

一种新的基于亚可达集的直接控制分配方法

刘 东¹, 孙玉泉², 郑 红¹

(1.北京航空航天大学自动化科学与电气工程学院,北京 100191;

2.北京航空航天大学数学与系统科学学院数学信息与行为教育部重点实验室,北京 100191)

摘要: 基针对现代飞机直接控制分配方法中可达集优化分配的计算复杂度大,难以满足控制实时性要求的问题,提出亚可达集概念,并根据此概念提出了一种基于亚可达集的直接控制分配方法,该方法可得到与可达集相同的控制效果,但计算复杂度低,运算实时性好.仿真结果表明,与可达集方法相比,搜索速度提高了60%,验证了本方法的有效性.另外,本方法也可用于其他多变量控制分配问题的求解.

关键词: 飞行控制; 多操纵面; 控制分配; 可达集合

中图分类号: V24 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2014)03-0445-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2014.03.005

A New Direct Control Allocation Scheme Based on Hypo-Attainable Moment Set

LIU Dong¹, SUN Yu-quan², ZHENG Hong¹

(1. School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;

2. LMIB & School of Mathematics and Systems Science, Beihang University, Beijing 100191, China;

Abstract: The direct allocation method for modern tactical aircraft is too complicated to meet the real-time requirements. This paper gives the concept of hypo-attainable moment set (HAMS) and then proposes a new direct control allocation scheme based on HAMS to solving the difficulty of direct allocation method. We prove that the new method in HAMS can get the same result as the direct control allocation method in attainable moment set. But the computational complexity is reduced greatly. Simulation shows that the searching speed is increased by 60%, this verifies the effectiveness of the new method. In addition, this method can also be used for other multi-variable control allocation problem.

Key words: flight control; multi-controls; control allocation; AMS (Attainable Moment Set)

1 引言

随着对飞机可靠性和隐身性要求的不断提高,先进布局的现代飞机都属于过驱系统.如何协调各操纵面的偏转,充分利用操纵面之间的控制冗余,最优地实现舵面的控制效能已成为设计飞控系统的关键环节,对飞控技术的发展具有重要的现实意义.对于过驱系统的控制算法可以分为多个层次,其结构如图1所示.

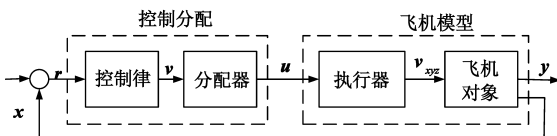


图1 控制系统结构

首先是控制规律的设计和研究^[1~5].现在这部分研究的内容更加关注模型的非线性、自适应以及动态分配等.其次是分配方法的研究,文献[6,7]对这些方法进行了比较全面的总结和比较.控制分配问题就是在给定虚拟控制指令 v 的条件下,分配器根据分配规律: $v = B(x, t)u$ 得到执行指令 u 的过程.现在的控制算法设计中,默认这一过程可以使用经典方法很好地解决.但是在实际的应用中,允许分配规律矩阵 $B(x, t)$ 随时间变化,因此在每次循环中都需要重新进行控制分配.这对控制分配算法的效率提出了更高的要求.

控制分配方法除在飞行控制中有着重要应用外,在航海、自动汽车等领域也有着广泛应用^[8~12].

在众多控制分配方法中,直接分配法由其几何意

义直观,可求解全部可达集(Attainable Moment Set, AMS)内的期望运动,在实际中有重要的应用价值^[13~17].已有的直接分配算法及其相关的方法具有计算复杂或可能得不到最优解等不足,限制了该方法的进一步应用.

本文的主要工作是给出了一种新的实现直接分配的算法,在保持面搜索法求解能力的同时提高其计算效率,从而提高飞行控制系统的整体效率.

本文分析了直接分配方法在保证计算准确性的同时影响计算速度的原因,认为其计算复杂度主要集中于可达集边界与控制向量交点的搜索;同时,由于操纵面的多样性及复杂性,使得可达集构成的封闭空间边界不规则,也是导致现有的直接分配控制方法计算量大,难以满足实际工作需要的原因.尤其是,当飞机处于战斗状态时,其飞行姿态瞬息万变,对于飞控系统的实时性、准确性提出了更高的要求,使得各种方法的计算实时性面临更为严峻的挑战.针对这个问题,本文提出亚可达集概念,并在此基础上提出了基于亚可达集的直接控制分配方法.该方法在不改变控制分配结果的前提下,使得计算时间效率提高了60%.

