

MIMO 声纳方位估计子空间拟合快速算法 *

金 勇¹, 刘先省¹, 黄建国², 胡振涛¹

(1. 河南大学图像处理与模式识别研究所, 河南开封 475000; 2. 西北工业大学航海学院, 陕西西安, 710072)

摘 要: 为了充分利用多输入多输出(multiple input multiple output, MIMO)声纳的虚拟阵列孔径的性能, 针对目标的方位估计问题, 提出了一种 MIMO 声纳系统的目标方位估计方法, 该方法由发射阵列发射正交信号, 接收阵列首先对接受信号进行匹配滤波, 然后构造子空间拟合关系, 最后采用马尔可夫蒙特卡罗吉布斯抽样方法解决子空间拟合求解运算量大的问题. 仿真研究表明, 两目标条件下, 采用该方法的 MIMO 声纳系统方位估计精度在中低信噪比条件下接近 MIMO 最大似然方位估计, 优于其它 MIMO 阵列方位估计方法, 而运算量只是最大似然方法的约 1/4. 水池试验结果验证了算法的有效性.

关键词: 多输入多输出; 子空间拟合; 方位估计; 吉布斯抽样; 计算复杂度;

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2013) 10-1964-05

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2013.10.015

Subspace Fitting DOA Estimator Fast Algorithm by MIMO Sonar

Jin Yong¹, Liu Xian-xing¹, Huang Jian-guo², HU Zhen-tao¹

(1. Institute of Image Processing and Pattern Recognition, Henan University, KaiFeng, 475000, China;

2. College of Marine, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, 710072, China)

Abstract: A new DOA(direction of arrival)estimator based on MIMO sonar system is proposed to estimate the DOA of targets. First, orthogonal signals are sent out by transmitting sensors and the output of receiving sensors is matched filter by transmitting signal. Then, solution of space fitting is achieved. Finally, Markov Monte Carlo methods Gibbs sampling is combined with subspace fitting method (GSF) to lighten computation burden. The simulations show that on the condition of two sources, GSF provides similar performance to that achieved by the ML method and better performance than other method in low and mid SNR range but its computational cost is only 1/4 of ML. Moreover, our proposed method is verified by the pool experiment.

Key words: MIMO (multiple input multiple output); Subspace fitting; DOA estimation; Gibbs sampling; Computational complexity.

1 引言

多人多出(multiple input multiple output, MIMO)声纳是近年来信号处理界提出的一种新体制声纳, 有着广泛的应用前景. 该声纳系统结合了多信号技术和阵列技术, 具有很多优点. 当前对 MIMO 声纳的研究分为两大类; 1). 利用大物理位置间隔的发射和接收阵列所产生的信号的差异性同时完成对目标的检测和跟踪, 这类方法可以利用空间分集对抗目标的闪烁^[1]; 2). 利用紧相邻的发射和输出阵元通过设计灵活的发射波形^[2]可以形成大的虚拟阵列孔径^[3], 进而显著减低目标的检测门限和方位估计的均方误差^[4]和增加可以检测的目标个数^[5].

常规相控阵列各阵元发射相同的波形信号, 通过相

位延迟调整实现发射波束指向性控制. 与常规相控阵不同, MIMO 阵列各个阵元可以发射互不相关的波形, 这样阵列扫描向量就等于发射扫描向量与接受扫描向量的矩阵乘积^[5], 其效果相当于增加了虚拟阵元、增大了阵列虚拟孔径, 从而形成较窄的波束和较低的旁瓣, 可带来较常规相控阵更好的性能.

