

自适应陷波滤波器频率估计新方法及其性能分析

李 明, 涂亚庆, 沈廷鳌, 杨辉跃

(后勤工程学院信息工程系, 重庆 401311)

摘 要: 现有的自适应陷波滤波器(ANF)受误差函数所限, 导致其自适应频率估计方法收敛速度较慢, 对初始迭代频率值设定范围要求较高, 特别针对频率接近于0或 π 的信号, 还存在频率估计精度不高、算法稳定性差的问题, 为此, 提出一种 ANF 频率估计新方法. 首先, 分析现有 ANF 方法估计信号频率时存在精度低、速度慢、稳定性差的原因, 提出一种新误差函数以提升 ANF 收敛速度; 然后, 根据 ANF 估计信号频率时偏差产生的机理, 通过偏差补偿方式, 降低噪声对 ANF 的影响, 以获得近似无偏的频率估计结果, 提高 ANF 频率估计精度, 同时与离散卡尔曼滤波相结合, 以改善算法的稳定性, 并对该方法进行稳态条件下的性能分析; 最后, 给出了 ANF 频率估计结果, 并讨论了 ANF 各参数对频率估计精度的影响, 给出了具体计算结果. 计算表明本文方法的有效性与正确性.

关键词: 自适应陷波滤波器; 频率估计; 误差函数; 卡尔曼滤波

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2014)01-0049-09

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2014.01.008

A New Frequency Estimation Method Based on Adaptive Notch Filter and Its Performance Analysis

LI Ming, TU Ya-qing, SHEN Ting-ao, YANG Hui-yue

(Department of Information Engineering, Logistical Engineering University, Chongqing 401311, China)

Abstract: With the limitation of the error function used in adaptive notch filter (ANF), the convergence speed of the adaptive frequency estimation method is slow and the setting of initial iteration frequency value is also restrained. Especially for the signal whose frequency is close to 0 or π , the frequency estimation accuracy is not satisfied and the stability of ANF is poor, so a new frequency estimation method of ANF based on new error function is proposed. Firstly, the reasons for low accuracy, slow convergence speed and poor stability of ANF frequency estimation methods are analyzed, and a new error function is proposed to improve the convergence speed; secondly, according to the reasons of the bias generated by ANF, a bias removing technique is adopted to improve the accuracy of the frequency estimation and the unbiased frequency estimation results are obtained, meanwhile the discrete kalman filtering is used to improve stability of ANF, then the performance analysis of ANF frequency estimation methods at steady state is also given; thirdly, the frequency estimation results of ANF are acquired. The impacts of the parameters on the accuracy of ANF for frequency estimation are discussed. Consequently, the calculated experiment results are provided to confirm the effectiveness and correctness of the algorithm.

Key words: adaptive notch filter; frequency estimation; error function; Kalman filtering

1 引言

频率估计在雷达、声纳、电子对抗、生物工程、控制工程、通信系统及工业测量等诸多领域有着广泛的应用^[1~3]. 主要的频率估计方法可分为参数模型法和非参数模型法: 两者均具有较高的频率分辨率, 但参数模型法的性能受初始参数影响较大; 非参数模型法存在计算

量较大和难以实时实现的问题.

基于参数模型法的自适应陷波滤波器(ANF)频率估计方法, 主要是根据被处理信号的特点, 对其进行参数优化, 自动调节自身模型参数, 令误差函数达到最小值, 使陷波频率与信号频率相等, 从而估计出信号频率值. 该方法从时域角度进行迭代频率估计, 不仅可以估计频率恒定的时不变信号, 还可以估计频率发生变化的

时变信号,具有结构简单、计算量小、抗噪性好的优点^[4].但当信号频率接近于0或 π 时,由于噪声的干扰增大,其频率估计精度将出现明显下降,且存在算法不稳定,收敛速度偏慢的缺点^[5,6].针对此问题,文献[7,8]将ANF误差函数进行一定的变换,使该误差函数具备斜直线的特性,一定程度上加快了ANF收敛速度.文献[9,10]针对上述文献结果有偏的问题进行了改进,取得了近似无偏的频率估计结果,但上述方法的缺点是最优频率估计解为局部极小值点,对频率初始值的设定有一定的要求,且算法不稳定,特别针对频率接近于0或 π 的信号,其估计精度和稳定性还有待进一步提升.此外,文献[11]采用基于Steiglitz-Mcbride系统辨识方法的ANF,一定程度上提升了收敛速度,但仍然存在频率估计精度不稳定的问题.分析其原因发现,由于所选择误差函数为ANF输出的平方,在某些区域内的收敛曲面过于平整,从而导致ANF频率估计稳定性不高,同时算法较为复杂.文献[12]则提出了一种改进的ANF频率估计方法,该方法通过分析ANF输出信号同输入信号的相关性,判断ANF是否收敛,从而使ANF可以跳出局部极值点,收敛到全局极值点,改善了ANF频率估计稳定性不高的问题,但所需参数较多,取值不易,且未从根本上改变ANF误差函数的固有缺陷,收敛速度较慢,还有待进一步提高.

本文为解决现有ANF频率估计方法存在收敛速度慢、精度不高、稳定性差的问题,通过提出一种新误差函数,改善ANF在整个频率范围内的迭代收敛曲面,加快ANF收敛速度;同时,采用偏差补偿方式,降低噪声对ANF的影响,提供近似无偏的频率估计结果,并同离散卡尔曼滤波器相结合,提高所提算法的稳定性.

综上,本文提出了一种ANF频率估计新方法,并与原有算法进行了有关性能的比较分析.

2 新误差函数

设正弦输入信号为:

$$\begin{cases} x(k) = A \cos(\omega_0 k + \theta) + v_0(k), k = 1, 2, \dots, N \\ \omega_0 = 2\pi \frac{f_0}{f_s} \end{cases} \quad (1)$$

其中, A, ω_0, θ 为信号幅值、频率、相位. f_0 为信号的实际频率, f_s 为采样频率.相位 θ 在 $[0, 2\pi)$ 上服从均匀分布, $v_0(k)$ 是均值为零,方差为 σ_v^2 的加性高斯白噪声, N 为数据段长度.

