

# 低信噪比条件下基于随机共振的感知方法与性能分析

高 锐,李 赞,吴利平,李群伟,齐佩汉

(西安电子科技大学 ISN 国家重点实验室,陕西西安 710071)

**摘 要:** 针对认知网络实际环境中常呈现出噪声高动态变化、低信噪比特征,无法快速准确进行频谱感知的问题,本文将物理学非线性领域中的随机共振理论引入到频谱感知中,提出了一种基于广义随机共振的能量检测算法.该算法引入匹配噪声,通过匹配非线性系统、噪声和信号三者的关系,从而改变能量检测统计量的分布,有效地检测信号的存在性.本文从理论上推导了最佳匹配噪声的表达式,并得到了检测性能、受噪声不确定度的影响、感知时间等方面的重要理论结论.仿真结果验证了理论推导的正确性,表明所提算法能够在信噪比为  $-20\text{dB}$  等低信噪比条件下较现有能量检测算法提高  $3\text{dB}$  以上,且具有感知速度快、受噪声不确定度影响小等特点.

**关键词:** 频谱感知; 随机共振; 能量检测; 低信噪比; 噪声不确定度

**中图分类号:** TN911.23      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2013) 09-1672-08

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2013.09.002

## A Spectrum Sensing Method and Performance Analysis Based on Stochastic Resonance Under Low SNR

GAO Rui, LI Zan, WU Li-ping, LI Qun-wei, QI Pei-han

(State Key Laboratory of ISN, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

**Abstract:** According to the spectrum sensing problem under low signal-noise ratio (SNR) and dynamic noise in cognitive radio (CR) networks, this paper introduced nonlinear stochastic resonance (SR) of physics into spectrum sensing, and proposed an energy detection (ED) based on generalized stochastic resonance (GSR). For the proposed algorithm, SR noise was added to make nonlinear system, signal and noise matched, which modifies the probability distribution of the detection statistics, and confirms the existence of the signal effectively. This paper drive the probability density uncton (PDF) of matched noise, and get some significant conclusions about the performance, effect of noise uncertainty and sensing time of the proposed algorithm. The simulation results validate the theory, and show that the proposed algorithm can improve the performance of existing energy detection at least  $3\text{dB}$  under low SNR. The proposed algorithm also has less sensing time, low complexity and can effectively overcome the influence of the noise uncertainty.

**Key words:** spectrum sensing; stochastic resonance; energy detection; low SNR; noise uncertainty

### 1 引言

随着无线通信技术的迅速发展,无线频谱资源日益紧张,为了充分合理利用有限的无线频谱资源,Joseph Mitola 博士提出了认知无线电的概念<sup>[1]</sup>.对认知无线电的研究主要分为:频谱感知、频谱分配、频谱管理等几个领域.频谱感知作为认知无线电实现的前提条件在认知网络中起着最重要的作用,是频谱分配和频谱管理等后续部分的支撑条件.目前,国内外对频谱感知的研究大都还停留在理想信噪比、背景噪声平稳等条件下,而实

际无线信号的迅速增加使无线背景噪声和干扰显著提高,接收信号常常呈现出低信噪比的特点.在这种情况下,现有的频谱感知方法暴露出对实际环境的局限性,无法满足实际认知网络快速准确的需求,因此低信噪比条件下的频谱感知问题,已成为制约认知无线电技术发展的瓶颈.

目前,国内外现有的频谱感知算法主要有:能量检测法 (ED)<sup>[2]</sup>、匹配滤波法<sup>[3]</sup>、循环平稳特征检测法<sup>[4]</sup>等.匹配滤波法需要主用户的先验信息,是性能最佳的感知方法,但在实际系统中,主用户的先验信息往往难

以获得,这极大限制了匹配滤波法的使用范围;循环平稳特征检测法和熵检测法不需要主用户的先验信息,但是算法复杂度高,在低信噪比下性能较差;能量检测法由于其不依赖先验信息、计算复杂度低等优点在实际系统中最常应用.然而,能量检测算法在低信噪比、高动态背景噪声等条件下性能急剧下降,无法满足频谱感知快速、准确的要求.因此,如何解决低信噪比条件下的频谱感知问题,已成为当前认知无线电技术亟待解决的难题.

鉴于常规方法难以解决低信噪条件下的频谱感知问题,近些年来研究人员不断探索新的领域,发现在某些非线性系统中通过噪声的谐振作用可以增强信号,这就是所谓的随机共振(Stochastic Resonance, SR)现象<sup>[5]</sup>.过去三十年间,随机共振已在生物、医学、物理、雷达等许多领域得到应用.例如在医学方面, Morse<sup>[6]</sup>设计的耳蜗助听器利用了随机共振现象,取得了很好的效果.随机共振分类较多,主要包括双稳态随机共振、超阈值随机共振和广义随机共振.传统的双稳态和超阈值系统是通过调整系统参数产生随机共振现象以得到最大的信噪比(SNR)增益,具有一定的局限性.首先, SNR 并不总是直接反映检测性能,比如对一些非高斯噪声而言,最大化其输出 SNR 并不表示检测性能最优;另外,传统 SR 检测器中的非线性系统是固定的,只能是双稳态或超阈值系统.为此, Hao Chen 等人提出了广义随机共振系统<sup>[7,8]</sup>,大大扩展了随机共振的范围.

为了将随机共振应用到信号检测领域,研究人员进行了大量工作:文献[9]给出了双稳态随机共振系统输出信噪比的性能分析;文献[10]利用归一化变换窄理解决了双稳态随机共振系统的大参数问题,大大提升了双稳态随机共振系统的实用性;文献[11]分析了超阈值随机共振在通信系统中的作用;文献[7,8]提出了广义随机共振系统,并进行了检测性能的分析;文献[12]讨论了最优二值量化检测器和渐近最优阵列阈值检测器,能够在未知背景噪声情形中获得较好的信号检测性能.近两年来,人们开始将随机共振引入到认知无线电的频谱感知中去,文献[13]首次将双稳态随机共振系统引入到频谱感知中去,文献[14]和文献[15]将超阈值随机共振分别和匹配滤波、能量检测结合,提高了频谱感知的性能.