文献[6]给出了基于 MIMO 阵列的最小方差方位估计方法, 该方法由于采用最小方差波束形成方法, 对于空间方位间隔角度较小的信号源, 由于信号间互相关的影响^[7], 分辨力和估计精度都有待提高. 文献[7]研究了 MIMO 阵列的发射信号的最优化波形设计的问题, 给出了一类基于凸优化的发射波形设计方法. 文献[8]分析了 MIMO 阵列的虚拟阵列孔径的原理, 讨论了基于迭代

广义似然率测试的信号检测和基于充分统计量的最大似然方位估计方法,其中的最大似然方法有良好的估计性能,但推导过程复杂,且运算量随目标个数的增加呈几何增长.本文提出了一种 MIMO 阵列空间拟合方位估计方法.该方法由发射阵列发射正交信号,接收阵列首先对接受信号进行匹配滤波,然后构造最小二乘意义下的空间拟合关系,最后采用马尔可夫蒙特卡罗吉布斯抽样方法解决空间拟合求解运算量大的问题.该方法有以下优点:(1)与文献[6]方法相比,采用该方法的 MIMO 声纳系统有更高的方位估计精度;(2)与文献[8]的最大似然方法相比,本文的方法运算速度更快.

2 MIMO 声纳阵列模型

设阵列由 M 个收发双工的阵元构成,各发射阵元发射空间正交信号 s ,方位角分别为 $\theta_k (k = 1, 2, \dots, K)$ 的目标,满足阵列的远场条件.于是第 m 接收阵元在 l 时刻接收的入射方位 θ_k 信号可以表示为

$$x_m[l] = \alpha_k \sum_{j=1}^M A_{jm}(\theta_k) s_j[l] + w_m[l] \quad m = 1, 2, \dots, M$$

$$l = 1, 2, \dots, L \quad (1)$$

其中 α_k 表示接收信号的复包络,如果只关注信号的方位信息, s_j 为第 j 信号分量, w_m 为第 m 阵元处的加性白噪声, $A_{jm}(\theta_k) = \exp(-j\omega_c \tau_{jm}(\theta_k))$ 表示由 j 阵元发射信号经过 k 目标的反射到达 m 阵元相对于参考阵元的时延.

如果定义 $a_m(\theta_k)$ 为第 m 阵元处的阵列响应,于是得到

$$A_{jm}(\theta_k) = \exp(-j\omega_c(\tau_j(\theta_k) + \tau_m(\theta_k)))$$

$$= a_j(\theta_k) a_m(\theta_k) \quad j, m = 1, \dots, M \quad (2)$$

将经过 k 目标的所有的接收和发射模式的时延组合用矩阵 $\mathbf{A}(\theta_k)$ 表示.即

$$\mathbf{A}(\theta_k) = \mathbf{a}(\theta_k) \mathbf{a}^T(\theta_k) \quad (3)$$

其中 $\mathbf{a}(\theta_k)$ 为 k 目标的接收(或发射)阵列流型.得到阵列输出

$$\mathbf{X}[l] = \sum_{k=1}^K \alpha_k \mathbf{A}(\theta_k) \mathbf{s}[l] + \mathbf{w}[l] \quad l = 1, \dots, L \quad (4)$$

对阵列的输出信号进行匹配滤波,

$$\mathbf{Y} \stackrel{\Delta}{=} \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{X}[l] \mathbf{s}^H[l]$$

$$= \frac{1}{L} \sum_{k=1}^K \alpha_k \mathbf{A}(\theta_k) \sum_{l=1}^L \mathbf{s}[l] \mathbf{s}^H[l] + \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{w}[l] \mathbf{s}^H[l] \quad (5)$$

由于发射信号 \mathbf{s} 的空间正交性,即 $\mathbf{s} \mathbf{s}^H = \mathbf{I}_M$,所以(5)式可以化简为

$$\mathbf{Y} = \sum_{k=1}^K \alpha_k \mathbf{A}(\theta_k) + \mathbf{v} \quad (6)$$

其中 $\mathbf{v} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{w}[l] \mathbf{s}^H[l]$,对式(6)做矩阵拉直变换

$$\text{vec}(\mathbf{Y}) = \sum_{k=1}^K \alpha_k \text{vec}(\mathbf{A}(\theta_k)) + \text{vec}(\mathbf{v}) \quad (7)$$

