

# 大型平面阵列天线散射场的快速计算方法

张 帅, 龚书喜, 刘 英

(西安电子科技大学天线与微波技术国家重点实验室, 陕西西安 710071)

**摘 要:** 基于子阵思想, 提出利用小型平面阵列中的各天线单元的散射场, 来等效大型平面阵列中相似阵列环境下的各单元的散射场, 进而利用叠加定理来计算大型阵列的总散射场. 并通过公式推导, 进一步简化了该方法的操作过程, 将大型平面阵列的散射计算问题转化为四个小型平面阵列的散射总场计算问题, 显著减小了计算量, 同时避免了逐个计算单元场而带来的操作复杂度. 计算结果与 HFSS 仿真结果基本一致, 验证了方法的正确性.

**关键词:** 平面阵列天线; 散射; 子阵

**中图分类号:** O441 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2013) 09-1680-05

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2013.09.003

## Fast Method for Calculating the Scattering from Large Plane Arrays

ZHANG Shuai, GONG Shu-xi, LIU Ying

(National Key Laboratory of Antennas and Microwave Technology, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

**Abstract:** This paper proposes a novel method for fast calculating the scattering pattern of large plane arrays. In this method, the induced element patterns of large plane array are constructed from those of a small plane subarray. Then the scattered field of the large plane array is obtained by summing over the induced element pattern of all elements. Furthermore, the method is modified to reduce the computational burden. The expression of the modified method is derived and the large plane array analysis problem is converted into four simplified small plane array problems. In addition, the effects of the mutual coupling and the surrounding array environment are rigorously taken into account. Example arrays of horn antennas are analyzed to assess the proposed method. The calculated results agree well with the ones simulated by HFSS.

**Key words:** plane arrays; scattering; subarray

### 1 引言

相控阵雷达系统在大量军事平台上得到了应用, 然而部分隐身军事平台的 RCS 水平却小于某些阵列天线<sup>[1]</sup>, 使得阵列天线的隐身设计成为天线领域的一个重要课题, 该研究必须依赖强有力的电磁散射计算方法. 以往针对阵列天线散射特性的研究工作, 多借助于矩量法等数值算法或者基于数值算法的商用软件<sup>[2,3]</sup>, 当阵列规模过大时, 此类方法将要耗费大量的计算资源和时间. 为了提高阵列散射的计算速度, 类似于经典法的阵列辐射方向图乘积定理<sup>[4]</sup>, Lu 通过公式推导, 将阵列天线的散射场亦表示为单元因子和阵列因子的乘积形式<sup>[5]</sup>. 但是, 由于单元间互耦的影响, 阵列中各单元的散射场均不大相同, 导致该方法的计算结果与真实情况存在一定误差<sup>[5,6]</sup>.

研究表明, 阵列的散射总场可精确表示为阵列环境

中各单元的散射场的叠加形式<sup>[2,7]</sup>. 这里的单元散射场指的是在入射波照射情形下, 阵列环境中某个指定单元的散射场, 文中称之为感应单元方向图 (IEP-Induced Element Pattern). Zhang 通过对直线阵列中 IEP 的研究发现<sup>[6]</sup>, 对于一个单元而言, 只有其邻近的几个单元会对其散射方向图产生较大影响, 而较远单元对其的作用可以忽略. 因此, Zhang 利用一小型直线子阵中各单元的 IEP 来等效大型直线阵中相似阵列环境下的各单元的 IEP, 最后利用叠加定理来计算大型直线阵的散射总场. 该方法在保证计算精度的同时显著减小了算法的计算量.

在军事平台上, 平面阵列天线的应用更为广泛, 因此文中将文献[6]的方法拓展至平面阵列的散射计算. 从而将大型平面阵列的散射计算问题转换为一小型平面子阵各单元的 IEP 计算问题, 显著减小了计算量. 并通过公式推导, 进一步简化了该方法的操作, 将大型平面阵的计算问题转化为四个小型平面阵的总场计算问

