(27)可知

$$z(m, k) = h(m, k; x_2(m, k)) + v_2(m, k) = h_3(m, k; X_3(m)) + v_3(m, k) \quad (46)$$

其中

$$X_3(m) = X_2(m), v_3(m, k) \sim N[0, R_3(m, k)],$$

$$h_3(m, k; X_3(m)) = h(m, k; x_2(m, k))$$

由式(32)可知, 状态方程可建模为

$$X_3(m+1) = \Phi_3(m+1, m)X_3(m) + W_3(k) \quad (47)$$

其中 $\Phi_3(m+1, m)$ 为单位阵, $W_3(m) \sim N[0, Q_3(m)]$.

5.2 基于点测量和 STF 的块状态实时估计滤波器设计

假定状态向量块 $X(0)$ 的初始估计值为 X_{30} , 相应的估计误差协方差阵为 P_{30} , 则基于状态模型式(47)和测量模型式(46), 我们将介绍一种实时的块状态滤波方法. 利用 $z(m, k)$ 对状态向量块 $X_3(m)$ 的估计是该状态块的第 k 次估计, 故将其记为

$$\hat{X}_3(m, k|k) = E\{X_3(m)|X_{30}, Z(1), \dots, Z(m-1); z(m, 1), \dots, z(m, k-1), z(m, k)\} = E\{X_3(m)|\hat{X}_3(m, k-1|k-1), z(m, k)\} = E\{X_3(m)|\hat{X}_3(m, k|k-1), z(m, k)\} \quad (48)$$

$$P_3(m, k|k) = E\{[X_3(m) - \hat{X}_3(m, k|k)] \times [X(m) - \hat{X}(m, k|k)]^T\} \quad (49)$$

假设已获得第 m 块状态变量 $X_3(m)$ 的估计值 $\hat{X}_3(m|m)$ 及估计误差协方差矩阵 $P_3(m|m)$. 基于状态方程(47), 可计算出第 $m+1$ 块状态变量 $X_3(m+1)$ 的一

步预测值 $\hat{X}_3(m+1|m)$ 及相应的预测误差协方差阵 $P_3(m+1|m)$:

$$\hat{X}_3(m+1|m) = \Phi_3(m+1, m)\hat{X}_3(m|m) \quad (50)$$

$$P_3(m+1|m) = LMD(m+1)\Phi_3(m+1, m)P_3(m|m) \times \Phi_3^T(m+1, m) + Q_3(m) \quad (51)$$

其中多重渐消因子 $LMD(m+1)$ 的求法同式(34)所示.

下面我们将根据顺序得到的第 $m+1$ 块的测量值, $Z(m+1, 1), \dots, Z(m+1, M)$, 依次对第 $m+1$ 块状态变量 $X_3(m+1)$ 进行递归更新估计.

$$\hat{X}_3(m+1, k|k) = \hat{X}_3(m+1, k|k-1) + K_3(m+1, k) \times \gamma_3(m+1, k), k=1, 2, \dots, M$$

$$\hat{X}_3(m+1|m+1) = \hat{X}_3(m+1, M|M) \quad (52)$$

其中

$$\hat{X}_3(m+1, k|k-1) = X_3(m+1, k-1|k-1)$$

$$\hat{X}_3(m+1, 1|0) = \hat{X}_3(m+1|m)$$

$$K_3(m+1, k) = P_3(m+1, k|k-1)H_3^T(m+1, k) \times [H_3(m+1, k)P_3(m+1, k|k-1) \times H_3^T(m+1, k) + R_3(m+1, k)]^{-1}$$

$$P_3(m+1, k|k-1) = P_3(m+1, k-1|k-1) \times P_3(m+1, 1|0) = P_3(m+1|m)$$

$$P_3(m+1, k+1|k+1) = [I - K_3(m+1, k)H_3(m+1, k)]P_3(m+1, k|k-1)$$

$$\gamma_3(m+1, k) = z(m+1, k) - h_3(m+1, k; \hat{X}_3(m+1, k|k-1))$$

$$H_3(m+1, k) = \left. \frac{\partial h_3(m+1, k; X_3(m+1))}{\partial X_3} \right|_{X_3(m+1) = \hat{X}_3(m+1, k|k-1)}$$

最终的估计误差协方差阵为:

$$P_3(m+1|m+1) = P_3(m+1, M|M) \quad (53)$$

6 仿真实验

本节将分别对得到实时点估计滤波器、半实时块估计滤波器和实时块估计滤波器等未建模系统随机变量基于输出测量值的三种估计方法通过计算机仿真实验进行比较分析.

