

稀疏正则化的多目标图像分割变分模型

李亚峰

(宝鸡文理学院计算机科学系,陕西宝鸡 721016)

摘 要: 基于隶属度函数的稀疏正则化,本文提出一个新的多目标图像分割变分模型和相应求解算法.该模型和算法有以下主要优点:首先,稀疏正则可以更好地保持分割区域的边界,克服了全变差正则导致分割边界模糊的缺点.其次,利用多尺度几何分析工具可以更好地保持图像的几何形状.最后,提出算法简单、易实现、运行速度快.一系列实验结果验证了提出方法的可行性与有效性.

关键词: 图像分割; 稀疏表示; 小波; 曲线波; 分裂算法; 变分模型

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2013)07-1329-08

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2013.07.014

Sparsity Regularized Variational Model for Multiphase Image Segmentation

LI Ya-feng

(Department of Computer Science, Baoji University of Arts and Science, Baoji, Shaanxi 721016, China)

Abstract: Based on sparse regularization to the membership functions, this paper proposes a novel multiphase variational model and corresponding algorithm for image segmentation. The proposed model and algorithm has three main advantages. Firstly, the sparse regularizer performs better than total variation regularizer. It protects edges from oversmoothing which is a common drawback of the total variation regularizer. Secondly, the multi-scale geometric analysis tool well preserves geometric shape of the segmentation regions. Finally, the proposed algorithm is simple and has rapid running speed. A series of experimental results demonstrate the feasibility and effectiveness of the proposed method.

Key words: image segmentation; sparse representation; wavelet; curvelet; splitting algorithm; variational model

1 引言

图像分割作为图像处理与计算机视觉中的基本问题之一,它是图像理解的基础,也是图像分析的关键步骤.近20年来,基于变分的图像分割方法已成为研究的一个热点领域.经典的图像分割变分模型是活动轮廓(AC)模型^[1]和测地线活动轮廓(GAC)模型^[2].这两个模型的最小化能量泛函均依赖边界特征.结合图像的特征和区域内灰度值信息,Mumford和Shah提出著名的Mumford Shah(MS)模型^[3].Chan和Vese^[4,5]等人使用分片常值函数和光滑函数,提出了简化的MS模型.自这些模型提出后有大量的工作围绕着这些模型展开^[6-9].

目前,两目标(前景与背景)的分割问题已被很好的研究.然而,由于实际图像的复杂性,多目标分割仍是一个具有挑战性的问题.基于变分模型的多目标图像分割方法可分为两类:一类是硬分割,例如:水平集方法(区域不重叠)^[5,8];另一类是软分割(也称为模糊分割),例

如:使用可以相互重叠的隶属度函数来表示分割区域^[10].研究表明:在处理时间上,基于水平集方法的多目标硬分割,由于算法迭代次数多,限制了许多具有实时计算要求的应用;在分割效果上,软分割比硬分割有更好的分割效果^[11,12].近年来,多目标软分割技术引起了众多学者的关注.

众所周知,随着多尺度几何分析的发展,稀疏正则化方法在图像去噪、去模糊、源分离、修补等反问题中已经得到了广泛的应用.本文基于稀疏正则化方法,提出一种新的多目标图像分割模型和相应的快速分裂求解算法.在传统的稀疏表示模型中,假定图像在某个特定域下(例如:小波域、曲线波域)是稀疏的,即大部分原子系数为零,只有很少的非零大系数,非零系数揭示了图像的内在结构和本质属性.然而,由于图像的复杂性和多样性,对图像本身在某个特定域的稀疏假设,并不能很好地描述图像.在提出的图像分割变分模型中,隶属度函数指示图像不同的分割区域,其结构相对简单,

使用多尺度几何字典可以有效地稀疏表示. 本文提出的稀疏正则化是对隶属度函数的约束而不是图像本身. 由于多尺度几何字典可以有效地稀疏表示隶属度函数, 本文方法获得了较好的分割结果.

2 新模型

给定原始图像 $f(x): \Omega \rightarrow \mathbf{R}^+ \cup \{0\}$, 假定图像分割区域数 N 已知. Potts^[13] 提出下面的多目标图像硬分割模型

$$\min_{\Omega_i} \left\{ \sum_{i=1}^N |\partial \Omega_i| + \lambda \sum_{i=1}^N \int_{\Omega_i} r_i(x) dx \right\} \quad (1)$$

$$\text{s.t. } \bigcup_{i=1}^N \Omega_i = \Omega, \Omega_i \cap \Omega_j = \emptyset, \forall i \neq j,$$

这里, 第一项是正则项, 第二项是保真项(数据项), λ 是正则化参数, 它在正则项和保真项之间起着重要的平衡作用. 正则项中, $|\partial \Omega_i|$ 表示分割子区域 Ω_i 的边长. 保真项中, r_i 的一个常用选择为 $|f(x) - m_i|^2$, 其中 m_i 表示子区域 Ω_i 的灰度均值. 求解该模型的有效数值算法仍是一个有待解决的问题^[13]. 通过引入隶属度函数 $I_i(x) (i=1, 2, \dots, N)$, Li 和 Ng 等人^[11] 松弛 Potts 模型, 提出下面的多目标图像软分割模型

$$\begin{aligned} & \min_{0 \leq I_i \leq 1} \left\{ \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} |\nabla I_i(x)| dx \right. \\ & + \lambda \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} r_i(x) I_i(x) dx \\ & \left. + \frac{\eta}{2} \int_{\Omega} \left(\sum_{i=1}^N I_i(x) - 1 \right)^2 dx \right\} \quad (2) \end{aligned}$$

这里, 第一项是基于全变差(TV)正则项, 第二项是保真项(数据项), 第三项是二次惩罚项, 其作用是保证归一化约束 $\sum_{i=1}^N I_i(x) \approx 1$. 该模型可以使用 Chambolle 对偶算法求解^[14], 本文简称为 TV 正则算法. 模型(2)有两个主要的缺点: (1) 基于 TV 正则, 容易造成边界的模糊和移位; (2) 为保证归一化约束, 参数 η 必须取很大, 这会产生计算稳定性问题.

