

基于特征向量的 多谱线自旋回波串信号参数估计

朱凯然,何学辉,靳 标,朱文涛,苏 涛

(西安电子科技大学雷达信号处理国防科技重点实验室,陕西西安 710071)

摘 要: 针对存在加性高斯白噪声多参数变量的多谱线自旋回波串(Spin Echo Train, SET)信号参数估计问题,提出基于特征向量的 2-D 参数估计方法.将 SET 信号构造成 2-D 数据矩阵,按照不同的方式构造 Hankel 块矩阵束,利用子空间转移不变结构解得特征向量,依据特征向量的结构规律获得衰减因子和频率,基于最小二乘方法进一步获得信号幅度估计.该方法具有自动配对的能力,在相对高信噪比以及频率可分辨的情况下能够实现参数的有效估计,且计算复杂度较低.仿真数据结果证明了算法的有效性.

关键词: 核四极矩共振;自旋回波串;2-D 参数估计;特征向量基;子空间转移不变结构

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2013) 09-1730-08

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2013.09.010

Parameter Estimation of Multi-Spectrum Spin Echo Train Signal Based on Eigenvector

ZHU Kai-ran, HE Xue-hui, JIN Biao, ZHU Wen-tao, SU Tao

(National Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

Abstract: In allusion to multi-parameter estimation of multi-spectrum spin echo train (SET) signal in the presence of additive white Gaussian noise, a two-dimensional (2-D) parameter estimation method based on eigenvector is proposed. Using SET signal to construct a 2-D data matrix, and according to the different manner to form Hankel block matrix pencil, the eigenvector is resolved by utilizing the shift-invariance structure of the signal subspace, and then, the damping factor and frequency are estimated according to the structure rule of the eigenvector. The complex amplitude of SET is then obtained on the basis of standard least squares. The method has the capability of auto association. Under relatively large signal-to-noise ratio (SNR) and available frequency resolution conditions, it can estimate the parameters effectively, and has an attractive computation complexity. Simulation results show the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: nuclear quadrupole resonance (NQR); spin echo train (SET); two-dimensional parameter estimation; eigenvector-based; shift-invariance structure of the signal subspace

1 引言

核四极矩共振(Nuclear Quadrupole Resonance, NQR)^[1-6]是一种固态射频谱分析技术.它是一种原子核物理现象,原子核的非球对称部分在外加电磁场的作用下产生能级跃迁的过程.产生 NQR 信号必须具备以下 3 个条件:(1)原子核电四极矩不为零;(2)原子核周围电场梯度不为零;(3)具有共振频率的外加电磁场.前二者是物质本身的内在因素,后者是人为施加的外部条件.不同的原子核或相同的原子核在不同的物质结构形

式中会有不同的 NQR 频率,这一波谱特性成为判别不同物质的有效手段.所以,一旦检测到 NQR 信号,则不但可以判明是哪种原子核,还可以判明是什么物质分子.

NQR 技术可用于检测高危险爆炸物和毒品.大多数的爆炸物中氮(¹⁴N)的含量较高,例如黑索金(Royal Demolition eXplosive, RDX)和梯恩梯(TriNiTrotoluene, TNT)等,爆炸物中¹⁴N 的 NQR 信号频率很低(0.5~6MHz),通过分析爆炸物的 NQR 谱线特征,可以实现对爆炸物的检测和识别.

NQR 信号依据激励脉冲序列形式的不同,通常可以分为自由感应衰减(Free Induction Decay, FID)信号和自旋回波(Spin Echo, SE)信号^[1,2]. 在 90°脉冲激励之后,核自旋开始自由进动和弛豫,此时产生的共振信号为 FID 信号,它呈现指数衰减特性. 对大多数爆炸物(具有 $T_1 \gg T_2$ 特性)而言,测量 FID 信号不是一个最佳方案,因为在每一次激励过后,需要等待一段时间(一般 $\geq 5T_1$)使得样品恢复到平衡状态后,才能再次激励,其中 T_1 表示自旋-晶格弛豫时间,它表征了两次测量之间的等待时间, T_2 表示自旋-自旋弛豫时间,它表示一次测量所得信号的持续时间. 当在核系统上加 90 射频(Radio Frequency, RF)脉冲,经时间 τ 再加 180°脉冲,之后产生的信号,称为 SE 信号,该信号在时间 τ 之前是上升的,在时间 τ 之后是下降的,在 τ 时刻产生 SE 峰值. 图 1 为 SE 信号示意图, τ 是初始化脉冲与第二个脉冲之间的间隔时间. 对大多数待测样品而言,SET 信号的衰减常数 T_2 随脉冲间隔 2τ 的减少而增加,增加 T_2 是为了获得更多个 SE 信号,以便提高信噪比(Signal-to-Noise Ratio, SNR). 然而,脉冲间隔 2τ 是有基本限制的(例如探头恢复时间以及 SE 信号持续时间). 利用特定复合激励脉冲序列可产生自旋回波串(Spin Echo Train, SET)信号,与 FID 信号相比,它能够使 NQR 信号持续更长的时间,从而,可以在短时间内使 NQR 信号的 SNR 得以改善.

目前,常用的参数估计方法主要有以下几类:(1)基于线性预测估计类;(2)基于最大似然估计类;(3)基于系统辨识类;(4)基于子空间类,例如矩阵增强和矩阵束(Matrix Enhancement and Matrix Pencil, MEMP)方法^[7,8], 2D 借助旋转不变技术估计信号参数(Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques, ESPRIT)^[9,10]以及多重信号分类(Multiple Signal Classification, MUSIC)^[11]等. 针对非衰减信号模型, HUA 提出 MEMP 方法将 2-D 参数估计问题分解为对应各维的 2 个 1-D 问题,然后进行额外的参数配对过程. 首先,利用信号子空间的转移不变结构估计出每一维的频率参数,该方法与 1-D ESPRIT 类似;其次,采用最大化特定标准进行 2-D 频率参数配对^[8]. 然而,当两维中存在两个或多个相同的值时,该配对准则会产生不正确的配对结果. 针对上述配对不正确的问题以及 2-D 衰减信号参数估计, Rouquette 基于与各维信号参数有关的两矩阵联合对角化理论,提出稳健的配对准则^[9],同时提出 2-D ESPRIT 算法^[9,10]. 针对多维核磁共振(Nuclear Magnetic Resonance, NMR)谱技术(多维衰减信号模型),文献^[11]基于子空间方法提出高分辨多维衰减 MUSIC 算法,它充分利用了预测矩阵的秩亏损和 Hankel 矩阵特

性,虽在小样本条件下具有参数估计的能力,但面临高阶多维搜索的问题,计算复杂度高. 文献^[12]针对非衰减多维信号模型频率估计问题,提出改进的多维折叠(Improved MultiDimensional Folding, IMDF)方法,该算法基于多维平滑和数据折叠的思想,但对 2-D 衰减信号模型而言,很小的干扰就可致使其估计失效. Sahnoun 等人针对 2-D NMR 信号参数估计问题^[13,14],分析比较了四种子空间基方法参数估计性能的优劣,它们是 2-D TLS-prony 方法, MEMP 方法, 2-D ESPRIT 方法以及多维嵌入方法(MultiDimensional Embedding method, MDE),并指出 2-D ESPRIT 方法不但具有自动配对的能力,并且参数估计性能优于其它三种方法.