2 直接分配方法及其存在问题

2.1 控制分配

对飞机控制多个不同的独立操纵界面,主要是控制不同舵面的角度偏转,以使飞机改变飞行姿态,飞机控制输入变量是不同舵面的偏转角,其控制的输出结果是各个独立舵面执行指令后的偏转速率及偏转位置.

给出该问题的输入、输出、约束假设如下.

(1)飞机控制输入用向量表示为:

$$\mathbf{u} = [u_1, u_2, \dots, u_m]^T$$

式中: \mathbf{u} 为舵面控制向量; u_i 为第*i*个舵面的控制分量; m 为可控制舵面数量.

(2)所有舵面均受到最大偏转位置约束,所有约束形成的控制边界集合表示为:

$$\Omega = \{\mathbf{u} \mid \mathbf{u}_{\min} \leq \mathbf{u} \leq \mathbf{u}_{\max}\}$$

式中: Ω 为舵面控制变量的约束边界集合; \mathbf{u}_{\min} 为舵面控制向量的下界; \mathbf{u}_{\max} 为舵面控制向量的上界.

(3)期望控制飞机的飞行姿态用虚拟控制指令描述,用向量表示为:

$$\mathbf{v} = [v_1, v_2, \dots, v_n]^T, n < m$$

式中: \mathbf{v} 为虚拟指令向量; v_i 为虚拟指令第*i*个分量; n 为虚拟指令控制变量 \mathbf{v} 的维数.

(4)控制效率矩阵为 \mathbf{B} ,线性控制分配问题可描述为:

$$\mathbf{v} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{u} \quad (1)$$

式中, $\mathbf{B} \in R^{n \times m}$.

上述假设确定的目标可达集(AMS)表示为:

$$\Phi = \{\mathbf{v} \mid \mathbf{v} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}, \mathbf{u} \in \Omega\} \quad (5)$$

若以 ∂ 表示任意集合的边界,则控制集的边界为 $\partial(\Omega)$,AMS的边界为 $\partial(\Phi)$. $\partial(\Omega)$ 包含 $2m$ 个边界顶点,不妨记 $\partial(\Gamma)$,而 $\partial(\Phi)$ 由 $n(n-1)$ 个边界面组成,包含 $n(n-1)+2$ 个边界顶点,记为 $\partial(D)$.

显然,根据上述假设,控制变量的约束集合构成了飞机可控空间,称为可达集.所期望的飞行姿态控制变量必须在可达集构成的空间内才能保证飞行姿态的可控性.因此,分配控制问题就是:当给定期望的飞行姿态 \mathbf{v}_d ,求出该向量与可达集面的交点,由交点反演飞机的实际控制输入 \mathbf{u}_p .

2.2 直接分配方法及其存在问题

2.2.1 直接分配优化方法

直接分配法是基于目标可达集几何空间的最优分配方法,可以实现目标可达集中的所有控制目标,在求解过程中应保持得到结果的有效性,所以,该问题的关键可描述如下:

若在期望向量 \mathbf{v}_d 方向上与 $\partial(\Phi)$ 的交点为 \mathbf{v}_p ,则经过向量运算可找到 \mathbf{v}_p 对应的控制输入 \mathbf{u}_p .取 $t = \|\mathbf{v}_d\|_2 / \|\mathbf{v}_p\|_2$,当 $t \leq 1$ 时, $\mathbf{v}_d \in \Phi$,即 \mathbf{v}_d 是可达的,可由 \mathbf{u}_p 按 t 缩减实现 \mathbf{u}_d ,使得 $\mathbf{v}_d = \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}_d$;当 $t > 1$ 时, $\mathbf{v}_d \notin \Phi$, \mathbf{v}_d 不可达,取 $\mathbf{u}_d = \mathbf{u}_p$ 使 \mathbf{v}_d 在其方向上取得最大值.因此,直接分配算法产生的各舵面分配值为:

$$\mathbf{u} = \begin{cases} t \cdot \mathbf{u}_p, & t \leq 1 \\ \mathbf{u}_p, & t > 1 \end{cases} \quad (2)$$

当 \mathbf{v}_d 在可达集之内时,期望指令可通过舵面的偏转得以完全实现;但当 \mathbf{v}_d 在可达集之外时,直接分配算法的控制变量 \mathbf{v}_p 是 \mathbf{v}_d 方向的最大可达量.