隶属度函数 $I_i(x) \in [0, 1]$, 它指示图像的分割子区域 Ω_i , 其结构相对简单, 使用多尺度几何字典可以有效地稀疏表示隶属度函数, 基于这一思想, 本文提出下面的多目标图像分割模型

$$\begin{aligned} & \min_{I_i} \left\{ \sum_{i=1}^N \sum_{\gamma \in \Gamma} |(I_i)_{\gamma}| + \lambda \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} r_i(x) I_i(x) dx \right\} \\ & \text{s.t. I. } \sum_{i=1}^N I_i(x) = 1, \text{ II. } 0 \leq I_i(x) \leq 1, i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (3)$$

其中, 第一项为正则项, 第二项为保真项. 在正则项中, $(I_i)_{\gamma}$ 表示隶属度函数 $I_i(x)$ 的多尺度几何变换(小波,

曲线波)分解系数, $\sum_{\gamma \in \Gamma} |(I_i)_{\gamma}|$ 为稀疏正则化约束, Γ 表示分解系数指标集. 在数据项中, λ 是正则化参数, 它调节着两项的平衡,

$$r_i(x) = -\log p_i(x), p_i(x) = \frac{1}{|\Omega_i|} \int_{\Omega_i} k_{\sigma}(f(x) - f(y)) dy, \quad (4)$$

其中 k_{σ} 是一个标准差为 σ 的高斯核函数, $|\Omega_i|$ 表示分割子区域 Ω_i 的面积, 这里 $f(x), f(y)$ 均表示定义在有界区域 Ω 上的原始图像. 数据项的其它形式同样可以在本文的框架下讨论.

新模型的主要优点是: (1) 在稀疏约束下, 可以更好地保持分割区域的边界, 克服了全变差正则导致分割边界过于光滑的缺点; (2) 利用多尺度几何变换可以更好地保持分割区域的几何形状. 这也是本文模型更优于 TV 正则化模型的关键. (注: 这里使用的是解析字典, 例如小波字典, 曲线波字典. 在本文框架下, 也可使用学习字典, 考虑到运算速度及实际应用的时效, 本文仅讨论使用解析字典的稀疏正则约束.)

3 算法

由模型(3), 利用罚函数法, 通过增加二次惩罚项, 得到下面的模型

$$\begin{aligned} & \min_{I_i} \left\{ \sum_{i=1}^N \sum_{\gamma \in \Gamma} |(I_i)_{\gamma}| + \lambda \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} r_i(x) I_i(x) dx \right\} \\ & + \frac{\mu}{2} \int_{\Omega} \left(\sum_{i=1}^N I_i(x) - 1 \right)^2 dx \end{aligned}$$

$$\text{s.t. II. } 0 \leq I_i(x) \leq 1, i = 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

这是模型(3)的近似, 为了满足模型(3)的约束条件 I, μ 必须取很大, 但这又会产生计算稳定性问题. 为了解决这一问题, 基于分裂 Bregman 的思想^[15-17], 下面给出一个快速的分裂算法. 引入辅助函数 $u_i(x), i = 1, 2, \dots, N$, 通过添加恒等约束条件 III. $I_i(x) = u_i(x), i = 1, 2, \dots, N$, 模型(3)等同于下面的模型

$$\min_{I_i, u_i} \left\{ \sum_{i=1}^N \sum_{\gamma \in \Gamma} |(u_i)_{\gamma}| + \lambda \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} r_i(x) I_i(x) dx \right\}$$

$$\text{s.t. I. } \sum_{i=1}^N I_i(x) = 1, \text{ II. } 0 \leq I_i(x) \leq 1,$$

$$\text{III. } I_i(x) = u_i(x), i = 1, 2, \dots, N \quad (6)$$

其中, $(u_i)_{\gamma}$ 表示辅助函数 $u_i(x)$ 的多尺度几何变换分解系数. 通过约束条件 III, 可以看到模型(6)等价于模型(3). 在模型(6)中, 为满足约束条件 II, 在迭代算法中使用投影公式 $I_i = \min\{\max\{I_i, 0\}, 1\}$, 将隶属度函数投影到区间 $[0, 1]$. 为满足约束条件 I, III, 增加二次惩罚项, 并引入函数 $b(x)$ 和 $d_i(x), i = 1, 2, \dots, N$ 来更新迭代过程. 为了书写简单, 下面迭代公式中省去变量 x , 最终求解模型(6)的迭代公式如式(7).