## 2 系统模型

### 2.1 频谱感知模型

下面采用认知无线电的常用数学模型进行分析<sup>[16]</sup>:假设在一个窄带认知无线电系统中存在一个主用户(PU),它允许感知用户(CR)在频谱空闲情况下使用该频段,以提高频谱利用率.为了合理利用频段且不影响主用户,感知用户必须能够实时、准确地检测主授

权用户信号存在与否( $H_1/H_0$ ).频谱感知的数学模型可以看作是二元假设检验问题:

$$x(n) = \begin{cases} \omega(n), & H_0 \\ s(n) + \omega(n), & H_1 \end{cases} \quad (1)$$

其中: $H_0$ 和 $H_1$ 分别代表主用户信号不存在和存在的情况, $s(n)$ 和 $\omega(n)$ 分别表示接收到的采样信号和干扰噪声.不失一般性本文中假设:(1)噪声 $\omega(n)$ 是均值为0,方差为 $\sigma_\omega^2$ 的高斯噪声,即 $\omega(n) \sim N(0, \sigma_\omega^2)$ ;(2)接收到的信号 $s(n)$ 的幅值服从均值为 $\mu$ ,方差为 $\sigma_s^2$ 的高斯分布,且信号 $s(n)$ 和噪声 $\omega(n)$ 相互独立;(3) $\omega(n)$ 和 $s(n)$ 的分布接收端已知.

### 2.2 能量检测算法

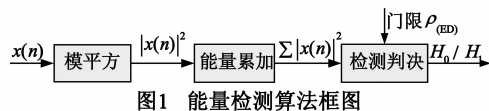


图1 能量检测算法框图

经典能量检测算法<sup>[2]</sup>原理如图1所示,首先对接收到采样后的信号 $x(n)$ 进行模平方得到 $|x(n)|^2$ ,接着进行能量累加得到统计量 $\sum |x(n)|^2$ ,最后与判决门限 $\rho_{(ED)}$ 进行比较,做出判断 $H_1/H_0$ .检测统计量 $T_{(ED)}$ 为接收序列的能量和:

$$\begin{cases} T_{(ED)} = \sum_{n=1}^L |x(n)|^2 < \rho_{(ED)}, H_1 \\ T_{(ED)} = \sum_{n=1}^L |x(n)|^2 < \rho_{(ED)}, H_0 \end{cases} \quad (2)$$

其中, $L$ 表示能量累积点数.由概率论和统计学的知识可知:如果 $L$ 个相互独立的随机变量均服从正态分布,则这 $L$ 个随机变量的平方和服从自由度为 $L$ 的卡方分布;而当这 $L$ 个随机变量均值非零时,它们的平方和构成的随机变量则服从非中心卡方分布,即:

$$\begin{cases} T_{(ED)} \sim \chi_L^2, & H_0 \\ T_{(ED)} \sim \chi_L^2(\zeta), & H_1 \end{cases} \quad (3)$$

其中 $E(\chi_L^2) = L\sigma_\omega^2$ ,  $D(\chi_L^2) = 2L\sigma_\omega^4$ ,  $E(\chi_L^2(\zeta)) = L(\sigma_\omega^2 + \sigma_s^2) + L\mu^2$ ,  $D(\chi_L^2(\zeta)) = 2L(\sigma_\omega^2 + \sigma_s^2)^2 + 4L\mu^2(\sigma_\omega^2 + \sigma_s^2)$ ,  $\zeta = L\mu^2/(\sigma_s^2 + \sigma_\omega^2)$ ,  $\zeta$ 为非中心参数.

当能量累积点数 $L$ 足够大时,利用中心极限定理,卡方分布可以近似为正态分布:

$$T_{(ED)} \sim \begin{cases} \text{Normal}(E0, D0), & H_0 \\ \text{Normal}(E1, D1), & H_1 \end{cases} \quad (4)$$

其中 $E0 = L\sigma_\omega^2$ ;  $D0 = 2L\sigma_\omega^4$ ;  $E1 = L(\sigma_\omega^2 + \sigma_s^2) + L\mu^2$ ;  $D1 = 2L(\sigma_\omega^2 + \sigma_s^2)^2 + 4L\mu^2(\sigma_\omega^2 + \sigma_s^2)$ .

频谱感知一般都采用 Neyman-Pearson 准则,首先在给定虚警概率 $P_{f(ED)} = \alpha$ 条件下计算得到检测门限 $\rho_{(ED)}$ ,然后根据 $\rho_{(ED)}$ 计算检测概率 $P_{d(ED)}$ .能量检测法的检测门限为:

$$\rho_{(\text{ED})} = \sqrt{2L} \sigma_{\omega}^2 Q^{-1}(\alpha) + L\sigma_{\omega}^2 \quad (5)$$

式中  $Q(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_t^{\infty} \exp\left(-\frac{v^2}{2}\right) dv$  是关于  $t$  的单调递减函数,进而得到检测概率为:

$$P_{d(\text{ED})} = P(T_{(\text{ED})} > \rho_{(\text{ED})} | H_1) \\ = Q\left(\frac{\sqrt{2L} \sigma_{\omega}^2 Q^{-1}(\alpha) - L\sigma_s^2 - L\mu^2}{\sqrt{2L(\sigma_{\omega}^2 + \sigma_s^2)^2 + 4L(\sigma_{\omega}^2 + \sigma_s^2)\mu^2}}\right) \quad (6)$$