针对多谱线自旋回波串信号模型,提出基于特征向量结构的参数估计方法. 首先,将多谱线自旋回波串信号按照以自旋回波串数为行,以自旋回波采样为列的 2-D 衰减信号模型;其次,在 2-D 衰减信号模型的基础上,分别构造 1-D Hankel 块矩阵和 2-D Hankel 块矩阵,并将其按照不同的方式组合到一起构成矩阵束;最后,对矩阵束进行奇异值分解^[15,16],利用信号子空间的转移不变性^[17-19],以及特征向量的结构特点得到 SET 信号参数估计. 该方法利用了特征向量的结构特性,因此,无需额外的参数配对过程,具有自动配对的能力.

2 自旋回波串信号模型

采用如图 1 所示的自旋锁定脉冲(Pulsed Spin Locking, PSL)序列激励待测样品,在 180°脉冲后,便可对回波数据进行采样. 那么,第 m 个采样信号可表示为^[1,6]

$$s^m(n) = \sum_{k=1}^d \left\{ \alpha_k e^{(-\eta_k m \mu)} \rho_k^n e^{\left(\frac{-j2\pi f_k n - n_0}{f_s} \right)} \right\}_+ w^m(n) \quad (1a)$$

$$m = 0, \dots, M - 1$$

$$n = 0, \dots, N - 1$$

$$\rho_k = \exp\left(\frac{j2\pi f_k - \eta_k}{f_s} \right) \quad (1b)$$

其中, d 为 SE 信号的谱线条数,下标 k 表示第 k 条谱线. α_k 为 SE 信号的复值幅度值, $\alpha_k = a_k \exp(j\varphi_k)$, a_k 为模值, φ_k 为初始相位; m 表示回波串中第 m 个 SE 信号,共有 M , n 为采样点数,共有 N , 一般地 $N \geq M$, n_0 为 SE 信号达到峰值时的采样点; μ 为回波间隔,且 $\mu = 2\tau$; η_k 和 β_k 分别表示 SET 信号的衰减因子和 SE 信号的衰减因子,且 $\eta_k > 0$, $\beta_k > 0$; f_k 和 f_s 分别表示 SE 信号频率与数据采样率. $w^m(n)$ 为第 m 个采样数据中的复高斯白噪声.

实际上,式(1)所示的 SET 信号模型中 SE 信号是先上升后下降的过程,如图 1 所示,为了数据处理方便,每次选取 SE 峰值后的信号部分. 实测 SET 信号可以按照自旋回波数为行, SE 采样点数为列的方式构造 2-D 数

据模型,可表示如下:

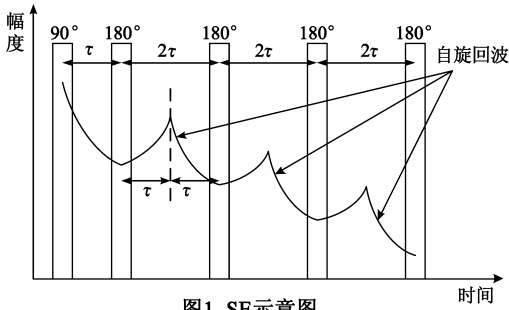


图1 SE示意图

$$r(m, n) = s(m, n) + w(m, n), \quad (2)$$

$$m = 0, 1, \dots, M-1; n = 0, 1, \dots, N-1$$

其中,

$$s(m, n) = \sum_{k=1}^d \alpha_k \xi_k^m \zeta_k^n \quad (3a)$$

$$\xi_k^m = \exp(-\eta_k m \mu) \quad (3b)$$

$$\zeta_k^n = \exp\left(\frac{(j2\pi f_k - \beta_k - \eta_k)n}{f_s}\right) \quad (3c)$$

$w(m, n)$ 为零均值复高斯白噪声,它的实虚部均为未知方差 $\sigma^2/2$ 的独立同分布的实高斯过程.式(3)内的参数含义与式(1)中的相同.

3 基于特征向量的 2-D 参数估计方法

式(2)所示的 2-D 数据模型可表示为矩阵形式

$$\mathbf{R} = \mathbf{S} + \mathbf{W} \quad (4)$$

其中, $\mathbf{R} \in \mathbb{C}^{M \times N}$, $\mathbf{S} \in \mathbb{C}^{M \times N}$, $\mathbf{W} \in \mathbb{C}^{M \times N}$, 并且 $[\mathbf{R}]_{m,n} =$

$$r_{m,n}, [\mathbf{S}]_{m,n} = s_{m,n}, [\mathbf{W}]_{m,n} = w_{m,n}.$$

从 \mathbf{S} 有规律的结构可以得到

$$\mathbf{S} = \mathbf{\Xi} \text{diag}(\boldsymbol{\alpha}) \mathbf{Z}^T \quad (5a)$$

$$\xi_k = [1 \quad \xi_k^1 \quad \dots \quad \xi_k^{M-1}]^T \quad (5b)$$

$$\boldsymbol{\Xi} = [\xi_1 \quad \xi_2 \quad \dots \quad \xi_d] \quad (5c)$$

$$\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \dots \quad \alpha_d] \quad (5d)$$

$$\zeta_k = [1 \quad \zeta_k^1 \quad \dots \quad \zeta_k^{N-1}]^T \quad (5e)$$

$$\mathbf{Z} = [\zeta_1 \quad \zeta_2 \quad \dots \quad \zeta_d] \quad (5f)$$

其中, $(\cdot)^T$ 表示矩阵转置, $\boldsymbol{\Xi} \in \mathbb{C}^{M \times d}$, $\mathbf{Z} \in \mathbb{C}^{N \times d}$ 均为 Vandermonde 矩阵, $\text{diag}(\cdot)$ 为对角矩阵操作. 式(5)为 \mathbf{S} 的 Vandermonde 分解, 从式(5)可以看出, 由 SET 信号构成的 2-D 数据矩阵 \mathbf{S} 的结构规律为: ξ_k 由 η_k 构成的实值向量, 表征了 SET 信号的衰减特性; ζ_k 由 f_k, β_k 和 η_k 构成的复值向量, 它表示 SE 信号的衰减特性.