根据采样定理, $f_s \geq 2f_0$,故可知信号频率的取值范围为 $0 < \omega_0 \leq \pi$,同时现有研究表明^[13],当信号频率 $0 < \omega_0 \leq 0.1\pi$ 或 $0.9\pi < \omega_0 \leq \pi$ 时,ANF的性能出现明显下降.所以本文讨论ANF频率估计方法时,侧重于上述信

号的频率估计.

ANF传递函数为:

$$\begin{aligned} H(z, a) &= N(z, a) \frac{1}{D(z, a)} \\ &= (1 + az^{-1} + z^{-2}) \frac{1}{1 + \rho az^{-1} + \rho^2 z^{-2}} \end{aligned} \quad (2)$$

其中, ρ 为极半径,控制陷波宽度,且 $0 \ll \rho < 1$. $a = -2\cos\omega$, ω 为ANF陷波频率,在频率估计迭代过程中, ω 将趋近于 ω_0 ,故 ω 可看作为 ω_0 的估计值,此时, $a \rightarrow a_0 = -2\cos\omega_0$.故只要得到ANF参数 a 的取值,通过反三角变换即可得知输入信号的频率值. $N(z, a)$ 和 $H(z, a)$ 分别为ANF的FIR和IIR结构.

则信号 $x(k)$ 通过 $N(z, a)$ 和 $H(z, a)$ 的信号 $e_1(k)$ 和 $e_2(k)$ 分别为:

$$\begin{aligned} e_1(k) &= x(k) + ax(k-1) + x(k-2) \\ e_2(k) &= e_1(k) - \rho ae_2(k-1) - \rho^2 e_2(k-2) \end{aligned} \quad (3)$$

所以,为了获得最佳的估计频率值,ANF通过调整参数 a ,使如式(4)的新误差函数最小化

$$J(a) = E[(e_1(k) + e_2(k))^2] \quad (4)$$

其中, $E[\cdot]$ 表示求取期望,在实际计算中可按式(5)进行

$$\hat{J}(a) = \frac{1}{N} \left[\sum_{k=1}^N (e_1(k) + e_2(k))^2 \right] \quad (5)$$

由于输入信号为正弦信号,故式(3)中 $N(z, a)$ 和 $H(z, a)$ 在输入信号频率 ω_0 处的幅值为:

$$\begin{aligned} |N(e^{j\omega_0}, a)| &= 2\cos\omega_0 + a \\ |H(e^{j\omega_0}, a)| &= \frac{|2\cos\omega_0 + a|}{\sqrt{[(1 + \rho^2)\cos\omega_0 + \rho a]^2 + [(1 - \rho^2)\sin\omega_0]^2}} \end{aligned} \quad (6)$$

相角为:

$$\begin{aligned} \varphi_N &= \begin{cases} \omega_0, & \omega_0 \leq \pi/2 \\ \pi + \omega_0, & \omega_0 > \pi/2 \end{cases} \\ \varphi_H &= \begin{cases} \arctan \frac{(1 - \rho^2)\sin\omega_0}{(1 + \rho^2)\cos\omega_0 + \rho a}, & \omega_0 \leq \pi/2 \\ \pi + \arctan \frac{(1 - \rho^2)\sin\omega_0}{(1 + \rho^2)\cos\omega_0 + \rho a}, & \omega_0 > \pi/2 \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

结合式(3)、式(6)和式(7),可得

$$\begin{aligned} e_1(k) &= N(z, a)x(k) = A |N(e^{j\omega_0}, a)| \cos(\omega_0 k + \theta - \varphi_N) \\ e_2(k) &= H(z, a)x(k) = A |H(e^{j\omega_0}, a)| \cos(\omega_0 k + \theta - \varphi_H) \end{aligned} \quad (8)$$

将式(6) - (8)代入式(4),可得

$$\begin{aligned} J(a) &= E[(e_1(k) + e_2(k))^2] \\ &= \frac{A^2}{2} (2\cos\omega_0 + a)^2 + \frac{A^2}{2} |H(e^{j\omega_0}, a)|^2 \\ &\quad + A^2 |N(e^{j\omega_0}, a)| |H(e^{j\omega_0}, a)| \cos(\varphi_N - \varphi_H) \end{aligned} \quad (9)$$

为说明所提新误差函数的优越性,故比较文献[7]

所采用的如式(10)所示的误差函数

$$J_o(a) = E[e_1(k)e_2(k)] \\ = \frac{A^2}{2} |N(e^{j\omega_0}, a)| |H(e^{j\omega_0}, a)| \cos(\varphi_N - \varphi_H) \quad (10)$$

实际计算时按式(11)所示计算

$$\hat{J}_o(a) = \frac{1}{N} \left[\sum_{k=1}^N (e_1(k)e_2(k)) \right] \quad (11)$$

为进一步说明本文所提如式(4)所示新误差函数的优越性,故实验所取参数同文献[7]保持一致, $A = 1$, $\theta = \pi/6$, $\rho = 0.95$, $\sigma_v = 0$. 输入信号频率取三个不同的值,分别为 $\pi/3$, $\pi/2$ 和 $2\pi/3$,则文献[7]和本文方法所提误差函数的对比效果图如图 1 所示. 当信号频率接近于 0 或 π 时,由于二者的频率具有对称性,故只分析频率 ω_0 为 0.01π 时的信号,其他参数不变,则相应的误差函数如图 2 所示.

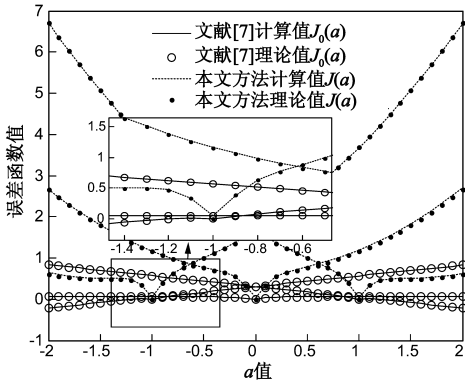


图 1 文献[7]与本文方法所提误差函数的理论值与计算值

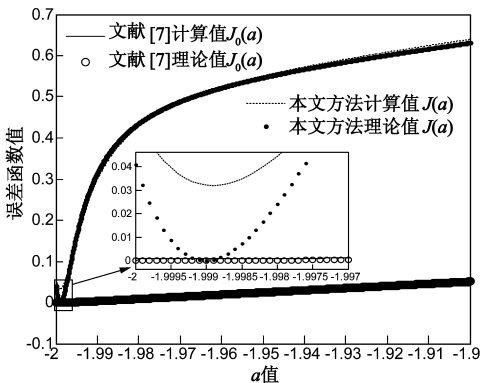


图 2 $\omega_0 = 0.01\pi$ 时文献[7]与本文方法所提误差函数

由图 1 可知,理论计算值 $J_o(a)$ 和 $J(a)$ 同其实际计算值保持一致.同时,本文所提误差函数 $J(a)$ 相较于 $J_o(a)$ 的梯度值更大,在迭代计算过程中的收敛速度将更快.尤为重要的是,文献[7]算法的最优频率值相较于本文方法并不是误差函数的全局极小值点,而是局部极小值,这就导致了文献[7]对频率初始值得选取较为敏感,有一定限制.以图 1 中 $\omega_0 = \pi/3$ 为例,此时