$$\left\{ \begin{aligned} \{I_i^{k+1}\}_{i=1,2,\dots,N} &= \underset{\{I_i\}_{i=1,2,\dots,N}}{\operatorname{argmin}} \left\{ \lambda \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} r_i I_i dx \right. \\ &\quad + \frac{\mu}{2} \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} (u_i^k - I_i - d_i^k)^2 dx \\ &\quad \left. + \frac{\eta}{2} \int_{\Omega} (1 - \sum_{i=1}^N I_i - b^k)^2 dx \right. \\ \{u_i^{k+1}\}_{i=1,2,\dots,N} &= \underset{\{u_i\}_{i=1,2,\dots,N}}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{i=1}^N \sum_{\gamma \in \Gamma} |(u_i)_{\gamma}| \right. \\ &\quad \left. + \frac{\mu}{2} \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} (u_i - I_i^{k+1} - d_i^k)^2 dx \right\} \\ d_i^{k+1} &= d_i^k + I_i^{k+1} - u_i^{k+1}, i = 1, 2, \dots, N \\ b^{k+1} &= b^k + \sum_{i=1}^N I_i^{k+1} - 1 \\ I_i^{k+1} &= \min \{ \max \{ I_i^{k+1}, 0 \}, 1 \}, i = 1, 2, \dots, N \\ k &= k + 1 \end{aligned} \right. \quad (7)$$

其中参数 μ 和 η 为惩罚参数,通过函数 $b(x)$ 和 $d_i(x)$ 的引入,避免惩罚参数选取过大造成数值计算的不稳定.具体的推导不再给出,详细的内容可参见文献[17]的推导过程.由迭代系统(7)容易看到,若 d_i^k, b^k 收敛于

0,则 I_i^k 和 $\sum_{i=1}^N I_i^k$ 分别收敛于 u_i^{k+1} 和 1.迭代系统(7)的收敛解等同于模型(6)的解,它也是模型(3)的解.下面讨论如何求解(7)中的子优化问题.迭代系统(7)中的第一个优化问题是一个可微的优化问题,它关于 I_i 的 Euler-Lagrange 方程为

$$\lambda r_i + \mu (I_i - u_i^k + d_i^k) + \eta (\sum_{i=1}^N I_i - 1 + b^k) = 0, i = 1, 2, \dots, N \quad (8)$$

由式(8)得

$$I_i = \frac{-\lambda r_i + \mu (u_i^k - d_i^k) + \eta (1 - b^k)}{\mu} - \frac{\eta}{\mu} \sum_{i=1}^N I_i, i = 1, 2, \dots, N \quad (9)$$

式(8)两边求和,可得

$$\sum_{i=1}^N I_i = \frac{-\lambda \sum_{i=1}^N r_i + \mu \sum_{i=1}^N (u_i^k - d_i^k) + N\eta (1 - b^k)}{\mu + N\eta} \quad (10)$$

由式(9)和式(10),可以得到迭代系统(7)中第一个优化问题解的显示表达式

$$I_i^{k+1} = \frac{-\lambda r_i + \mu (u_i^k - d_i^k) + \eta (1 - b^k)}{\mu} - \frac{\eta}{\mu} \frac{-\lambda \sum_{i=1}^N r_i + \mu \sum_{i=1}^N (u_i^k - d_i^k) + N\eta (1 - b^k)}{\mu + N\eta} \quad (11)$$

迭代系统(7)中的第二个优化问题可以解耦为

$$u_i^{k+1} = \underset{u_i}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{\gamma \in \Gamma} |(u_i)_{\gamma}| + \frac{\mu}{2} \int_{\Omega} (u_i - I_i^{k+1} - d_i^k)^2 dx \right\}, i = 1, 2, \dots, N \quad (12)$$

使用带有下标 γ 的符号表示函数多尺度变换的分解系数.利用多尺度变换的 Parseval 等式,式(12)可以写为

$$\{u_i^{k+1}\}_{\gamma \in \Gamma} = \underset{\{u_i\}_{\gamma \in \Gamma}}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{\gamma \in \Gamma} |(u_i)_{\gamma}| + \frac{\mu}{2} \sum_{\gamma \in \Gamma} (u_i - I_i^{k+1} - d_i^k)_{\gamma}^2 \right\}, i = 1, 2, \dots, N \quad (13)$$

因此对所有指标 $\gamma \in \Gamma$,上式进一步解耦为

$$(u_i^{k+1})_{\gamma} = \underset{(u_i)_{\gamma}}{\operatorname{argmin}} \left\{ |(u_i)_{\gamma}| + \frac{\mu}{2} (u_i - I_i^{k+1} - d_i^k)_{\gamma}^2 \right\}, \forall \gamma \in \Gamma, i = 1, 2, \dots, N \quad (14)$$

式(14)是经典的 L1 优化问题,通过软阈值可以得到式(14)的解^[18].记软阈值算子为 $T_{1/\mu}$,即 $T_{1/\mu}(\beta) = \operatorname{sign}(\beta)(|\beta| - 1/\mu)_+$,因此对所有指标 $\gamma \in \Gamma, i = 1, 2, \dots, N$,式(14)的解为

$$(u_i^{k+1})_{\gamma} = T_{1/\mu}((I_i^{k+1} - d_i^k)_{\gamma}) \quad (15)$$

由以上分析,求解模型(3)的算法综述如下.

算法 1 求解多目标图像分割模型(3)的分裂算法

输入:待分割图像 f ,参数 $\lambda, \mu, \eta, \sigma$,多尺度几何变换 $\{\psi_{\gamma}\}_{\gamma \in \Gamma}$.
初始化: I_i^0, u_i^0, d_i^0, b^0 ,令 $k = 0$.