其中 $\text{vec}(\mathbf{v})$ 为 0 均值,方差为 $\delta^2 \mathbf{I}_M$ 的复高斯白噪声.令 $\text{vec}(\mathbf{A}(\theta_k)) = \mathbf{d}(\theta_k)$, $\text{vec}(\mathbf{Y}) = \boldsymbol{\beta}$,则式(7)可化为

$$\boldsymbol{\beta} = \mathbf{D}(\boldsymbol{\Theta}) \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\mu} \quad (8)$$

其中 $\mathbf{D}(\boldsymbol{\Theta}) = [\mathbf{d}(\theta_1), \dots, \mathbf{d}(\theta_k)]$, $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1, \dots, \alpha_K]^T$, $\boldsymbol{\mu} = \text{vec}(\mathbf{v})$.

3 子空间拟合方位估计及快速算法

3.1 空间拟合估计子

由子空间理论可知,当阵列接收数据包含噪声时,信号子空间和阵列流型张成的空间不相等,为了解决这一问题,可以构造一个拟合关系

$$(\hat{\boldsymbol{\Theta}}, \hat{\boldsymbol{\alpha}})_{\text{SF}} = \underset{\boldsymbol{\Theta}, \boldsymbol{\alpha}}{\text{argmin}} (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{D}(\boldsymbol{\Theta}) \boldsymbol{\alpha})^H (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{D}(\boldsymbol{\Theta}) \boldsymbol{\alpha}) \quad (9)$$

使二者在最小二乘意义下拟合的最好,式(9)对 $\boldsymbol{\alpha}$ 求偏导,并令其等于 0 可得 $\boldsymbol{\alpha} = (\mathbf{D}^H(\boldsymbol{\Theta}) \mathbf{D}(\boldsymbol{\Theta}))^{-1} \mathbf{D}^H(\boldsymbol{\Theta}) \boldsymbol{\beta}$,带入到(9)式我们得到

$$\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{\text{SF}} = \underset{\boldsymbol{\Theta}}{\text{argmax}} L(\boldsymbol{\Theta}) \quad (10)$$

$$L(\hat{\boldsymbol{\Theta}}) \stackrel{\Delta}{=} \boldsymbol{\beta}^H \mathbf{q}_D(\hat{\boldsymbol{\Theta}}) \boldsymbol{\beta} \quad (11)$$

其中 $\mathbf{q}_D(\boldsymbol{\Theta})$ 为 $\mathbf{D}(\boldsymbol{\Theta})$ 的正交投影矩阵.由式(10)、(11)我们注意到目标方位的子空间拟合估计是一个多维的谱峰搜索过程,当目标个数较多时,方法的运算量较大.由于空间拟合估计子的目标函数可以等效为是多维参数空间中的概率密度函数,因此本文采用马尔可夫蒙特卡罗吉布斯抽样方法求解空间拟合估计子.

3.2 基于吉布斯抽样的子空间拟合方位估计快速算法(GSF)

3.2.1 Gibbs 抽样

Gibbs^[9]抽样是一种比较特殊的用于实现多重积分的 MCMC 算法,近年来在信号处理领域内的应用受到了统计信号处理和阵列信号处理界的关注.该算法的基本思想是在信号空间中模拟一个马尔可夫链,使其分布为所要求的分布 $p(\boldsymbol{\Theta} | \boldsymbol{\beta})$,然后对联合概率密度函数 $p(\boldsymbol{\Theta} | \boldsymbol{\beta})$ 进行随机采样并利用这些样本来估计边缘密度函数.该算法需要一个初始过渡段来最终收敛于分布,因此这一过渡段的最初 H_0 个样本将被舍弃不用于计算最后结果.