最优解 $a = -1$, $J(a)$ 在 $a > -1$ 区域内具备较大的梯度值,可以快速收敛至 $a = -1$.虽然 $J(a)$ 在 $a < -1$ 的区域,其误差函数显的较为平缓,但其仍然能保持一定的梯度值,具有向 $a = -1$ 收敛的趋势.反观 $J_o(a)$,其初始设定值 a 需满足 $a > -1$,否则算法将无法收敛至 $a = -1$.故而本文误差函数 $J(a)$ 对频率初始值的设定没有限制,无论初始值选取为多少,都可以保证其收敛性,这点在估计输入信号频率未知的情况下显得尤为重要.

由图 2 可知,当输入信号频率接近于零, $\omega_0 = 0.01\pi$ 时,最优解 $a = -1.999$,文献[7]所提误差函数在这一区域基本为平直线,丧失了对最优解的收敛性能,且容易在最优解附近产生收敛振荡,导致其算法不稳定.而本文所提误差函数在靠近 $a = -1.999$ 的区域内,仍然具有一定梯度值,仍可收敛至最优频率值,提升了算法的稳定性.由此可见,本文所提误差函数相比较于文献[7]的优越性.

3 ANF 频率估计新方法

3.1 偏差问题分析

结合式(4)所示新误差函数,可知 ANF 频率估计方法为:

$$a(k+1) = a(k) - \frac{\mu}{2} \frac{\partial (e_1(k) + e_2(k))^2}{\partial a(k)} \\ = a(k) - \mu [e_1(k) + e_2(k)] [g_1(k) + g_2(k)] \quad (12)$$

$$g_1(k) = \frac{\partial e_1(k)}{\partial a(k)} = x(k-1) \quad (13)$$

$$g_2(k) = \frac{\partial e_2(k)}{\partial a(k)} \approx x(k-1) - \rho e_2(k-1) \quad (14)$$

设 $G_1(z, a) = z^{-1}$, $G_2(z, a) = [1 - \rho H(z, a)] z^{-1}$,可知 $g_1(k)$ 和 $g_2(k)$ 分别为 $x(k)$ 通过 $G_1(z, a)$ 和 $G_2(z, a)$ 后的信号.

一般而言,输入信号的噪声将会导致式(12)所示频率估计方法在稳态时的结果有偏,为消除该偏差,需对式(12)进行稳态条件下的偏差分析,此时 $a \rightarrow a_0$,故可得^[14]

$$\begin{cases} N(z, a) = \delta_a e^{-j\phi_1} \\ H(z, a) = B\delta_a e^{-j\phi_2} - \rho B^2 \delta_a^2 e^{-j2\phi_2} \end{cases} \quad (15)$$

其中, $\delta_a = a - a_0$,

$$B = \frac{1}{(1-\rho)\sqrt{(1+\rho)^2 - 4\rho \cos^2 \omega_0}}$$

$$\phi_1 = \begin{cases} \omega_0, & \omega_0 \leq \pi/2 \\ \pi + \omega_0, & \omega_0 > \pi/2 \end{cases}$$

$$\phi_2 = \begin{cases} \tan^{-1} \frac{(1+\rho)\sin\omega_0}{(1-\rho)\cos\omega_0}, & \omega_0 \leq \frac{\pi}{2} \\ \pi + \tan^{-1} \frac{(1+\rho)\sin\omega_0}{(1-\rho)\cos\omega_0}, & \omega_0 > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

由此可得稳态下, $e_1(k)$ 、 $e_2(k)$ 、 $g_1(k)$ 和 $g_2(k)$ 的表达式如式(16)所示.

$$\begin{cases} e_1(k) = A\delta_a(k)\cos(\omega_0k + \theta - \phi_1) + v_1(k) \\ e_2(k) = AB\delta_a(k)\cos(\omega_0k + \theta - \phi_2) \\ \quad - \rho AB^2\delta_a^2(k)\cos(\omega_0k + \theta - 2\phi_2) + v_3(k) \\ g_1(k) = A\cos(\omega_0k + \theta - \omega_0) + v_2(k) \\ g_2(k) = \rho^2 AB^2\delta_a^2(k)\cos(\omega_0k + \theta - 2\phi_2 - \omega_0) \\ \quad - \rho AB\delta_a(k)\cos(\omega_0k + \theta - \phi_2 - \omega_0) \\ \quad + A\cos(\omega_0k + \theta - \omega_0) + v_4(k) \end{cases} \quad (16)$$

其中, $\delta_a(k) = a(k) - a_0$, $v_1(k)$ 、 $v_2(k)$ 、 $v_3(k)$ 和 $v_4(k)$ 为噪声 $v_0(k)$ 分别通过 $N(z, a)$ 、 $G_1(z, a)$ 、 $H(z, a)$ 和 $G_2(z, a)$ 后所产生. 为计算各不同噪声间的相关性, 根据 Parseval 定理, 定义符号 $R_{i,j}$ 表示噪声 $v_i(k)$ 和 $v_j(k)$ 的相关值, $R_{i,j} = R_{j,i} = E[v_i(k)v_j(k)]$. 为简化计算, 且 $\rho \rightarrow 1$, 故设定 $(1-\rho)^2 \approx 0$, 可得表 1.

