

# MMSE 准则下近似最优 MIMO 分组并行检测算法

芮国胜<sup>1</sup>, 张海波<sup>1</sup>, 田文彪<sup>1</sup>, 张 洋<sup>1</sup>, 邓 兵<sup>2</sup>, 李廷军<sup>2</sup>

(1. 海军航空工程学院信号与信息处理山东省重点实验室, 山东烟台 264001; 2. 海军航空工程学院电子信息工程系, 山东烟台 264001)

**摘要:** 在采用多天线高阶 QAM 的 MIMO 通信系统中, 现有基于信道分组并行检测算法虽然接近最优检测性能但以牺牲计算效率为代价. 针对这一问题, 本文提出一种 MMSE 准则下基于信道分组的并行检测算法, 不但有效降低计算复杂度, 而且仍保证检测性能. 该算法采用 MMSE 准则下格归约算法改进分组后条件较好子信道矩阵特性, 并在消除参考信号基础上利用改进的子信道矩阵对剩余信号以非线性方式进行检测. 仿真结果表明: 对  $4 \times 4$  和  $6 \times 6$  MIMO 系统, 该算法检测性能达到最优, 对于  $8 \times 8$  MIMO 系统, 比最优算法所需信噪比提高约 1dB. 复杂度分析表明: 相比现有信道分组检测算法, 相同检测性能下该算法在  $6 \times 6$  MIMO 系统中复杂度降低 90% 以上, 在  $8 \times 8$  MIMO 系统中复杂度降低 98% 以上.

**关键词:** 多输入多输出系统; 最小均方误差; 信道分组; 并行检测; 格归约; 正交幅度调制 (QAM)

**中图分类号:** TN929      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2013) 10-1881-07

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2013.10.002

## A Near-Optimal Parallel Detection Algorithm Based on Channel Partition and MMSE Criterion

RUI Guo-sheng<sup>1</sup>, ZHANG Hai-bo<sup>1</sup>, TIAN Wen-biao<sup>1</sup>, ZHANG Yang<sup>1</sup>, DENG Bing<sup>2</sup>, LI Ting-jun<sup>2</sup>

(1. Signal and Information Processing Provincial Key Laboratory in Shandong, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai, Shandong 264001, China; 2. Department Electronic Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai, Shandong 264001, China)

**Abstract:** For the MIMO systems with a large number of antennas and a large QAM constellation, the existing parallel detection algorithms, which are based on channel partition, can approach the optimal detection performance but the computational efficiency is sacrificed. In order to solve the problem, a new parallel detection algorithm based on channel partition is proposed. This algorithm can not only efficiently reduce the computational complexity but also guarantee the detection performance. After channel partition, this algorithm firstly employs the lattice reduction algorithm under the MMSE criterion to improve the properties of the sub-channels; and then the remaining signals are detected with a nonlinear method. The simulation results show that the proposed algorithm achieves the near-optimal detection performance for the  $4 \times 4$  and  $6 \times 6$  MIMO systems and its performance decreases 1dB for the  $8 \times 8$  MIMO systems compared to the optimal performance. Complexity analysis shows that its complexity is reduced 90% or above for  $6 \times 6$  MIMO systems and 98% or above for  $8 \times 8$  MIMO systems at the same BER.

**Key words:** multiple-input multiple-output (MIMO); minimum mean square error (MMSE); channel partition; parallel detection; lattice reduction; QAM

### 1 引言

MIMO 无线通信系统通过在发射端和接收端安装多根天线可以有效地提高信道容量以及改善系统频谱效率, 并且不需要分配额外带宽<sup>[1-3]</sup>. 如何在保证高传输速率的同时快速有效地在接收端检测出已发送信号就成为 MIMO 系统中必须研究解决的问题<sup>[4,5]</sup>.

MIMO 系统中最大似然 (Maximum Likelihood, ML) 检

测算法性能是最优的, 但是其复杂度随天线数和调制阶数成指数级增加<sup>[6]</sup>, 因此不具有实用价值. 经典次优检测算法, 如迫零 (Zero Forcing, ZF) 线性检测算法、MMSE (Minimum Mean Square Error) 线性检测算法以及非线性连续干扰消除检测算法 (即 V-BLAST, Vertical Bell Labs Layered Space-Time) 虽然极大地降低了检测时计算复杂度, 但是其误比特率性能与 ML 算法始终有较大差距, 因此很少单独应用于实际系统中<sup>[7]</sup>.

为了在检测性能和计算复杂度之间取得较好折中,文献[8]提出了信道分组概念,即将信道增益矩阵中子信道分为两部分,一部分采用 ML 算法检测,另一部分采用经典次优算法检测.但是由于没有考虑信道条件影响,其性能相比次优检测算法提高有限.后来多种基于信道分组的并行检测算法被提出<sup>[9]</sup>.通常信道分组并行检测算法分为三部分:基于最大似然原理的参考信号产生、子检测器和欧式距离判决<sup>[10]</sup>.文献[11]在信道分组基础上,提出了广义并行干扰消除(Generalized Parallel Interference Cancellation, GPIC)算法.文献[12]在噪声预测部分判决反馈检测(Noise Predictive Partial Decision Feedback, NP-PDF)算法<sup>[13]</sup>基础上提出了噪声预测部分判决反馈并行检测算法(NP-PDF-PD).GPIC 算法首先对影响检测性能较大的几组信道采用遍历所有可能信号点方式进行检测,然后从接收到的信号中消除这一组参考信号的影响;在子检测器部分采用复杂度低的次优线性检测算法对剩余信号进行检测,最后使用欧式距离判决最终检测结果.但是 GPIC 算法因天线数增加以及高阶 QAM 的应用,存在复杂度迅速增加的缺陷;NP-PDF-PD 算法在消除最差子信道影响后对影响参考信号点的噪声进行预测以提高检测性能,但也存在复杂度过高的问题.