### 2.3 能量检测算法存在的问题

本节将从噪声不确定度和能量累积点数两方面分析低信噪比条件下,能量检测存在的问题。

在极低信噪比条件下,由式(6)可以得到:

$$L \approx 2[Q^{-1}(\alpha) - Q^{-1}(P_{d(\text{ED})})\sqrt{2(1+\gamma)}]^2/\gamma^2 \quad (7)$$

由式(7)可知,要想利用能量检测算法在低信噪比条件下满足检测性能要求,必须大量增加能量累积点数.当采样率一定时,能量累积点数决定了感知时间,大量增加能量累积点数会极大增加感知时间,无法满足实际系统快速感知的需求。

能量检测存在的另一个问题是,在噪声波动较大时,能量检测的性能受到噪声不确定度的影响,性能急剧下降,无法准确感知信号.文献[17]给出了一种噪声不确定度的定义方法:

**定义 1** 设噪声方差  $\tilde{\sigma}_{\omega}^2$  的变化范围满足:

$(1 - \epsilon_1) \sigma_{\omega}^2 = \tilde{\sigma}_{\omega, \min}^2 \leq \tilde{\sigma}_{\omega}^2 \leq \tilde{\sigma}_{\omega, \max}^2 = (1 + \epsilon_2) \sigma_{\omega}^2$ , 其中  $0 \leq \epsilon_1 < 1$  和  $\epsilon_2 \geq 0$  为噪声方差误差比值,  $\sigma_{\omega}^2$  为平均噪声方差,则噪声不确定度为:  $V = (1 + \epsilon_2)/(1 - \epsilon_1)$ .

不难看出噪声不确定度  $V$  受  $\epsilon_1, \epsilon_2$  的影响,  $\epsilon_1, \epsilon_2$  越大噪声不确定度  $V$  就越大.例如:当  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon = 0.5$  时,  $V = 3$ ; 当  $\epsilon = 0$  时,即噪声方差恒定时,噪声不确定度  $V = 1$ ,也就是说  $V$  越接近于 1,噪声不确定度越小。

图 2 给出了经典能量检测算法受噪声不确定度的影响,可以看出:噪声不确定度  $V$  对于经典能量算法的影响很大,以检测概率  $P_d = 0.9$  为参考,  $V = 1.2$  情况下比  $V = 1$  增大了 7dB.

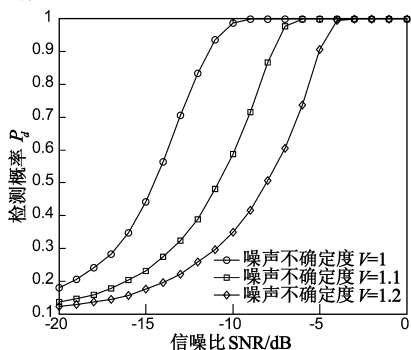


图2 经典能量检测算法受噪声不确定度  $V$  的影响

## 3 基于广义随机共振的能量检测算法

### 3.1 基本原理

如图 3 所示,广义随机共振检测器也称为噪声增强检测(Noise Enhanced Detection, NED)<sup>[18]</sup>,其非线性检测器可以是任意的非线性检测器。

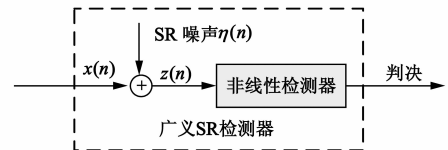


图3 广义随机共振检测器

本文针对能量检测存在的问题,设计了基于广义随机共振的能量检测(GSR-ED)算法,其原理结构如图 4 所示:

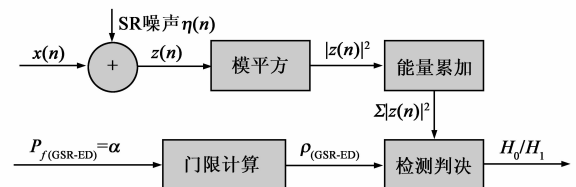


图4 基于广义随机共振系统的能量检测(GSR-ED)算法

首先在采样后的信号  $x(n)$  上叠加一个具有某种形式概率密度函数  $p_{\eta}$  的 SR 噪声  $\eta(n)$ , 得到信号  $z(n): z(n) = x(n) + \eta(n)$ ; 接着进行模平方和能量累加得到检测统计量  $T_{(\text{GSR-ED})} = \sum |z(n)|^2$ ; 然后,基于能量检测算法和 Neyman-Pearson 准则,根据事先设定的虚警概率  $P_{f(\text{GSR-ED})} = \alpha$  和增加 SR 噪声后的相应参数计算得到判决门限  $\rho_{(\text{GSR-ED})}$ ,最后与门限比较并做出判决。

### 3.2 系统参数的选择

#### 3.2.1 判决门限 $\rho_{(\text{GSR-ED})}$ 的确定

在增加了 SR 噪声  $\eta(n)$  后,二元假设条件下新的观测信号变为:

$$z(n) = \begin{cases} \omega(n) + \eta(n), & H_0 \\ s(n) + \omega(n) + \eta(n), & H_1 \end{cases} \quad (8)$$

此时,  $H_0$  和  $H_1$  条件下的检测统计量  $T_{(\text{GSR-ED})}$  皆服从非中心卡方分布:

$$\begin{cases} T_{(\text{GSR-ED})} \sim \chi_L^2(\zeta_1), & H_0 \\ T_{(\text{GSR-ED})} \sim \chi_L^2(\zeta_2), & H_1 \end{cases} \quad (9)$$

其中  $\zeta_1, \zeta_2$  为非中心参数,  $E(\chi_L^2(\zeta_1)) = L(\sigma_{\omega}^2 + d^2)$ ,  $D(\chi_L^2(\zeta_1)) = 2L\sigma_{\omega}^4 + 4L\sigma_{\omega}^2 d^2$ ,  $E(\chi_L^2(\zeta_2)) = L(\sigma_{\omega}^2 + \sigma_s^2) + L(\mu + d)^2$ ,  $D(\chi_L^2(\zeta_2)) = 2L(\sigma_{\omega}^2 + \sigma_s^2)^2 + 4L(\sigma_{\omega}^2 + \sigma_s^2)(\mu + d)^2$ .