由于各操纵面受到偏转极限约束, n 维可达集 Φ 为一 n 维多面体, $\partial(\Phi)$ 由 $n-1$ 维多面体组成^[9]. $\partial(\Phi)$ 中的点可由 $\partial(\Omega)$ 中的点通过线性映射得到,但是 $\partial(\Omega)$ 中的点映射以后不一定都在 $\partial(\Phi)$ 中.若任意 r 维控制量变化,其余控制量饱和时控制输入记为 \mathbf{u}' ,得到控制约束子集 $\Omega' \in \Omega$,则 Ω' 共有 $2^{m-r} m! / (r! \cdot (m-r)!)$ 个边界多面体,组成边界子集 $\partial(\Omega')$.其中,第*i*种舵面组合记为 \mathbf{u}'_i ,得到控制子集和边界子集分别为 Ω'_i 、 $\partial(\Omega'_i)$. Ω'_i 经过线性映射以后,得到可达子集 $\Phi'_i \in \Phi$,对应的边界子集为 $\partial(\Phi'_i)$.

定理1^[13] 控制效率矩阵为 \mathbf{B} 满足任意 n 列线性无关,对给定的 $\forall \mathbf{v}_d \notin \Phi$,假设与 $\partial(\Phi'_i^{-1})$ 相交且交点为 \mathbf{v}_p ,对应的原像点 $\mathbf{u}_p \in \partial(\Omega'_i^{-1})$,使得 $\mathbf{v}_p = \mathbf{B}\mathbf{u}_p$,那么有:

(1) $\exists \mathbf{u} \in \partial(\Omega'_i^{-1})$,在 $\partial(\Phi'_i^{-1})$ 中的映射 \mathbf{v} 满足 $\|\mathbf{v}_d - \mathbf{v}\|_p (1 \leq p < +\infty)$ 最小,且 \mathbf{u} 唯一.

(2)当 v_d 连续变化时, u 也连续.

由定理 1 可知, $\partial(\Omega_i^{-1})$ 中任意一点 u 虽有无数个 v_d 与之对应, 但任意 v_d 在 $\partial(\Phi_i^{-1})$ 中只有唯一的最优值满足控制代价的指标要求.

2.2.2 直接分配优化方法存在的问题

三维目标控制分配问题的直接分配方法中, 经典算法有面搜索方法和对分边搜索算法. 面搜索算法需要搜索目标可达集的所有面, 算法的复杂性使其难以实时应用; 目标可达集随飞行状态、故障的变化使得离线计算目标可达集面的方法也不现实. 由于对分次数的限制, 对分边搜索算法在有些情况下得到的结果不是最优. 面搜索法在每个面的搜索过程中需要求解一次方程组, 整体搜索次数多, 计算量大, 不能满足实时性的需求. 若能选取较好的搜索初始方向, 则能较快的完成搜索过程, 减少计算量, 提高搜索速度, 但是, 一般而言搜索初始方向具有随机性, 实际中需要根据经验确定. 虽然可以从与虚拟指令最靠近的向量开始, 逐渐搜索相邻的面. 但是, 该方法需要比较所有顶点所对应的向量和虚拟指令向量之间的位置关系, 当顶点数较多时, 计算量呈几何级数增加.

针对上述问题, 本文提出亚可达集概念, 并给出亚可达集的构建方法, 使得控制空间的顶点数大大减少. 同时, 提出了一种新的基于顶点向量夹角的搜索方法, 确定虚拟向量与亚可达集的最大可能相交面, 直接排除不可能相交面, 提高了算法的搜索效率.

3 亚可达集构建及其有效性证明

针对可达集搜索速度慢的问题, 考察减少搜索面的方法. 首先给出亚可达集概念.

定义 1 亚可达集 对 $\partial(D)$ 中任意点 v_r , 可与其相邻的顶点构成三维多面体 $\partial(\Phi_r)$, 而 $\partial(\Phi_r)$ 中除 v_r 外的顶点可形成 $\partial(\Phi_r)$ 的一个边界多面体 $\partial(\Phi_{hr})$. 同样地, $\partial(\Phi_{hr})$ 相邻顶点为 v_r , 可类似地得到 $\partial(\Phi'_{hr})$. 所有的 $\partial(\Phi_{hr})$ 可形成空间上封闭的凸集, 其体积比可达集小, 称之为亚可达集 (HAMS).