为了解决分组并行检测算法计算复杂度与检测性能之间的矛盾,并在二者之间找到较好平衡点,本文提出了一种新的信道分组并行检测算法.该算法在对信道分组之后,采用 MMSE 准则下格归约(Lattice Reduction)算法对剩余子信道矩阵进行拓展,并改善子信道特性,即使剩余子信道间正交性更好,子信道向量长度更短.在改进后的子信道矩阵基础上结合参考信号点以非线性方式进行检测,最终达到降低计算复杂度提高检测性能目的.

## 2 系统模型

### 2.1 MIMO 系统模型

对于一个 MIMO 无线通信系统,假设其发射端配置  $N_T$  个发射天线,接收端配置  $N_R$  个接收天线;同时假设在接收端可以获得完整信道状态信息(Channel State Information, CSI),并用矩阵  $\mathbf{H}$  表示,则这个 MIMO 系统可以表示为:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} = \sum_{i=1}^{N_T} \mathbf{h}_i x_i + \mathbf{n} \quad (1)$$

其中矩阵  $\mathbf{H}$  是一个  $N_R \times N_T$  的矩阵(其中  $N_R \geq N_T$ ,以满足所发送各层数相互独立的条件),其元素为复数值; $\mathbf{h}_i$  是矩阵  $\mathbf{H}$  的第  $i$  个列向量,且  $i = 1, 2, \dots, N_T$ ;向量  $\mathbf{x}$  代表发送端所发射信号向量,是一个  $N_T \times 1$  列向量,且  $\mathbf{x} = [x_1,$

$x_2, \dots, x_{N_T}]^T$ ,其中向量  $\mathbf{x}$  的元素取自 M-QAM 星座中信号点,且  $M = 4, 16, 64, 256, \dots$ ;向量  $\mathbf{y}$  代表接收端接收到信号向量,是一个  $N_R \times 1$  列向量,且  $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_{N_R}]^T$ ;向量  $\mathbf{n}$  代表加性复高斯白噪声,且服从均值为 0,方差为  $\sigma^2$  的均匀分布,即  $E[\mathbf{nn}^H] = \sigma^2 \mathbf{I}$ ,且  $\mathbf{n} = [n_1, n_2, \dots, n_{N_R}]^T$ .在本文中,上标<sup>T</sup>,<sup>H</sup>和<sup>†</sup>分别代表矩阵或向量的转置,共轭转置和广义逆. $\|\cdot\|$ 代表向量 2-范数.

### 2.2 复数域的格

在  $n$  维复空间  $\mathbf{C}^n$  中定义秩为  $m$  的复数值格<sup>[14]</sup>:

$$L = \left\{ \mathbf{a} \mid \mathbf{a} = \sum_{l=1}^m z_l \mathbf{b}_l, z_l \in \mathbf{Z}_j \right\} \quad (2)$$

其中,  $\mathbf{b}_l$  代表基向量,其元素是复数值,  $z_l \in \mathbf{Z}_j = \mathbf{Z} + j\mathbf{Z}$  代表复整数值,也称作高斯整数(Gaussian integers).对比式(1)和式(2),可以看出式(2)中  $\mathbf{b}_l$  相当于式(1)中  $\mathbf{h}_i$ ,  $x_i$  相当于  $z_i$ ,因此可以将格归约思想应用于 MIMO 无线通信系统检测中.

格归约算法实质就是对向量组  $\mathbf{b}_l$  进行处理,找到另一组正交性更好,长度更短的向量组  $\mathbf{b}'_l$ .目前主要算法包括:Size reduction 算法、Gauss reduction 算法、LLL reduction 算法、Seysen's reduction 算法以及 Brun's reduction 算法<sup>[14]</sup>.其中 LLL(Lenstra, Lenstra, Lovász) reduction 算法因其在给定参数下能以多项式复杂度给出次优基向量  $\mathbf{b}'_l$ ,得以在 MIMO 算法中得到广泛应用.LLL reduction 算法复杂度以循环次数为参考标准.复数域 LLL reduction 算法相比实数域的 LLL 算法计算复杂度可以降低 50% 以上<sup>[15]</sup>.因此,本文在对信道矩阵进行处理时采用复数域 LLL reduction 算法.

## 3 分组并行检测

### 3.1 基于信噪比的信道分组

信道条件的优劣对检测算法误比特率性能起着重要影响,信道条件越好,相应检测算法就可以获得更好检测性能.在接收端将指零(Nulling)矩阵  $\mathbf{W}$  代入式(1):

$$\mathbf{s} = \mathbf{W}\mathbf{y} = \mathbf{W} \cdot \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{W} \cdot \mathbf{n} \quad (3)$$

则对于第  $j$  个发送信号,在接收机端其信噪比(SNR, Signal to Noise Ratio)可以表示为<sup>[9]</sup>:

$$\text{SNR}_j = \frac{E[\|x_j\|^2]}{E[\|\mathbf{w}_j \mathbf{n}\|^2]} = \frac{E[\|x_j\|^2]}{\sigma^2 \|\mathbf{w}_j\|^2} \quad (4)$$

其中,  $\mathbf{w}_j$  代表指零矩阵  $\mathbf{W}$  第  $j$  行.指零矩阵  $\mathbf{W}$  又可以用广义逆矩阵形式表示,即:

$$\mathbf{W} = \mathbf{H}^\dagger = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \quad (5)$$

从式(4)中可知,  $\|\mathbf{w}_j\|^2$  最大时,第  $j$  个子信道的噪声干扰最大,对整个 MIMO 系统检测性能影响也最严重,造成整个系统检测性能下降,因此,对通过这一子信道的信号应采用 ML 检测算法才能将噪声影响降到最低.

