

基于海杂波 FRFT 谱多尺度 Hurst 指数的目标检测方法

刘宁波, 关 键, 王国庆, 陈小龙, 何 友

(海军航空工程学院电子信息工程系, 山东烟台 264001)

摘 要: 本文主要研究海杂波分数阶 Fourier 变换(FRFT)谱的扩展自相似特性及 FRFT 域多尺度 Hurst 指数在海杂波目标检测中的应用. 鉴于扩展自相似过程的描述参数——多尺度 Hurst 指数可以描述分形信号在各尺度下的细节信息, 本文基于实测雷达数据研究海杂波 FRFT 谱的扩展自相似性以及影响参数, 并利用最优 FRFT 域尺度下多尺度 Hurst 指数对目标较敏感的特点设计海杂波中目标的恒虚警检测方法. 经实测数据验证, 海杂波 FRFT 谱的多尺度 Hurst 指数比时域单一 Hurst 指数、时域多尺度 Hurst 指数具有更好的海杂波与目标区分能力, 并且由于 FRFT 可以很好地积累匀加速类目标回波的能量, 有效提升信杂比, 因此该检测方法具有检测海杂波中微弱运动目标的潜力.

关键词: 目标检测; 海杂波; FRFT 谱; 分形; 多尺度 Hurst 指数

中图分类号: TN957 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2113 (2013) 09-1847-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2013.09.029

Target Detection Within Sea Clutter Based on Multi-Scale Hurst Exponent in FRFT Domain

LIU Ning-bo, GUAN Jian, WANG Guo-qing, CHEN Xiao-long, HE You

(Department of Electronic and Information Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai, Shandong 264001, China)

Abstract: This paper mainly studies the extended self-similarity of the fractional Fourier transform (FRFT) spectrum of sea clutter and the application of the multi-scale Hurst exponent in FRFT domain to target detection within sea clutter. Considering that the parameter of the extended self-similar process—the multi-scale Hurst exponent can characterize the details of fractal signals in each scale, this paper studies the extended self-similarity of real sea clutter FRFT spectrum and its influencing factors based on real radar data. Then, the characteristic that the multi-scale Hurst exponent in the optimal FRFT-domain scale is relatively sensitive to the target is utilized for designing CFAR detection method within sea clutter. By the verification of real data, the multi-scale Hurst exponent in FRFT domain performs better in separating target from sea clutter than the mono-Hurst exponent and the multi-scale Hurst exponent in time domain. Additionally, because FRFT can effectively accumulate the energy of accelerating target echoes and promote the signal-to-clutter ratio, the proposed detection method has the potential for weak moving target detection within sea clutter.

Key words: target detection; sea clutter; FRFT spectrum; fractal; multi-scale hurst exponent

1 引言

1993年, T. Lo 等人首先利用海杂波与目标回波的单一分形维数差异设计了目标检测方法^[1], 拉开了分形理论在雷达目标检测领域应用的序幕, 从此, 分形理论在雷达信号处理领域中的应用日益广泛^[2]. 然而, 随着分形理论应用的不断深化, 人们发现单一分形参数只能从总体上描述分形对象的粗糙度, 难以刻画分形对象的局部粗糙度, 因此, Kaplan 针对此问题对单一分形参数进行推广, 提出了由多尺度 Hurst 指数决定的扩展自相似过程^[3]. 文献[4]将扩展分形特征作为特征矢量用于区分海杂波与目标, 取得了比单一分形维数更好的检测

性能, 但其仅对海杂波时域序列进行了分析, 并未利用相参雷达中相参积累所能带来的 SCR 优势. 考虑到 Fourier 变换作为一种经典的相参积累方法, 文献[5]将扩展分形理论引入到海杂波频谱分析中, 将相参积累与扩展分形分析方法结合提出了目标检测方法. 然而 Fourier 变换仅对海面匀速运动目标具有较好地相参积累效果, 而分数阶 Fourier 变换(FRFT), 作为 Fourier 变换一种推广, 可以对海面运动目标的速度和加速度信息同时进行补偿, 从而对具有加速度的机动目标回波产生很好的能量聚集性^[6], 有效提升 SCR, 因此, 本文参照文献[5]的总体思路, 将扩展自相似过程引入到海杂波 FRFT 谱分析中, 即采用扩展分形的分析方法研究 FRFT 谱序

列的局部粗糙度,并研究各个尺度下海杂波单元与目标单元 FRFT 域多尺度 Hurst 指数的特性,利用海杂波与目标回波 FRFT 域多尺度 Hurst 指数的差异设计目标 CFAR 检测器并进行性能分析.与此文研究方向较为接近的还有文献[7,8],其采用 FRFT 或 FRFT 与小波变换相结合估计单一 Hurst 指数,但其研究的是时间序列的单一分形特性,并不涉及 FRFT 谱的扩展分形特性.