题,避免了逐个提取子阵中各单元 IEP 的繁琐操作过程,节省了计算资源和时间。

## 2 方法介绍

### 2.1 阵列散射的方向图乘法

图 1 所示为  $xoz$  面内排列的  $Q \times N$  元均匀平面阵,黑点代表天线单元,沿  $x$  和  $z$  轴正方向分别定义为行和列,第 1 行第 1 列的单元位于坐标系的原点,  $\mathbf{d}_{qm}$  为第  $q$  行第  $n$  列的天线单元的位置矢量,则  $\mathbf{d}_{qm} = (q-1)d_x\hat{x} + (n-1)d_z\hat{z}$ ,其中,  $d_x$  为行单元间距,  $d_z$  为列单元间距。

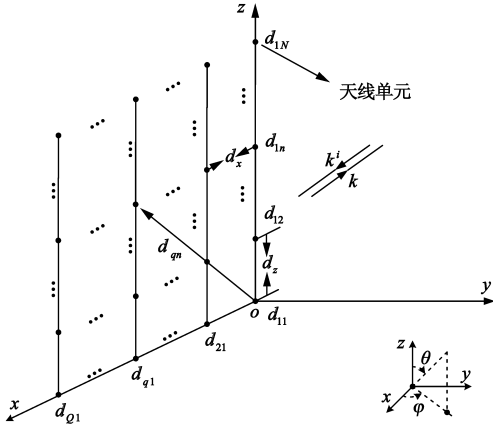


图1 阵列天线结构示意图

类似于阵列天线的辐射方向图乘积定理,笔者在文献[5]中导出,阵列无限大时,可认为各单元的散射场相同,并将其用孤立环境中的单个天线单元的散射场  $\mathbf{E}_e^s(\theta, \varphi)$  来代替,将平面阵列的远区散射场表示为单元散射场与阵因子的乘积:

$$\mathbf{E}_{Q \times N}^s(\theta, \varphi) = \mathbf{E}_e^s(\theta, \varphi) \cdot \sum_{q=1}^Q \sum_{n=1}^N \exp[j(\mathbf{k} - \mathbf{k}^i) \cdot \mathbf{d}_{qn}] \quad (1)$$

式中,上标  $s$  代表散射场(scattered field),  $\mathbf{k}^i$  为入射波矢量,  $\mathbf{k}$  为散射波矢量.对于单站情况,  $\mathbf{k} = -\mathbf{k}^i$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{Q \times N}^s(\theta, \varphi) &= \mathbf{E}_e^s(\theta, \varphi) \sum_{q=1}^Q \sum_{n=1}^N \exp(j2\mathbf{k} \cdot \mathbf{d}_{qn}) \\ &= \mathbf{E}_e^s(\theta, \varphi) \cdot \sum_{q=1}^Q \sum_{n=1}^N \exp\{j2k[(q-1)d_x \sin\theta \cos\varphi \\ &\quad + (n-1)d_z \cos\theta]\} \end{aligned} \quad (2)$$

显然受互耦影响,阵列各单元的散射场并不尽相同,因此,式(1)和(2)得到的散射总场与真实情况存在一定的误差<sup>[5,6]</sup>。

### 2.2 有源单元方向图法

对于辐射情况,研究表明<sup>[8]</sup>,有源单元方向图法可完全考虑单元间的互耦,即可将  $Q \times N$  元均匀平面阵的远区辐射场表示为各个单元的有源单元方向图(AEP-Active Element Pattern)的叠加:

$$\mathbf{E}_{Q \times N}^r(\theta, \varphi) = \sum_{q=1}^Q \sum_{n=1}^N \mathbf{E}_{eqn}^r(\theta, \varphi) \quad (3)$$

式中,  $\mathbf{E}_{eqn}^r(\theta, \varphi)$  代表第  $q$  行第  $n$  列的单元的 AEP。

该方法同样适用于阵列的散射求解,即  $Q \times N$  元均匀平面阵的散射总场为各单元 IEP 的叠加:

$$\mathbf{E}_{Q \times N}^s(\theta, \varphi) = \sum_{q=1}^Q \sum_{n=1}^N \mathbf{E}_{eqn}^s(\theta, \varphi) \quad (4)$$