根据 ML 检测算法原理,若选取指零矩阵  $\mathbf{W}$  中行向量范数最大一项,则这一项对应 SNR 最小子信道,则共有  $M$  个可能信号点,即遍历一层信号点;若选取  $\|\mathbf{w}_j\|^2$  最大的 2 个子信道,则可能信号矢量就有  $M^2$  个,即遍历两层信号点;以此类推,若遍历  $N_T$  层信号点就有  $M^{N_T}$  个参考信号矢量.本文提出算法不同于已有分组并行检测算法思路,而是对 SNR 较好的信道做进一步的处理,并结合 MMSE 准则,只需要遍历一层信号就可以获得接近最优检测性能.

令  $i$  代表指零矩阵  $\mathbf{W}$  中范数最大行向量位置,即:

$$i = \arg \max_{(j=1,2,\dots,N_T)} \|\mathbf{w}_j\| \quad (6)$$

“ $i$ ”在信道矩阵中对应第  $i$  列子信道,记为  $\mathbf{h}_i$ ,则信道矩阵  $\mathbf{H}$  可写作两部分:

$$\mathbf{H}_1 = [\mathbf{h}_i] \quad (7)$$

$$\mathbf{H}_2 = [\mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{h}_{i-1}, \mathbf{h}_{i+1}, \dots, \mathbf{h}_{N_T}]$$

由前面分析可知,对于第一组信道  $\mathbf{H}_1$  采用遍历 QAM 星座空间中所有可能信号点进行检测,用  $\mathbf{s}_M$  代表:

$$\mathbf{s}_M = [s_1, s_2, \dots, s_M] \quad (8)$$

其中,  $\mathbf{s}_M$  是一个  $1 \times M$  的行向量.

### 3.2 子检测器算法

对通过剩余子信道的信号进行检测时,首先要从接收端接收到的信号中消除  $\mathbf{s}_M$  通过第  $i$  个子信道后的影响,即:

$$\mathbf{Y}_1 = \mathbf{h}_i \cdot \mathbf{s}_M = [s_1 \mathbf{h}_i, \dots, s_M \mathbf{h}_i] \quad (9)$$

$$\mathbf{Y}_2 = \mathbf{Y} - \mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{s}_M \quad (10)$$

其中,  $\mathbf{Y}$  代表  $M$  个列向量  $\mathbf{y}$  组成的矩阵:

$$\mathbf{Y} = \underbrace{[\mathbf{y}, \mathbf{y}, \dots, \mathbf{y}]}_{M \uparrow} \quad (11)$$

由式(9)和式(10)计算后得出:

$$\mathbf{Y}_2 = \begin{bmatrix} y'_{1,1} & \dots & y'_{M,1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ y'_{1,N_R} & \dots & y'_{M,N_R} \end{bmatrix} \quad (12)$$

由式(7)和式(10),还可以得到:

$$\mathbf{Y}_2 = \mathbf{H}_2 \cdot \mathbf{X}_2 + \mathbf{N}_2 \quad (13)$$

其中,  $\mathbf{N}_2$  代表噪声矩阵,  $\mathbf{X}_2$  代表剩余可能信号组成的矩阵.对式(13)的求解,GPIC 算法的处理方式是假设  $\mathbf{X}_2$  中每列有  $L$  个发送符号在检测时出错,则对于  $\mathbf{X}_2$  中一列可能信号组合数为:

$$p = C_{N_T - N}^L = \frac{(N_T - N)!}{(N_T - N - L)! L!} \quad (14)$$

其中,  $N$  代表遍历信号点的层数.由此,可以看出,GPIC 算法将检测时参考的信号点数扩大,与 ML 算法的思想类似. NP-PDF-PD 算法则简单地将遍历信号点层数增加至 2 层,以解决性能变差的问题.从以上分析就可以看

出,对参考信号处理规模的降低,是本文提出算 7 法可以有效降低复杂度的重要原因.

### 3.3 子信道处理

在 MIMO 系统中常用的 MMSE 矩阵为<sup>[5,16]</sup>:

$$\mathbf{W}_{\text{MMSE}} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \sigma^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^H \quad (15)$$

将式(15)与接收天线端所获得向量  $\mathbf{y}$  相乘得到:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{s}}_{\text{MMSE}} &= \mathbf{W}_{\text{MMSE}} \mathbf{y} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \sigma^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{y} \\ &= (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \sigma^2 \mathbf{I})^{-1} (\mathbf{H}^H \mathbf{y} + 0 \cdot \sigma \mathbf{I}) \\ &= \left[ (\mathbf{H}^H \quad \sigma \mathbf{I}) \begin{pmatrix} \mathbf{H} \\ \sigma \mathbf{I} \end{pmatrix} \right]^{-1} \left[ (\mathbf{H}^H \quad \sigma \mathbf{I}) \begin{pmatrix} \mathbf{y} \\ 0 \end{pmatrix} \right] \\ &= \left[ \begin{pmatrix} \mathbf{H} \\ \sigma \mathbf{I} \end{pmatrix}^H \begin{pmatrix} \mathbf{H} \\ \sigma \mathbf{I} \end{pmatrix} \right]^{-1} \begin{pmatrix} \mathbf{H} \\ \sigma \mathbf{I} \end{pmatrix}^H \begin{pmatrix} \mathbf{y} \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \mathbf{H} \\ \sigma \mathbf{I} \end{pmatrix}^\dagger \begin{pmatrix} \mathbf{y} \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (16)$$

根据式(16)的结果对信道  $\mathbf{H}_2$  进行处理,将其扩展成以下形式:

$$\underline{\mathbf{H}}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_2 \\ \sigma \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (17)$$