表 1 噪声相关性 $R_{i,j}$ 值

R_{ij}	$v_0(k)$	$v_1(k)$	$v_2(k)$	$v_3(k)$	$v_4(k)$
$v_0(k)$	σ_v^2	σ_v^2	0	σ_v^2	$a(1-\rho)\sigma_v^2$
$v_1(k)$		$(2+a^2)\sigma_v^2$	$a\sigma_v^2$	σ_v^2/ρ^2	0
$v_2(k)$			σ_v^2	$a(1-\rho)\sigma_v^2$	$(1-\rho)\sigma_v^2$
$v_3(k)$				σ_v^2/ρ	$0.5(1-\rho)\sigma_v^2$
$v_4(k)$					$(1-\rho)\sigma_v^2$

于是, 式(12)的两边同时减去 a_0 , 可得

$$\delta_a(k+1) = \delta_a(k) - \mu[e_1(k) + e_2(k)][g_1(k) + g_2(k)] \quad (17)$$

对式(17)两边同取期望, 并将式(16)代入,

$$\begin{aligned} E[\delta_a(k+1)] &= E[\delta_a(k)] - \mu E[(e_1(k) + e_2(k))(g_1(k) + g_2(k))] \\ &= (1 - \mu M_1) E[\delta_a(k)] + \mu M_2 E[\delta_a^2(k)] \\ &\quad - \mu(R_{1,2} + R_{3,4} + R_{1,4} + R_{2,3}) \end{aligned} \quad (18)$$

其中,

$$M_1 = A^2\cos(\varphi_1 - \omega_0) + A^2B\cos(\varphi_2 - \omega_0),$$

$$M_2 = \rho A^2 B^2 \cos(2\phi_2 - \omega_0)$$

$$+ \frac{1}{2}\rho A^2 B\cos(\phi_1 - \phi_2 - \omega_0) + \frac{1}{2}\rho A^2 B\cos\omega_0,$$

$$R_{1,2} + R_{3,4} + R_{1,4} + R_{2,3} = \frac{1}{2}a(k)(5-3\rho)\sigma_v^2.$$

由式(18)可知, 其右边最后一项, 即输出信号间噪声的相关性, 是导致如式(12)所示频率估计算法结果有偏差的根本原因. 同时, 该项是输入信号噪声 σ_v^2 、极半径 ρ 和频率估计结果 $a(k)$ 的函数, 特别注意当信号频率接近于 0 或 π 时, $a(k) = -2\cos\omega_0(k)$, 此时将取极大值, 说明当信号频率接近于 0 或 π 时, 噪声的影响增至最大. 且无论如何调整上述参数, 都无法使该项为 0. 为此, 需采取一种偏差消除方法, 在式(12)中引入偏差消除项, 消除频率估计偏差, 提高其精度.

3.2 偏差补偿

为消除式(18)的估计偏差, 需对输入信号噪声 σ_v^2 进行估计. 为此, 分析可知

$$\begin{aligned} E[x(k)e_1(k)] &= E\left\{A\cos(\omega_0k + \theta) + v_0(k)\right\} \\ &= E\left\{x \left\{A \mid N(e^{j\omega_0}, a) \mid \cos(\omega_0k + \theta - \varphi_N) + v_1(k)\right\}\right\} \end{aligned} \quad (19)$$

在稳态下, $a \rightarrow a_0 = -2\cos\omega_0$, 此时 $|N(e^{j\omega_0}, a)| \approx 0$, 所以式(19)可变为

$$E[x(k)e_1(k)] \approx E[v_0(k)v_1(k)] \approx \sigma_v^2 \quad (20)$$

式(20)成立的条件是, ANF 陷波宽度要较小, 即 $\rho \rightarrow 1$, 此时噪声 $v_0(k)$ 通过 ANF 后, 能量基本没有变化. 故由式(20)可得 $\sigma_v^2(k) = x(k)e_1(k)$.

同时, 令 $c(k) = \frac{1}{2}a(k)(5-3\rho)$, 则

$$R_{1,2} + R_{3,4} + R_{1,4} + R_{2,3} = c(k)x(k)e_1(k) \quad (21)$$

于是, 可知采用偏差消除方法的基于新误差函数的 ANF 频率估计新方法为:

$$a(k+1) = a(k) - \mu G(k) \quad (22)$$

其中, $G(k) = [e_1(k) + e_2(k)][g_1(k) + g_2(k)] - c(k)x(k)e_1(k)$.

3.3 离散卡尔曼滤波

为消除频率估计结果振荡, 提高算法的稳定性, 需对频率估计结果进行离散卡尔曼滤波, 故定义 $\omega(k|k-1)$ 为在状态 k 的先验估计, $\omega(k)$ 为实际得到的测量值, $\omega(k|k)$ 为在状态 k 的后验估计, 等于 $\omega(k)$ 通过离散卡尔曼滤波后得到的值, 则先验估计误差和后验估计误差为

$$\begin{aligned} \epsilon(k|k-1) &= \omega(k) - \omega(k|k-1) \\ \epsilon(k|k) &= \omega(k) - \omega(k|k) \end{aligned} \quad (23)$$

先验和后验估计协方差为

$$\begin{aligned} P(k|k-1) &= E\{\epsilon(k|k-1)\epsilon(k|k-1)\} \\ P(k|k) &= E\{\epsilon(k|k)\epsilon(k|k)\} \end{aligned} \quad (24)$$

则后验状态估计 $\omega(k|k)$ 为

$$\omega(k|k) = \omega(k|k-1) + K(k)[\omega(k) - \omega(k|k-1)] \quad (25)$$

其中, $K(k)$ 为卡尔曼增益, 且

$$K(k) = P(k|k-1)[P(k|k-1) + R] \quad (26)$$

其中, R 为测量噪声协方差矩阵。

由此,完整的卡尔曼滤波算法如下^[15]:

时间状态方程:

$$\omega(k|k-1) = \omega(k-1|k-1)$$

$$P(k|k-1) = P(k-1|k-1) + Q$$

变量状态方程:

$$K(k) = P(k|k-1)[P(k|k-1) + R]$$

$$P(k|k) = [1 - K(k)]P(k|k-1)$$

$$\omega(k|k) = \omega(k|k-1) + K(k)[\omega(k) - \omega(k|k-1)]$$

其中, Q 为过程噪声协方差矩阵, $\omega(k-1|k-1)$ 和 $P(k-1|k-1)$ 的初值分别设为 0 和 1。

为简化计算过程,定义 $\tilde{\omega}(k)$ 为 $\omega(k)$ 通过离散卡尔曼滤波后的信号,则相应的简化离散卡尔曼滤波算法如下:

$$\tilde{\omega}(0) = 0, P(0) = 1, Q \text{ 和 } R \text{ 为一常数,}$$

$$K(k) = [P(k-1) + Q][P(k-1) + Q + R]$$

$$\tilde{\omega}(k) = \tilde{\omega}(k-1) + K(k)[\omega(k) - \tilde{\omega}(k-1)]$$

$$P(k) = [1 - K(k)][P(k-1) + Q]$$

4 性能分析

4.1 偏差分析

下面对式(22)所示的频率估计方法进行稳态条件下的性能分析。

式(22)两边同时减去 a_0 , 得

$$\begin{aligned} E[\delta_a(k+1)] &= E[\delta_a(k)] - \mu E[G(k)] \\ &= (1 - \mu M_3) E[\delta_a(k)] + \mu M_2 E[\delta_a^2(k)] \end{aligned} \quad (27)$$

其中, $M_3 = A^2 \cos(\phi_1 - \omega_0) + A^2 B \cos(\phi_2 - \omega_0) - \frac{1}{2} c(k) A^2 \cos \phi_1$ 。

稳态条件下,可知

$$\begin{aligned} E[\delta_a(k+1)]|_{k \rightarrow \infty} &= E[\delta_a(k)]|_{k \rightarrow \infty} = E[\delta_a(\infty)] \\ E[\delta_a^2(k+1)]|_{k \rightarrow \infty} &= E[\delta_a^2(k)]|_{k \rightarrow \infty} = E[\delta_a^2(\infty)] \end{aligned} \quad (28)$$

式(27)可变化为

$$E[\delta_a(\infty)] = \frac{M_2}{M_3} E[\delta_a^2(\infty)] \quad (29)$$

稳态下,式(29)中的 $E[\delta_a^2(\infty)] \approx 0$,故可知式(22)所示的频率估计结果近似无偏。

4.2 MSE 分析

对式(22)两边同减去 a_0 并平方,求取期望可得,

$$\begin{aligned} E[\delta_a^2(k+1)] &= E[\{\delta_a^2(k) - \mu G(k)\}^2] \\ &= E[\delta_a^2(k)] - 2\mu E[G(k)\delta_a(k)] + \mu^2 E[G^2(k)] \end{aligned} \quad (30)$$

式(30)左边第二项的计算可利用文献[10]所用方法,得

$$\begin{aligned} &2\mu E[G(k)\delta_a(k)] \\ &= 2\mu E[\delta_a(k-2)G(k)] - 2\mu^2 E\left[\sum_{i=1}^2 G(k-i)G(k)\right] \\ &\approx 2\mu E[\delta_a(k)G(k)] - 2\mu^2 E\left[\sum_{i=1}^2 G(k-i)G(k)\right] \end{aligned} \quad (31)$$

则结合式(31),将式(30)展开,经过一系列复杂繁琐的推导后,可得

$$E[\delta_a^2(k+1)] = (1 - \mu\psi_1 + \mu^2\psi_2 + \mu^2\psi_3) E[\delta_a^2(k)] + \mu^2\psi_4 \quad (32)$$

其中,

$$\psi_1 = A^2[2\cos(\phi_1 - \omega_0) + 2B\cos(\phi_2 - \omega_0) - c(k)\cos\phi_1],$$

$$\begin{aligned} \psi_2 &= A^4\left[1 + \frac{1}{2}\cos(2\phi_1 - 2\omega_0) + B\cos(\phi_1 + \phi_2 - 2\omega_0) + B^2\right. \\ &\quad \left.+ 2B\cos(\phi_1 - \phi_2) + \frac{1}{2}B^2\cos(2\phi_2 - 2\omega_0) - \frac{c(k)}{2}\cos\omega_0\right. \\ &\quad \left.- c(k)\cos(\phi_1 - \omega_0)\cos\phi_1 - \frac{Bc(k)}{2}\cos(\phi_1 - \phi_2 - \omega_0)\right. \\ &\quad \left.+ Bc(k)\cos(\phi_2 - \omega_0)\cos\phi_1 + \frac{c^2(k)}{4} + \frac{c^2(k)}{8}\cos 2\phi_1\right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi_3 &= A^4 \sum_{i=1}^2 \left\{ 2[\cos(\phi_1 - \omega_0) + B\cos(\phi_2 - \omega_0)]^2 + \frac{c^2(k)\cos^2\phi_1}{2}\right. \\ &\quad \left.- 2c(k)\cos\phi_1[\cos(\phi_1 - \omega_0) + B\cos(\phi_2 - \omega_0)]\right. \\ &\quad \left.+ \cos(2i\omega_0)[1 + B^2 + B\cos(\phi_1 - \phi_2)]\right. \\ &\quad \left.+ \cos(2i\omega_0)c(k)\left[\frac{c(k)}{4} - \cos\omega_0 - B\cos(\omega_0 - \phi_1 + \phi_2)\right]\right\}, \end{aligned}$$

$$\psi_4 = \sigma_v^4 \left[43 - 34\rho + a^2(k)\left(\frac{19}{2}\rho - \frac{47}{2}\right) + a^4(k)(7 - 4\rho) \right].$$

结合式(28)可知,稳态下式(32)可化为,

$$\begin{aligned} E[\delta_a^2(\infty)] &= (1 - \mu\psi_1 + \mu^2\psi_2 + \mu^2\psi_3) E[\delta_a^2(\infty)] + \mu^2\psi_4 \\ &= \frac{\mu\psi_4}{\psi_1 - \mu(\psi_2 + \psi_3)} \end{aligned} \quad (33)$$

5 计算结果及分析

5.1 频率估计精度分析

为了获得频率估计收敛速度的比较结果,信号及 ANF 参数设定同文献[10]保持一致,其中 $A = \sqrt{2}$, $\theta = 0.1\pi$, $\rho = 0.9$,信噪比为 5dB,由于对称性,故只针对频率接近于 0 时信号,且信号频率 ω_0 设为 0.01π ,步长 $\mu = 2 \times 10^{-4}$,ANF 参数 a 初值设为 0,则初始 $\omega = 0.5\pi$ 。其频率估计结果如图 3~4 所示,图 3 为未加离散卡尔曼滤波的频率估计结果,图 4 为加离散卡尔曼滤波后的频率估计结果,其中 $R = 10^{-2}$, $Q = 10^{-5}$ 。由图 3~4 可知,离散卡尔曼滤波可有效降低频率估计的振荡,提升算法稳定性,且本文方法的收敛速度明显高于文献[10]所提方法。当待估频率靠近于 0,即 $\omega_0 = 0.01\pi$ 时,文献[10]估计频率值在真值附近存在振荡,而结合卡尔曼滤波的本文方法则不存在振荡,稳定性优于文献[10]方法,但频率估计结果同频率真值存在一定的偏差,这主