首先按照每一行(每个 SE 信号)构造一个 $P \times (M - P + 1)$ 的 Hankel 块矩阵 \mathbf{A} ,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{(0)} & \mathbf{A}_{(1)} & \dots & \mathbf{A}_{(M-P)} \\ \mathbf{A}_{(1)} & \mathbf{A}_{(2)} & \dots & \mathbf{A}_{(M-P+1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{A}_{(P-1)} & \mathbf{A}_{(P)} & \dots & \mathbf{A}_{(M-1)} \end{bmatrix} \quad (6)$$

每个块矩阵 $\mathbf{A}_{(m)}$ 是一个 $Q \times (N - Q + 1)$ 的 Hankel 矩阵, 定义为

$$\mathbf{A}_{(m)} = \begin{bmatrix} r(m, 0) & \dots & r(m, N-Q) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r(m, Q-1) & \dots & r(m, N-1) \end{bmatrix} \quad (7)$$

数据矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{PQ \times (M-P+1)(N-Q+1)}$ 可以看作一个沿着 SET 信号衰减维滑动的观测窗, 其大小为 $P \times Q$. 相应的, 按照每一列构造 $Q \times (N - Q + 1)$ 的 Hankel 块矩阵 \mathbf{B} , 即,

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{(0)} & \mathbf{B}_{(1)} & \dots & \mathbf{B}_{(N-Q)} \\ \mathbf{B}_{(1)} & \mathbf{B}_{(2)} & \dots & \mathbf{B}_{(N-Q+1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{B}_{(Q-1)} & \mathbf{B}_{(Q)} & \dots & \mathbf{B}_{(N-1)} \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中, 每个块矩阵 $\mathbf{B}_{(n)}$ 是一个 $P \times (M - P + 1)$ 的 Hankel 矩阵, 定义为

$$\mathbf{B}_{(n)} = \begin{bmatrix} r(0, n) & \dots & r(M-P, n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r(P-1, n) & \dots & r(M-1, n) \end{bmatrix} \quad (9)$$

数据矩阵 $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{QP \times (N-Q+1)(M-P+1)}$ 为沿着列滑动的 $Q \times P$ 观测窗. 值得注意的是参数 P 和 Q 的选取会直接影响到参数估计精度^[8], 一般地, 构造 Hankel 矩阵时, 分别选取 $P \in [M/3, 2M/3]$ 和 $Q \in [N/3, 2N/3]$.

结合式(5), \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 可以分别表示为

$$\mathbf{A} = \mathbf{E}_1 \text{diag}(\boldsymbol{\alpha}) \mathbf{F}_1^T + \mathbf{W}_1 \quad (10a)$$

$$\mathbf{E}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}^{(Q)} \\ \mathbf{Z}^{(Q)} \text{diag}(\boldsymbol{\Xi}) \\ \vdots \\ \mathbf{Z}^{(Q)} (\text{diag}(\boldsymbol{\Xi}))^{P-1} \end{bmatrix} \quad (10b)$$

$$\mathbf{F}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}^{(N-Q+1)} \\ \mathbf{Z}^{(N-Q+1)} \text{diag}(\boldsymbol{\Xi}) \\ \vdots \\ \mathbf{Z}^{(N-Q+1)} (\text{diag}(\boldsymbol{\Xi}))^{M-P} \end{bmatrix} \quad (10c)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{E}_2 \text{diag}(\boldsymbol{\alpha}) \mathbf{F}_2^T + \mathbf{W}_2 \quad (11a)$$

$$\mathbf{E}_2 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Xi}^{(P)} \\ \boldsymbol{\Xi}^{(P)} \text{diag}(\mathbf{Z}) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\Xi}^{(P)} (\text{diag}(\mathbf{Z}))^{Q-1} \end{bmatrix} \quad (11b)$$

$$\mathbf{F}_2 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Xi}^{(M-P+1)} \\ \boldsymbol{\Xi}^{(M-P+1)} \text{diag}(\mathbf{Z}) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\Xi}^{(M-P+1)} (\text{diag}(\mathbf{Z}))^{N-Q} \end{bmatrix} \quad (11c)$$

其中, $\boldsymbol{\Xi}^{(P)} \in \mathbb{C}^{P \times d}$ 和 $\mathbf{Z}^{(Q)} \in \mathbb{C}^{Q \times d}$ 分别表示 $\boldsymbol{\Xi}$ 的前 P 行和 \mathbf{Z} 的前 Q 行, \mathbf{W}_1 和 \mathbf{W}_2 分别表示与 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 同结构的噪声矩阵. 矩阵 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 的组合方式, 可分为左右结构和

上下结构.下面分别介绍在不同组合方式下,基于特征向量的 2-D 指数衰减模型参数估计方法.

3.1 方式 1:左右结构

将矩阵 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 按照左右结构组合到一起构造矩阵

$$\mathbf{C}_1 \in \mathbb{C}^{PQ \times 2(M-P+1)(N-Q+1)}$$

$$\mathbf{C}_1 = [\mathbf{A} \quad \mathbf{B}] = [\mathbf{E}_1 \quad \mathbf{E}_2] \times \begin{bmatrix} \text{diag}(\boldsymbol{\alpha}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \text{diag}(\boldsymbol{\alpha}) \end{bmatrix} \times [\mathbf{F}_1^T \quad \mathbf{F}_2^T] + [\mathbf{W}_1 \quad \mathbf{W}_2] \quad (12)$$

矩阵 \mathbf{C}_1 的奇异值分解为

$$\mathbf{C}_1 = \mathbf{U}_s \boldsymbol{\Sigma}_s \mathbf{V}_s^H + \mathbf{U}_w \boldsymbol{\Sigma}_w \mathbf{V}_w^H \quad (13)$$

其中, $(\cdot)^H$ 表示矩阵的共轭转置操作, $\mathbf{U}_s \in \mathbb{C}^{PQ \times 2d}$, $\boldsymbol{\Sigma}_s \in \mathbb{C}^{2d \times 2d}$ 以及 $\mathbf{V}_s \in \mathbb{C}^{2(M-P+1)(N-Q+1) \times 2d}$ 包含主分量, 即, 主奇异值和主奇异向量对应信号子空间, \mathbf{U}_w , $\boldsymbol{\Sigma}_w$ 以及 \mathbf{V}_w 包含噪声分量. 那么, \mathbf{U}_s 和 $[\mathbf{E}_1 \quad \mathbf{E}_2]$ 张成的子空间相同^[17,18], 由信号子空间的转移不变性可知^[17~19], 存在一个 $2d \times 2d$ 的非奇异矩阵 \mathbf{T}^{-1} , 使得

$$\mathbf{U}_s^H \bar{\mathbf{U}}_s = \mathbf{T} \mathbf{D} \mathbf{T}^{-1} \quad (14)$$