当信号长度  $L$  足够大时,它们都近似服从正态分布,即:

$$T_{(\text{GSR-ED})} \sim \begin{cases} \text{Normal}(E2, D2), H_0 \\ \text{Normal}(E3, D3), H_1 \end{cases} \quad (10)$$

其中  $E2 = L(\sigma_\omega^2 + d^2)$ ;  $D2 = 2L\sigma_\omega^4 + 4L\sigma_\omega^2 d^2$ ;  $D3 = 2L(\sigma_\omega^2 + \sigma_s^2)^2 + 4L(\sigma_\omega^2 + \sigma_s^2)(\mu + d)^2$ ;  $E3 = L(\sigma_\omega^2 + \sigma_s^2) + L(\mu + d)^2$ . 其虚警概率为:

$$P_{f(\text{GSR-ED})} = P(T_{(\text{GSR-ED})} > \rho_{(\text{GSR-ED})} | H_0) \\ = Q\left(\frac{\rho_{(\text{GSR-ED})} - L(\sigma_\omega^2 + d^2)}{\sqrt{2L\sigma_\omega^4 + 4L\sigma_\omega^2 d^2}}\right) \quad (11)$$

在给定虚警概率情况  $P_{f(\text{GSR-ED})} = \alpha$  时,我们可以进一步确定增加 SR 噪声后的检测门限为:

$$\rho_{(\text{GSR-ED})} = Q^{-1}(\alpha)\sqrt{2L\sigma_\omega^4 + 4L\sigma_\omega^2 d^2} + L(\sigma_\omega^2 + d^2) \quad (12)$$

### 3.2.2 最佳 SR 噪声的确定

文献[19]中给出了一种广义随机共振最优噪声概率密度分布函数的表达形式:

$$p_\eta^{\text{opt}} = \delta(\eta - d) \quad (13)$$

其中  $\delta(\eta - d)$  表示强度为  $d$  的直流噪声. 此处,我们选用此种类型的 SR 噪声来进行系统设计.

因为  $z(n) = x(n) + \eta(n)$ , 所以  $z(n)$  的概率密度函数可通过卷积得到:

$$p_z(t) = p_x(t) * p_\eta(t) \\ = \int_R p_x(y - t)p_\eta(t)dt = \int_R p_x(t)p_\eta(y - t)dt \quad (14)$$

式(14)中“\*”为卷积符号,已知  $H_0$  和  $H_1$  条件下,原观测信号  $x(n)$  的概率分布密度函数分别为  $p_0(t)$  和  $p_1(t)$ . 则对于新的观测信号,二元假设检测问题用 PDF 描述时,可以表示为:

$$\begin{cases} p_z(t; H_0) = \int_R p_0(y - t)p_\eta(t)dt = \int_R p_0(t)p_\eta(y - t)dt, H_0 \\ p_z(t; H_1) = \int_R p_1(y - t)p_\eta(t)dt = \int_R p_1(t)p_\eta(y - t)dt, H_1 \end{cases} \quad (15)$$

为了对上面二元假设作一个判决,需要定义一个判决函数  $\varphi(t)$ , 它与能量检测统计量  $T_{(\text{GSR-ED})} = \sum_{n=1}^L |z(n)|^2$  关系如下:

$$\varphi(t) = \begin{cases} 1, T_{(\text{GSR-ED})} \geq \rho_{(\text{GSR-ED})} \\ 0, T_{(\text{GSR-ED})} < \rho_{(\text{GSR-ED})} \end{cases} \quad (16)$$

增加 SR 噪声后的检测概率表示为:

$$P_{d(\text{GSR-ED})} = \int_R \varphi(t)p_z(t; H_1)dt \\ = \int_R p_\eta(y)F_{1,\varphi}(y)dy \quad (17)$$

式中  $F_{1,\varphi}(y) = \int_R \varphi(t)p_1(t - y)dy$ .

同理,可以得到虚警概率为:

$$P_{f(\text{GSR-ED})} = \int_R p_\eta(y)F_{0,\varphi}(y)dy \quad (18)$$

式中  $F_{0,\varphi}(y) = \int_R \varphi(t)p_0(t - y)dt$ .

为了在不增加虚警概率( $P_f = \alpha$ )的条件下,实现检测概率最大化,是一个 SR 噪声概率密度函数的最优化问题,用数学模型描述为:

$$\begin{aligned} \max\{P_{d(\text{GSR-ED})}\} &= \int_R p_\eta(y)F_{1,\varphi}(y)dy \\ \text{subject to: } p_\eta(y) &\geq 0, y \in R \\ \int_R p_\eta(y)dy &= 1 \\ P_{f(\text{GSR-ED})} &\leq P_f \end{aligned} \quad (19)$$

由式(10)GSR-ED 检测统计量的概率密度分布函数可以看出,在高信噪比情况( $\mu^2 + \sigma_s^2 > \sigma_\omega^2$ )和大信号均值( $\mu \gg 1$ )下,二元假设的检测统计量均值相差较大,即使不用增加 SR 噪声也能有效检测出信号. 因此,本文仅对在低信噪比( $\mu^2 + \sigma_s^2 \ll \sigma_\omega^2$ )和小信号均值( $\mu \ll 1$ )条件下的最优化问题进行讨论.