要是由于待估信号频率较低,且信噪比较低,噪声影响过大所造成的不可消除偏差。

保持参数设置不变,待估频率 ω_0 设为 0.01π ,则本文方法和文献[10]的频率估计 $E[\delta_a(k)]$ 与 $E[\delta_a^2(k)]$ 如图5所示。由图5可知,本文方法的频率估计误差明显小于原方法,且收敛速度更快,精度更高。

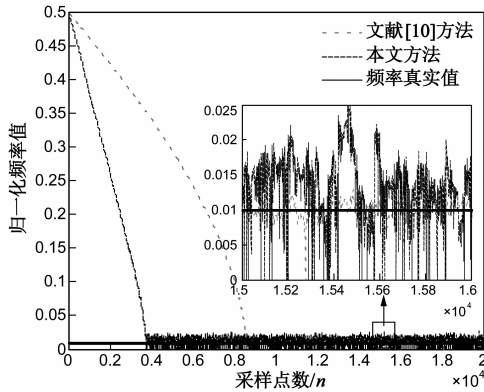


图3 $\omega_0=0.01\pi$ 时未加卡尔曼滤波的ANF频率估计效果图

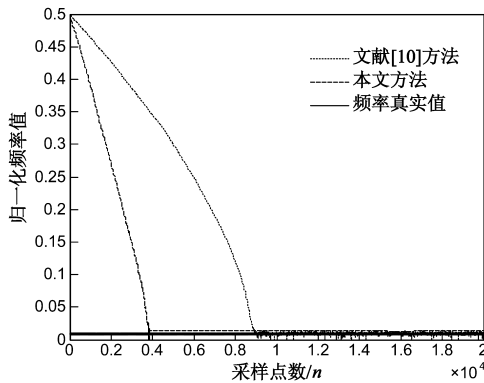


图4 $\omega_0=0.01\pi$ 时加卡尔曼滤波的ANF频率估计效果图

为了观察 ANF 在整个频率范围内的频率估计结果,特计算稳态下 ANF 在各个频率值的频率估计 $E[\delta_a(\infty)]$ 与 $E[\delta_a^2(\infty)]$,结果如图6所示。由图6所示可知,在

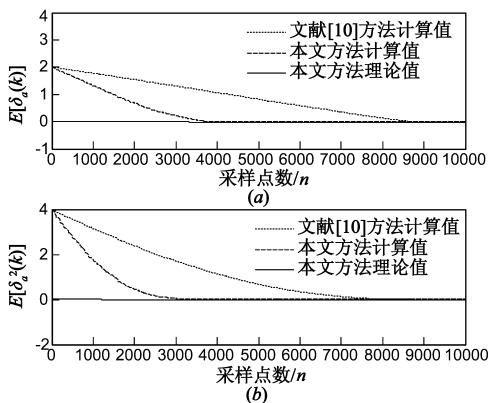


图5 ANF频率估计 $E[\delta_a(k)]$ 和 $E[\delta_a^2(k)]$

0.3π 至 0.7π 的频率区间内,本文方法与文献[10]方法相当;当频率接近于 0 或 π 时,则本文方法优于文献[10]方法。

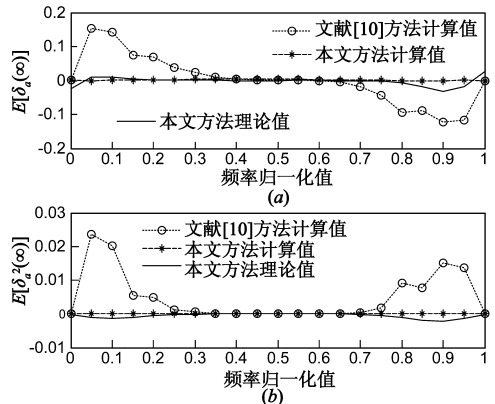


图6 ANF在全频段频率估计 $E[\delta_a(k)]$ 和 $E[\delta_a^2(k)]$

5.2 时变信号频率估计精度分析

保持参数设置不变,待估频率值 ω_0 开始设为 0.01π ,在第 1×10^4 个采样点后变为 0.2π ,频率迭代初始值 $\omega = \pi/2$.则 ANF 估计时变信号频率的效果如图7所示。

由图7可知,本文方法能够较好的跟踪时变信号,但文献[10]所提方法在信号频率由 0.05π 变为 0.2π 时,丧失了跟踪信号频率的能力,这主要是由于当频率发生变换时,误差函数也发生了变化,此时 ANF 的频率估计值刚好位于变化后误差函数的全局极小值点,而最优频率解恰恰位于远离此处的局部极小值点,从而导致其无法收敛至最优频率解,反而继续收敛至全局极小值点,导致频率估计产生偏差,无法实时跟踪时变信号的频率。频率变化的情况相当于待估频率值为 0.2π ,而频率初始设定值为 0.05π 的情况,从另一个角度说明了文献[10]方法对初始频率值设定的限制,由此可知本文所提误差函数的优越性。

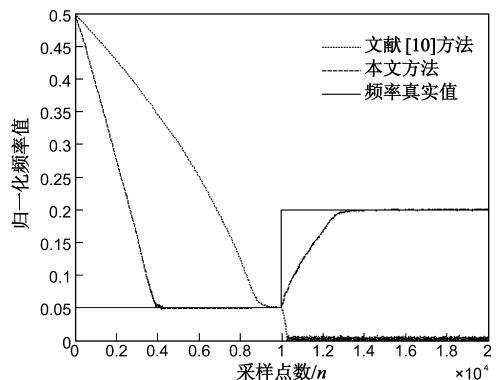


图7 时变信号ANF频率估计效果图

5.3 步长 μ 对频率估计精度的影响

为了分析稳态下步长 μ 对 ANF 的影响,计算不同

步长 μ 下的 ANF 频率估计 $E[\delta_a(\infty)]$ 与 $E[\delta_a^2(\infty)]$, 结果如图 8 所示. 由图 8 可知小步长条件下本文方法的收敛速度与精度明显优于文献[10]方法.