其中  $\mathbf{I}$  是一个  $(N_T - 1) \times (N_T - 1)$  的单位矩阵.对信道矩阵  $\underline{\mathbf{H}}_2$  应用格规约算法,获得另一个信道增益矩阵  $\tilde{\mathbf{H}}_2$ ,其列向量欧氏长度更短,列向量间正交性更好,以其为基础在进行次优算法计算时不会放大噪声,从而获得更好的检测性能,即:

$$\tilde{\mathbf{H}}_2 = \underline{\mathbf{H}}_2 \mathbf{T} \quad (18)$$

其中,  $\mathbf{T}$  是一个  $(N_T - 1) \times (N_T - 1)$  的单模矩阵,其中元素为复整数,且  $\det(\mathbf{T}) = 1$  或  $\pm j$ ,即  $\mathbf{T}$  是可逆的<sup>[14]</sup>.事实上,LLL reduction 算法可以看作是附加了一定条件的 QR 分解,因此在 LLL reduction 算法中可以同时给出一个矩阵的 QR 分解形式,因此,式(18)还可以写作:

$$\tilde{\mathbf{H}}_2 = \underline{\mathbf{H}}_2 \mathbf{T} = \tilde{\mathbf{Q}} \tilde{\mathbf{R}} \quad (19)$$

其中,  $\tilde{\mathbf{Q}}$  是一个  $(N_R + N_T - 1) \times (N_T - 1)$  的矩阵,  $\tilde{\mathbf{R}}$  是一个  $(N_T - 1) \times (N_T - 1)$  的上三角矩阵.将矩阵  $\tilde{\mathbf{Q}}$  分成两部分:

$$\tilde{\mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{Q}}_1 \\ \tilde{\mathbf{Q}}_2 \end{bmatrix} \quad (20)$$

其中,  $\tilde{\mathbf{Q}}_1$  是  $N_R \times (N_T - 1)$  的矩阵;  $\tilde{\mathbf{Q}}_2$  是  $(N_T - 1) \times (N_T - 1)$  的矩阵.由式(16)可知  $\tilde{\mathbf{Q}}_2$  事实上不参与具体计算过程,因此在可将  $\tilde{\mathbf{Q}}_2$  舍去只保留  $\tilde{\mathbf{Q}}_1$  进行计算.

### 3.4 星座点平移

在式(18)中,由于引入了矩阵  $\mathbf{T}$  使得原来 QAM 星座空间中信号点位置平移,因此需要对原来 QAM 星座空间中信号点作以下变换<sup>[17]</sup>:

设  $S = \{-\sqrt{M} + 1, \dots, -1, 1, \dots, \sqrt{M} - 1\}$ ,则式(1)中发送向量  $\mathbf{x}$  的实部和虚部是  $S$  中的整数值.可作如下变换:

$$\dot{\mathbf{X}} = \left\{ \dot{\mathbf{x}} = \frac{1}{2} [\mathbf{x} + (1+i)] \right\} \quad (21)$$

其中,  $\mathbf{x}$  是 QAM 星座空间中任意一个点. 由式(21)可以得到以下关系式:

$$\mathbf{x} = 2\dot{\mathbf{x}} - \mathbf{I}_{(N_T-1)} \quad (22)$$

其中,  $\mathbf{I}_{N_T} = (1+i, \dots, 1+i)^T$ .

### 3.5 参考信号点处理

根据式(22)结论, 式(13)又可以改写为:

$$\mathbf{Y}_2 = \mathbf{H}_2(2\dot{\mathbf{X}} - \mathbf{I}_{(N_T-1) \times M}) \quad (23)$$

式(23)两边同乘以  $\tilde{\mathbf{Q}}_1^H$  有:

$$\tilde{\mathbf{Q}}_1^H \mathbf{Y}_2 = \tilde{\mathbf{Q}}_1^H \mathbf{H}_2(2\dot{\mathbf{X}} - \mathbf{I}_{(N_T-1) \times M}) \quad (24)$$

式(24)平移变换后有:

$$\tilde{\mathbf{R}}\mathbf{T}^{-1}\dot{\mathbf{X}} = \frac{1}{2}\tilde{\mathbf{Q}}_1^H(\mathbf{Y}_2 - \mathbf{H}_2\mathbf{I}_{(N_T-1) \times M}) \quad (25)$$

设:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{T}^{-1}\dot{\mathbf{X}} \quad (26)$$

将式(26)带入式(25)有:

$$\tilde{\mathbf{R}}\mathbf{Z} = \frac{1}{2}\tilde{\mathbf{Q}}_1^H(\mathbf{Y}_2 - \mathbf{H}_2\mathbf{I}_{(N_T-1) \times M}) \quad (27)$$

式(23) ~ (25)和(27)中的  $\mathbf{I}_{(N_T-1) \times M}$  是元素全为 1 +  $j$  的  $N_R \times M$  的复数矩阵. 为了表达简洁, 设:

$$\mathbf{Y}_3 = \frac{1}{2}\tilde{\mathbf{Q}}_1^H(\mathbf{Y}_2 - \mathbf{H}_2\mathbf{I}_{(N_T-1) \times M}) \quad (28)$$

则式(27)可以改写为:

$$\mathbf{Y}_3 = \tilde{\mathbf{R}}\mathbf{Z} \quad (29)$$

将式(29)展开有:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_{3,1} \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{3,k} \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{3,N_T-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{r}_{1,1} & \cdots & \tilde{r}_{1,k} & \cdots & \tilde{r}_{1,N_T-1} \\ 0 & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \tilde{r}_{k,k} & \cdots & \tilde{r}_{k,N_T-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & \tilde{r}_{N_T-1,N_T-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{z}_k \\ \vdots \\ \mathbf{z}_{N_T-1} \end{bmatrix} \quad (30)$$