低信噪比条件下,最优化问题可以简化为:  $d_{\text{opt}} = \arg \max_{-\infty < d < +\infty} P_{d(\text{GSR-ED})}$ . 由于  $Q$  函数是单调递减函数,所以  $d_{\text{opt}} = \arg \min_{-\infty < d < +\infty} \left( \frac{Q^{-1}(\alpha)\sqrt{2L\sigma_\omega^4 + 4L\sigma_\omega^2 d^2} - L(\sigma_s^2 + \mu^2 + 2\mu d)}{\sqrt{2L\sigma_\omega^4 + 4L\sigma_\omega^2(\mu + d)^2}} \right)$  (20)

又由于  $\mu^2 + \sigma_s^2 \ll \sigma_\omega^2$  和  $\mu \ll 1$ , 所以

$$d_{\text{opt}} \approx \arg \max_{-\infty < d < +\infty} \left( \frac{L(\sigma_s^2 + \mu^2 + 2\mu d)^2}{2\sigma_\omega^4 + 4\sigma_\omega^2(\mu + d)^2} \right) \\ \triangleq \arg \max_{-\infty < d < +\infty} f(d) \quad (21)$$

对  $f(d)$  求导并求解方程  $f'(d) = 0$ , 可以得到唯一解:

$$d_{\text{opt}} = \frac{\mu\sigma_s^2 - \mu\sigma_\omega^2 - \mu^3}{(\mu^2 - \sigma_s^2)} \quad (22)$$

由式(22)我们得到最佳的 SR 噪声  $d_{\text{opt}}$ , 使得检测性能最佳. 同时我们得到一个重要结论: 对于信号均值  $\mu = 0$  的信号, 系统增加形式为  $p_\eta^{\text{opt}} = \delta(\eta - d)$  的最佳 SR 噪声为  $d_{\text{opt}} = 0$ .

## 4 性能分析

本节从检测性能、噪声不确定度、感知时间三个方面,对所提 GSR-ED 算法进行了全面分析.

### 4.1 检测性能

由式(11)和式(12),我们得到 GSR-ED 算法的检测概率为:

$$P_{d(\text{GSR-ED})} = P(T_{(\text{GSR-ED})} > \rho_{(\text{GSR-ED})} | H_1)$$

$$= Q \left( \frac{Q^{-1}(\alpha) \sqrt{2L\sigma_\omega^4 + 4L\sigma_\omega^2 d^2} - L(\sigma_s^2 + \mu^2 + 2\mu d)}{\sqrt{2L(\sigma_\omega^2 + \sigma_s^2)^2 + 4L(\sigma_\omega^2 + \sigma_s^2)(\mu + d)^2}} \right) \quad (23)$$

下面我们比较经典能量检测算法和 GSR-ED 算法在相同条件下的检测性能。

**定理 1** 对于 GSR-ED 算法和经典能量检测算法, 若虚警概率相同  $P_{f(\text{GSR-ED})} = P_{f(\text{ED})} = \alpha$ , 则检测概率  $P_{d(\text{GSR-ED})} \geq P_{d(\text{ED})}$

证明: 由式(6)和式(23)可以看出经典能量检测算法可以看成 GSR-ED 算法  $d=0$  的特殊情况. 将检测概率  $P_d$  看成是增加的 SR 噪声  $d$  的函数, 即:

$$P_d(d) = Q \left( \frac{Q^{-1}(\alpha) \sqrt{2L\sigma_\omega^4 + 4L\sigma_\omega^2 d^2} - L(\sigma_s^2 + \mu^2 + 2\mu d)}{\sqrt{2L(\sigma_\omega^2 + \sigma_s^2)^2 + 4L(\sigma_\omega^2 + \sigma_s^2)(\mu + d)^2}} \right) \quad (24)$$

由式(20)可知当  $d = d_{\text{opt}}$  时,

$$\frac{Q^{-1}(\alpha) \sqrt{2L\sigma_\omega^4 + 4L\sigma_\omega^2 d^2} - L(\sigma_s^2 + \mu^2 + 2\mu d)}{\sqrt{2L(\sigma_\omega^2 + \sigma_s^2)^2 + 4L(\sigma_\omega^2 + \sigma_s^2)(\mu + d)^2}} \text{ 最小, 而 } Q$$

函数是一个单调递减函数, 所以  $P_d(d_{\text{opt}}) \geq P_d(0)$ .

也就是  $P_{d(\text{GSR-ED})} \geq P_{d(\text{ED})}$ .

证毕.

由此我们可知, 所提 GSR-ED 算法能在相同的条件下, 较经典能量检测算法提高检测性能。

## 4.2 GSR-ED 算法对噪声不确定度的抑制

下面我们比较经典能量检测算法和 GSR-ED 算法受噪声不确定度的影响。

**定理 2** 设  $V_{(\text{ED})}$ 、 $V_{(\text{GSR-ED})}$  分别表示能量检测算法和 GSR-ED 算法的噪声不确定度, 则  $V_{(\text{ED})} \geq V_{(\text{GSR-ED})}$ .

证明: 由噪声不确定度定义可知:

$$V_{(\text{ED})} = \frac{(1 + \varepsilon_2)\sigma_\omega^2}{(1 - \varepsilon_1)\sigma_\omega^2} = \frac{1 + \varepsilon_2}{1 - \varepsilon_1} \geq 1 \quad (25)$$

增加 SR 噪声  $d$  后, 噪声不确定度变为:

$$V_{(\text{GSR-ED})} = \frac{(1 + \varepsilon_2)\sigma_\omega^2 + d}{(1 - \varepsilon_1)\sigma_\omega^2 + d} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} V_{(\text{ED})} - V_{(\text{GSR-ED})} &= \frac{(1 + \varepsilon_2)\sigma_\omega^2}{(1 - \varepsilon_1)\sigma_\omega^2} - \frac{(1 + \varepsilon_2)\sigma_\omega^2 + d}{(1 - \varepsilon_1)\sigma_\omega^2 + d} \\ &= \frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\sigma_\omega^2 d}{(1 - \varepsilon_1)\sigma_\omega^2 [(1 - \varepsilon_1)\sigma_\omega^2 + d]} \geq 0 \end{aligned} \quad (27)$$

证毕.