2 自相似过程 FRFT 谱的扩展分形特性

文献[5]在理论基础部分首先阐述了 Fourier 变换所具有的保持时间序列单一自相似性的特性,与此相对应,本节主要介绍 FRFT 谱在某一变换阶数 p 下的自相似特性,但 FRFT 作为 Fourier 变换一种广义形式,其保持原序列自相似特性的性质已与 Fourier 变换有所不同.下面首先给出 FRFT 的基本定义[6,9]:定义于时域的函数 $x(t)$ 的 p 阶 FRFT 是一个线性积分运算,即

$$X_p(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) K_p(t, u) dt \quad (1)$$

其中, $X_p(u)$ 为定义在“分数频率” u 域的 FRFT 谱, p 称为变换阶数, $K_p(t, u)$ 为 FRFT 的核函数,

$$K_p(t, u) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1 - j \cot \alpha}{2\pi}} \exp\left(j \frac{u^2 + t^2}{2} \cot \alpha - jut \csc \alpha\right), & \alpha \neq n\pi \\ \delta(t - u), & \alpha = 2n\pi \\ \delta(t + u), & \alpha = (2n \pm 1)\pi \end{cases} \quad (2)$$

其中, α 称为旋转角,且 $\alpha = p\pi/2$, n 为整数.当 $\alpha = \pi/2$ 时, $K_p(t, u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-jut)$,此时 $X_1(u)$ 为 $x(t)$ 的 Fourier 变换,可见, Fourier 变换是当 FRFT 旋转角 α 为 $\pi/2$ 时的一个特例. FRFT 的性质已有许多文献[6~12]进行了详细研究,此处不再赘述,本文主要研究 FRFT 谱的扩展分形(或称为扩展自相似)特性.

考虑一个分形(自相似)过程,如分数布朗运动(FBM) $B_H(t)$ [13],其自相似性通常由 Hurst 指数 H 来刻画.在自然界和各种人造系统中,这种自相似性通常是在统计意义下成立的,即

$$B_H(t) \stackrel{s.t.a}{=} \kappa^{-H} B_H(\kappa t) \quad (3)$$

其中, $\stackrel{s.t.a}{=}$ 表示统计意义下相等[13]; κ 为尺度因子.令 $t' = \kappa t$, $F_{B_H}^{(p)}(u)$ 为 $B_H(t)$ 的 p_α 阶 FRFT 谱,则

$$F_{B_H}^{(p)}(u) \stackrel{s.t.a}{=} \sqrt{\frac{1 - j \cot \alpha}{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{B_H(t')}{\kappa^H} \cdot \exp\left(j \frac{t'^2 + u^2}{2} \cot \alpha - ju \frac{t'}{\kappa} \csc \alpha\right) d\left(\frac{t'}{\kappa}\right)$$

$$= \frac{1}{\kappa^{H+1}} \cdot \sqrt{\frac{1 - j \cot \alpha}{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} B_H(t') \cdot \exp\left(j \frac{t'^2 + \kappa^2 u^2}{2} \cot \alpha - ju \frac{t'}{\kappa} \csc \alpha\right) dt' \quad (4)$$

令 $\cot \beta = \cot \alpha / \kappa^2$, 即 $\tan \beta = \kappa^2 \tan \alpha$, 式(4)变为

$$F_{B_H}^{(p)}(u) \stackrel{s.t.a}{=} \frac{1}{\kappa^H} \cdot \sqrt{\frac{1 - j \cot \alpha}{\kappa^2 - j \cot \alpha}} \cdot \exp\left\{j \frac{u^2}{2} \cot \alpha \left(1 - \frac{\cos^2 \beta}{\cos^2 \alpha}\right)\right\} \cdot F_{B_H}^{(p)}\left(\frac{u \sin \beta}{\kappa \sin \alpha}\right) \quad (5)$$

由式(5)可以发现, $B_H(t')$ 的 FRFT 谱不能表示成 $B_H(t)$ 在相同变换阶数 p_α 下的 FRFT 谱尺度变换后的形式,而是 FRFT 谱 $F_{B_H}^{(p)}(u)$ 的尺度变换及 chirp 调制后的结果.在式(5)两边同时取模值得

$$\left| F_{B_H}^{(p)}(u) \right| \stackrel{s.t.a}{=} \frac{1}{|\kappa|^H} \cdot \sqrt{\frac{1 + \cot^2 \alpha}{\kappa^4 + \cot^2 \alpha}} \cdot \left| F_{B_H}^{(p)}\left(\frac{u \sin \beta}{\kappa \sin \alpha}\right) \right| \quad (6)$$

由式(6)可知,在某一变换阶数 p 下, $B_H(t)$ 的 FRFT 谱的模值(幅度)在严格意义下不是尺度不变的,随着尺度 κ 变化,变换阶数 p_β 也发生变化.换言之,在某一变换阶数 p 下得到的自相似过程的 FRFT 谱在不同尺度下表现出的“粗糙”程度并不一定相同,也即具有单一自相似性的序列经 FRFT 之后得到的谱幅度序列的自相似性在各尺度下不具有单一性.因此,若采用单一分形参数来描述自相似过程的 FRFT 谱可能会引入较大的误差,而采用能对各尺度下粗糙度分别刻画的扩展自相似过程描述 FRFT 谱较合理.