式中,  $\mathbf{E}_{eqn}^s(\theta, \varphi)$  代表第  $q$  行第  $n$  列单元的 IEP。

### 2.3 基于子阵思想和 IEP 的平面阵散射求解

研究表明<sup>[6]</sup>:对于直线阵中的指定单元,只有其邻近的几个单元会对其散射方向图产生较大影响,较远单元的作用可以忽略.文中子阵思想结合 IEP 的方法同样适用于均匀平面阵的散射求解,并以  $3 \times 3$  元面阵作为子阵,来等效  $4 \times 5$  元面阵为例,介绍大型平面阵列 IEP 的等效建构方法,如图 2 所示.该方法将大型平面阵的散射求解转化为一个小型子阵的散射求解问题,减小了对计算资源的需求.然而算法实现过程中,需要逐个计算子阵中各单元的 IEP,并逐个等效大型阵列中各单元的 IEP,操作繁琐且耗时。

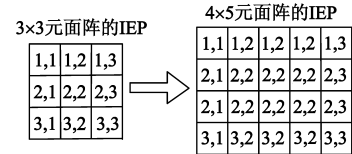


图2 单元场等效示意图

## 2.4 简化方法

### 2.4.1 推导过程

假设子阵为  $M \times M$  元均匀方阵,目标阵列为  $M \times N$  元均匀平面阵,  $M$  为奇数且  $N > M$ 。

首先,将子阵单元划分为中心列单元、左和右边缘列单元三部分,则子阵的总散射场可表示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{M \times M}^s(\theta, \varphi) &= \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \mathbf{E}_{ji}^s(\theta, \varphi) = \mathbf{E}_l^s + \mathbf{E}_m^s + \mathbf{E}_r^s \\ &= \sum_{i=1}^{(M+1)/2-1} \sum_{j=1}^M \mathbf{E}_{ji}^s(\theta, \varphi) + \sum_{j=1}^M \mathbf{E}_{j,(M+1)/2}^s(\theta, \varphi) \\ &\quad + \sum_{i=(M+1)/2+1}^M \sum_{j=1}^M \mathbf{E}_{ji}^s(\theta, \varphi) \end{aligned} \quad (5)$$

接着,将  $M \times N$  元面阵的中间各列的单元的散射总场近似等效为此  $M \times M$  元平面子阵的中心列单元的散射总场  $\mathbf{E}_m^s$ ,将其左和右边缘列单元的总场贡献分别等效为  $M \times M$  元平面子阵中对应列的总场贡献  $\mathbf{E}_l^s$  和  $\mathbf{E}_r^s$ ,如图 3 所示(以  $5 \times N$  元平面阵为例),将  $M \times N$  元面阵的远区散射场由子阵来外推计算:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{M \times N}^s(\theta, \varphi) &= \mathbf{E}_l^s + \mathbf{E}_m^s \cdot \sum_{i=1}^{N-M+1} \exp[j2k(i-1)d_z \cos\theta] \\ &\quad + \mathbf{E}_r^s \cdot \exp[j2k(N-M)d_z \cos\theta] \end{aligned} \quad (6)$$

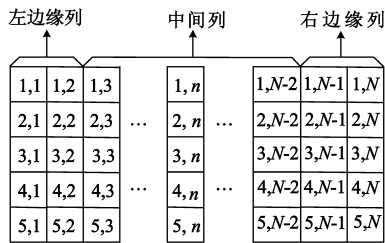


图3 5×N元平面阵中列单元划分图

则  $M \times (M+1)$  元均匀平面阵的散射场为:

$$\mathbf{E}_{M \times (M+1)}^s(\theta, \varphi) = \mathbf{E}_l^s + \mathbf{E}_m^s \cdot [1 + \exp(j2kd_z \cos \theta)] + \mathbf{E}_r^s \cdot \exp(j2kd_z \cos \theta) \quad (7)$$

式(7)减去式(5),得:

$$\mathbf{E}_{M \times (M+1)}^s(\theta, \varphi) - \mathbf{E}_{M \times M}^s(\theta, \varphi) = \mathbf{E}_m^s \cdot \exp(j2kd_z \cos \theta) + \mathbf{E}_r^s \cdot [\exp(j2kd_z \cos \theta) - 1] \quad (8)$$

同理,式(6)减去式(5)得:

$$\mathbf{E}_{M \times N}^s(\theta, \varphi) - \mathbf{E}_{M \times M}^s(\theta, \varphi) = \mathbf{E}_m^s \cdot \sum_{i=1}^{N-M} \exp(j2kidx \cos \theta) + \mathbf{E}_r^s \cdot \{\exp[j2k(N-M)d_z \cos \theta] - 1\} \quad (9)$$