迭代直到满足 $\sum_{i=1}^N (I_i^{k+1} - I_i^k)^2 < \epsilon$ 或达到固定的迭代次数.

1. 由式(4),计算 $r_i, i = 1, 2, \dots, N$.
2. 通过显示表达式(11)计算 $I_i^{k+1}, i = 1, 2, \dots, N$.
3. 使用多尺度几何变换得到表示系数 $(I_i^{k+1} - d_i^k)_{\gamma}$,计算 $(u_i^{k+1})_{\gamma} = T_{1/\mu}((I_i^{k+1} - d_i^k)_{\gamma})$,使用逆变换得到 $u_i^{k+1}, i = 1, 2, \dots, N$.
4. $d_i^{k+1} = d_i^k + I_i^{k+1} - u_i^{k+1}, i = 1, 2, \dots, N$.
5. $b^{k+1} = b^k + \sum_{i=1}^N I_i^{k+1} - 1$.
6. $I_i^{k+1} = \min \{ \max \{ I_i^{k+1}, 0 \}, 1 \}, i = 1, 2, \dots, N$.
7. $k = k + 1$.

输出: $I_i, i = 1, 2, \dots, N$.

算法 1 使用分裂优化技术,使得模型(3)的求解变得非常简单.从算法的细节描述上来看,该算法本质上是一种特殊的迭代阈值算法.提出算法的主要优点如下:(1)我们给出隶属度函数的显示表达式且算法不需要内部迭代,因此运算速度快;(2)算法简单、易实现,从而保证了 Bregman 迭代的快速收敛;(3)该算法可以根据图像的特征和实际应用的需求,灵活选取多尺度几何变换,例如: Wavelet, Curvelet, Bandelet, Contourlet 等^[19].在下一节实验中,本文给出两个典型的多尺度几何变换 Wavelet 和二代 Curvelet 的实验结果.

4 数值实验

为验证新方法的可行性和有效性,本文对大量的

测试图像进行了仿真实验. 实验是在 CPU 为 Intel 1.73GHz, 编程环境为 Matlab 7.0 下运行实现的结果.

4.1 参数选择与初始化

算法 1 中隶属度函数 $I_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 的初始化需要满足模型(3)中的条件 I 和 II. 当隶属度函数满足约束条件 I, II 时, 它们是可以相互重叠的. 为了简化初始化的方法, 我们采用不相互重叠的初始化 $I_i^0 (i = 1, 2, \dots, N)^{[11]}$, 实验中用不同类型的线进行标记, 并给出具体说明. 隶属度函数的初始化也可以采用聚类方法, 可以加速算法的收敛速度. 算法 1 中的辅助变量 u_i, d_i, b 分别初始化为 $u_i^0 = I_i^0, d_i^0 = 0, b^0 = 0$, 其中 $i = 1, 2, \dots, N$. 高斯核函数的标准差 $\sigma = 1$, 惩罚参数统一选择为 $\mu = 10$ 和 $\eta = 10$. 该算法需要预先设置分割区域数 N , 实验中根据图像的特征和实际需要, 设置 N 的值. 该算法的另一个重要参数是正则化参数 λ , 这个参数起着平衡数据项和正则项的作用. 大量实验表明, λ 选择 [100, 300] 可以给出满意的分割结果. 多尺度几何变换可以根

据不同图像的特征灵活选择, 实验中统一选取 DB3 小波变换, 3 层小波分解. 实验中也给出二代曲线波变换的实验结果.

4.2 实验结果与分析

模型(3)中隶属度函数指示图像的不同分割区域. 在稀疏约束下, 它们可以用来标注分割区域. 为了说明这一点, 下面使用本文算法, 对人工合成图像做多目标分割 ($N = 3$). 图 1(a) 表示原始图像和初始化的隶属度函数, 粗线标记为 I_1^0 , 细线标记为 $I_2^0, I_3^0 = 1 - I_1^0 - I_2^0$. 可以看到通过本文算法优化得到的隶属度函数 I_1, I_2, I_3 (分别为图 1(c), (d), (e)), 很好的提取了标记目标区域, 最终图 1(b) 给出分割结果.

图 2(a) 和图 3(a) 分别为单目标与多目标带噪图像, 图 2(b) 和图 3(b) 为本文算法的分割结果. 从结果可以看到, 当测试图像含有噪声时, 本文算法仍能够较好的提取不同的目标. 实验结果说明本文算法对噪声具有一定的鲁棒性.