由此我们得出结论 GSR-ED 算法受噪声不确定度的影响要小于经典能量检测算法, 即所提算法较经典能量检测算法对噪声不确定度有抑制作用。

## 4.3 频谱感知时间

对于能量检测算法, 在采样率确定的情况下其感

知时间完全由其能量累积点数  $L$  决定。

下面我们比较经典能量检测算法和 GSR-ED 算法在相同检测性能条件下的频谱感知时间。

**定理 3** 对于能量检测算法和 GSR-ED 算法, 若  $P_{f(\text{ED})} = P_{f(\text{GSR-ED})} = \alpha$ ,  $P_{d(\text{ED})} = P_{d(\text{GSR-ED})} = \beta$ , 则  $L_{(\text{GSR-ED})} \leq L_{(\text{ED})}$ .

证明: 根据式(6)可以推导出传统能量检测算法在给定检测概率  $P_{d(\text{ED})} = \beta$  和虚警概率  $P_{f(\text{ED})} = \alpha$  的情况下, 需要的能量累积点数:

$$L_{(\text{ED})} = \frac{C_{(\text{ED})}^2 Q^{-1}(\beta)^2 + A_{(\text{ED})}^2 Q^{-1}(\alpha)^2 - 2A_{(\text{ED})} C_{(\text{ED})} Q^{-1}(\beta) Q^{-1}(\alpha)}{B_{(\text{ED})}^2} \quad (28)$$

其中  $A_{(\text{ED})} = \sqrt{2}\sigma_\omega^2$ ,  $B_{(\text{ED})} = \sigma_s^2 + \mu^2$ ,

$$C_{(\text{ED})} = \sqrt{2(\sigma_\omega^2 + \sigma_s^2)^2 + 4(\sigma_\omega^2 + \sigma_s^2)\mu^2}$$

根据式(23)我们可以求出 GSR-ED 算法在给定检测概率  $P_{d(\text{GSR-ED})} = \beta$  和虚警概率  $P_{f(\text{GSR-ED})} = \alpha$  的情况下, 需要的采样点数:

$$\begin{aligned} L_{(\text{GSR-ED})} &= \frac{C_{(\text{GSR-ED})}^2 Q^{-1}(\beta)^2 + A_{(\text{GSR-ED})}^2 Q^{-1}(\alpha)^2}{B_{(\text{GSR-ED})}^2} \\ &\quad - \frac{2A_{(\text{GSR-ED})} C_{(\text{GSR-ED})} Q^{-1}(\beta) Q^{-1}(\alpha)}{B_{(\text{GSR-ED})}^2} \end{aligned} \quad (29)$$

其中  $A_{(\text{GSR-ED})} = \sqrt{2\sigma_\omega^4 + 4\sigma_\omega^2 d^2}$ ,  $B_{(\text{GSR-ED})} = \sigma_s^2 + \mu^2 + 2\mu d$ ,  $C_{(\text{GSR-ED})} = \sqrt{2(\sigma_\omega^2 + \sigma_s^2)^2 + 4(\sigma_\omega^2 + \sigma_s^2)(\mu + d)^2}$ .

由定理 1 可知当  $L_{(\text{GSR-ED})} = L_{(\text{ED})}$  时,  $P_{d(\text{GSR-ED})} \geq P_{d(\text{ED})}$ , 而增加能量累积点数  $L_{(\text{ED})}$  能增加检测性能. 所以当  $P_{d(\text{GSR-ED})} = P_{d(\text{ED})}$  时,  $L_{(\text{GSR-ED})} \leq L_{(\text{ED})}$ .

证毕.

由定理 3 可知, 在达到相同检测性能的要求下, GSR-ED 算法所需的感知时间较经典能量检测算法较少。

## 5 算法仿真与结果分析

### 5.1 最佳 SR 噪声

图 5 给出了典型参数下所提算法的检测概率随 SR 噪声参数的变化情况 ( $P_d \sim d$  性能曲线), 其仿真条件

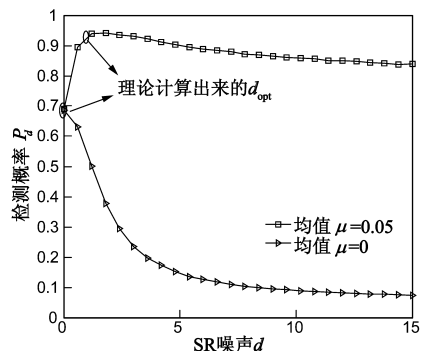


图5 信号均值对算法性能的影响曲线图

为:信号幅度  $A = 0.5$ , 能量累加序列长度  $L = 1 \times 10^4$ , 信噪比  $\gamma = -15\text{dB}$ , 信号均值  $\mu = 0.05$  和  $\mu = 0$ , 采样频率  $\omega_s = 20R_B$ , 信道为高斯信道. 我们可以看出:在小信号均值情况时,存在最佳的 SR 噪声,能有效改善检测概率,上一节推导出的最佳噪声和本节仿真结果基本吻合;对于零均值信号而言,最佳的 SR 噪声为 0,这也与前面的理论推导一致.

### 5.2 检测性能

将针对所提算法和普通能量检测法进行蒙特卡罗仿真实验进行对比. 仿真参数为:信号幅度  $A = 0.5$ , 能量累加序列长度  $L = 4 \times 10^3$ , 信噪比分别为  $\gamma = -15\text{dB}$  和  $\gamma = -20\text{dB}$ , 信号均值  $\mu = 0.05$ , 采样频率  $\omega_s = 20R_B$ , 信道为高斯信道.