将式(8)代入式(9),可得:

$$\mathbf{E}_{M \times N}^s(\theta, \varphi) - \mathbf{E}_{M \times M}^s(\theta, \varphi) = [\mathbf{E}_{M \times (M+1)}^s(\theta, \varphi) - \mathbf{E}_{M \times M}^s(\theta, \varphi)] \cdot \sum_{i=1}^{N-M} \exp(j2kidx \cos \theta) \quad (10)$$

综上,  $M \times N$  元平面阵的散射场可表示为:

$$\mathbf{E}_{M \times N}^s(\theta, \varphi) = [\mathbf{E}_{M \times (M+1)}^s(\theta, \varphi) - \mathbf{E}_{M \times M}^s(\theta, \varphi)] \times \frac{1 - \exp[j2(N-M)kd_z \cos \theta]}{1 - \exp(j2kd_z \cos \theta)} + \mathbf{E}_{M \times M}^s(\theta, \varphi) \quad (11)$$

式(11)将  $M \times N$  元大型平面阵的散射计算问题转化为一个  $M \times M$  元小型平面子阵和一个  $M \times (M+1)$  元小型平面阵的散射总场计算问题.有效避免了使用数值算法需要逐个提取子阵中各单元 IEP 的繁琐操作过程,节省了人力和计算时间.

同理,若目标阵列为  $Q \times M$  元均匀平面阵,  $Q > M$ , 利用该简化方法,其散射场的求解将转化为  $M \times M$  元和  $(M+1) \times M$  元小型平面阵的散射总场计算问题,其计算公式可通过对式(11)进行修改而得到:

$$\mathbf{E}_{Q \times M}^s(\theta, \varphi) = [\mathbf{E}_{(M+1) \times M}^s(\theta, \varphi) - \mathbf{E}_{M \times M}^s(\theta, \varphi)] \times \frac{1 - \exp[j2(Q-M)kd_x \sin \theta \cos \varphi]}{1 - \exp(j2kd_x \sin \theta \cos \varphi)} + \mathbf{E}_{M \times M}^s(\theta, \varphi) \quad (12)$$

#### 2.4.2 简化方法在大型平面阵散射计算中的应用

式(11)和(12)的推导条件是大型平面阵的行(列)数与子阵相同,而实际情况往往并不相同.假设目标阵列为  $Q \times N$  元均匀平面阵,  $Q > M$  且  $N > M$ , 运用该简

化方法,则其散射场的求解步骤分为以下三步:

**步骤1** 利用  $M \times M$  和  $(M+1) \times M$  元小型平面阵来等效计算  $Q \times M$  元平面阵的散射场,得到:

$$\mathbf{E}_{Q \times M}^s(\theta, \varphi) = [\mathbf{E}_{(M+1) \times M}^s(\theta, \varphi) - \mathbf{E}_{M \times M}^s(\theta, \varphi)] \times \frac{1 - \exp[j2(Q-M)kd_x \sin \theta \cos \varphi]}{1 - \exp(j2kd_x \sin \theta \cos \varphi)} + \mathbf{E}_{M \times M}^s(\theta, \varphi) \quad (13)$$

**步骤2** 利用  $M \times (M+1)$  和  $(M+1) \times (M+1)$  元小型阵来等效计算  $Q \times (M+1)$  元阵的散射场,得到:

$$\mathbf{E}_{Q \times (M+1)}^s(\theta, \varphi) = \mathbf{E}_{M \times (M+1)}^s(\theta, \varphi) + [\mathbf{E}_{(M+1) \times (M+1)}^s(\theta, \varphi) - \mathbf{E}_{M \times (M+1)}^s(\theta, \varphi)] \cdot \frac{1 - \exp[j2(Q-M)kd_x \sin \theta \cos \varphi]}{1 - \exp(j2kd_x \sin \theta \cos \varphi)} \quad (14)$$