其中, $(\cdot)^\dagger$ 表示伪逆, $\bar{\mathbf{U}}_s \in \mathbb{C}^{(P-1)Q \times 2d}$ 为 \mathbf{U}_s 删除后面 P 行后的剩余矩阵, $\bar{\mathbf{U}}_s \in \mathbb{C}^{(P-1)Q \times 2d}$ 为 \mathbf{U}_s 删除前面 P 行后的剩余矩阵. 在得到 \mathbf{T}^{-1} 后, 可以恢复 $\mathbf{F}^{[12]}$, 即

$$\mathbf{F}' = (\mathbf{T}^{-1} \boldsymbol{\Sigma}_s \mathbf{V}_s^H)^T \quad (15)$$

其中 $\mathbf{F}' \in \mathbb{C}^{2(M-P+1)(N-Q+1) \times 2d}$, 由 \mathbf{F} 有规律的结构特点和 SVD 分解的性质可知, \mathbf{F}' 可分为两个大小相同的矩阵

$$\mathbf{F}' = \begin{bmatrix} \mathbf{F}'_1 \\ \mathbf{F}'_2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

其中, $\mathbf{F}'_1 \in \mathbb{C}^{(M-P+1)(N-Q+1) \times 2d}$, $\mathbf{F}'_2 \in \mathbb{C}^{(M-P+1)(N-Q+1) \times 2d}$, \mathbf{F}'_1 和 \mathbf{F}'_2 中分别只有 d 列对应 1-D 信号分量和 2-D 信号分量, 可通过构造筛选准则进行选择信号分量构成的向量,

$$\mathbf{F}'_1 = \arg \max_{k=1, \dots, 2d} \| \mathbf{f}'_{1k} \|_2 \quad (17)$$

$$\mathbf{F}'_2 = \arg \max_{k=1, \dots, 2d} \| \mathbf{f}'_{2k} \|_2 \quad (18)$$

其中, $\| \cdot \|_2$ 表示 2-范数, \mathbf{f}'_{1k} 和 \mathbf{f}'_{2k} 分别表示 \mathbf{F}'_1 和 \mathbf{F}'_2 的第 k 列, \mathbf{F}'_1 和 \mathbf{F}'_2 分别表示 \mathbf{F}'_1 和 \mathbf{F}'_2 的列向量中 2-范数最大的 d 列. 此时, 由式(17)和式(18)可将 2-D 信号分量完全分离开来, 假设对应 1-D 分量信号和 2-D 分量信号的列向量下标分别记为 $\mathbf{C}_{1D} = [c_{1D_1} \quad \dots \quad c_{1D_d}]$ 和 $\mathbf{C}_{2D} = [c_{2D_1} \quad \dots \quad c_{1D_d}]$. 同理也可由式(19)将 \mathbf{E} 恢复出来^[12],

$$\mathbf{E}' = \mathbf{U}_s \mathbf{T} \quad (19)$$

其中, $\mathbf{E}' \in \mathbb{C}^{PQ \times 2d}$, 它包含了所有信号分量的信息. \mathbf{E}' 中对应 \mathbf{C}_{1D} 和 \mathbf{C}_{2D} 的列向量分别与 \mathbf{F}'_1 和 \mathbf{F}'_2 中的分量信号对应.

由 \mathbf{F} 和 \mathbf{E} 构造规律可知, 通过利用 \mathbf{F}'_1 , \mathbf{F}'_2 以及 \mathbf{E}' 的结构特征可以分别从它们的列向量中获得 ξ_k 和 ζ_k , 这是因为 ξ_k 和 ζ_k 会出现在 \mathbf{F}'_1 , \mathbf{F}'_2 以及 \mathbf{E}' 的同一列中, 显然是自动配对的; 并且任意非零列缩放系数是没有实际意义的, 因为 ξ_k 和 ζ_k 是通过在同一列中按照一定构造规律选择元素进行相除得到的. 假设 ξ_k 和 ζ_k 出现在 \mathbf{F}'_1 的同一列中, 那么 ξ_k 可以依据式(20)中任意一个方程进行恢复

$$\hat{\xi}_k = \frac{f''_1(n, k)}{f''_1(n - (N - Q + 1), k)}, \quad \text{mod}(n - 1, N - Q + 1) \geq 1, \quad n = N - Q + 2, \dots, (M - P + 1)(N - Q + 1) \quad (20)$$

其中, $f''_1(n, k)$ 表示 \mathbf{F}'_1 中第 n 行, 第 k 列的元素. 同理可得, ζ_k 也可依据式(21)中任意一个方程进行恢复

$$\hat{\zeta}_k = \frac{f''_1(n, k)}{f''_1(n - 1, k)}, \quad \text{mod}(n - 1, N - Q + 1) \geq 1, \quad n = 2, \dots, (M - P + 1)(N - Q + 1) \quad (21)$$

显然, 由式(20)和式(21)分别得到的 $\hat{\xi}_k$ 和 $\hat{\zeta}_k$ 是自动配对的. 基于式(20)和式(21), 利用 \mathbf{F}'_1 , \mathbf{F}'_2 以及 \mathbf{E}' 的结构特点, 可以获得 ξ_k 和 ζ_k 的估计均值, 从而可以降低变量的估计误差. 实际上, ξ_k 的估计均值为

$$[\bar{\xi}_1 \quad \dots \quad \bar{\xi}_d] = \frac{\boldsymbol{\omega}_1 + \boldsymbol{\omega}_2 + \boldsymbol{\psi}_1 + \boldsymbol{\psi}_2}{\gamma_1} \quad (22a)$$

$$\boldsymbol{\omega}_1 = \left[\sum_{\substack{n=Q+1 \\ \text{mod}(n-1, Q) \geq 1}}^{P \times Q} \frac{e'(n, c_{1D_k})}{e'(n - Q, c_{1D_k})} \right] \quad (22b)$$

$$\boldsymbol{\omega}_2 = \left[\sum_{\substack{n=2 \\ \text{mod}(n-1, P) \geq 1}}^{P \times Q} \frac{e'(n, c_{2D_k})}{e'(n - 1, c_{2D_k})} \right] \quad (22c)$$

$$\boldsymbol{\psi}_1 = \left[\sum_{\substack{n=N-Q+2 \\ \text{mod}(n-1, N-Q+1) \geq 1}}^{(M-P+1)(N-Q+1)} \frac{f''_1(n, k)}{f''_1(n - (N - Q + 1), k)} \right] \quad (22d)$$

$$\boldsymbol{\psi}_2 = \left[\sum_{\substack{n=2 \\ \text{mod}(n-1, M-P+1) \geq 1}}^{(M-P+1)(N-Q+1)} \frac{f''_2(n, k)}{f''_2(n - 1, k)} \right] \quad (22e)$$

$$\gamma_1 = (P - 1)(2Q - 1) + (M - P)(2(N - Q) + 1) \quad (22f)$$

其中, $\bar{\xi}_k$ 和 $\bar{\zeta}_k$ 分别表示 $\hat{\xi}_k$ 和 $\hat{\zeta}_k$ 的均值, $e'(n, k)$ 为 \mathbf{E}' 的第 n 行, 第 k 列的元素. $f''_1(n, k)$ 和 $f''_2(n, k)$ 分别为 \mathbf{F}'_1 和 \mathbf{F}'_2 中第 n 行, 第 k 列的元素. 同理, 可获得 ζ_k 的估计均值