从图 6、图 7 可以看出,仿真值和理论值几乎完全重合,在相同虚警概率条件下,增加 SR 噪声后的检测概率高于未增加 SR 噪声的性能,说明所提 GSR-ED 算法优于经典能量检测算法. 在仿真条件下,当  $\gamma = -15\text{dB}$  和  $P_f = 0.1$  时, GSR-ED 算法的检测概率  $P_d = 0.9$  明显优于能量检测算法的  $P_d = 0.55$ ; 当  $\gamma = -20\text{dB}$  和  $P_f = 0.1$  时, GSR-ED 算法的检测概率  $P_d = 0.5$  明显优于能量检测算法的  $P_d = 0.2$ . 因此, GSR-ED 算法通过增加 SR 噪声的方法可以改善能量检测算法的检测性能.

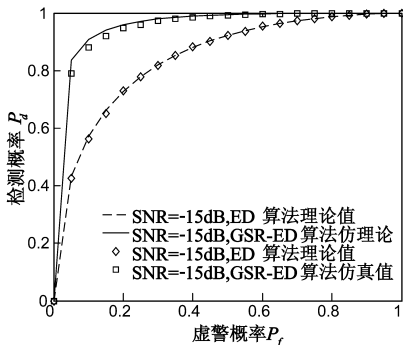


图6 增加SR噪声前后能量检测算法的ROC性能曲线

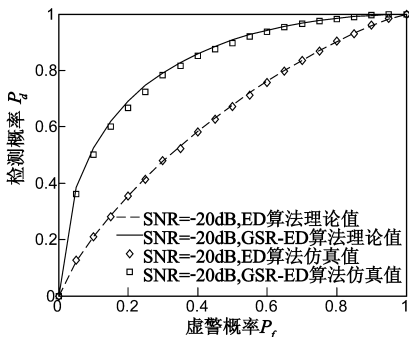


图7 增加SR噪声前后能量检测算法的ROC性能曲线

算法和经典能量检测算法的检测概率和信噪比的关系曲线. 可以看出:仿真值和理论值几乎完全重合,基于广义随机共振系统的能量检测算法比现有的能量检测算法性能好 3dB 以上.

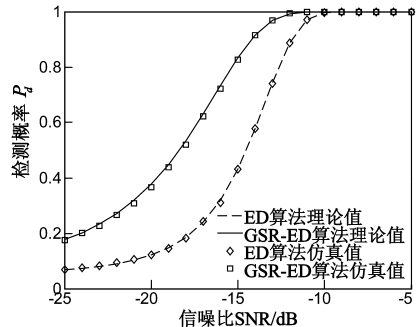


图8 所提算法与现有检测算法的性能比较

### 5.3 对噪声不确定度的改善

选取噪声方差  $\sigma_\omega^2 = 1$ , 且  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon$ , 可以得到 GSR-ED 算法和能量检测算法噪声方差不确定度的变化曲线, 如图 9 所示. 可以看出所提 GSR-ED 算法能够降低噪声方差的不确定度, 从而削弱其对能量检测算法性能的影响.

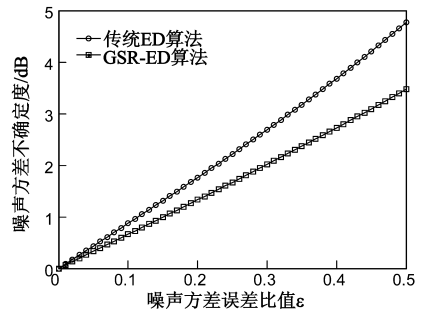


图9 噪声方差不确定度的性能曲线性能比较

图 10 给出了不确定度  $V = 1$  和  $V = 1.1$  条件下两种不同能量检测算法的 ROC 性能曲线. 仿真条件为:虚警  $P_f = 0.1$ , 信号幅度  $A = 0.5$ , 能量累加序列长度  $L = 1 \times 10^4$ , 信号均值  $\mu = 0.1$ , 采样频率  $\omega_s = 20R_B$ . 可以看出:噪声不确定度对于能量检测算法的影响很大,而对于所提的 GSR-ED 算法却有了一定程度的减小.

### 5.4 感知时间比较

下面对 GSR-ED 算法和能量检测算法所需的能量累积点数进行仿真, 仿真参数为:信噪比  $\gamma = -15\text{dB}$  和  $P_f = 0.05$ , 信号均值  $\mu = 0.1$ .

从图 11 可以看出,在相同检测性能条件下, GSR-ED 算法所需的能量累积点数远远小于能量检测算法,在本仿真条件下约为 30%. 因此可以得出结论,在检测性能相同的要求下 GSR-ED 算法所需感知时间比能量检测算法小很多.

图 8 给出了虚警概率为  $P_f = 0.05$  情况下 GSR-ED

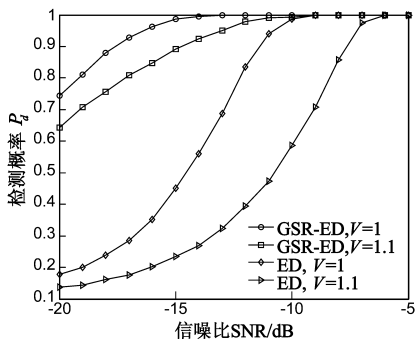


图10 存在不确定度时两种能量检测算法的性能比较

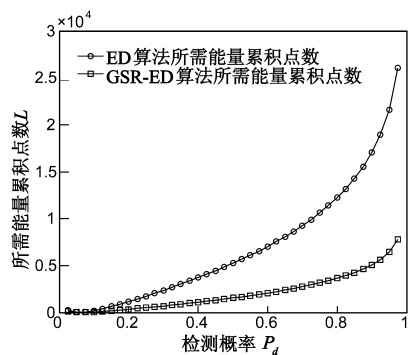


图11 GSR-ED算法与能量检测算法感知时间比较

图 12 是在仿真条件为:虚警概率  $P_f = 0.05$ , 检测概率  $P_d = 0.95$ , 信号均值  $\mu = 0.1$  下, GSR-ED 算法和能量检测算法所需能量累积点数与信噪比的关系. 可以看出随着信噪比的增加, GSR-ED 算法和 ED 算法所需的能量累积点数逐渐减少, 且 GSR-ED 所需能量累积点数远远小于能量检测算法.