3.2.2 Gibbs 抽样函数中的后验概率函数选取

如果直接以拟合函数作为后验概率密度函数,由于全局最大值相对局部极值不突出,容易造成 Gibbs 抽样收敛时间太长,影响计算速度,为此将拟合函数指数归一化如下

$$L_1(\boldsymbol{\Theta}) = \exp(\rho L(\boldsymbol{\Theta})) / \exp(\rho \max(L(\boldsymbol{\Theta})))$$

$$= \exp(\rho(L(\Theta) - \max(L(\Theta)))) \quad (12)$$

将 $L_1(\Theta)$ 归一化, 可得后验概率密度函数为

$$\frac{p(\Theta|\beta)}{\int p(\Theta|\beta)} = L_1(\Theta) / \int L_1(\Theta) d\Theta \quad (13)$$

3.2.3 GSF 算法步骤

Gibbs 采样方法的关键是由后验概率密度函数 $\frac{p(\Theta|\beta)}{\int p(\Theta|\beta)}$ 生成样本, 采样过程是一个迭代的过程. 具体过程如下: 首先产生 N_s 个初始 Θ , 然后

(1) 从概率密度 $\overline{p(\theta_1|\theta_2^{(i-1)}, \dots, \theta_k^{(i-1)}, \beta)}$ 中抽取样本 θ_1^i .

(2) 从概率密度 $\overline{p(\theta_2|\theta_1^{(i)}, \theta_3^{(i-1)}, \dots, \theta_k^{(i-1)}, \beta)}$ 中

抽取样本 θ_2^i .

⋮

(k) 从概率密度 $\overline{p(\theta_k|\theta_1^{(i)}, \theta_2^{(i)}, \dots, \theta_{k-1}^{(i)}, \beta)}$ 中抽

取样本 θ_k^i .

其中 $i = 1, 2, \dots, N_s$. 由于概率密度函数 $\overline{p(\theta_k|\theta_1^{(i)}, \dots, \theta_{k-1}^{(i)}, \theta_{k+1}^{(i-1)}, \dots, \theta_k^{(i-1)}, \beta)}$ 并不是类似于高斯或伽马分布之类的经典分布. 因此利用重采样与核平滑方法^[10], 从 $\overline{p(\theta_k|\theta_1^{(i)}, \dots, \theta_{k-1}^{(i)}, \theta_{k+1}^{(i-1)}, \dots, \theta_k^{(i-1)}, \beta)}$ 中抽取样本 θ_k^i , 方法如下:

(1). 从均匀分布 $(-\Phi, \Phi)$ 中抽取 J 个样本 $u_j, j = 1, 2, \dots, J$, Φ 为角度搜索范围.

(2). 对每一个 u_j , 形成一个新的向量 $\alpha_j = [\theta_1^{(i)}, \dots, \theta_{k-1}^{(i)}, u_j, \theta_{k+1}^{(i-1)}, \dots, \theta_k^{(i-1)}]^T$, 并且由分布 (13) 计算权值 $\bar{w}_j \propto \overline{p(\alpha_j|\mathbf{x})}$, 然后得到权值的归一化形

$$w_j = \bar{w}_j / \sum_{j=1}^J \bar{w}_j \quad (14)$$

(3). 由下式计算样本的均值和方差

$$\bar{u} = \sum_{j=1}^J w_j u_j, \bar{\sigma}^2 = \sum_{j=1}^J w_j (u_j - \bar{u})^2 \quad (15)$$

最后用均值为 \bar{u} 和方差为 $\bar{\sigma}^2$ 的截断高斯函数 $TN(\cdot|\bar{u}, \bar{\sigma}^2)$ 的组合函数 $g(\theta_k)$ 来近似条件概率密度函数 $\overline{p(\theta_k|\theta_1^{(i)}, \dots, \theta_{k-1}^{(i)}, \theta_{k+1}^{(i-1)}, \dots, \theta_k^{(i-1)}, \beta)}$, 即

$$g(\theta_k) = \sum_{j=1}^J w_j TN(\theta_k|\bar{u}_j, h^2\bar{\sigma}^2) \quad (16)$$

其中 $h = (4/3)^{1/5} / J^{1/5}$, $\xi = \sqrt{1 - h^2}$, $\bar{u}_j = \xi u_j + (1 - \xi)\bar{u}$.