$$[\bar{\zeta}_1 \quad \dots \quad \bar{\zeta}_d] = \frac{\boldsymbol{\omega}_3 + \boldsymbol{\omega}_4 + \boldsymbol{\psi}_3 + \boldsymbol{\psi}_4}{\gamma_2} \quad (23a)$$

$$\omega_3 = \left[\begin{array}{c} \sum_{\substack{n=2 \\ \text{mod}(n-1, Q) \geq 1}}^{P \times Q} \frac{e'(n, c_{1D_k})}{e'(n-1, c_{1D_k})} \end{array} \right] \quad (23b)$$

$$\omega_4 = \left[\begin{array}{c} \sum_{\substack{n=P+1 \\ \text{mod}(n-1, P) \geq 1}}^{P \times Q} \frac{e'(n, c_{2D_k})}{e'(n-P, c_{2D_k})} \end{array} \right] \quad (23c)$$

$$\psi_3 = \left[\begin{array}{c} \sum_{\substack{n=2 \\ \text{mod}(n-1, N-Q+1) \geq 1}}^{(M-P+1)(N-Q+1)} \frac{f_1'(n, k)}{f_1'(n-1, k)} \end{array} \right] \quad (23d)$$

$$\psi_4 = \left[\begin{array}{c} \sum_{\substack{n=M-P+2 \\ \text{mod}(n-1, M-P+1) \geq 1}}^{(M-P+1)(N-Q+1)} \frac{f_2''(n, k)}{f_2''(n-(M-P+1), k)} \end{array} \right] \quad (23e)$$

$$\gamma_2 = (Q-1)(2P-1) + (N-Q)(2(M-P)+1) \quad (23f)$$

那么,可以获得 SET 信号的参数估计值

$$\left. \begin{array}{l} \hat{\eta}_k = \frac{-\text{Re}(\ln(\bar{\xi}_k))}{\mu} \\ \hat{f}_k = \frac{\text{Im}(\ln(\bar{\xi}_k))f_s}{2\pi} \\ \hat{\beta}_k = -\text{Re}(\ln(\bar{\xi}_k))f_s - \hat{\eta}_k \end{array} \right\} \quad (24)$$

$$k = 1, 2, \dots, d$$

其中, $\text{Re}(\cdot)$ 和 $\text{Im}(\cdot)$ 分别表示取实虚部操作. 通过式(24)获得 $\hat{\eta}_k, \hat{f}_k$ 以及 $\hat{\beta}_k$ 后, 可以通过求解式(4)的最小二乘解获得复值幅度值的估计值 $\hat{\alpha}_k$. Hankel 块矩阵 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 按照左右结构组合时, 基于特征向量的 2-D 信号参数估计方法步骤归纳如下:

步骤 1 依照式(6)和式(8)分别构造 Hankel 块矩阵 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} , 并将它们按照左右结构组合到一起形成矩阵 \mathbf{C}_1 .

步骤 2 对 \mathbf{C}_1 进行奇异值分解, 并确定出 $\mathbf{U}_s \in \mathbb{C}^{PQ \times 2d}$.

步骤 3 依据子空间转移不变性, 分别删除 \mathbf{U}_s 的前 P 行和后 P 行构成剩余矩阵 $\bar{\mathbf{U}}_s \in \mathbb{C}^{(P-1)Q \times 2d}$ 和 $\underline{\mathbf{U}}_s \in \mathbb{C}^{(P-1)Q \times 2d}$, 并得到 $\underline{\mathbf{U}}_s^+ \underline{\mathbf{U}}_s$.

步骤 4 依据式(14)对 $\underline{\mathbf{U}}_s^+ \bar{\mathbf{U}}_s$ 进行特征值分解, 得到非奇异值矩阵 \mathbf{T}^{-1} .

步骤 5 依据式(15)和式(16)求得 \mathbf{F}'_1 和 \mathbf{F}'_2 , 并依据式(17)和式(18)的约束条件求得 \mathbf{F}''_1 和 \mathbf{F}''_2 , 并确定出分别对应于 1-D 分量信号和 2-D 分量信号的列向量下标 \mathbf{C}_{1D} 和 \mathbf{C}_{2D} .

步骤 6 由式(19)可恢复 $\mathbf{E}' \in \mathbb{C}^{PQ \times 2d}$, 并依据 \mathbf{C}_{1D} 和 \mathbf{C}_{2D} 将 2-D 分量信号分离开来.

步骤 7 由式(22)和式(23)求得 ξ_k 和 ζ_k 的估计均值, 将 $\bar{\xi}_k$ 和 $\bar{\zeta}_k$ 代入式(24)解得 $\hat{\eta}_k, \hat{f}_k$ 以及 $\hat{\beta}_k$, 最后, 由式(4)的最小二乘解获得复值幅度值的估计值 $\hat{\alpha}_k$.

3.2 方式 2: 上下结构

由方式 1 可知, 也可将矩阵 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 按照上下结构组合到一起构造矩阵 \mathbf{C}_2

$$\mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{E}_2 \end{bmatrix} \text{diag}(\boldsymbol{\alpha}) \begin{bmatrix} \mathbf{F}_1 \\ \mathbf{F}_2 \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1 \\ \mathbf{W}_2 \end{bmatrix} \quad (25)$$

其中, $\mathbf{C}_2 \in \mathbb{C}^{(2PQ) \times (M-P+1)(N-Q+1)}$. 由矩阵 \mathbf{C}_1 和 \mathbf{C}_2 的构造过程可知, 基于矩阵 \mathbf{C}_2 求解 $\hat{\eta}_k, \hat{f}_k, \hat{\beta}_k$ 以及 $\hat{\alpha}_k$ 的基本思想与方式 1 一致, 均是利用了特征向量的结构特征, 但处理过程稍有差异, 基于组合方式 2 的 2-D 参数估计方法步骤可归纳如下:

步骤 1 依照式(6)和式(8)分别构造 Hankel 块矩阵 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} , 并将它们按照上下结构组合到一起形成矩阵 \mathbf{C}_2 , 如式(25)所示.

步骤 2 对 \mathbf{C}_2 进行奇异值分解, $\mathbf{C}_2 = \mathbf{U}_s \boldsymbol{\Sigma}_s \mathbf{V}_s^H + \mathbf{U}_w \boldsymbol{\Sigma}_w \mathbf{V}_w^H$, 并确定出 $\mathbf{U}_s \in \mathbb{C}^{2PQ \times 2d}$. 为了不易混淆, 与方式 1 内的符号表示一致.