**步骤3** 利用以上两步中求得的  $Q \times M$  和  $Q \times (M+1)$  元小型阵的散射场来等效计算  $Q \times N$  元阵的散射场:

$$\mathbf{E}_{Q \times N}^s(\theta, \varphi) = [\mathbf{E}_{Q \times (M+1)}^s(\theta, \varphi) - \mathbf{E}_{Q \times M}^s(\theta, \varphi)] \times \frac{1 - \exp[j2(N-M)kd_x \cos \theta]}{1 - \exp(j2kd_x \cos \theta)} + \mathbf{E}_{Q \times M}^s(\theta, \varphi) \quad (15)$$

通过上述操作,将  $Q \times N$  元大型平面阵列天线的散射计算问题简化为  $M \times M$ 、 $M \times (M+1)$ 、 $(M+1) \times M$  和  $(M+1) \times (M+1)$  四个小型平面阵列的散射总场计算问题,在保证精度的前提下显著减小了计算量.实际操作中,仅需利用数值算法或仿真软件来计算这四个小型平面阵的散射总场,再将其代入式(13)~(15)来求解大型平面阵的散射总场.

### 3 实验验证

天线单元选取工作频率为 10GHz 的喇叭天线,如图 4 所示,口径面尺寸  $L \times W$  为 20mm × 10mm.实例选取如图 1 排布的 13 × 12 元均匀平面阵,  $d_x = 17.5$ mm,  $d_z = 27.5$ mm.

假设  $\varphi$  极化单位幅度均匀平面波入射到该阵列,频率为 10GHz,入射角为  $\theta = 90^\circ$  且  $0 \leq \varphi \leq \pi$ .若利用式(2)所示的方向图乘积法,13 × 12 元均匀平面阵单站 RCS 曲线的计算结果和 HFSS 仿真结果分别如图 5 中虚线和实线所示.可见在  $60^\circ \leq \varphi \leq 120^\circ$  角域,计算结果和仿真结果吻合良好,但在此角域以外,方向图乘积法与仿真结果存在较大误差.说明了在平面阵列天线的散射预估中,单元间的耦合是需要考虑的重要因素.

运用文中简化的有源单元方向图法,笔者通过对实验数据进行对比发现,当子阵规模为 7 × 7 元时,可取得与 HFSS 相一致的精度.以下将介绍该方法的操作过程,并逐步比较其计算结果和 HFSS 的仿真结果,来对文中方法的精确度进行评估.该方法的计算过程分为 3 步:

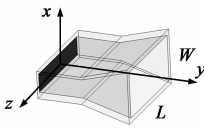


图4 喇叭天线结构图

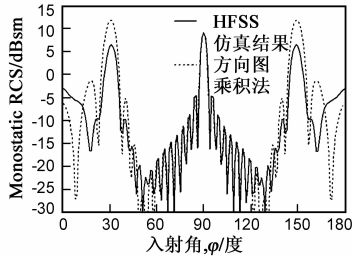
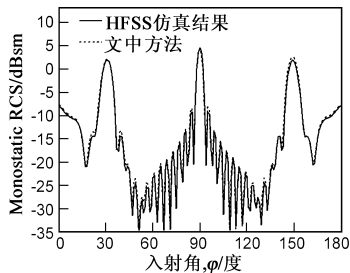
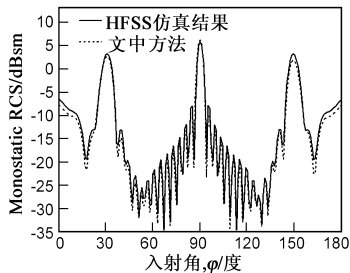
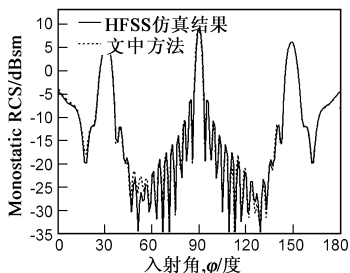


图5 单站RCS图

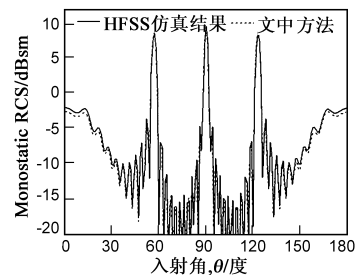
**步骤 1** 利用 HFSS 仿真得到  $7 \times 7$  和  $8 \times 7$  元小型阵的散射场,代入式(13)来外推计算  $13 \times 7$  元平面阵的散射场,图 6 为该阵列的单站 RCS 曲线,图中实线为 HFSS 仿真结果,虚线为文中方法计算结果,可见二者在整个入射角域基本一致;