(4). 这样从概率密度函数 $\overline{p(\theta_k|\theta_1^{(i)}, \dots, \theta_{k-1}^{(i)}, \theta_{k+1}^{(i-1)}, \dots, \theta_k^{(i-1)}, \beta)}$ 中采样就可以变为对函数 $g(\theta_k)$ 进行采样.

(5) 对第 j 次抽样, 按照抽样概率 w_j 从 $TN(\theta_k|\bar{u}_j, h^2\bar{\sigma}^2)$ 中抽样 θ_k^i . 为了确保收敛, 上述步骤要迭代 $N_s(N_s = H_0 + N)$ 次, 最后 N 次迭代的样本将用来计算目标的方位的 MMSE, 得到

$$\hat{\theta}_k = \frac{1}{N} \sum_{h=H_0+1}^{H_0+N} \bar{\theta}_h \quad (17)$$

3.3 参数选择原则

在此算法中, 有三个参数需要仔细选择, 即参数 ρ ,

N_s 和样本个数 J . J 的大小决定了整个算法的运算量, 而具体的值又取决于真实参数的值. 由于使用了核平滑技术, 与需要 K 维搜索的拟合算法相比, J 小于拟合算法在单维空间的搜索网格 $G^{[10]}$. ρ 为放大指数函数的参数, 可以使全局最大点与其它局部极值点存在较明显的区别, 其最优选取原则是使归一化空间谱呈现 Delta 函数的特性, ρ 过小减低算法收敛速度, 过大又会使归一化空间谱产生奇异现象. N_s 取决于吉布斯抽样的“burn-in”时间 H_0 .

4 算法性能和计算量分析

4.1 估计性能分析

本节通过仿真实验对几种 MIMO 阵列方位估计方法的性能进行评估. 实验参数设置为: 阵列为 10 元收发双工标准均匀线列阵(阵元间距为发射信号中心频率对应波长的 $1/2$) 发射窄带正交信号, 各种算法的搜索范围设定在目标真实方位范围区间的 $\pm 5^\circ$ (可以通过常规波束形成方法获得目标的预估计). 步长设定为 0.005° , 采样次数 $N = 1000$. 表 1 表示两目标方位为 $\pm 10^\circ$, GSF 算法参数设置为: ($\rho = 1, J = 5000, N_s = 1000$) 条件下 100 次蒙特卡洛试验各种算法的 MSE 随 SNR 变化的关系. 表 2 表示两目标方位为 $\pm 3^\circ$, GSF 算法参数设置为: ($\rho = 1, J = 2000, N_s = 600$) 条件下 100 次蒙特卡洛试验各种算法的 MSE 随 SNR 变化的关系.

可以发现与常规被动阵列相似, MIMO 阵列估计性能随着目标夹角的增加而改善, 各种信噪比条件下各算法的估计精度由高到低依次排序为基于多维搜索的 ML、GSF、MUSIC、MVDR、APES. 基于多维搜索的 ML 方法的估计精度最高. 由于 GSF 算法是基于最大似然函数抽样(其空间拟合抽样子与最大似然估计子相同)的快速算法, 因此其估计精度低于基于多维搜索的最大似然算法. 另外需要注意的是, MVDR 和 APES 算法方位估计的精度较低, 特别是 APES 算法由于需要多次矩阵求逆, 当目标夹角较小时由于矩阵的秩产生缺失(高信噪比条件下更加明显), 从而使逆矩阵病态化, 使算法的性能急剧下降, 但由于 MVDR 和 APES 算法可以同时估计目标的方位和反射强度, 且 APES 算法的反射强度估计性能较好^[6], 因此当目标夹角较大时其仍有工程应用价值.