3.1 亚可达集构建

HAMS 的构建主要有以下几个步骤:

step1 将 AMS 的顶点做标记 $\text{Flag} = 0$, 并取任一点加入 $\partial(T_h)$, $\partial(D_h)$, $\partial(\Gamma_h)$ 和 $\partial(\Phi_h)$ 均为空集.

step2 取 $\partial(T_h)$ 中任意 $\text{Flag} = 0$ 的点, 记为 T_0 , 将 T_0 加入 $\partial(D_h)$, 并令其 $\text{Flag} = 1$, 判断 T_0 在 AMS 中的顶点类型, 转入 step3; 若 $\partial(T_h)$ 中所有点 $\text{Flag} = 1$, 转入 step5.

step3 寻找 HAMS 的边界顶点, 找出包含 T_0 的某个边界面, 判断是否在 $\partial(\Phi_h)$ 中; 若不是, 加入 $\partial(\Phi_h)$ 并按象限分为 2^n 个子集, 转入 step4; 若所有边界面均已

在 $\partial(\Phi_h)$ 中, 转入 step2.

step4 找出该边界面上与 T_0 同类的边界顶点 T_a 和不同类的边界顶点 T_b , 判断 T_a 其是否属于 $\partial(D_h)$; 若不是, 分别加入顶点集 $\partial(D_h)$ 和 $\partial(T_h)$; 判断 T_b 是否属于 $\partial(\Gamma_h)$, 若不是则加入 $\partial(\Gamma_h)$; 转入 step3.

step5 由 $\partial(\Phi_h)$ 围成的凸集即是 HAMS.

可达集的几何形状为空间中的多面体, 其每一个面均为平行四边形, 如图 2 所示. 图中实线所围的空间几何体即是三轴力矩系数的可达集, 共包含 44 个顶点和 42 个边界面. 图中实体部分是亚可达集, 其顶点数减少了约一半.

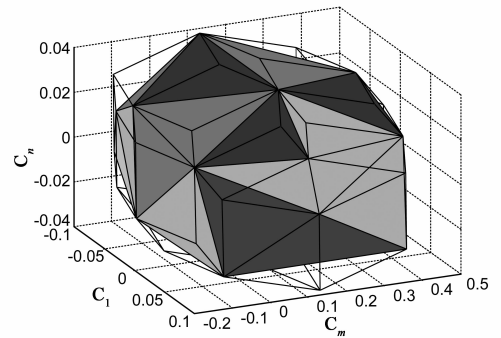


图2 三维空间中的AMS和HAMS

3.2 亚可达集特性及其证明

(1) 亚可达集特性

亚可达集封闭空间的顶点数大约是可达集的一半左右, 下面给出相应证明.

如图 3 所示, 选定两个不相邻的面 Γ_1 和 Γ_2 , 以 Γ_1 所在面为顶点, 将多面体向 Γ_2 所在平面内进行球极投影, 则可达集的顶点和边界线, 在平面上形成一个由四边形构成的网格.

中心的四边形即为 Γ_2 , 最外层的圆为 Γ_1 的边界. 我们按照由内到外的顺序给图 3 中的四边形进行分层, Γ_2 为第一层, 所有与其相连接的四边形标为第二层, 所有与第二层相邻的四边形标为第三层, 依次类推. 对每一层的外侧边界顶点按逆时针顺序标号.

如图 3 所示, 第一层为四边形共有四个顶点. 第二

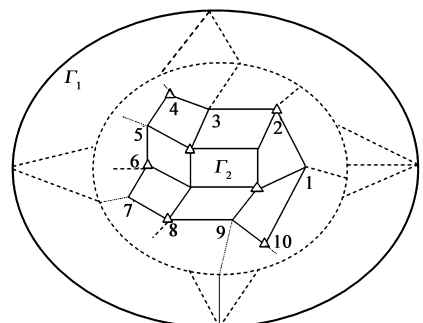


图3 AMS在平面内的投影

层外侧共有 10 个顶点, 设网格共有 n 层, 第 i 层的顶点数为 k_i , 则可达集总顶点数为:

$$N = \sum_{i=1}^n k_i.$$

对于亚可达集中点的数量给出定理 2 及其证明.

定理 2 设可达集的顶点数为 N , 经过投影变换后为 n 层, 第 i 层的外侧顶点有 k_i 个, 则亚可达集的顶点数为

$$N' = N - \sum_{i=1}^n \left[\frac{k_i}{2} \right].$$

证明: 根据亚可达集的构造方法, 从最内层开始, 分析在亚可达集的构建中顶点的关系. 根据亚可达集的构造方法, 在同一个四边形 $ABCD$ 中, 互为对角的两个顶点 AC, BD 具有相同的去掉或保留的关系, 我们称之为等价, 记为

$$A \Leftrightarrow C, B \Leftrightarrow D.$$

根据这个规则, 对于第一和第二层, 即 $i = 1, 2$ 时, 图 3 中标记为三角号的点是一组构造亚可达集时的可去点. 显然这些点在同一层的边界上相互间隔.