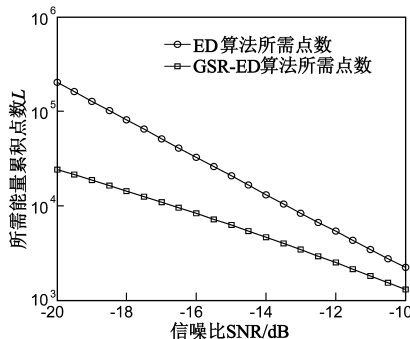


图12 GSR-ED算法与能量检测算法所需能量累积点数与信噪比的关系

### 6 结论

本文提出了基于广义随机共振的能量检测算法, 通过在接收端匹配非线性系统、噪声、和信号三者的关系, 改变统计量的分布, 能够有效检测信号的存在性. 本文从理论上推导了最佳匹配噪声, 并得到了所提算法检测性能、受噪声不确定度的影响、感知时间等方面

的重要结论. 最后通过 Matlab 仿真实验验证了理论推导的正确性, 表明 GSR-ED 算法在低信噪比条件下较现有能量检测算法提高检测性能 3dB 以上, 且具有感知速度快、受噪声不确定度影响小的优点, 今后可应用于认知网络.

### 参考文献

- [1] Mitola J, Gerald Q, Maguire J R. Cognitive radios. making software radios more personal[J]. IEEE Personal Communications, 1999, 6(4): 13 - 18.
- [2] H Urkowitz. Energy detection of unknown deterministic signals [J]. Proc IEEE, 1967, 55(4): 523 - 531.
- [3] J Theiler, B R Foy. Effect of signal contamination in matched-filter detection of the signal on a cluttered background [J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2006, 3(1): 98 - 102.
- [4] J Lunden, S A Kassam, V Koivunen. Robust nonparametric cyclic correlation-based spectrum sensing for cognitive radio [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(1): 38 - 52.
- [5] R Benzi, A Suter, A Vulpiani. The mechanism of stochastic resonance[J]. Phys A, 1981, 14(11): L453 - L457.
- [6] R P Morse, P Roper. Enhanced coding in a cochlear-implant model using additive noise: Aperiodic stochastic resonance with tuning[J]. Phys Rev E, 2000, 61(5): 5683 - 5692.
- [7] H Chen, P K Varshney, S M Kay, J H Michels. Theory of stochastic resonance effect in signal detection: part1-fixed detectors[J]. IEEE transactions on Signal Processing, 2007, 55(7): 3172 - 3185.
- [8] H Chen, P K Varshney. Theory of stochastic resonance effect in signal detection: part2-variable detectors[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(10): 5031 - 5041.
- [9] B McNamara, K Wilesenfeld. Theory of stochastic resonance [J]. Phys Rev A, Gen Phys, 1989, 39(9): 4854 - 4869.
- [10] 杨定新, 胡政, 杨拥民. 大参数周期信号随机共振解析 [J]. 物理学报, 2012 年, 61(8): 1 - 10.  
Yang Dingxin, HU zheng, Yang Yongmin. The analysis of stochastic resonance of periodic signal with large parameters [J]. Acta Phys Sinica, 2011, 61(8): 1 - 10. (in Chinese)
- [11] M D McDonnell, N G Stocks, C E Pearce, D Abbott. Optimal information transmission in nonlinear arrays through suprathreshold stochastic resonance [J]. Physics Letters A, 2006, 352(3): 183 - 189.
- [12] 叶青华, 黄海宁, 张春华. 用于微弱信号检测的随机共振系统设计[J]. 电子学报, 2009, 37(1): 216 - 220.  
YE Qinghua, Huang Haining, Zhang Chunhua. Design of stochastic resonance systems in weak Signal detection[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(1): 216 - 220. (in Chinese)

- [13] D He, Y Lin, C He, L Jiang. A novel spectrum-sensing technique in cognitive radio based on stochastic resonance [J]. IEEE Trans Veh, Technol, 2010, 59(4): 1680 – 1688.
- [14] V N Hari, G V Anand, A B Premkumar, A S Madhukumar. Design and performance analysis of a signal detector based on suprathreshold stochastic resonance [J]. Signal Processing, 2012, 92(1): 1745 – 1757.
- [15] Qunwei Li, Zan Li, Jian Shen, Rui Gao. A novel spectrum sensing method in cognitive radio based on suprathreshold stochastic resonance [A]. IEEE International Conference on Communications (ICC 2012) [C] Ottawa: IEEE, 2012. 4426 – 4430
- [16] R Tandra, A Sahai. Snr walls for signal detection [J]. Selected Topics in Signal Processing, IEEE Journal of, 2008, 2(1): 4 – 17.
- [17] A Sonnenschen, P M Fishman. Radiometric detection of spread-spectrum signals in noise uncertain power [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1992, 28(3): 654 – 660.
- [18] Steven Kay. Noise enhanced detection as a special case of randomization [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2008, 15: 709 – 712.

- [19] Wei Chen, Jun Wang, Husheng Li, Shaoqian Li. Stochastic resonance noise enhanced spectrum sensing in cognitive radio networks [A]. IEEE GLOBECOM 2010 [C]. Miami: IEEE, 2010. 1 – 6.

#### 作者简介



高 锐 男, 1986 年 5 月出生于江苏省扬州市, 现为西安电子科技大学通信工程学院军事通信专业博士研究生, 主要研究方向为无线通信、微弱信号检测。

E-mail: gaoruiyangzhou@163.com



李 赞 女, 1975 年 7 月出生于陕西省西安市, 现为西安电子科技大学 ISN 国家重点实验室教授、博士生导师, 主要研究方向为无线通信、数字信号处理、流星余迹通信。