4.2 计算量分析

GSF 算法的计算复杂度为 $O(K \times J \times N_s)$, 基于多维搜索的空间拟合算法的计算复杂度为 $O(G^K)$. 对应于表 1 的估计精度得到 GSF 和基于多维搜索的空间拟合算法的运算量分别为 $O(10^7)$, $O(3.6 \times 10^7)$; 对应于表 2 的估计精度得到 GSF 和基于多维搜索的空间拟合

算法的运算量分别为 $O(0.24 \times 10^7)$, $O(1.0 \times 10^7)$. 可以发现 GSF 算法以牺牲约 3 分贝估计精度为代价提高

了约 4 倍于空间拟合算法的运算速度. 有效的提高了算法的实时处理能力.

表 1 $10\log_{10}(\text{MSE})$ 与信噪比的对应关系

算法 \ SNR	- 10(dB)		- 5(dB)		0(dB)		5(dB)		10(dB)	
	源 1	源 2	源 1	源 2	源 1	源 2	源 1	源 2	源 1	源 2
CRB	-21.65	-21.64	-26.44	-26.28	-31.35	-31.53	-36.51	-36.04	-41.21	-41.28
ML	-13.68	-13.65	-19.55	-19.48	-23.50	-23.89	-31.04	-30.87	-34.34	-34.89
MVDR	6.22	6.30	2.97	3.21	0.5702	2.1327	-11.22	-9.38	-18.68	-18.08
MUSIC	-7.75	-9.09	-15.18	-15.16	-19.89	-19.73	-26.30	-25.24	-30.83	-30.99
APES	1.89	2.00	0.96	1.10	5.80	5.41	7.25	7.04	7.19	7.19
GSF	-12.07	-12.72	-16.93	-17.53	-21.41	-22.02	-26.19	-27.06	-31.33	-31.25

表 2 $10\log_{10}(\text{MSE})$ 与信噪比的对应关系

算法 \ SNR	- 10(dB)		- 5(dB)		0(dB)		5(dB)		10(dB)	
	源 1	源 2	源 1	源 2	源 1	源 2	源 1	源 2	源 1	源 2
CRB ^[8]	-29.51	-30.12	-35.22	-34.51	-39.87	-40.27	-44.64	-46.13	-49.06	-49.90
ML ^[8]	-21.68	-23.60	-26.74	-26.70	-32.69	-32.74	-39.27	-39.96	-42.48	-42.60
MVDR ^[6]	-17.73	-15.38	-24.44	-23.25	-26.46	-26.87	-32.69	-33.93	-38.81	-38.81
MUSIC ^[11]	-18.72	-19.84	-24.39	-23.28	-29.65	-29.36	-32.96	-34.34	-38.80	-38.73
APES ^[6]	-7.22.	-7.55	-5.69	-7.11	-4.99	-5.70	-13.04	-6.91	-12.07	-12.57
GSF	-18.96	-19.15	-25.01	-24.99	-30.60	-30.23	-35.12	-34.89	-40.11	-39.82

5 水池实验

水池实验中, 10 元均匀线列阵水平布放在水下 3m, 窄带信号中心频率 30kHz. 阵元间距为 5cm. 采用发射换能器发射信号模拟发射阵列的窄带正交信号(多路高斯白噪声通过窄带滤波器)遇到目标后反射的叠加. 匹配滤波次数为 10000, 通过改变发射换能器之间的距离获得两目标的不同夹角, 通过旋转接收阵列获得两目标的不同方位(图 1). 图 2 和图 3 分别表示不同信噪比条件下大间隔目标和紧相邻目标采用不同方位估计方法的空间谱.