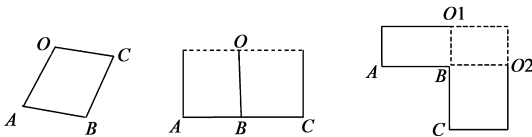


图4 同一层中相邻三顶点的关系

第 i 层中顶点在构造亚可达集时是否也满足这种间隔的关系, 只需考虑边界上三个相邻顶点的关系. 根据网格层数的划分, 在每层上相邻的三个顶点的位置关系有如图 4 所示的三种情况.

首先, 三个顶点 A, B, C 在一个四边形中, 显然有 $A \Leftrightarrow C$, 因此满足相隔的关系. 其次三个顶点落在有公共边的两个四边形中, 此时 $A \Leftrightarrow O, O \Leftrightarrow C$, 根据等价关系的传递性, 有 $A \Leftrightarrow C$. 最后, 三个顶点落在只有一个公共顶点的两个四边形中, 此时 $A \Leftrightarrow O1, O1 \Leftrightarrow O2, O2 \Leftrightarrow C$, 所有 $A \Leftrightarrow C$. 因此在所有的层上, 可去掉的顶点都满足相互间隔的性质. 因此第 i 层可去掉的顶点数为

$\left[\frac{k_i}{2} \right]$, 可去掉的顶点总数为 $\tilde{N} = \sum_{i=1}^n \left[\frac{k_i}{2} \right]$, 因此定理得证.

根据证明过程可知, 当 k_i 不全为偶数时 $N' > \frac{N}{2}$, 但它们还满足关系式

$$\frac{N}{2} < N' < \frac{N+n}{2}$$

图 2 中实体部分是亚可达集, 包含 22 个顶点, 减少了顶点的数量, 从而可以减少搜索时间. 亚可达集中的边界面都是三角形, 每个面的三个顶点中两两在可达

集的边界中共面. 这说明亚可达集中的每个边界面与可达集的三个边界面相关.

因此在亚可达集中完成初步搜索后, 可以直接在其对应的可达集的三个面中进行进一步的搜索, 就可得到与可达集中使用直接控制分配方法同样的结果.

结论 1 设亚可达集中求得边界面的顶点为 A, B, C , 则在此基础上, 最多再需 3 次搜索就可得到可达集中的解.

证明: 根据亚可达集的构造方法, 亚可达集中的一个面在可达集中所对应的边界面最多有三个(图 2). 每个边界面含有 A, B, C 中的两个点作为顶点. 可达集中的解是求虚拟向量与这三个边界面的交点, 因此在已知 A, B, C 的基础上, 最多需要三次搜索即可得到可达集中的解.

3.3 基于亚可达集的搜索方法

亚可达集极大地减少了顶点的数量, 从而可以大大减少搜索的时间, 亚可达集中的边界面都是三角形. 如果使用一种新的通过顶点信息的搜索方法, 则可以大大缩短搜索时间, 提高搜索速度. 若虚拟指令 \mathbf{v} 与亚可达集的某个面相交, 则向量 \mathbf{v} 必处在该边界面的三个顶点所对应的向量形成的三棱锥当中, 如图 5 所示.

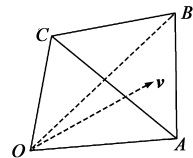


图5 虚拟指令和边界面的位置关系

为确定包围向量 \mathbf{v} 的向量 OA, OB, OC , 将亚可达集中所有顶点对应的向量分解为向量 \mathbf{v} 上和向量 \mathbf{v} 的法平面内.

显然在向量 \mathbf{v} 上的分量全为负的那些三棱锥不可能包含虚拟指令.

每个边界面的三个顶点和边在 \mathbf{v} 的法平面内的投影构成一个三角形, 显然包含坐标原点的那个三角形, 恰好是 ABC 的投影. 如图 6 所示

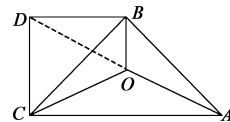


图6 边界面顶点在虚拟指令法平面内投影位置关系

此时, 寻找相交边界面可以转化为寻找原点所在的三角形. 这个过程仅需要将所有顶点所对应的向量在 \mathbf{v} 上及其法平面内进行投影.