3 实测海杂波 FRFT 谱的扩展分形特性

3.1 实测海杂波数据

本节将采用 S 波段与 C 波段雷达实测数据的 FRFT 谱进行扩展自相似特性分析,其中 S 波段雷达数据(S-46 #)与文献[5]中所采用的 S 波段数据为同一组数据,其来自于某 S 波段雷达对海探测试验,数据采集时雷达天线工作于驻留模式,极化方式为 VV 极化,雷达脉冲重频(PRF)为 650kHz,观察目标为一远离雷达缓慢运动的小船,其平均信杂比(SCR)约为 0~3dB.另外一组海杂波数据(C-15 #)是某 C 波段雷达对海照射采集得到的,数据采集时天线工作在驻留模式,极化方式为圆极化,雷达 PRF 为 0.3kHz,观察目标为一海面上随浪浮动的渔船,此组数据平均 SCR 约为 1~6dB.

图 1 给出了两组海杂波数据在最佳变换阶数下的 FRFT 谱.由图 1 可看到, S-46 # 数据在 $p = 1.0330$, $u = -1.912$ 时峰值达到最大值; C-15 # 海杂波在 $p = 1.0050$, $u = -2.819$ 时峰值达到最大值.由 FRFT 的性质可知, p 、 u 与所描述对象的速度、加速度紧密相连[9],从而可推得在采集这两组数据时所观察海面的海浪(Bragg 浪)均远离雷达运动,且均具有微弱的加速

度,但二者之间的速度与加速度均不相同,这从侧面反映了海面的运动状态会随着地域、天气以及观察条件等因素的变化而发生变化.根据 FRFT 的定义可知,文献[5]中研究的海杂波频谱实际上就是变换阶数 $p = 1.0$ 时的 FRFT 谱,将其与图 1 所示结果对比可知,海杂波频谱并没有完整地反映出海杂波所具有的加速度信息.

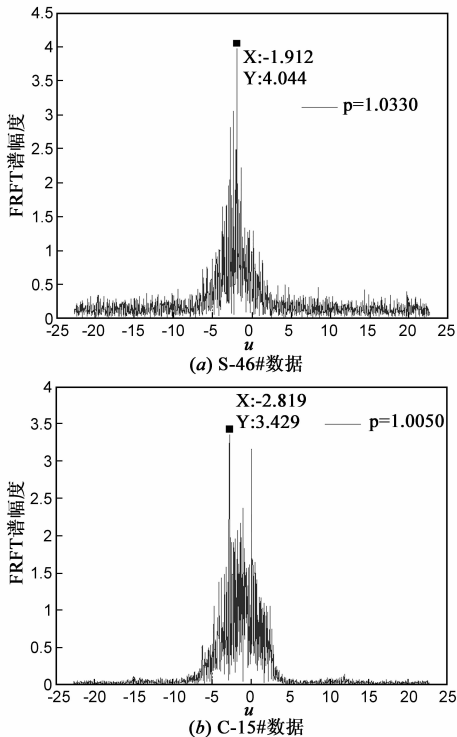


图1 最佳变换阶数下的FRFT谱

3.2 海杂波 FRFT 谱的扩展自相似性

根据第 2 节中得到的结论,本节采用扩展自相似过程^[3]建模图 1 所示的实测海杂波 FRFT 谱.本节与文献[5]中的海杂波频谱自相似特性分析思路基本相同,但鉴于研究对象不相同,本节分析得到的结论以及最优尺度范围与文献[5]有所差异.

图 2 给出了海杂波单元与目标单元 FRFT 谱的多尺度 Hurst 指数,这里需说明的是每个距离单元的 FRFT 谱均是在最佳变换阶数下得到的,所采用的时间序列长度以及分数阶 Fourier 变换的长度均为 2048 点.由图 2 可以观察到,无论是 S 波段还是 C 波段雷达数据,海杂波单元 FRFT 谱的多尺度 Hurst 指数均随着尺度变化而有较大起伏,且在 C 波段下这一现象更明显,这说明在同一变换阶数下得到的 FRFT 谱在各尺度下具有不同的粗糙度.另外,比较每组雷达数据海杂波单元与目标单元 FRFT 谱的多尺度 Hurst 指数曲线可以发现,在尺度 $2^1 \sim 2^4$ 范围内,目标单元 FRFT 谱的多尺度 Hurst 指数大于海杂波单元 FRFT 谱的多尺度 Hurst 指数,二

者有较明显的区别且差异较稳定;在尺度 2^8 左右,当 SCR 较高时(如 C-15 # 数据),目标单元 FRFT 谱的多尺度 Hurst 指数小于海杂波单元 FRFT 谱的多尺度 Hurst 指数,但这一差异并不稳定,SCR 较低时(如 S-46 # 数据),这一差异明显减弱甚至消失;在其它尺度范围内二者基本混叠在一起难以区分,分析其它多组实测数据可以得到类似的结果.这说明,在 FRFT 域尺度 $2^1 \sim 2^4$ 范围内海杂波 FRFT 谱对目标较敏感,目标的存在会引起海杂波 FRFT 谱不规则性降低,粗糙度减弱;而在 2^8 左右 FRFT 域尺度下,目标单元 FRFT 谱的不规则程度要高于海杂波单元的 FRFT 谱.