在仿真过程中, 取被估计非平稳随机过程的平稳部分 $s(t)$ 是以 2π 为周期、以 24 份等间隔离散化、并有一定扰动的离散过程, 模型方程为

$$s(k) = 0.7 + 0.5\sin(2\pi k/24) + 0.05\text{randn}(k)$$

在被估计非平稳随机过程的非平稳部分 $n(k) = \alpha(k)T(k)$ 中的 $T(t)$ 是以 2π 为周期、以 24 份等间隔离散化、有一定扰动的离散过程, 其模型为

$$T(k) = 0.6 + 0.2\sin(2\pi k/24) + 0.05\text{randn}(k)$$

非平稳部分 $n(k)$ 的扰动因子 $a(k)$ 在一个周期内按如下规律变化

$$\alpha(k) = \begin{cases} 0.3 + 0.05\text{randn}(k), & 1 \leq k \leq 4 \\ 0.5 + 0.05\text{randn}(k), & 5 \leq k \leq 8 \\ 1 + 0.05\text{randn}(k), & 9 \leq k \leq 14 \\ 0.5 + 0.05\text{randn}(k), & 15 \leq k \leq 20 \\ 0.2 + 0.05\text{randn}(k), & 21 \leq k \leq 22 \\ 0.1 + 0.05\text{randn}(k), & 23 \leq k \leq 24 \end{cases}$$

在仿真过程中,其它参量取:

$$v_{11}(k) \sim N[0, 0.05], v_{12}(k) \sim N[0, 0.05],$$

$$w_0 \sim N[0, 0.05], \hat{x}_{10} = [0.7, 0, 0]^T, P_{10} = 0.3I_3,$$

$$\rho = 0.95, \beta = 1.2,$$

$$\lambda_1(m+1) : \lambda_2(m+1) : \dots : \lambda_{24}(m+1) = 1 : 1 : \dots : 1.$$

表 1 EKF 及三种算法得到的估计误差绝对值均值

	$s(k)$	$T(k)$	$\alpha(k)$	$f(k)$
算法 1(EKF)	0.2417	0.0882	0.0759	0.1678
算法 2	0.2146	0.0794	0.0607	0.1426
算法 3	0.1899	0.0759	0.0493	0.1259
算法 4	0.1899	0.0759	0.0493	0.1259

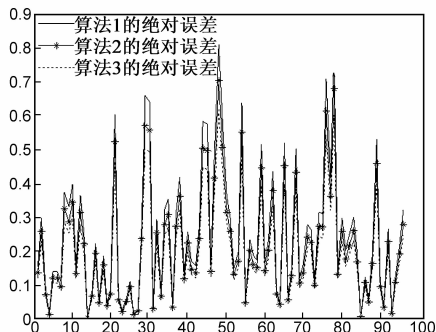


图1 平稳变量S的三种算法的绝对误差

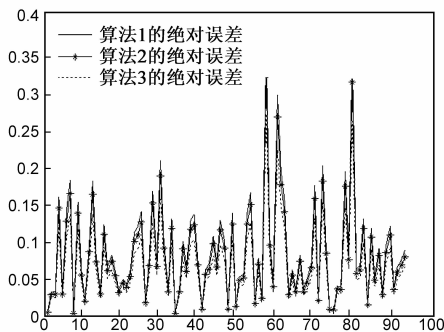


图2 变量T的三种算法的绝对误差

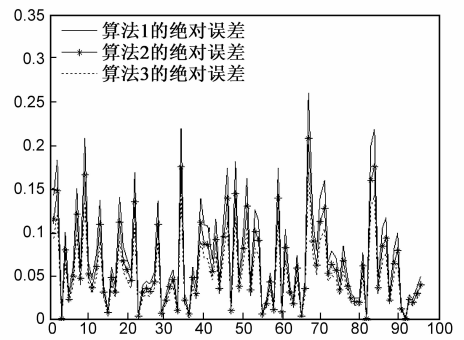


图3 扰动参数 α 的三种算法的绝对误差

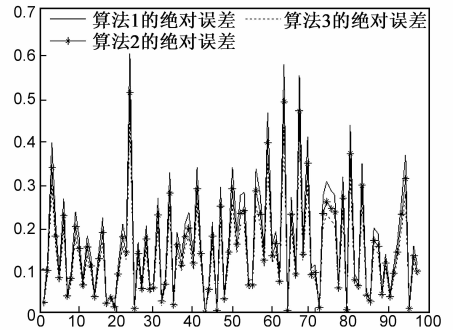


图4 被变量 f 的三种算法的绝对误差

7 结论

在通常情况下,人们能得到的仅是由某些传感器输出的对被估计对象的测量值.此时需要解决的问题是:“在缺少被估变量随时间变化的动态模型情况下,如何能仅依据由传感器输出的测量值,结合相应的估计方法,尽可能准确给出被估变量的估计值”.这一问题已受到大家普遍关注.