步骤 3 依据子空间转移不变性, 并由 \mathbf{U}_s 分别构造出剩余矩阵 $\bar{\mathbf{U}}_s \in \mathbb{C}^{(2PQ-P-Q) \times 2d}$ 和 $\underline{\mathbf{U}}_s \in \mathbb{C}^{(2PQ-P-Q) \times 2d}$, 并得到 $\underline{\mathbf{U}}_s^+ \bar{\mathbf{U}}_s$. 其中,

$$\bar{\mathbf{U}}_s = \begin{bmatrix} u_{P+1,1} & \cdots & u_{P+1,2d} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{PQ,1} & \cdots & u_{PQ,2d} \\ u_{Q(P+1)+1,1} & \cdots & u_{Q(P+1)+1,2d} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{2PQ,1} & \cdots & u_{2PQ,d} \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$\underline{\mathbf{U}}_s = \begin{bmatrix} u_{1,1} & \cdots & u_{1,2d} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{P(Q-1),1} & \cdots & u_{P(Q-1),2d} \\ u_{QP+1,1} & \cdots & u_{QP+1,2d} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{Q(2P-1),1} & \cdots & u_{Q(2P-1),d} \end{bmatrix} \quad (27)$$

$u_{i,k}$ 为 \mathbf{U}_s 中第 i 行, 第 k 列的元素.

步骤 4 对 $\underline{\mathbf{U}}_s^+ \bar{\mathbf{U}}_s$ 进行特征值分解, 得到非奇异值矩阵 \mathbf{T}^{-1} .

步骤 5 由式(19)可以将 $\mathbf{E} = [\mathbf{E}_1 \ \mathbf{E}_2]^T$ 恢复, 即 $\mathbf{E}' \in \mathbb{C}^{2PQ \times 2d}$, 其中, $\mathbf{E}'_1 \in \mathbb{C}^{PQ \times 2d}$, $\mathbf{E}'_2 \in \mathbb{C}^{PQ \times 2d}$. 依据筛选准则确定出分量信号对应的向量以及所对应的下标 \mathbf{C}_{1D} 和 \mathbf{C}_{2D} , 即

$$\mathbf{E}'_1 = \arg \max_{k=1, \dots, 2d} \|\mathbf{e}'_{1k}\|_2^2 \quad (28)$$

$$\mathbf{E}'_2 = \arg \max_{k=1, \dots, 2d} \|\mathbf{e}'_{2k}\|_2^2 \quad (29)$$

其中, \mathbf{e}'_{1k} 和 \mathbf{e}'_{2k} 分别表示 \mathbf{E}'_1 和 \mathbf{E}'_2 的第 k 列, \mathbf{E}'_1 和 \mathbf{E}'_2 分别表示 \mathbf{E}'_1 和 \mathbf{E}'_2 的列向量中 2-范数最大的 d 列.

步骤 6 由式(15)可以恢复出 $\mathbf{F}' \in \mathbb{C}^{(M-P+1)(N-Q+1)}$,

并依据 C_{1D} 和 C_{2D} 将 2-D 分量信号分离开来.

步骤 7 将式(22)和式(23)中的 F'_1, F'_2 和 E' 分别置换成 E'_1, E'_2 和 F' , 并且其矩阵大小做相应的改变, 由式(22)和式(23)便可求得 ξ_k 和 ζ_k 的估计均值 $\bar{\xi}_k$ 和 $\bar{\zeta}_k$, 将 $\bar{\xi}_k$ 和 $\bar{\zeta}_k$ 代入式(24)解得 $\hat{\eta}_k, \hat{f}_k$ 以及 $\hat{\beta}_k$, 最后, 由式(4)的最小二乘解获得复值幅度值的估计值 \hat{a}_k .

综上所述, 本文方法的方式 1 和方式 2 是基于矩阵块不同的组合方式而划分的, 它们均为基于特征向量的 2-D 信号参数估计方法. 本文方法利用特征向量结构的规律性有效地实现了 2-D 信号的参数估计, 而不是利用常规的特征值方法; 由参数的估计过程可知, 具有自动配对的优势. 另外, 两种方式的计算过程虽略有差异, 但其计算复杂度一致, 主要体现在 Hankel 块数据矩阵的 SVD 上. 假设 Hankel 块矩阵 $H \in \mathbb{C}^{M \times N}$, SVD 需要 $O(MN^2 + N^3)$ 浮点运算.

4 计算机仿真

产生仿真数据验证本文方法的有效性, 并与文献[9]中 2D-ESPRIT 方法(选取缩放系数 $\beta = 8$)比较参数估计性能. 参数估计性能可由相对均方差根^[17](Relative Root Mean Squares Error, RRMSE)来衡量, RRMSE 定义为

$$\text{RRMSE}(\gamma) = \frac{1}{\gamma} \sqrt{\frac{1}{N_{\text{run}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{run}}} (\hat{\gamma}^i - \gamma)^2} \quad (30)$$

其中, N_{run} 为对应 SNR 下蒙特卡洛实验次数, γ 为真值, $\hat{\gamma}^i$ 表示第 i 次实验的估计值.

实验 1 参照文献[6]并按式(2)给出 SET 信号模型参数, 要注意的是: 在给定待测样品的种类以及激励

脉冲序列, 相应 SET 信号的自旋回波个数和采样点数是相对确定的(一般采样点数不小于自旋回波个数)^[1,2,6]. 依据图 1 和式(2)设置 SE 信号的采样点数 256, SET 信号的回波数为 32. 为了保证本文算法和 2D-ESPRIT 方法计算的有效性, 选取 SE 信号前 20 个采样点, SET 信号的前 20 个回波, 观察窗的大小为 $(P, Q) = (11, 11)$. 谱线条数 $d = 3$, 采样率 $f_s = 200\text{kHz}$, 其余参设置如表 1 所示. 信号能量定义为 $P_s = \frac{1}{MN} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N |s_{m,n}|^2$, 加入相应 SNR 的复高斯白噪声. SNR 变化范围 0dB ~ 30dB, 步长为 1dB, 每个 SNR 下进行 1000 次蒙特卡洛实验.