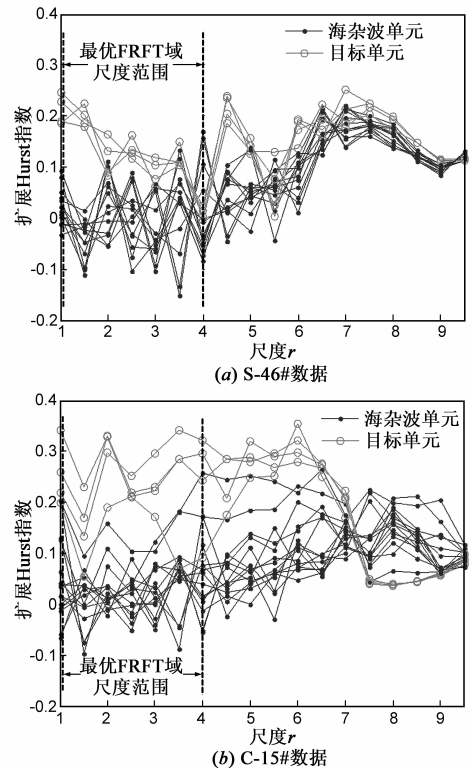


图2 各尺度下FRFT域多尺度Hurst指数

本文将海杂波单元和目标单元具有明显区别的 FRFT 域尺度称为最优 FRFT 域尺度,根据上述分析结果可知,以上两组数据的最优 FRFT 域尺度在 $2^1 \sim 2^4$ 范围内(文献[5]中的最优频域尺度则主要在于 2^4 左右),由于海情、系统噪声以及采集量化误差等的影响,最优 FRFT 域尺度通常不固定在某一个尺度上,而是在一个较小的尺度范围内变化.图 3 给出了最优 FRFT 域尺度下各个距离单元 FRFT 谱的多尺度 Hurst 指数,可见在最优 FRFT 域尺度下,海杂波单元与目标单元差异比较明显.作为对比,图 3 还给出了采用同样的数据计算得到的时域单一 Hurst 指数和时域多尺度 Hurst 指数的计算结果,可以明显看到,FRFT 域多尺度 Hurst 指数对海杂波与目标的区分效果明显优于时域单一 Hurst 指数和时域多尺

度 Hurst 指数. FRFT 域多尺度 Hurst 指数的好区分效果得益于时域信号经过 FRFT 后 SCR 得到了很大改善,同时选取最优 FRFT 域尺度对此也有所贡献.

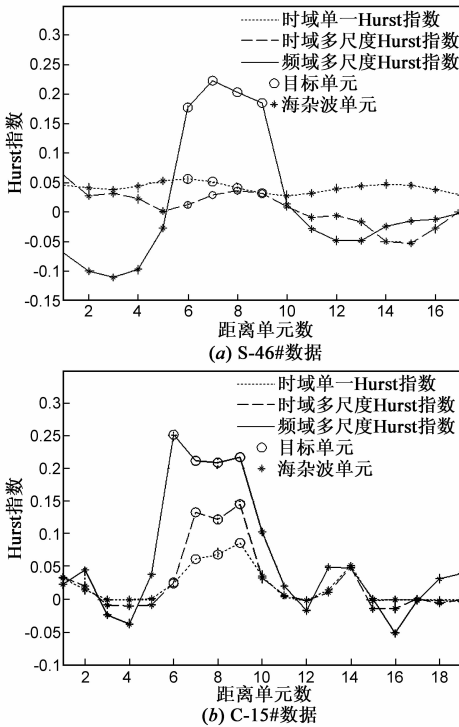


图3 最优FRFT域尺度下多尺度Hurst指数

3.3 FRFT 谱扩展自相似性的影响因素

根据文献[5]中海杂波频谱扩展自相似性的影响因素分析结论可知,时间序列长度主要影响海杂波与目标的区别程度,而 FFT 点数则影响最优频域尺度范围,推想可知,一旦最优尺度范围确定下来,对海杂波与目标单元 FRFT 谱的区分程度产生影响的主要是时间序列长度,此外,由于 FRFT 过程中还涉及到变换阶数,因此,本节主要分析变换阶数 p 和时间序列长度 L_i 对 FRFT 域的多尺度 Hurst 指数的影响.