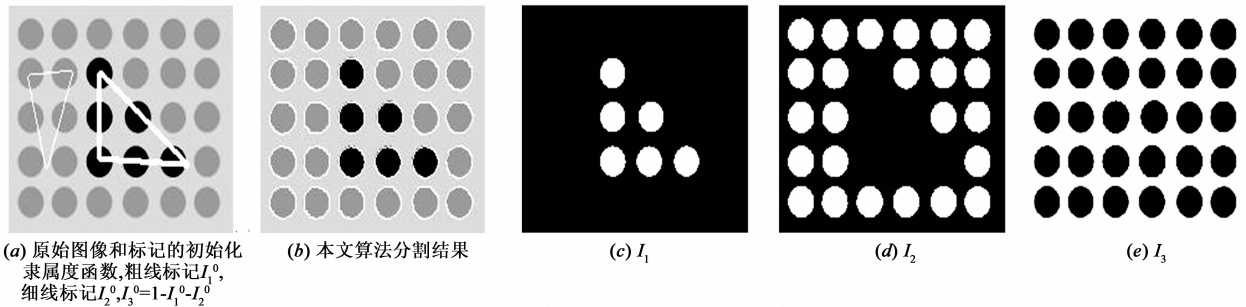


图1 本文算法对人工合成图像的分割实验

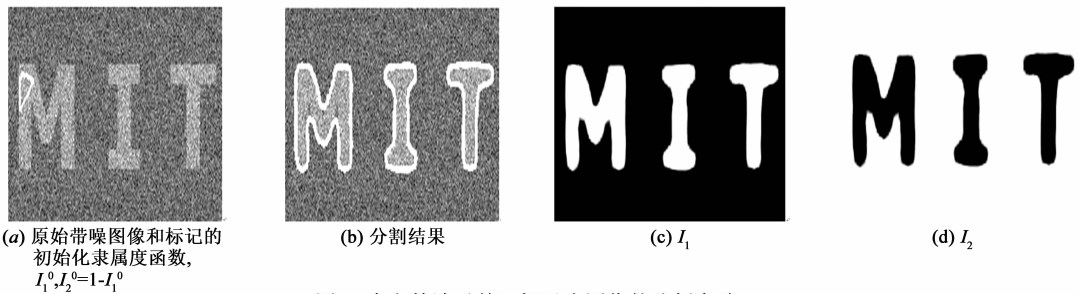


图2 本文算法对单目标噪声图像的分割实验

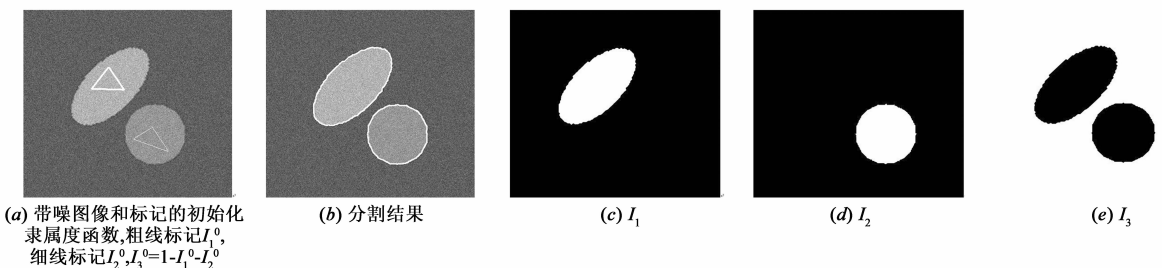


图3 本文算法对双目标噪声图像的分割实验

图 4 给出了单目标图像分割实验. 实验给出了使用小波和曲线波的本文算法, TV 正则算法和水平集方法^[8]的实验结果. 从分割结果的局部放大图像可以看到, 使用多尺度几何变换可以将手指分开, 且曲线波能更好地保持原始图像的形状(图 4(f)和(g)). 图 4(i)所示为水平集方法的结果, 清楚地看到两个手指不能被演化曲线分开. 由图 4(h)可看到, 由于 TV 正则带了的边界移位, 导致 TV 正则算法也不能将两个手指分开.

图 5 给出了自然图像的分割实验. 由于本文算法使

用小波和曲线波的分割结果相当, 因此这里仅给出小波的实验结果. 图 5(a)为原始图像和标记的初始隶属度函数. 图 5(b), (c), (d)分别为本文算法, TV 正则算法和水平集算法^[8]的分割结果. 由图 5(d)可以看到水平集方法失败于分割这种带有震荡纹理的图像, 这也是水平集方法难以克服的缺点^[5]. 图 5(e)和(f)分别为本文算法与 TV 正则算法优化的隶属度函数, 可以看到本文算法使用多尺度变换不会造成边界的模糊, 而 TV 正则算法导致了边界的模糊.