设某顶点所对应的向量为 \mathbf{r} , 则该向量在 \mathbf{v} 上的分量大小即为它与 \mathbf{v} 的内积

$$h = (\mathbf{r}, \mathbf{v})$$

若一个边界面对应的所有 $h < 0$, 则无需进一步计算; 否则, 可进一步计算其在法平面的投影

$$r' = r - \frac{h}{t}v$$

其中 t 是 v 的 2-范数. 然后根据每个边界的顶点投影后所对应的向量间的夹角关系, 即可以确定所要找的边界面. 在这个计算过程中, 主要运算是对顶点所对应的向量的投影运算, 而通过简单的内积运算可以排除一半左右的向量. 因此亚可达集中的新的搜索方法, 避免了每一步搜索过程中求解方程组的运算, 再加上顶点数的减半, 及内积符号的判别, 实际上需要计算投影的向量约为可达集中向量的四分之一左右, 因此大大节省了计算量.

使用亚可达集进行求解的算法流程如图. 对于一些特殊的指令, 可以直接得到相应的 u , 从而可以避免繁琐的运算, 因此在第一步先进行一下初步的判断.

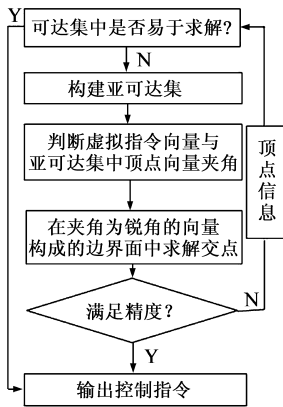


图7 算法流程图

在亚可达集基础上, 额外进行搜索的运算量和在可达集中直接搜索的计算量相比是可以忽略的. 所以该方法以较小的计算量可以达到与可达集中直接控制分配方法同样的结果.

为了研究该方法在控制面出现故障时的控制效率, 假设各操纵面动作相互独立, 引入控制效率系数矩阵

$$\lambda = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_m)$$

控制效率可描述为: $0 \leq \lambda_i \leq 1$, 取值的大小决定了故障的严重程度. 考虑故障效率矩阵、操纵面偏转物理约束的非线性飞控系统的控制分配问题表示为

$$\bar{v}(t) = B u(t)$$

其中新的控制效率矩阵 $\bar{B} = B\lambda$.

在故障状态下的解还是超平面和超立方体的交集, 由于两者均为凸集, 所以它们的交集也是凸集, 所以还可以使用直接分配法进行求解. 需要特别注意的是

是此时矩阵 \bar{B} 任意 n 列线性无关的性质可能不再满足, 在求解时需要特别注意.

4 仿真及验证

为了验证本算法的有效性, 利用某型飞机^[13]进行仿真验证.

该飞机的控制输入 u 主要包括左右平尾 (u_1, u_2), 左右襟翼 (u_3, u_4), 左右副翼 (u_5, u_6) 及方向舵 (u_7).

各舵面均可独立偏转, 且偏转的极限为:

$$u_{\max}^T = [10.5 \quad 10.5 \quad 45 \quad 45 \quad 30 \quad 30 \quad 30],$$

$$u_{\min}^T = [-241 \quad -24 \quad -8 \quad -8 \quad -30 \quad -30 \quad -30].$$

取虚拟指令为 $v^T = [C_l \quad C_m \quad C_n]$, 控制效矩阵为:

$$B^T = 10^{-4} \times \begin{bmatrix} 2.38 & -69.8 & -3.09 \\ -2.38 & -69.8 & 3.09 \\ 12.3 & 9.94 & 0 \\ -12.3 & 9.94 & 0 \\ 4.18 & -5.52 & -1.74 \\ -4.18 & -5.52 & 1.74 \\ 0.358 & 0 & -5.62 \end{bmatrix}$$

此时该控制问题对应的可达集共包含 44 个顶点和 42 个边界面, 它所对应的亚可达集具有 27 个顶点.

我们使用 Matlab7.0 和 Windows 操作系统, 运行环境为 Intel(R), core(TM)2 CPU, 1.86GHz, 内存为 2G.

随机选取了 500 组偏航指令, 分别用可达集直接分配和亚可达集分配来仿真验证算法的实时性能.

用 C_l, C_m, C_n 分别表示虚拟指令的三个方向. 虽然在实际使用中不需要亚可达集的求解结果, 但是为了对亚可达集有更直观的认识, 我们给出了两种方法所得指令向量对比图(图 8)和误差三维分布图(图 9).

从图中可以看出, 两种计算结果的误差向量绝大部分都在原点附近, 仅有少数误差较大.