图 4 和图 5 给出了两组海杂波数据在最佳变换阶数下 FRFT 谱的多尺度 Hurst 指数随时间序列长度 L_i 的变化情况.由图 4 和图 5 可以观察到,最优 FRFT 域尺度随时间序列长度 L_i 增加有扩大的趋势,且在最优 FRFT 域尺度下海杂波单元与目标单元的可分性增强.在每一个 FRFT 域尺度下由各个海杂波单元 FRFT 谱得到的多尺度 Hurst 指数随 L_i 增加“凝聚”到一起,即计算得到的多尺度 Hurst 指数随 L_i 增加趋于稳定.这是因为随着用于计算 FRFT 谱的时间序列长度 L_i 增加,SCR 也不断得到提升,从而使得海杂波单元与目标单元的可分性增强,同时由于得到的 FRFT 谱点数也增加,即有更多采样点参与多尺度 Hurst 指数的计算,因此,FRFT 域多尺度 Hurst 指数的估计误差降低并趋于稳定.

图 6 和图 7 分别给出了 S 波段和 C 波段两组数据在不同变换阶数下海杂波 FRFT 谱的多尺度 Hurst 指

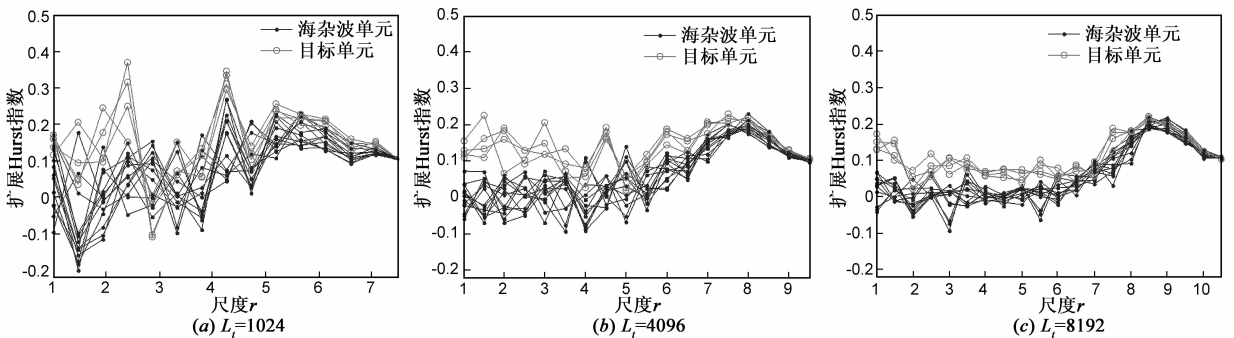


图4 最佳变换阶数下不同 L_i 对应的多尺度Hurst指数(S-46#数据)

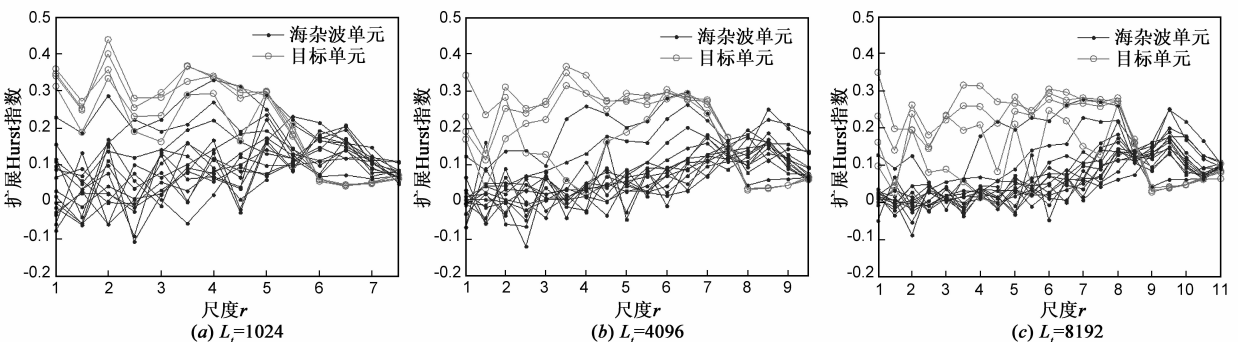


图5 最佳变换阶数下不同 L_i 对应的多尺度Hurst指数(C-15#数据)

数,可以观察到最优 FRFT 域尺度范围随变换阶数变换基本保持不变,仍主要集中于 $2^1 \sim 2^4$ 范围内,这说明 FRFT 谱的多尺度 Hurst 指数对变换阶数并不敏感,实际上通过多组实测海杂波数据分析可知,实际变换阶数稍微偏离最佳变换阶数(约在最佳变换阶数的 $\pm 30\%$ 范围内)时,FRFT 域多尺度 Hurst 指数对海杂波单元和目标单元的区分效果基本保持不变.这一结论为简化 FRFT 域多尺度 Hurst 指数计算提供了很好的试验支撑:

若每个距离单元的多尺度 Hurst 指数均针对最佳变换阶数下的 FRFT 谱求取,则在处理每个距离单元的数据时都要搜索 FRFT 谱的最大峰值从而得到最佳变换阶数,运算量巨大,十分耗时;而若根据上述结论,首先分析雷达试验数据求得将各个距离单元的最佳变换阶数,然后将实际变换阶数设置成相同的值(保持在所有最佳变换阶数 $\pm 30\%$ 的范围内),即统一变换阶数,则可避免重复搜索最大峰值,简化运算,降低运算量.