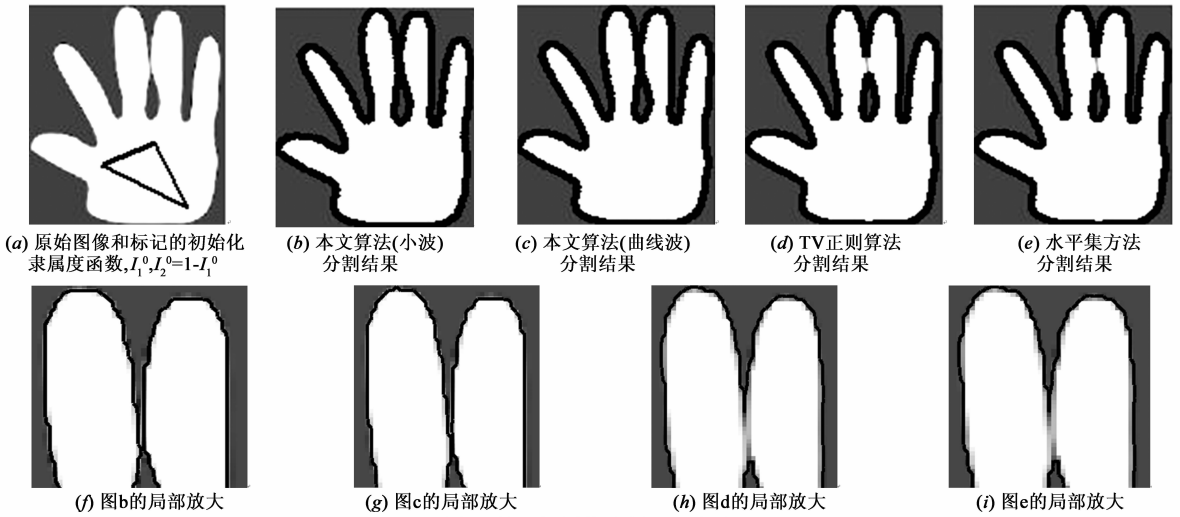


图4 单目标图像分割对比实验

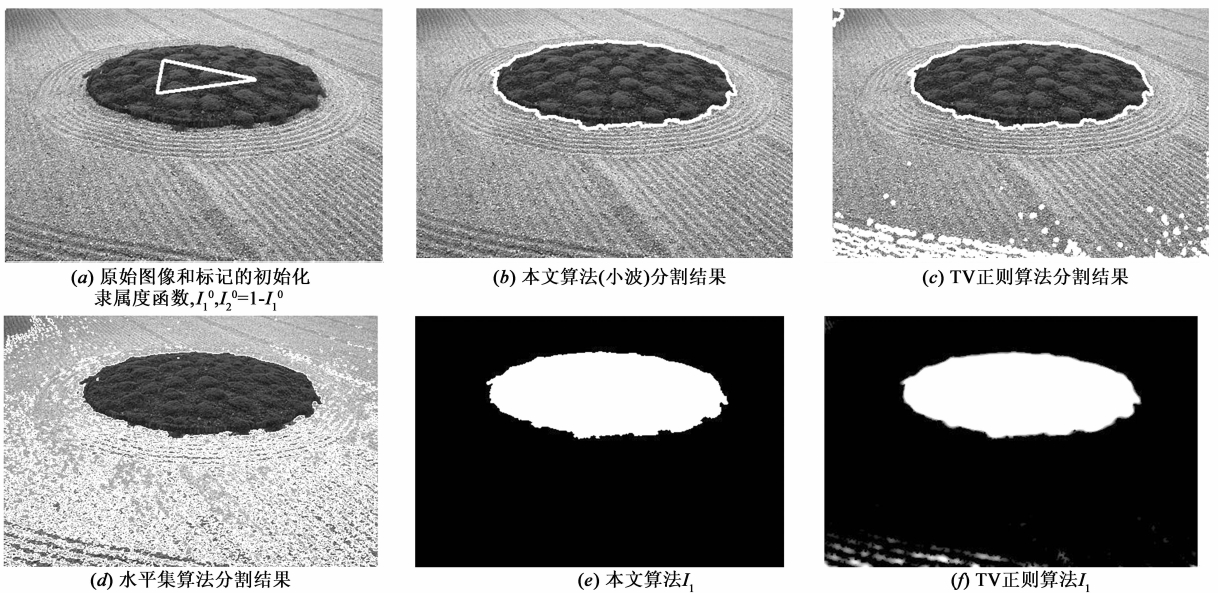


图5 自然图像的分割实验

图 6 所示为自然图像的分割实验. 图 6(b), (c) 分别为本文小波和曲线波算法的分割结果, 图 6(d), (e) 分别为 TV 正则算法和水平集算法^[8]的结果. 由图像细节信息上可以看到本文曲线波算法的分割结果更精确. (右下角的树枝和树杆).

图 7 为大脑 MRI 图像的多目标分割实验. 设置本文算法的分割区域数 $N = 4$. 其中图 7(a) 所示为原始图像和标记的初始隶属度函数. 图 7(j), (k), (l) 为本文算法(曲线波)优化得到的隶属度函数, 可以看到本

文算法将不同类别的目标成功提取出来. 图 7(b), (c), (d), (e) 分别为本文小波算法, 本文曲线波算法, TV 正则算法和水平集算法的分割结果. 图 7(f), (g), (h), (i) 分别为四种算法分割结果的局部放大图像. 从局部放大图像可以看到对比于 TV 正则算法, 本文算法保持了较好的图像形状和图像的边界, 尤其本文曲线波算法将图像边界的细节信息保持的更好. 由水平集算法分割结果的局部放大图 7(i) 可以看到, 水平集算法没有将大脑图像的弱边特征分割出来.