其中,  $\mathbf{y}_{3,k}$  和  $\mathbf{z}_k$  代表矩阵  $\mathbf{Y}_3$  和矩阵  $\mathbf{Z}$  中第  $k$  个行向量, 且  $k \in [1, 2, \dots, N_T-1]$ , 则  $\mathbf{z}_k$  可以表示为:

$$\mathbf{z}_k = \left( \mathbf{y}_{3,k} - \sum_{j=k+1}^{N_T-1} \tilde{r}_{k,j} Q(\mathbf{z}_j) \right) / r_{k,k} \quad (31)$$

其中,  $Q(\cdot)$  代表取整量化操作. 在得到全部  $\mathbf{z}_k$  之后, 由式(26)以及式(22)可得到:

$$\hat{\mathbf{X}}_2 = 2\mathbf{T}\mathbf{Z} - \mathbf{I}_{(N_T-1) \times M} \quad (32)$$

由式(32)结果可以看出: 虽然从式(23)到(32)的推导过程中使用了矩阵  $\mathbf{T}$  的逆, 但在本算法实际计算过程中并不需要计算矩阵  $\mathbf{T}$  的逆. 事实上本文算法只需计算一次信道矩阵  $\mathbf{H}$  的广义逆即可.

### 3.6 判断最终结果

最后从  $\mathbf{Y}_2$  中消去  $\hat{\mathbf{X}}_2$  硬判决后的影响有:

$$\mathbf{Y}_0 = \mathbf{Y}_2 - \mathbf{H}_2 \cdot \hat{\mathbf{X}}_2 \quad (33)$$

此时  $\mathbf{Y}_0$  是一个  $N_R \times M$  的矩阵, 对其列向量  $\mathbf{y}_m''$  计算欧氏距离, 并找出其中欧氏距离最小的列所在位置, 将其在矩阵  $\mathbf{Y}_0$  中位置记为  $k$ , 有:

$$k = \arg \min_{k \in \{1, 2, \dots, M\}} \|\mathbf{y}_m''\| \quad (34)$$

选取  $s_M$  中的第  $k$  个元素以及  $\hat{\mathbf{X}}_2$  中的第  $k$  列, 可以获得最终的检测结果:

$$\hat{\mathbf{x}} = [\hat{x}_{k,1}, \dots, \hat{x}_{k,i-1}, s_k, \hat{x}_{k,i+1}, \dots, \hat{x}_{k,N_T-1}] \quad (35)$$

至此, 整个算法的检测过程结束. 整个算法总结如下.

#### 算法总结

```

INPUT(y, H)   OUTPUT(x-hat)
1  W = H^dagger
2  i = arg max_{(j=1,2,...,N_T)} ||w_j||
3  根据 i 的值, 对信道进行分组:
   H_1 = [h_i]
   H_2 = [h_1, ..., h_{i-1}, h_{i+1}, ..., h_{N_T}]
4  for i = 1: M
   y' = y - H_1 s_i
   end
5  H_2 = [H_2; oI]
6  [Q, R, T] = LLL(H_2)
7  Y_3 = Q^H(Y_2 - H_2 I_{(N_T-1) x M}) / 2
8  for i = 1: M
9   z_{k,i} = (y_{3,k} - sum_{j=k+1}^{N_T-1} r_{k,j} Q(z_{j,i})) / r_{k,k}
10 end
11 X-hat_2 = 2TZ - I_{(N_T-1) x M}
12 Y_0 = Y_2 - H_2 * X-hat_2
13 k = arg min_{k in {1,2,...,M}} ||y_m''||
14 x-hat = [x-hat_{k,j}, ..., x-hat_{k,i-1}, s_k, x-hat_{k,i+1}, ..., x-hat_{k,N_T-1}]

```

## 4 误比特率性能分析

在本节, 采用 Matlab 数值仿真方式对本文提出算法误比特率性能进行验证. 考虑  $4 \times 4$ 、 $6 \times 4$ 、 $6 \times 6$  和  $8 \times 8$  MIMO 通信系统, 设信道是独立同分布且平坦衰落的复高斯随机信道, 在接收端可以获得完整的信道状态信息, 调制方式为 16QAM 和 64QAM. 作为对比, 仿真结果还包含了经典的 MMSE 准则下 V-BLAST 算法(记为 MMSE-VB)、GPIC 算法, NP-PDF-PD 算法和 ML 算法.

图 1 给出了  $4 \times 4$  MIMO 通信系统误比特率性能仿真结果. 根据文献[11]的结论, GPIC 参数设置为  $N = 1$ 、 $L = 1$ , 即 GPIC(1, 1). NP-PDF-PD 算法参数设置为  $N = 1$  即 NP(1). 从仿真结果可知, 16QAM 调制方式下, 本文所提出算法、GPIC 算法和 NP-PDF-PD 算法三者误比特率曲线几乎与 ML 算法误比特率曲线重合在一起, 即本文

算法达到了 ML 检测算法的检测性能. 64QAM 调制方式下, NP-PDF-PD 算法误比特率性能变差. MMSE-VB 算法在两种调制方式下与 ML 算法之间性能差距都较大.