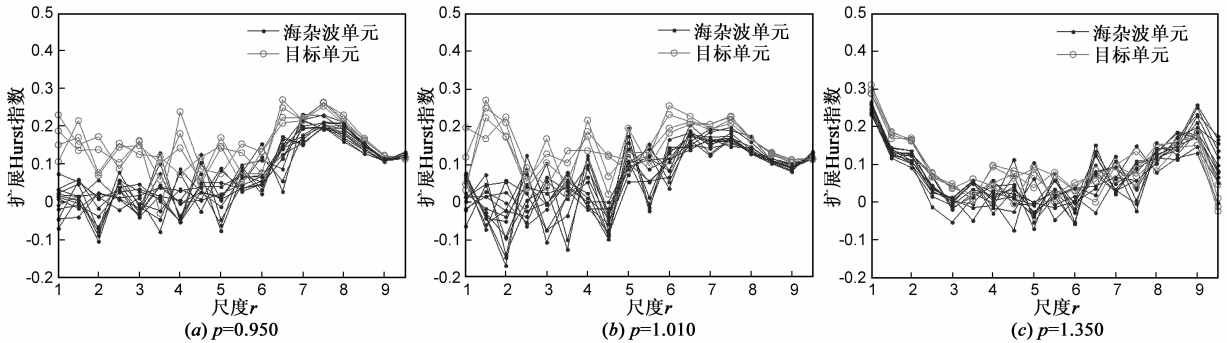


图6 不同变换阶数下海杂波FRFT谱的多尺度Hurst指数(S-46#数据, $L_i=3072$)

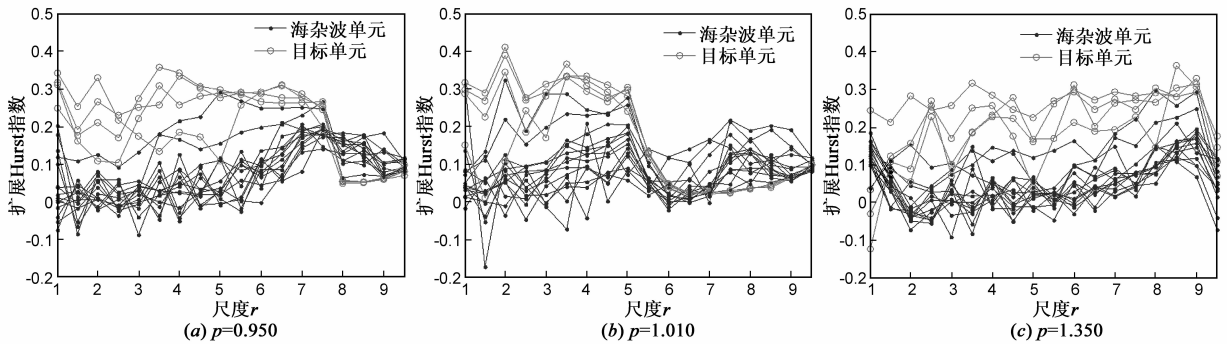


图7 不同变换阶数下海杂波FRFT谱的多尺度Hurst指数(C-15#数据, $L_i=3072$)

综上所述,用于计算 FRFT 谱的时间序列长度 L_i 主要影响最优 FRFT 域 Hurst 指数,当目标没有运动出当前距离单元时, L_i 越大,海杂波与目标回波 FRFT 谱的多尺度 Hurst 指数差异越稳定,同时,最优 FRFT 域尺度范围也有扩大的趋势,兼顾运算量和区分效果, L_i 取值一般在 1500 ~ 3000 采样点范围内.另外,在最优 FRFT 域尺度下,FRFT 域多尺度 Hurst 指数对变换阶数 p 不敏感,因此,实际计算中可采用统一变换阶数替代,以降低运算量.