为此,本文针对一类具有周期变化特点的随机过程开展状态估计方法研究.首先,通过离散化方法建立了点点采样的离散输出方程、分块形式的输出方程为、描述点采样与状态块之间关系的输出方程.并在没有其它先验信息的情况下,依据待估变量具有的周期性变化随机游走特性,建立的动态模型式(13)、式(32)和式(47).然后基于强跟踪滤波算法,分别利用离散输出方程式(12)和状态方程式(13)得到实时点估计滤波器(3.2节,算法2);利用离散输出方程式(31)和状态式(32)得到半实时块估计滤波器(4.3节,算法3);利用离散输出方程式(46)和状态方程式(47)得到实时块估计滤波器(5.2节,算法4).并利用计算机仿真对三种滤波器的性能进行了分析比较.

本论文虽然仅是以电力系统在某一地区中每日周期性的负荷为例,建立相应的实时估计或预测估计方法,估计结果将对发电计划和输电方案的制定提供有力的依据.但是,本文研究得到的估计方法经过针对相关对象的实际改进,也可以应用到网络管理、自动控

由表 1 及图 1 ~ 图 4 所示仿真结果可知,算法 1、算法 2、算法 3 的估计精度在依次提高;算法 3 与算法 4 精度相同,但后者可以实现实时滤波.从而,验证了本文逐步建模方法和所建立的三种新方法的有效性.

制、工业生产和经济动态分析等相关领域中。

参考文献

- [1] R E Kalman. A new approach to linear filtering and prediction problem [J]. Transactions of the ASME, Journal of Basic Engineering, 1960, 82(D): 35 – 45.
- [2] Tongxin Zheng, Adly A Girgis, Elham B Makram. A hybrid wavelet-Kalman filter method for load forecasting [J]. Electric Power Systems Research, 2000, 54(1): 11 – 17.
- [3] 李捷, 候秀红, 韩志杰. 基于卡尔曼滤波和小波的网络流量预测算法研究[J]. 电子与信息学报, 2007, 29(3): 725 – 728.
- Li Jie, Hou Xiuhong, Han Zhijie. Application of Kalman filter and wavelet in traffic prediction [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2007, 29(3): 725 – 728. (in Chinese)
- [4] 任慧玉. 最优估计与小波分析理论在经济分析中的应用研究[D]. 河南开封: 河南大学, 2004. 45 – 60.
- Ren Huiyu. The Application Research of the Optimal Estimation and Wavelet Analysis Theory in the Economic Analysis [D]. Kaifeng, Henan: Henan University, 2004: 45 – 60. (in Chinese)
- [5] 曾峰, 文成林, 王松伟. 基于小波-卡尔曼滤波混合预报的处理 EMD 边缘问题新方法[J]. 计算机应用研究, 2007, 24(1): 51 – 53, 106.
- Zeng Feng, Wen Chenglin, Wang Songwei. New method of EMD edge problem based on wavelet-Kalman filtering hybrid forecast [J]. Application Research of Computers, 2007, 24(1): 51 – 53, 106. (in Chinese)
- [6] 余利文. 强跟踪滤波与小波分析理论在短期电力负荷预测中的应用研究[D]. 浙江杭州: 杭州电子科技大学, 2010. 24 – 30.
- Yu Liwen. The Application Research of Strong Tracing Filter and Wavelet Analysis Theory in Short-term Power Load Forecasting [D]. Hangzhou, Zhejiang: Hangzhou Dianzi University. 2010. 24 – 30. (in Chinese)

- [7] Tao Wen, Liangfeng Yang and Quanbo Ge. Block Kalman filtering for power system [A]. Proceedings of 2011 International Conference on Information Systems and Computational Intelligence [C]. Harbin, China: Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc, 2011. VI60 – VI63.
- [8] 周东华, 叶银忠. 现代故障诊断与容错控制 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2000. 60 – 113.
- [9] Wenbin Li, Quanbo Ge. UKF-STF tracking with correlated noises for the nonlinear system [A]. Proceedings of the 8th World Congress on Intelligent Control and Automation [C]. Jinan, China: Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc, 2009. 3466 – 3471.
- [10] W M Xu, L L Kuang, J H Lu. Positioning algorithm with joint space-time constraints for unmanned network-flying vehicles [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2009, 47(8): 2694 – 2704.

作者简介



文 韬 男, 1988 年生于河南开封, 河南大学计算机与信息工程学院研究生. 感兴趣的研究方向为: 多源信息融合及信号处理.

E-mail: wents@hdu.edu.cn



葛泉波 男, 1980 年生于浙江金华, 博士(后), 副教授, IEEE 会员. 主要从事信息融合、故障诊断、船舶自动化等研究.