表 1 参数设置

k	f_k/kHz	η_k	β_k	a_k	$\varphi_k/\text{弧度}$
1	47.461	21.26	480	0.39	-0.75
2	31.056	20.96	490	0.88	-2.94
3	25.452	25.76	380	0.69	-1.09

分析最弱小信号分量的参数估计结果. 图 2(a) 为 f_1 的 RRMSE 随 SNR 的变化关系, 从图中可以看出, 在 SNR 小于 16dB 时(16dB 是一个相对值), 本文方法方式 1 和方式 2 的参数估计性能优于 2D-ESPRIT 方法, 此时, 本文方法方式 1 略优于方式 2; 当 SNR 不小于 16dB 时, 本文方法方式 1、方式 2 与 2D-ESPRIT 方法的参数估计性能基本一致. 图 2(b) 为 $\eta_1 + \beta_1$ 的 RRMSE 随 SNR 的变化关系, 在相对低 SNR 下, 本文方法优于 2D-ESPRIT 方法; 在相对高 SNR 下, 本文方法与 2D-ESPRIT 方法趋于一致. 图 2(c) 为 η_1 的 RRMSE 随 SNR 的变化关系, 从

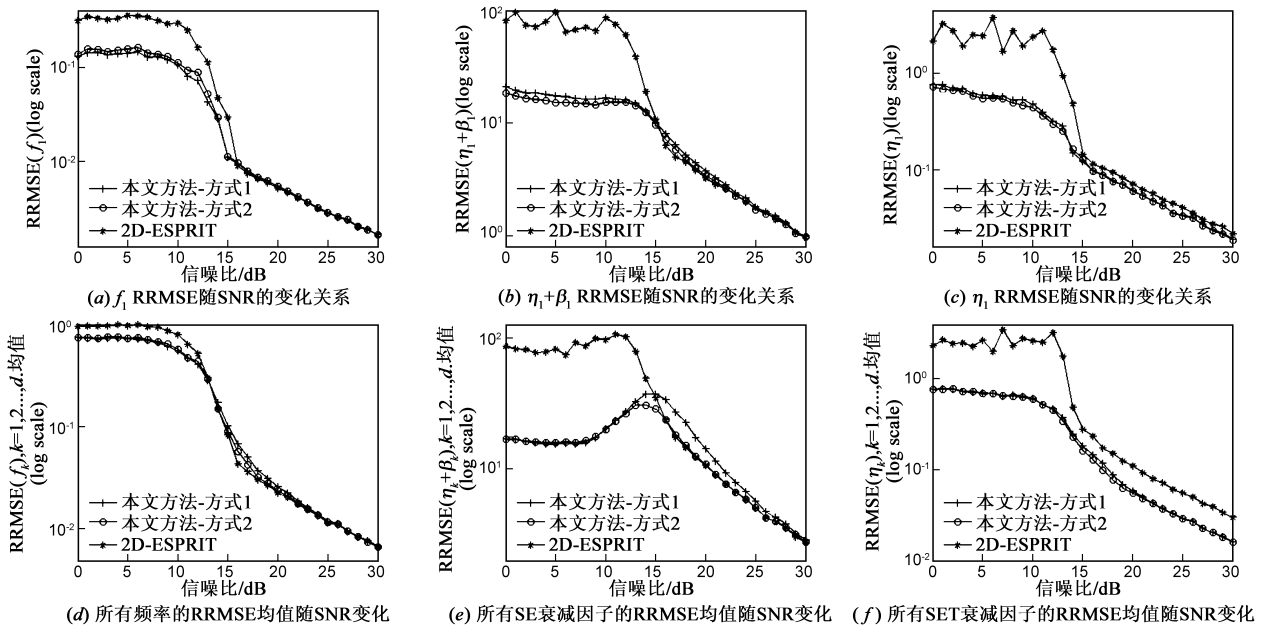


图 2 实验 1 结果分析

图中可以看到,在相对低 SNR 下,规律与图 2(a)和图 2(b)的类似;而在相对高信噪比下,本文方法优于 2D-ESPRIT 方法.

分析各个变量 RRMSE 均值随 SNR 的变化情况.从图 2(d)~(f)中可以看出,所有频率的 RRMSE、所有 SE 衰减因子的 RRMSE 以及所有 SET 衰减因子的 RRMSE 随 SNR 的变化规律分别与图 2(a)~(c)中的一致,尤其是图 2(f)中所呈现的规律比图 2(c)中的更为明显.

实验 2 考察本文方法和 2D-ESPRIT 方法的频率分辨能力.假设有两条谱线的 SET 信号,其中频率 $f_1 = 0.23$ (归一化后的值), f_2 从 0.235 变化到 0.319,步长为 0.002.其余参数设置为 $\beta = [0.0025, 0.003]$, $\eta = [0.2, 0.15] \times 10^{-3}$, $\alpha = [1, 1]$, $\varphi = [-0.75, -0.75]$.依据式(2)设置 SE 信号的采样点数 200, SET 信号的回波数为 32.为了保证本文算法和 2D-ESPRIT 方法计算的有效性,选取 $(M, N) = (20, 20)$, $(P, Q) = (11, 11)$. SNR 为 30dB(与实验 1 定义相同)进行 1000 次蒙特卡洛实验.

图 3 为 f_1 和 f_2 的 RRMSE 随 f_2 的变化关系,从图中可以看出,本文方法和 2D-ESPRIT 方法的频率分辨能力基本一致,随着 f_1 和 f_2 之间差值的增大,其估计精度随之提高,图中拐点为可分辨频率的开始值.当两个分量信号 f_1 与 f_2 很接近时,它们的特征向量之间不再线性独立,故此无法分辨.

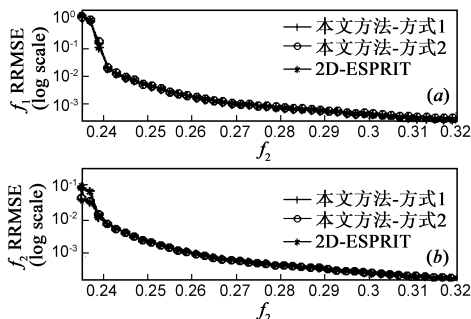


图3 实验2结果分析

从计算复杂度上来看,本文方法和 2D-ESPRIT 方法的计算量主要体现在增强矩阵束的 SVD 上.本文方法方式 1 和方式 2 需要构造行-列增强矩阵束,而 2D-ESPRIT 方法需要构造行或列增强矩阵束.假设 $M = N$, $P = Q = M/2$,那么,本文方法方式 2 中增强矩阵束的 SVD 需要 $O\left(\frac{M^2}{2}\left(\frac{M}{2} + 1\right) + \left(\frac{M}{2} + 1\right)^6\right) \propto O(M^6)$ 次浮点运算,同理可得,本文方法方式 1 和 2D-ESPRIT 方法均需要 $O(M^6)$ 级的运算量.

综上所述,本文方法与 2D-ESPRIT 方法的计算复杂度与频率分辨能力一致.但在相对低 SNR 下,本文方法优于 2D-ESPRIT 方法;在相对高 SNR 下,2D 参数估计性

能基本一致,而在 1D 参数估计性能上,本文方法优于 2D-ESPRIT 方法.

5 结论

针对加性复高斯白噪声中的多谱线 SET 信号参数估计问题,提出基于特征向量的 2-D 参数估计方法.从 Hankel 块矩阵组合方式来看,分为左右结构和上下结构两种方式.从算法本质上来讲,本文方法充分利用了 2-D Hankel 块矩阵,并利用了特征向量的结构特征,而不是特征值,特征向量的结构特征决定了本文方法具有自动配对的能力以及较高的参数估计精度,且两种方式的参数估计精度基本一致.本文方法计算复杂度主要体现在块矩阵的 SVD 上,与 2D-ESPRIT 方法相比,在具有同等计算复杂度以及频率可分辨的情况下,能够有效地实现多谱线 SET 信号参数估计.仿真数据结果证明了该算法的有效性.