4 利用 FRFT 域多尺度 Hurst 指数的目标检测方法

本节利用文献[5]中所示的检测流程将最优 FRFT 域 Hurst 指数作为特征量区分海杂波与目标,并结合第 3 节中得到的结论进行参数设定,对 S-46 # 和 C-15 # 数据进行处理并计算其检测概率 P_d ,其中虚警概率 P_{fa} 预

先设定为 10^{-3} .图 8 和图 9 分别给出了对 S 波段和 C 波段数据采用本文所提检测方法的检测结果,为便于对比观察,图 8 和图 9 中同时给出了两组实测数据的时间-距离-原始幅度三维图形.由图 8 和图 9 可明显观察到,本文所提方法可以在较低 SCR 条件下有效地检测海杂波中目标,由于 S-46 # 数据的 SCR 低于 C-15 # 数据,因此,本文所提方法在 C-15 # 数据中的检测效果相对较优,在 S-46 # 数据中的检测效果相对较差且虚警较多.为进行定量比较,表 1 给出了本文所提检测方法在 S-46 # 数据和 C-15 # 数据中的检测概率值,同时还给出了采用时域单一 Hurst 指数和时域多尺度 Hurst 指数与双参数 CFAR 检测器相结合的目标检测方法的检测概率值.由表 1 可明显得到,本文所提目标检测方法的检测性能优于其他两种分形 CFAR 检测方法,这得益于原始回波信号经过 FRFT 后 SCR 得到有效提升,从而使得在 FRFT 域多尺度 Hurst 指数区分海杂波单元和目

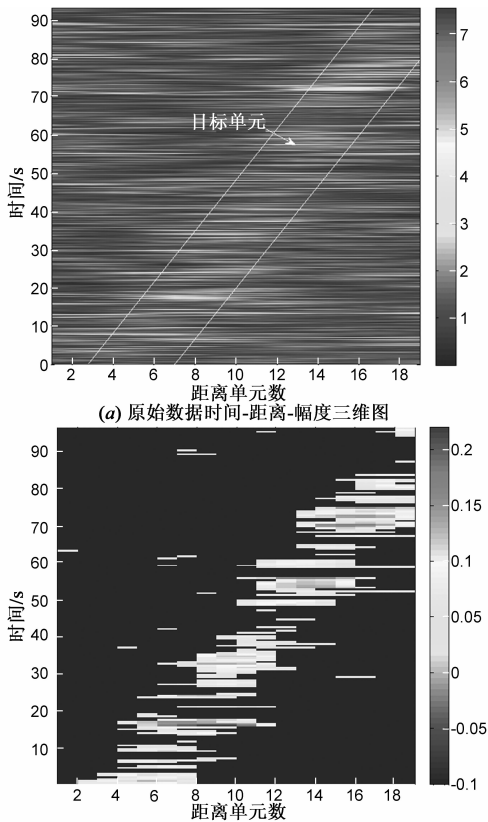


图8 利用所提检测方法对S-46#数据处理前后对比

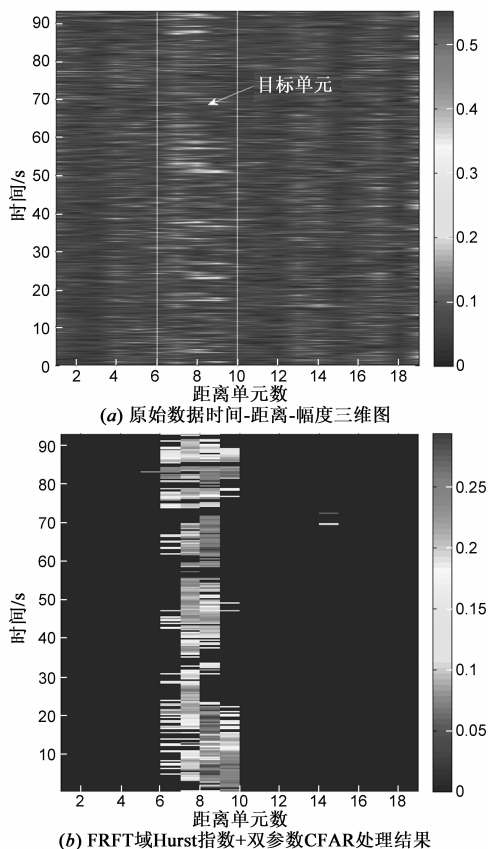


图9 利用所提检测方法对C-15#数据处理前后对比

标单元的能力增强. 比较本文中检测方法与文献[5]中检测方法的性能可发现, 本文所提方法的检测性能稍差, 这是由于所观测目标的加速度十分微弱, 基本接近于匀速运动, Fourier 变换与 FRFT 积累效果相差较小, 而本文在进行 FRFT 过程中使用了统一的变换阶数以降低运算量, 因此检测性能有一定的损失, 但若所观测目标具有明显的加速度, 则本文所提方法的检测性能将优于文献[5]中检测方法的性能.