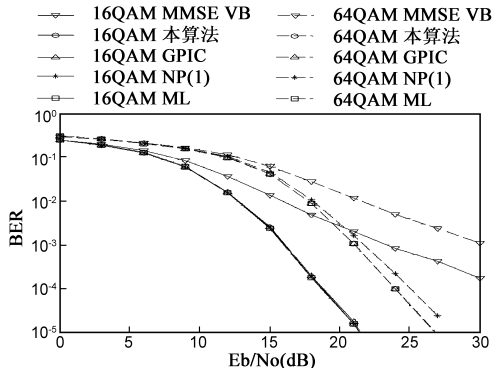


图1 4×4 MIMO系统BER性能曲线图

图2给出了6×4 MIMO系统误比特率性能仿真结果. 根据文献[11]结论, GPIC 参数仍设置为  $N = 1, L = 1$ . NP-PDF-PD 算法参数设置为  $N = 1$ . 从仿真结果中可以得出, 本文提出算法依然达到了 ML 算法检测性能. 在  $BER = 10^{-5}$  时, NP-PDF-PD 算法相比 ML 算法所需 SNR 提高了大约 1dB. 由于接收天线数提高使得 MMSE-VB 算法检测性能提高, 但是与 ML 算法相比在相同误比特率条件下 ( $BER = 10^{-5}$ ) 所需 SNR 仍然提高了大约 3dB, 这是由于经典 V-BLAST 检测算法无法达到全分集增益, 只有依靠扩充接收天线数增加冗余以提高性能.

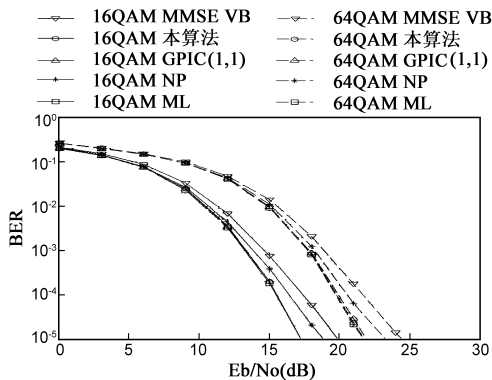


图2 6×4 MIMO系统BER性能曲线图

图3给出了6×6 MIMO系统误比特率性能仿真结果. 根据文献[11]结论, GPIC 参数设置为  $N = 2, L = 1$  时(图中以 GPIC(2,1)代表)才可以达到接近 ML 算法的性能, 但作为参考, 同时给出了  $N = 1, L = 2$  时误比特率曲线(图中以 GPIC(1,2)代表). NP-PDF-PD 算法参数设置为  $N = 2$ , 即 NP(2). 从仿真结果中可以得出相比其他分组并行算法, 本文算法性能更好, 其误比特率曲线与 ML 算法几乎重合. 在  $BER = 10^{-5}$  时, 两种调制方式下 NP-PDF-PD 算法所需 SNR 相比 ML 算法均提高了 5dB 以上;  $N = 1$  时, GPIC 算法所需 SNR 提高了 2dB 以上.

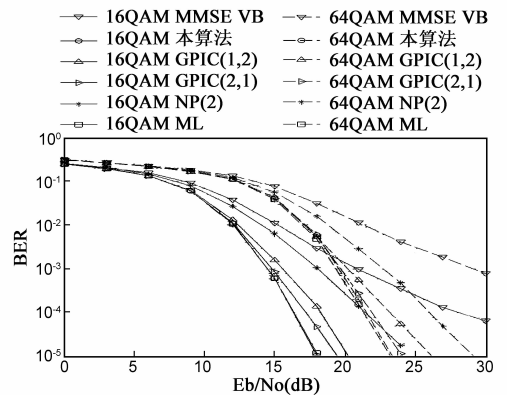


图3 6×6 MIMO系统BER性能曲线图

图4给出了8×8 MIMO系统误比特率性能仿真结果. 在  $BER = 10^{-5}$  时, 16QAM 调制方式下, 本文算法所需 SNR 相比 ML 算法提高约 1.5dB; 64QAM 调制方式下, 所需 SNR 提高约 1dB. 根据文献[11]结论, 对于8×8 MIMO 系统, GPIC 算法参数应设置为  $N = 2, L = 2$ . 在  $BER = 10^{-5}$  时, 相比 ML 算法, 16QAM 调制方式下, GPIC 算法所需 SNR 提高了约 2dB; 64QAM 调制方式下, GPIC 算法所需 SNR 提高约 3.5dB. 而 NP-PDF-PD 算法检测性能下降更严重. 如果将  $H_1$  所包含的信道矩阵列向量数增加至 2, 也就是说将参考信号拓展至 2 层, 即  $s_M$  拓展成一个  $2 \times M^2$  的矩阵后, 性能损失就可以弥补(如图4中  $N = 2$  时本文算法误比特率曲线).

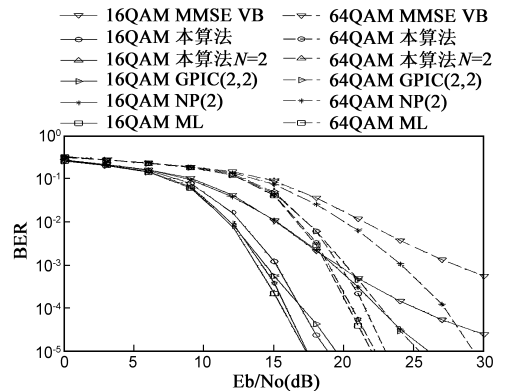


图4 8×8 MIMO系统BER性能曲线图

综合以上分析结果可知, 本文算法在6×6以下 MIMO 系统中实现了近似最优检测性能; 在8×8 MIMO 系统中, 本文算法比 ML 算法所需 SNR 提高 1dB 左右.

### 5 计算复杂度分析

本文中计算复杂度以所需复数运算次数(即复数加法次数和复数乘法次数之和)进行评估. 计算矩阵广义逆有多种方法, 本文使用文献[11]和文献[12]中都采用的矩阵广义逆复杂度计算方法.