图6 自然图像的分割实验

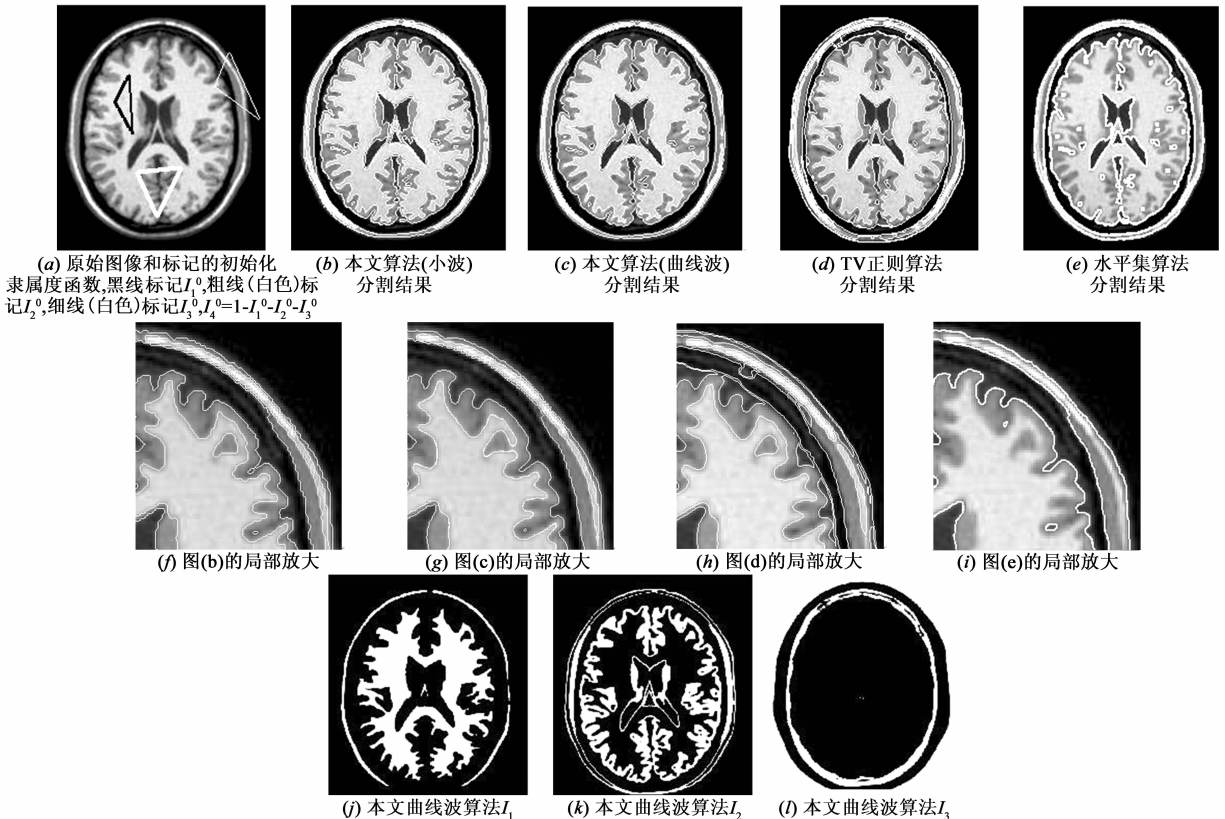


图7 大脑MRI图像的多目标分割实验

表 1 列出实验的运行时间和迭代次数比较. 由于本文算法不需要内部迭代, 且收敛速度较快, 由表 1 可以

看到, 所有实验结果本文小波算法用时最少.

表 1 迭代次数和 CPU 时间对比

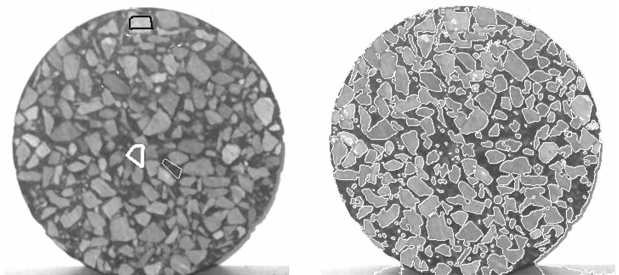
	本文小波算法		本文曲线波算法		TV 正则算法		水平集算法	
	迭代次数	CPU 时间/s	迭代次数	CPU 时间/s	迭代次数	CPU 时间/s	迭代次数	CPU 时间/s
图 4(a)(130 × 108)	6	1.08	6	2.37	6	1.68	50	19.05
图 5(a)(321 × 481)	5	4.35	5	16.02	10	17.09	50	523.32
图 6(a)(321 × 481)	4	5.18	4	19.4	10	9.80	20	140.99
图 7(a)(225 × 193)	20	11.45	20	35.02	20	16.03	30	29.88

为了说明本文算法具有一定的实际应用价值, 我们在实测图像上对本文算法进行测试. 图 8(a) 为沥青混凝土路面试验块横切面的实测图像. 图像分割的结果可以作为骨架密度判定的重要依据, 即区分石料与其他混合材料(石屑、沥青、添加剂). 图 8(b) 给出了本文小波算法的实验结果, 可以看到大部分石料目标被很好的分割出来.

最后, 考虑模型 3 中数据项的三维向量推广(RGB 彩色空间), 该算法可以直接应用到彩色图像的分割. 这个推广是直接的, 这里不再描述. 图 9 为彩色图像的分割实验结果, 可以看到本文方法给出了较精确的分割结果.

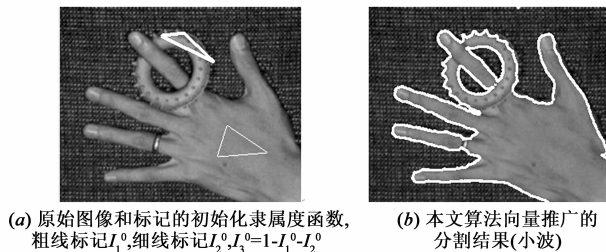
以上实验验证了本文算法的有效性和优势. 对大部分测试图像, 对比于 TV 正则算法和水平集算法, 本

文算法运行速度快, 分割结果更精确. 本文算法使用曲线波能更好的捕获曲线奇异性, 保持图像的几何形状, 但运算速度慢于小波.