表 1 三种海杂波中目标的分形检测方法的检测概率比较(虚警概率 $P_{fa} = 10^{-3}$)

目标检测方法	S-46 # 数据	C-15 # 数据
FRFT 域多尺度 Hurst 指数 + 双参数 CFAR	77.72%	83.51%
时域多尺度 Hurst 指数 + 双参数 CFAR	59.59%	67.74%
时域单一 Hurst 指数 + 双参数 CFAR	38.34%	45.16%

5 结论

本文借鉴文献[5]中海杂波频谱扩展自相似性分析及目标检测的总体思路, 分析了海杂波 FRFT 谱的扩展自相似特性, 并以 FRFT 域多尺度 Hurst 指数为特征进行 CFAR 目标检测. 从理论上说明了采用扩展自相似过程建模海杂波 FRFT 谱的合理性, 然后基于 S 波段和 C 波段雷达实测数据分析了海杂波 FRFT 谱的扩展自相似特性, 估计了 FRFT 域多尺度 Hurst 指数, 并分析了时间序列长度和变换阶数对 FRFT 域多尺度 Hurst 指数的影响. 最后, 利用文献[5]中所示的检测流程, 以 FRFT 域多尺度 Hurst 指数为特征进行目标 CFAR 检测并分析检测性能. 经实测数据验证, 得益于 FRFT 可以有效提升 SCR 的特点, 本文所提检测方法优于基于时域单一 Hurst 指数和时域多尺度 Hurst 指数的分形 CFAR 检测方法, 并且若观察目标具有明显的加速度, 本文所提方法将优于文献[5]中所示的目标检测方法.

参考文献

- [1] Lo T, Leung H, Haykin S. Fractal characterisation of sea-scattered signals and detection of sea-surface targets [J]. IEE Proceedings-F, 1993, 140(4): 243 - 250.
- [2] 关键, 刘宁波, 黄勇. 雷达目标检测的分形理论及应用 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2011. 1 - 11.
- [3] Kaplan L M, Jay Kuo C C. Extending self-similarity for fractional brownian motion [J]. IEEE Trans Signal Processing, 1994, 42(12): 3526 - 3530.
- [4] 李秀友, 关键, 黄勇, 周伟. 海杂波中基于扩展分形的目标检测方法 [J]. 火控雷达技术, 2008, 37(2): 10 - 13, 38. Li Xiyou, Guan Jian, et al. Methods for detecting targets in sea clutter based on extended fractal [J]. Fire Control Radar Technology, 2008, 37(2): 10 - 13, 38. (in Chinese)

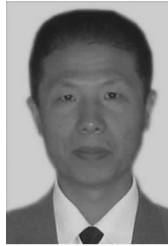
- [5] 刘宁波, 关键, 黄勇, 等. 基于频域多尺度 Hurst 指数的海杂波中目标检测方法[J]. 电子学报, 2013, 41(3): 424 – 431.
Liu Ningbo, Guan Jian, Huang Yong, et al. Target detection within sea clutter based on multi-scale Hurst exponent in frequency domain [J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(3): 424 – 431. (in Chinese)
- [6] Feng S, Han D, Ding H. Experimental determination of Hurst exponent of the self-affine fractal patterns with optical fractional Fourier transform [J]. Science in China Series G, 2004, 47(4): 485 – 491.
- [7] Chen Y Q, Sun R T, Zhou A H. An improved Hurst parameter estimator based on fractional Fourier transform [J]. Telecommun Syst, 2010, 43(3-4): 197 – 206.
- [8] Melino R, Tran H T. Application of the fractional Fourier Transform in the Detection of Accelerating Targets in Clutter [R]. Edinburgh, AU: Defence Science and Technology Organisation, 2011.
- [9] 陶然, 齐林, 王越, 等. 分数阶 Fourier 变换的原理与应用 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2004. 111 – 132.
Tao Ran, Qi Lin, Wang Yue, et al. Theory and Applications of the Fractional Fourier Transform [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004. 111 – 132. (in Chinese)
- [10] Namias V. The fractional order Fourier transform and its application to quantum mechanics [J]. Journal of Institute Applied Math, 1980, 25(3): 241 – 265.
- [11] 赵兴浩, 陶然, 邓兵. 分数阶傅里叶变换的快速计算新方法[J]. 电子学报, 2007, 35(6): 1089 – 1093.
Zhao Xinghao, Tao Ran, Deng Bing. New methods for fast computation of fractional Fourier transform [J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(6): 1089 – 1093. (in Chinese)
- [12] 张南, 陶然, 王越. 基于变标处理和分数阶傅里叶变换的运动目标检测算法[J]. 电子学报, 2010, 38(3): 683 – 688.
Zhang Nan, Tao Ran, Wang Yue. A target detection algorithm based on scaling processing and fractional Fourier transform [J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(3): 683 – 688. (in Chinese)
- [13] Falconer K. 分形几何: 数学基础及其应用 (第 2 版) [M]. 曾文曲, 译. 北京: 人民邮电出版社, 2007. 231 – 239.

作者简介



刘宁波 男, 1983 年生于山东烟台, 博士, 讲师. 研究方向包括雷达信号处理、海杂波中微弱目标检测.

E-mail: lnb198300@163.com



关键 男, 1968 年生于辽宁锦州, 教授, 博士生导师. 研究方向包括雷达目标检测与跟踪、侦察图像处理和信息融合. 获全国优秀博士学位论文奖, 新世纪百千万人才工程国家级人选.

E-mail: guanjian96@tsinghua.org.cn