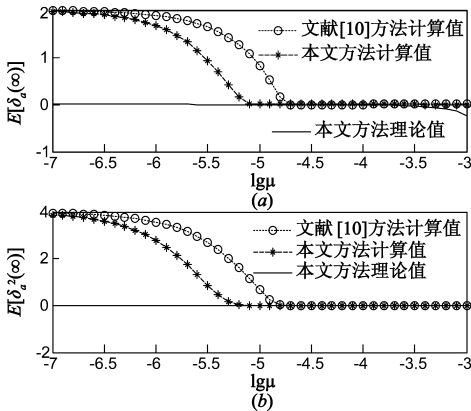


图8 不同 μ 值下的ANF频率估计偏差和均方差值

5.4 ρ 对频率估计精度的影响

ρ 主要控制 ANF 的陷波带宽, 则不同 ρ 值下的频率估计 $E[\delta_a(\infty)]$ 与 $E[\delta_a^2(\infty)]$ 如图 9 所示. 由图 9 可知, 文献[10]方法当待估频率较小时, 需增大 ANF 陷波宽度, 否则其频率估计误差将变大, 而本文方法则对 ρ 值的选取敏感度低, 降低了 ANF 选择参数时的困难.

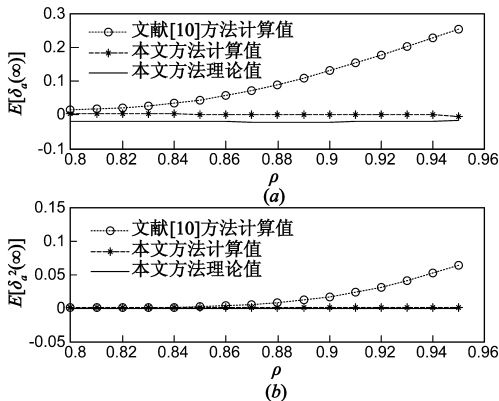


图9 不同 ρ 值下的ANF频率估计 $E[\delta_a(k)]$ 和 $E[\delta_a^2(k)]$

5.5 噪声对频率估计精度的影响

图 10 是不同噪声下 ANF 的频率估计精度, 由图 10 可知, 当信噪比较低时, 本文方法明显优于文献[10]方法, 然而理论分析值同实际值偏差较大, 这主要是在分析时令 $(1 - \rho)^2 \approx 0$ 所导致. 而在较高信噪比条件下, 理论值同实际值较为吻合, 且本文方法不低于文献[10]方法的频率估计精度, 本文方法具有较广的应用范围.

6 现场实验验证

利用课题组设计的科氏流量计变信号实验平台, 分析本文所提 ANF 的频率估计结果. 该实验平台分为管道装置和数据采集装置两部分, 如图 11 所示. 管道

装置由罗斯蒙特 F200S 型科氏流量计(配 1700 型变送器, 带 MVD 技术)、TQ-884 型科氏流量计(配 ERE10 型变送器)、电动调节阀、电子台秤、水箱等组成; 数据采集装置由 PC 机、PLC、NIUSB9234 多通道数据采集器、研华 USB4711 数据采集器及数据采集与监控终端组成. 实验装置实物图如图 12 所示.

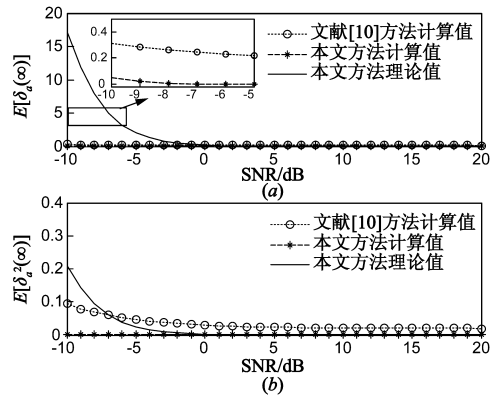


图10 不同信噪比下的ANF频率估计 $E[\delta_a(k)]$ 和 $E[\delta_a^2(k)]$

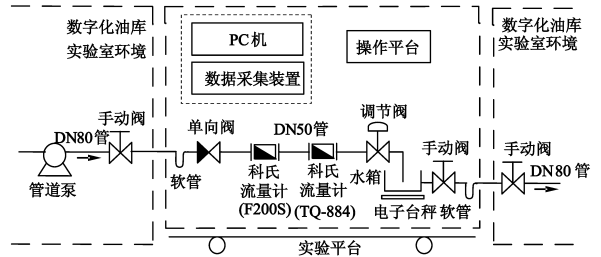


图11 科氏流量计实验平台示意图



图12 科氏流量计实验平台实物图

该实验装置以 PC 机为中心, 采集两台变送器显示的瞬时流量和累积流量数据、流量计传感器 mV 信号(每台流量计 2 路)、电子秤累积流量数据, 共 9 路信号, 由于只针对频率估计结果进行分析, 故只利用 NI 多通道数据采集器采集罗斯蒙特 F200S 型科氏流量计第一路信号, 传感器输出信号采样频率 20000Hz.

为具有典型性, 采集变化流量下的科氏流量计传感器信号, 即开关阀从 0% → 100% 过程中(流量计瞬时

流量示值为 $0 \sim 105.2 \text{ kg/min}$ 的传感器信号值. 则 ANF 参数设置保持不变, 图 13 为文献[10]和本文方法估计变化流量下的科氏流量计实际信号频率的结果. 由于频率真实值未知, 故图 13 中未给出实际的频率值, 但根据课题组前期的研究发现, 其归一化频率真实值应当在 0.02 附近, 且频率值不固定, 具备一定的时变特征. 且由图 13 可知, 两种方法都能准确跟踪信号频率, 但本文方法的收敛速度要明显优于文献[10]所提方法.