表 1 列出了执行上述结果三次的 CPU 时间和搜索次数的详细情况.

表 1 AMS 与 HAMS 搜索时间和次数的比较

执行次数	方法	CPU(s)	时间比例	搜索次数	次数比例
1	AMS	0.28	46%	10765	38%
	HAMS	0.13		4113	
2	AMS	0.28	46%	10713	38%
	HAMS	0.13		4056	
3	AMS	0.28	46%	11149	37%
	HAMS	0.12		4072	

表 1 的第一列为执行 500 次随机指令的次数; 第二列为使用方法; 第三列为两方法的 CPU 时间(s); 第四列为 HAMS 所用时间占 AMS 时间的百分比; 第五列为

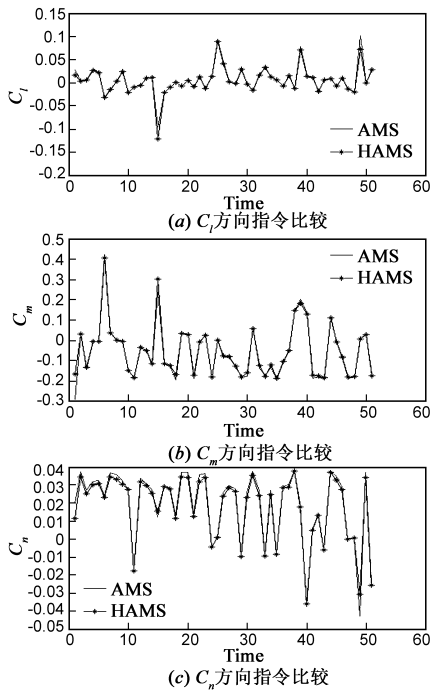


图8 可达集指令和亚可达集指令

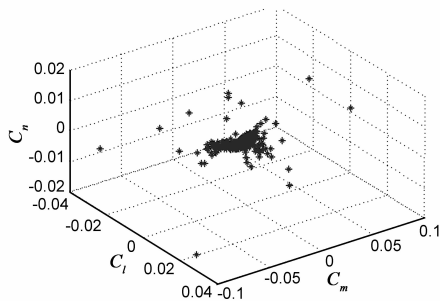


图9 可达集指令和亚可达集指令误差

两方法的搜索次数;最后一列为 HAMS 搜索次数占 AMS 搜索次数的百分比。

由前面理论分析知,在面的搜索过程中,求解方程组的计算量是总计算量的主要部分。

亚可达集的顶点数只有可达集顶点的一半左右,在使用了新的搜索方法后,可以迅速排除不需要搜索的面,使得方法能够尽快搜索到正确的面。从表 1 中可以看出,在实际计算中,亚可达集的搜索次数比可达集减少了一半以上,最多仅占可达集的 38%,少于理论的 50%。新的搜索方法额外的计算是计算顶点向量和虚拟向量的内积,每次计算只需要 5 次浮点运算,而使用直接搜索法每次需要求解一个 3 阶的方程组,计算量为 $O(3^3)$ 。

因此,新搜索方法增加的计算量比起直接搜索法的计算量可以忽略。实际计算结果也表明(表中 3, 4 列),新算法的 CPU 时间不超过可达集中直接搜索法时

间的一半。根据结论 1,在亚可达集计算结果的基础上,平均需要 1.5 次面搜索即可获得可达集中的解。对于 500 次指令运算来说,只需要增加 750 次面搜索,由表中第 3 列的结果,新的搜索方法增加 750 次搜索后,其搜索量仍然不到可达集的一半。由此可见,基于亚可达集的直接分配算法可以大大减小运算复杂度,提高了飞控系统的实时性。