式(5)(9)(10)作为第一部分, 需要复数乘法次数:

$$C_{1,\text{mul}} = \frac{3}{2} N_T^2 N_R - \frac{1}{2} N_T N_R + N_R M \quad (36)$$

以及复数加法的次数:

$$C_{1,\text{add}} = \frac{3}{2} N_T^2 N_R - \frac{1}{2} N_T^2 - \frac{3}{2} N_T N_R + N_R M \quad (37)$$

式(18)中的计算复杂度取决于循环的次数,而循环次数与信道条件数有关,文献[18]给出了一个与信道条件数有关的循环次数上限:

$$K \leq N_T^2 \log_t(\text{con}(\mathbf{H})) + N_T \quad (38)$$

其中  $K$  代表循环次数;  $\text{con}(\mathbf{H})$  代表信道矩阵  $\mathbf{H}$  的条件数;  $t = 2\sqrt{3}$ . 对于一个 MIMO 系统,当  $N_T$  较大时,式(38)给出的理论值远大于实际循环次数,只有当信道矩阵条件数很大时,理论计算值与算法实际执行循环次数相近. 例如,数值分析结果显示在  $N_T = 6$  时,实际循环次数不到 40 次<sup>[14]</sup>. 所以在本文中用文献[14]所给出循环次数作为复数域 LLL reduction 算法复杂度计算的依据.

式(27)(31)~(33)作为第二部分,需要复数乘法的次数:

$$C_{2,\text{mul}} = (3N_R + N_T - 1)(N_T - 1)M + M \sum_{i=1}^{N_T} (N_T - 1 - i) \quad (39)$$

需要复数加法的次数:

$$C_{2,\text{add}} = (2N_R + N_T - 1)(N_T - 2)M + N_R(N_T + 1)M + M \sum_{i=1}^{N_T} (N_T - 2 - i) \quad (40)$$

第三部分式(34)计算向量范数需要复数乘法次数:

$$C_{3,\text{mul}} = \frac{1}{2} MN_R \quad (41)$$

需要复数加法次数为:

$$C_{3,\text{add}} = \frac{1}{2} M(N_R - 1) \quad (42)$$

综合以上三部分,就是本文所提算法计算复杂度. 根据前文讨论,在本文中以文献[14]给出的数值分析结果为依据计算 LLL reduction 算法的复杂度. 例如,对于一个  $6 \times 6$  的 MIMO 系统,在子检测器部分,信道矩阵维度变为  $6 \times 5$ ,即  $N_T = 5$ ,  $N_R = 6$ . 经过式(17)拓展后  $N'_R = 11$ . 当  $N_T = 5$  时,需要的迭代次数为 30 次,循环一次所需的总复数运算次数为  $N_T N'_R$ <sup>[15]</sup>; 所以,总复数域 LLL reduction 算法需要复数运算次数为 1650 次.

图 1~图 4 各算法对应复杂度分别列于表 1~表 4 中. 由于经典 MMSE VBLAST 算法检测性能相比 ML 算法差距较大,因此未对其复杂度进行分析. 在  $4 \times 4$  MIMO 系统中,本文算法复杂度比 NP-PDF-PD 算法要高,但本文算法复杂度在 16QAM 和 64QAM 下为 GPIC(1,1) 算法的 66.02% 和 64.17%. 在  $6 \times 4$  MIMO 系统中,本文算法复杂度在 16QAM 和 64QAM 下分别为 GPIC(1,1) 算

法的 61.89% 和 60.39%. 此时,虽然 NP-PDF-PD 算法复杂度相对较低,但其性能下降. 在  $6 \times 6$  MIMO 系统中,本文算法复杂度在 16QAM 和 64QAM 下分别为 GPIC(1,2) 算法的 27.0% 和 21.64% 以及 GPIC(2,1) 算法的 6.71% 和 1.25%. 与 NP-PDF-PD 算法相比,本文算法复杂度在 16QAM 和 64QAM 下为 NP-PDF-PD 算法的 18.46% 和 3.47%. 此时,由于 NP-PDF-PD 算法遍历两层以上的信号,其复杂度快速增加,但检测性能与 ML 算法相比有较大差距. 对于  $8 \times 8$  MIMO 系统,本文算法复杂度在 16QAM 和 64QAM 下分别仅为 GPIC(2,2) 算法的 1.82% 和 0.30%,而相同误比特率下所需 SNR 仅提高约 1dB. 即使为了弥补 1dB 差距,将本文算法拓展至  $N = 2$  的情况,其复杂度在 16QAM 和 64QAM 下分别仅为 GPIC(2,2) 算法的 13.57% 和 13.10%. 此时 NP-PDF-PD 算法复杂度虽然低于本文算法  $N = 2$  时复杂度,但其检测性能下降严重.

表 1  $4 \times 4$  MIMO 系统复杂度对比

算法	复数运算次数	
	16QAM	64QAM
本文算法	2028	6900
NP(1)	1264	4288
GPIC(1,1)	3072	10752

表 2  $6 \times 4$  MIMO 系统复杂度对比

算法	复数运算次数	
	16QAM	64QAM
本文算法	2852	9740
NP(1)	1094	6464
GPIC(1,1)	4608	16128

表 3  $6 \times 6$  MIMO 系统复杂度对比

算法	复数运算次数	
	16QAM	64QAM
本文算法	6298	18514
NP(2)	34126	533326
GPIC(1,2)	23328	85536
GPIC(2,1)	93888	1476288

表 4  $8 \times 8$  MIMO 系统复杂度对比

算法	复数运算次数	
	16QAM	64QAM
本文算法	14394	37698
本文算法 ( $N = 2$ )	107520	1649280
NP(2)	63176	977096
GPIC(2,2)	792576	12589056