参考文献

- [1] Erik Gudmundson, Andreas Jakobsson, Petre Stoica. NQR-based explosives detection — An overview [A]. 2009 International Symposium on Signals, Circuits and Systems [C]. United States: IEEE Computer Society, 2009. 1–4.
- [2] Daniels D. EM detection of concealed targets [M]. New Jersey: IEEE Press, 2010. 128–163.
- [3] Kairan Zhu, Tao Su, Xuehui He, Jinping Niu. SVD for enhanced explosives detection using NQR [A]. 2010 Symposium on Security Detection and Information Processing [C]. Langford Lane: Elsevier Ltd, 2010. 57–62.
- [4] 朱凯然, 何学辉, 郑小宝, 苏涛. 基于总体最小二乘的核四极矩共振参数估计[J]. 电波科学学报, 2012, 27(1): 134–140.
ZHU Kai-ran, HE Xue-hui, ZHENG Xiao-bao, SU Tao. The estimation of NQR parameters based on total least squares [J]. Chinese Journal of Radio Science, 2012, 27(1): 134–140. (in Chinese)
- [5] 赵振维, 娄扬, 金燕波, 毛云志. 基于自适应滤波技术的 NQR 信号处理[J]. 电波科学学报, 2008, 23(3): 429–433.
ZHAO Zhen-wei, LOU Yang, JIN Yan-bo, MAO Yun-zhi. Signal processing for NQR based on adaptive filtering [J]. Chinese Journal of Radio Science, 2008, 23(3): 429–433. (in Chinese)
- [6] Somasundaram S D, Jakobsson A, Butt N R. Countering radio frequency interference in single-sensor quadrupole resonance [J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2009, 6(1): 62–66.
- [7] Shiyong Yang, Hongwei Li, Tao Jiang. Detecting the number of 2-D harmonics in multiplicative and additive noise using enhanced matrix [J]. Digital Signal Processing, 2012, 22: 246–252.

- [8] Yingbo Hua. Estimating two-dimensional frequencies by matrix enhancement and matrix pencil [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1992, 40(9): 2267 – 2280.
- [9] Stéphanie Rouquette, Mohamed Najim. Estimation of frequencies and damping factors by two-dimensional ESPRIT type methods [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2001, 49(1): 237 – 245.
- [10] 王菁, 周建江, 江飞. 基于 GTD 模型的目标二维散射中心提取 [J]. *电子与信息学报*, 2009, 31(4): 958 – 962.
WANG Jing, ZHOU Jian-jiang, WANG Fei. 2D scattering centers extraction of objects based on GTD model [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2009, 31(4): 958 – 962. (in Chinese)
- [11] Ye Li, Javad Razavilar, K J Ray Liu. A high-resolution technique for multidimensional NMR spectroscopy [J]. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 1998, 45(1): 78 – 86.
- [12] Jun Liu, Xiangqian Liu, Xiaoli Ma. Multidimensional frequency estimation with finite snapshots in the presence of identical frequencies [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(11): 5179 – 5194.
- [13] S Sahnoun, EH Djermoune, D Brie. A Comparative Study of Subspace-Based Methods for 2-D Nuclear Magnetic Resonance Spectroscopy Signals [R]. Nancy: Nancy University, 2010. 1 – 4.
- [14] Souleyman Sahnoun, El-Hadi Djermoune, Charles Soussen, David Brie. Sparse multidimensional modal analysis using a multigrid dictionary refinement [J]. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2012, 2012: 60 – 90.
- [15] 赵学智, 叶邦彦. 基于二分递推 SVD 的信号奇异性位置精确检测 [J]. *电子学报*, 2012, 40(1): 53 – 59.
ZHAO Xue-zhi, YE Bang-yan. Accurate detection of signal singularity position based on dichotomizing recursion SVD [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2012, 40(1): 53 – 59. (in Chinese)
- [16] Guangmin Wang, Jingmin Xin, Nanning Zheng, Akira Sano. Computationally efficient subspace-based method for two-dimensional direction estimation with L-shaped array [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(7): 3197 – 3212.
- [17] Jean-Michel Papy, Lieven De Lathauwer, Sabine Van Huffel. Common pole estimation in multi-channel exponential data modeling [J]. *Signal Processing*, 2006, (86): 846 – 858.
- [18] 徐少坤, 刘记红, 魏玺章, 黎湘. 基于 CP-GTD 模型的三维散射中心参数估计 [J]. *电子学报*, 2011, 39(12): 2755 – 2760.
XU Shao-kun, LIU Ji-hong, WEI Xi-zhang, LI Xiang. Parameter estimation of 3D scattering centers based on CP-GTD model [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2011, 39(12): 2755 – 2760. (in Chinese)
- [19] 孙厚军, 李世勇, 吕昕, 胡伟东. 基于一种超分辨率算法的三维散射中心提取方法 [J]. *电子学报*, 2008, 36(3): 467 – 472.
SUN Hou-jun, LI Shi-yong, Lü Xin, HU Wei-dong. A method to extract three dimensional scattering centers based on a super-resolution algorithm [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2008, 36(3): 467 – 472. (in Chinese)

作者简介



朱凯然 男, 1982 年 8 月出生于山东省临沂市. 博士研究生. 主要研究方向为基于核四极矩共振 (Nuclear Quadrupole Resonance, NQR) 技术的爆炸物探测系统研制, NQR 信号处理, 微弱信号参数估计与检测, 雷达信号处理, 阵列信号处理.

E-mail: kairanzhu.kevin@gmail.com



何学辉 男, 1979 年 1 月生于江西省吉安市. 西安电子科技大学副教授, 硕士生导师, 研究方向为 NQR 信号处理, 信号波形优化设计, 阵列信号处理及实时信号处理.

E-mail: xhhe@mail.xidian.edu.cn

靳标 男, 1986 年 9 月出生于山西省临汾市. 博士研究生. 主要研究方向为认知雷达目标跟踪检测.

E-mail: jinpuresky@163.com

朱文涛 男, 1985 年 10 月出生于山东省临沂市. 博士研究生. 主要研究方向为雷达信号处理.

E-mail: zwt-8061414@163.com

苏涛 男, 1968 年生于陕西省西安市. 现为西安电子科技大学教授、博士生导师. 主要从事面向雷达、声纳、通信的高速实时信号处理, 信号处理快速算法研究, 并行处理系统设计, DSP 原理与设计, FPGA 中的 IP 设计以及 PowerPC 应用.

E-mail: sutao@xidian.edu.cn