指令动态跟踪结果:图 10 给出了连续飞行指令动态跟踪结果,图中横轴为飞机姿态控制时间,纵轴为单参数变化值。

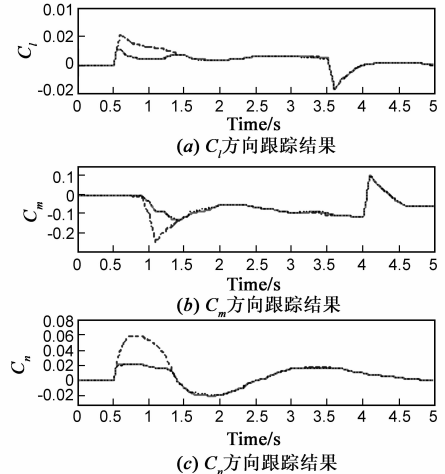


图10 期望指令和跟踪指令曲线

图 10 中虚线是期望指令,实线是在亚可达集基础上的直接分配方法得到的分配结果,从图中可以看出,分配指令能够较好的跟踪期望指令,其结果和文献[13]中的一致。

5 结束语

在研究直接分配控制的基础上,提出了一种兼具优化性的直接分配控制方法,将二次规划的复杂搜索转化成空间向量的简单运算,充分地利用冗余舵面跟踪期望指令。同时,构建了用于计算最优控制分配解的亚可达集,相比基于可达集的分配方案,亚可达集直接分配方法的在线计算时间更短。仿真结果表明,本文提出的方法能够实现可达集内的所有指令,兼有响应速度快的优点,可用于多操纵面飞机的在线控制分配,也可推广应用到其他多变量控制系统。

参考文献

- [1] M Benosman, F Liao, K Y Lum, J L Wang. Nonlinear control allocation for non-minimum phase systems[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2009, 17 (2): 394-404.
- [2] J M Wang. Coordinated and reconfigurable vehicle dynamics control[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technolo-

- gy, 2009, 17 (3): 723-732.
- [3] A B Page, Steinberg M L. Effects of control allocation algorithms on a nonlinear adaptive design [A]. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference [C]. Portland, Oregon: AIAA, 1999. 1-12.
- [4] E R Oort, L Sonneveldt, Q P Chu, J A Mulder. Adaptive optimizing nonlinear control design for an over-actuated aircraft model [A]. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference [C]. Portland, Oregon: AIAA, 2011. 1-16.
- [5] S A Frost, B R Taylor, C V Jutte, J J Burken, Trinh K V, Bodson M. A framework for optimal control allocation with structural load constraints [A]. AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference [C]. Canada, Toronto: AIAA, 2010. 1-13.
- [6] T A Johansen, T I Fossen. Control allocation-a survey [J]. Automatica, 2012, 49(2): 1087 - 1103.
- [7] M W Oppenheimer, DB Doman, M A Bolender. The Control Handbook, Control System Applications [M]. Second Edition. Boca Raton: CRC Press, 2010.
- [8] MBodson. Evaluation of optimization methods for control allocation [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2002, 25(4): 703-711.
- [9] Y Ikeda, M Hood. An application of L1 optimization to control allocation [A]. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference [C]. USA, Denver: AIAA, 2000. 1 - 11.
- [10] H Alwi, Edwards C H. Fault tolerant control using sliding modes with on-line control allocation [J]. Automatica, 2008, 44(7): 1859 - 1866.
- [11] T A Johansen, T P Fuglset, P Tondel, T I Fossen. Optimal constrained control allocation in marine surface vessels with rudders [J]. Control Engineering Practice, 2008, 16 (4): 457 - 464.
- [12] F Liao, K Y Lum, J L Wang, M Benosman. Adaptive control allocation for non-linear systems with internal dynamics [J]. Control Theory & Applications, IET, 2010, 4 (6): 909 - 922.
- [13] 李卫琪, 魏晨, 陈宗基. 受限控制直接分配新算法 [J]. 北京航空航天大学学报, 2005, 31(11): 1177 - 1180.
Li Wei-qi, Wei Chen, Chen Zong-ji. New algorithm for constrained control direct allocation [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2005, 31 (11): 1177 - 1180. (in Chinese)
- [14] W C Durham. Constrained control allocation [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1993, 16(4): 717 - 725.
- [15] W C Durham. Constrained control allocation: Three moment problem [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1994, 17(2): 330-336.
- [16] W C Durham. Attainable moments for the constrained control allocation problem [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1994, 17(6): 1371 - 1373.
- [17] W C Durham. Computationally Efficient Control Allocation [P]. US Patent: 6278908 B1, August 2001.

作者简介

刘 东 男, 1983 年出生, 北京航空航天大学自动化科学与电气工程学院博士研究生. 主要研究方向: 飞行器控制理论与技术, 故障诊断理论与技术.

E-mail: dbao666@sina.com

孙玉泉 男, 1977 年出生, 北京航空航天大学数学与系统科学学院教师. 主要研究方向为信息与科学计算.

E-mail: sunyq@buaa.edu.cn

郑 红 女, 1961 年出生, 北京航空航天大学自动化科学与电气工程学院博士研究生, 教授, 博士生导师. 主要研究方向: 自动目标识别理论与技术, 信号处理理论与技术, 嵌入式系统理论与技术.

E-mail: julyanna@vip.sina.com