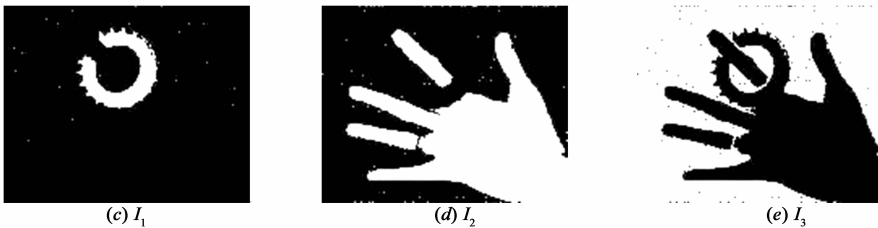
(a) 原始图像和标记的初始化隶属度函数, 黑线标记 I_1^0 , 粗线(白色)标记 I_2^0 , 细线(白色)标记 $I_3^0, I_4^0=1-I_1^0-I_2^0-I_3^0$

图 8 本文算法对实测图像的分割实验



(a) 原始图像和标记的初始化隶属度函数, 粗线标记 I_1^0 , 细线标记 $I_2^0, I_3^0=1-I_1^0-I_2^0$

(b) 本文算法向量推广的分割结果(小波)



(c) I_1

(d) I_2

(e) I_3

图 9 彩色图像分割实验

5 结论与展望

本文提出了基于稀疏正则化的多目标图像分割模型及算法, 并经实验验证了算法的有效性和优势. 该算法中的多尺度几何变换可以根据实际问题灵活选取, 针对具体图像的特征做进一步的应用探索. 该模型和算法可以进行更深入的扩展性研究. 在模型方面, 考虑使用学习字典对隶属度函数的稀疏正则, 即使用学习字典稀疏表示分割区域. 在算法方面, 可以使用迭代正

则化和逆尺度空间方法进一步提升图像的分割效果.

参考文献

- [1] Kass M, Witkin A P, Terzopoulos D. Snakes: Active contour models[J]. International Journal of Computer Vision, 1988, 1(4): 321 - 331.
- [2] Caselles V, Kimmel R, Sapiro G. Geodesic active contours[J]. International Journal of Computer Vision, 1997, 22(1): 61 -

79.

- [3] Mumford D, Shah J. Optimal approximations by piecewise smooth functions and associated variational problems [J]. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 1989, 42(5):577 – 685.
- [4] Chan T F, Vese L A. Active contours without edges[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2001, 10(2):266 – 277.
- [5] Vese L A, Chan T F. A multiphase level set framework for image segmentation using the Mumford and Shah model[J]. *International Journal of Computer Vision*, 2002, 50(3):271 – 293.
- [6] Bresson X, Esedoglu S, Vandergheynst P, Thiran J P, Osher S. Fast global minimization of the active contour/snake model [J]. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 2007, 28(2):151 – 167.
- [7] Chung G, Vese L. Image segmentation using a multilayer level-set approach [J]. *Computing and Visualization in Science*, 2009, 12(6):267 – 285.
- [8] Li C, Huang R, Ding Z, Gatenby C, Metaxas D N, Gore J C. A level set method for image segmentation in the presence of intensity inhomogeneities with application to MRI [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2011, 20(7):2007 – 2016.
- [9] Goldstein T, Bresson X, Osher S. Geometric applications of the split Bregman method; Segmentation and surface reconstruction [J]. *Journal of Scientific Computing*, 2010, 45(13):272 – 293.
- [10] Posirca L, Chen Y, Barcelos C. A new stochastic variational PDE model for soft Mumford-Shah segmentation[J]. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 2011, 384(1):104 – 114.
- [11] Li F, Ng M K, Zeng T Y, Shen C. A multiphase image segmentation method based on fuzzy region competition [J]. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2010, 3(3):277 – 299.
- [12] Han Y, Wang W W, Feng X C. A new fast multiphase image segmentation algorithm based on nonconvex regularizer [J]. *Pattern Recognition*, 2012, 45(1):363 – 372.
- [13] Potts R B. Some generalized order-disorder transformations [A]. *Mathematical Proceedings of the Cambridge [C]*. London, UK:Philosophical Society, 1952. 106 – 109.
- [14] Chambolle A. An algorithm for total variation minimization and applications[J]. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 2004, 20(12):89 – 97.
- [15] 李亚峰,冯象初. L1 投影问题的分裂 Bregman 方法[J]. *电子学报*, 2010, 38(11):2471 – 2475
LI Ya-feng, FENG Xiang-chu. The splitBregman method for L1 projection problems[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2010, 38(11):2471 – 2475. (in Chinese)
- [16] 李亚峰,冯象初. 去除乘性噪声的小波变分模型[J]. *电子学报*, 2012, 40(3):477 – 482.
LI Ya-feng, FENG Xiang-chu. Wavelet based variational model to remove multiplication noise[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2012, 40(3):477 – 482. (in Chinese)
- [17] Cai J F, Osher S, Shen Z. Split Bregman methods and frame based image restoration [J]. *Multiscale Modeling & Simulation*, 2009, 8(2):337 – 369.
- [18] Chambolle A, DeVore R A, Lee N. Nonlinear wavelet image processing: variational problem, compression and noise removal through wavelet shrinkage [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1998, 7(3):319 – 335.
- [19] 焦李成,谭山. 图像的多尺度几何分析:回顾和展望[J]. *电子学报*, 2003, 31(12A):1975 – 1981.
JIAO Li-cheng, TAN Shan. Development and prospect of image multiscale geometric analysis[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2003, 31(12A):1975 – 1981. (in Chinese)

作者简介



李亚峰 男, 1977 年生于陕西省安康市, 讲师、博士, 研究方向为模式识别与图像、信号处理.

E-mail: liyafeng770729@126.com