总结以上复杂度分析可以得出:随着天线数增加及调制阶数提高,现有分组检测算法需要不断改变参

数设置,提高子检测器中参考信号点数量以保证接近最优的性能,由此导致复杂度快速增加。而本文仅计算一次矩阵广义逆用于信道分组,取消了子检测器中多次矩阵求逆,从而提高了计算效率。

## 6 结论

本文提出了一种基于格归约和分组并行检测思想并适用于多天、高阶 QAM 的 MIMO 系统检测算法。该算法以信道分组方法为基础,采用 MMSE 准则下格归约算法对分组后子信道特性进行改进,结合参考信号点与改进后子信道矩阵对剩余信号进行检测。该算法仅以  $M$  个参考信号就可以在  $4 \times 4$  和  $6 \times 6$  的 MIMO 系统中实现近似最优的检测性能;在  $8 \times 8$  的 MIMO 系统中,相比 ML 算法性能下降 1dB 左右,而复杂度仅为现有分组并行检测算法的 2%;即使将参考信号扩展至  $2 \times M^2$ ,本文算法在可取得近似最优检测性能条件下,复杂度仅为相同性能下同类分组并行算法的 14%。

## 参考文献

- [1] 张继良,等. 6.0–6.4GHz 室内 MIMO 无线信道测量与传播特性分析[J]. 电子学报,2012,40(6):1213–1217.  
J Zhang, et al. Indoor measurement and characterization of wireless MIMO channel at 6.0–6.4GHz[J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(6):1213–1217. (in Chinese)
- [2] 傅海阳,陈技江,曹士珂. MIMO 系统和无线信道容量研究[J]. 电子学报,2011,39(10):2221–2229.  
H Fu, J Chen, S Cao. Study on the MIMO system and wireless channel capacity[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(10):2221–2229. (in Chinese)
- [3] 张明,张建华,高新颖. 一种通用宽带 MIMO 信道模型[J]. 电子学报,2006,34(10):1758–1762.  
M Zhang, J Zhang, X Gao. A generalized broadband MIMO channel model[J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(10):1758–1762. (in Chinese)
- [4] S Aubert, M Mohaisen. From linear equalization to lattice-reduction-aided sphere-detector as an answer to the MIMO detection problematic in spatial multiplexing systems[J]. Vehicular Technologies: Increasing Connectivity, 2011, 4(4):71–96.
- [5] J G Proakis, M Salehi. Digital Communications, 5th Edition [M]. New York: McGraw-Hill, 2007.
- [6] 易新平,唐友喜,邵士海. 分布式发射天线 MIMO 信号的最优线性检测[J]. 电子学报,2009,37(12):2694–2699.  
X Yi, Y Tang, S Shao. Optimal linear detection algorithm of MIMO with distributed transmit antennas[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(12):2694–2699. (in Chinese)
- [7] Y S Cho, J Kim, W Y Yang. MIMO-OFDM Wireless Communications with MATLAB [M]. Singapore: John Wiley & Sons (Asia), 2010.

- [8] C Won-Joon, R Negi, J M Cioffi. Combined ML and DFE decoding for the V-BLAST system[A]. Proceedings of IEEE International Conference on Communications[C]. New Orleans, LA: IEEE, 2000. 1243–1248.
- [9] 方娟. MIMO 系统并行检测算法研究[D]. 西安:西安电子科技大学,2011.  
J Fang. Research on Parallel Detection Algorithm for MIMO Systems[D]. Xi'an: Xidian University, 2011. (in Chinese)
- [10] 熊聪. V-BLAST 系统近似最优检测算法研究[D]. 北京邮电大学,2010.  
X Xiong. Research on Algorithm for Near-optimal Detection For V-BLAST Systems [D]. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications, 2010. (in Chinese)
- [11] Z Luo, M Zhao, S Liu. Generalized parallel interference cancellation with near-optimal detection performance [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(1):304–312.
- [12] C Xiong, et al. An efficient parallel algorithm with partial decision feedback for near-optimal MIMO detection [A]. Proceedings of IEEE Global Telecommunications Conference, (GLOBECOM) [C]. Hawaii, USA: IEEE, 2009. 1–5.
- [13] D W Waters, J R Barry. Noise-predictive decision-feedback detection for multiple-input multiple-output channels[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(5):1852–1859.
- [14] D Wübben, D Seethaler, J Jaldén. Lattice reduction[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2011, 28(3):70–91.
- [15] G Hung, C Ling, M Ho. Complex lattice reduction algorithm for low-complexity full-diversity MIMO detection [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(7):2701–2710.
- [16] D Wübben, R Bohnke, V Kuhn. MMSE-based lattice-reduction for near-optimal detection of MIMO systems [A]. Proceedings of ITG Workshop on Smart Antennas [C]. Germany: IEEE, 2004. 106–113.
- [17] B J Gestner. Lattice Reduction for MIMO Detection: From Theoretical Analysis to Hardware Realization [D]. Georgia Institute of Technology, 2011.
- [18] J Jaldén, D Seethaler, G Matz. Worst- and average-case complexity of LLL lattice reduction in MIMO wireless systems [A]. Proceedings of ICASSP [C]. Las Vegas: IEEE, 2008. 2685–2688.

## 作者简介

芮国胜 男. 1968 年 3 月生, 山东省烟台市人. 2001 年获哈尔滨工业大学信号与信息处理专业博士学位, 现为海军航空工程学院电子信息工程系教授. 研究方向为通信信号处理、小波理论及其应用等.  
E-mail: ruigs@sina.com

张海波 男. 1983 年 5 月出生, 河北省保定市人. 2009 年毕业于海军航空工程学院, 并获硕士学位, 现为该校信息与通信工程专业博士研究生. 研究方向集中于 MIMO 技术, 格归约理论及其应用等.  
E-mail: zhbemail@126.com