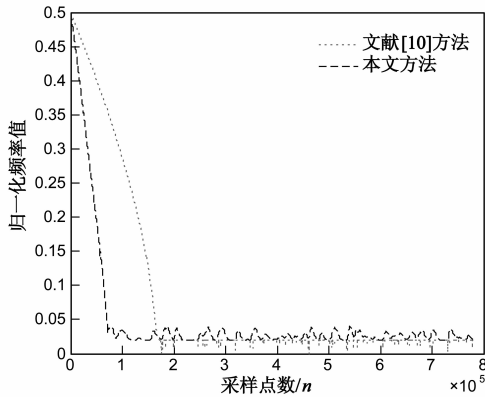


图13 流量示值为 $0 \sim 105.2 \text{ kg/min}$ 时频率估计值

7 结论

ANF 频率估计方法存在估计精度低, 收敛速度慢, 稳定性不高的问题, 提出了一种 ANF 频率估计新方法. 通过新误差函数, 改善 ANF 在整个频率范围内的迭代收敛性, 加快了 ANF 收敛速度; 利用偏差补偿技术, 有效降低了 ANF 频率估计的偏差与均方差, 提高了频率估计精度, 获得了近似无偏频率估计结果; 采用离散卡尔曼滤波提高了 ANF 频率估计算法的稳定性, 并进行了现场实验验证. 本文方法弥补了 ANF 进行频率估计时的缺陷, 拓展了 ANF 进行频率估计的适用范围. 研究表明有如下结论:

①频率估计精度较高. 特别针对频率接近于 0 或 π 的信号, 其收敛速度、频率估计精度和算法稳定性有明显提高.

②具备较好的抗噪性. 在信噪比为 $-10 \text{ dB} \sim 20 \text{ dB}$ 的范围内, 本文方法可取得较为满意的结果, 且 MSE 值基本保持不变.

③结构简单, 易于实现. 本文算法可调节参数较少, 算法计算量小, 且为时域递推算法, 实时性可以得到满足, 具有较广的应用前景.

参考文献

[1] Jindapetch N, Chewae S, Phukpattarant P. FPGA implementations of an ADALINE adaptive filter for power-line noise cancellation in surface electromyography signals[J]. Measure-

ment, 2012, 45(3): 405 - 414.

- [2] 黄龙庭, 吴云韬, 等. 基于子空间和投影分离的三维正弦信号频率估计算法[J]. 电子学报, 2012, 6(6): 1223 - 1228. Huang Long-ting, Wu Yun-tao, et al. 3-D frequency estimation of multiple sinusoids using subspace and projection separation approaches[J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 6(6): 1223 - 1228. (in Chinese)
- [3] Mahmoodi S N, Michael J, Craft S C, et al. Active vibration control using optimized modified acceleration feedback with Adaptive Line Enhancer for frequency tracking[J]. Journal of Sound and Vibration, 2011, 330(7): 1300 - 1311.
- [4] 张世平, 赵永平, 等. 一种改进的自适应格型陷波算法及其收敛性分析[J]. 电子学报, 2004, 32(2): 338 - 341. Zhang Shi-ping, Zhao Yong-ping, et al. A modified adaptive algorithm of lattice notch filter and its convergence analysis[J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(2): 338 - 341. (in Chinese)
- [5] Johansson A T, White P R. Instantaneous frequency estimation at low signal-to noise ratios using time-varying notch filters[J]. Signal Processing, 2008, 88(5): 1271 - 1288.
- [6] Minh T, Victor D B. Robust notch filtering by combining adaptation in both time and frequency[A]. Conference Record of the Forty-First Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers[C]. Pacific Grove, CA: IEEE, 2007. 1633 - 1637.
- [7] Punalchard R, Lorsawatsiri A, Koseeyaporn J, et al. Adaptive IIR notch filters based on new error criteria[J]. Signal Processing, 2008, 88(3): 685 - 703.
- [8] Punalchard R, Koseeyaporn J, Wardkein P. Adaptive IIR notch filter using a modified sign algorithm[J]. Signal Processing, 2009, 89(2): 239 - 243.
- [9] Loetwassana W, Punalchard R, Koseeyaporn J, et al. Unbiased plain gradient algorithm for a second-order adaptive IIR notch filter with constrained poles and zeros[J]. Signal Processing, 2010, 90(8): 2513 - 2520.
- [10] Punalchard R. Mean square error analysis of unbiased modified plain gradient algorithm for second-order adaptive IIR notch filter[J]. Signal Processing, 2012, 92(11): 2815 - 2820.
- [11] 涂亚庆, 苏奋华, 沈廷鳌, 等. 自适应陷波器的科氏流量计信号频率跟踪方法[J]. 重庆大学学报(自然科学版), 2011, 34(10): 147 - 152. Tu Ya-qing, Su Feng-hua, Shen Ting-ao, et al. Frequency tracking method and simulation for coriolis mass flowmeter based on a new adaptive notch filter[J]. Journal of Chongqing University, 2011, 34(10): 147 - 152. (in Chinese)
- [12] Huiyue Y, Yaqing T, Haitao Z. A frequency tracking method based on improved adaptive notch filter for coriolis mass flowmeter[J]. Applied Mechanics and Materials, 2012, 128 - 129: 450 - 456.
- [13] Minh T, Hieu T, Victor D B. Stochastic search methods to improve the convergence of adaptive notch filters[A]. IEEE 13th

Digital Signal Processing Workshop and 5th IEEE Signal Processing Education Workshop [C]. Marco Island, FL: IEEE, 2009. 78 – 83.

- [14] Xiao Y, Takeshita Y, Shida K. Steady-state analysis of a plain gradient algorithm for a second-order adaptive IIR notch filter with constrained poles and zeros [J]. IEEE Transactions on

Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing, 2001, 48(7): 733 – 740.

- [15] Punalard R, Koseeyaporn J, Wardkein P. Direct frequency estimation based Kalman adaptive IIR notch filter: State-space approach [A]. IEEE Region 10 Conference on TENCON [C]. Hong Kong, China: IEEE, 2006. 1 – 4.

作者简介



李 明 男, 1985 年 1 月生于山西太原, 分别于 2007 年和 2010 年在后勤工程学院获得学士和硕士学位, 现为后勤工程学院博士研究生, 主要研究方向为信号处理, 智能检测与仪表.

E-mail: limitonly@126.com



涂亚庆 男, 1963 年 6 月出生, 重庆市人, 分别于 1991 年和 1994 年在重庆大学获得硕士和博士学位, 现为后勤工程学院教授、博士生导师, 主要研究方向为智能检测与仪表、智能化系统.

E-mail: yqtqc@sina.com