图6  $13 \times 7$ 元平面阵单站RCS图图7  $13 \times 8$ 元平面阵单站RCS图图8  $13 \times 12$ 元平面阵单站RCS图

**步骤 2** 利用 HFSS 仿真得到  $7 \times 8$  和  $8 \times 8$  元小型阵的散射场,代入式(14)来外推计算  $13 \times 8$  元平面阵的散射场,图 7 为该阵列的单站 RCS 曲线,图中实线为 HFSS 仿真结果,虚线为文中方法计算结果,可见二者在整个入射角域基本一致;

**步骤 3** 最后,利用以上两步中计算得到的  $13 \times 7$  元和  $13 \times 8$  元平面阵的散射场,代入式(15)来外推计算  $13 \times 12$  元平面阵列的散射场,图 8 为其单站 RCS 曲线,图中实线为 HFSS 仿真结果,虚线为文中方法计算结果,二者在整个入射角域吻合良好,证实了文中方法在大型平面阵列天线散射计算方面的有效性和精确性。

为了说明文中方法的普遍性,仍取上述  $13 \times 12$  元均匀平面阵,将平面波的入射角改为  $\varphi = 90^\circ$  且  $0 \leq \theta \leq \pi$ ,采用  $7 \times 7$  元平面子阵.该阵列单站 RCS 曲线的文中方法计算结果和 HFSS 仿真结果如图 9 所示,二者基本一致,证实了文中方法的计算精度不随单元数目和间距的变化而改变。

图9  $13 \times 12$ 元平面阵辐射方向图

## 4 结论

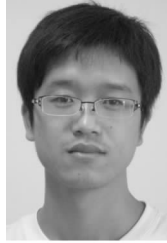
文中介绍了基于子阵思想和 IEP 的大型平面阵列散射计算方法,并提出了一种改进方案,将大型平面阵的计算问题转化为四个小型平面阵的总场计算问题,实例验证了方法的精确性.该方法在保有方向图乘法简便快捷的前提下,拥有与 HFSS 一致的计算精度,且适用于其它形式的天线单元以任意间距排列而成的阵列,为大型平面阵列的散射预估提供了一种精确且高效的解决方法。

## 参考文献

- [1] 阮颖铮,等.雷达截面与隐身技术[M].北京:国防工业出版社,1998.
- [2] Collins P J, Skinner J P. A hybrid moment method solution for TEz scattering from large planar slot arrays[J]. IEEE Trans Antennas Propagat, 2002, 50(2): 145 - 156.
- [3] Amieri E and Amendola G. Method of moments analysis of slotted substrate integrated waveguide arrays[J]. IEEE Trans Antennas Propagat, 2011, 59(4): 1148 - 1154.

- [4] Balanis C A. Antenna Theory [M]. 2nd Edition. New York: John Wiley & Sons, Inc, 2002.
- [5] Lu Bao, Gong Shu-xi, Zhang Shuai, et al. Optimum spatial arrangement of array elements for suppression of grating-lobes of radar cross section [J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2010, 9(1): 114 – 117.
- [6] 张帅, 龚书喜, 等. 一种考虑互计算大型阵列天线辐射和散射场的新方法 [J]. 电子学报, 2011, 39, (9): 2142 – 2147  
Zhang Shuai, Gong Shu-xi, et al. A novel method for calculating the radiation and scattering patterns of large finite arrays including mutual coupling effects [J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(9): 2142 – 2147. (in Chinese)
- [7] Villegas F J, Fahmat-Samii Y, Jackson D R. Scattering characteristics of finite arrays of cylindrical cavities in an infinite ground plane [J]. IEEE Trans Antennas Propagat, 2003, 51(9): 2381 – 2392.
- [8] Pozar D M. The active element pattern [J]. IEEE Trans Antennas Propagat, 1994, 42(8): 1176 – 1178.

#### 作者简介



张帅男, 1983年9月生于湖北省随州市, 现为西安电子科技大学讲师, 主要研究方向为阵列天线计算、优化与设计, 电磁散射与隐身技术等。

E-mail: zhangshuai@mail.xidian.edu.cn