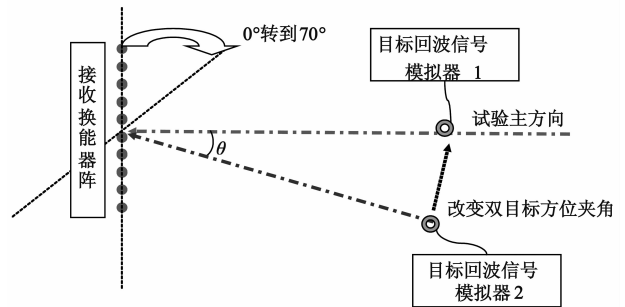


图1 实验态势图

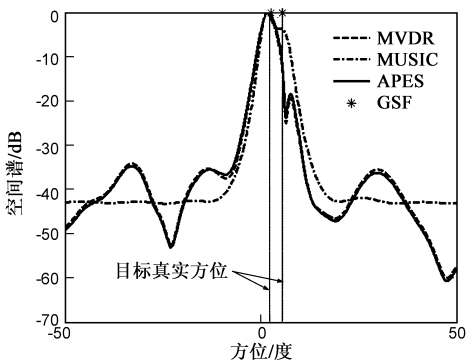
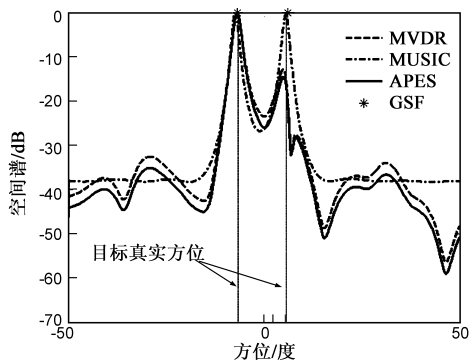


图2 接收信噪比20dB时紧相邻目标和大间隔目标的空间谱



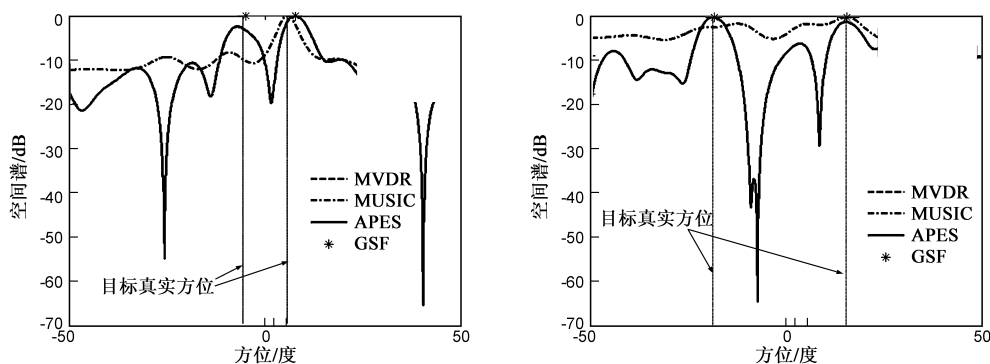


图3 接收信噪比-30dB时紧相邻目标和大间隔目标的空间谱

6 结论

针对 MIMO 声纳目标方位估计问题,提出了一种空间拟合方位估计方法,并采用马尔可夫蒙特卡罗吉布斯抽样方法解决空间拟合多维搜索运算量大的问题,研究了后验概率密度函数的选取,最后进行了算法的性能分析研究和水池实验,结果表明,GSF 以牺牲很小的估计精度为代价,获得了计算速度大幅度提高,为 MIMO 声纳的方位估计方法的工程实现提供了一种新途径.

参考文献

- [1] E Fisher, A Haimovich, R Blum, et. MIMO radar: An idea whose time come [A]. in Proc. IEEE Radar Conf [C]. Apr. 2004. 71 – 78.
- [2] K Forsythe, D. Bliss, Waveform correlation and optimization issue for MIMO radar [A]. in Proc. 39th Asilomar Conf. Signals, Syst. Comput. [C]. Nov. 2005. 1306 – 1310.
- [3] F Robey, S Coutts, D Weikle, et. MIMO radar systems theory and experimental results [A]. in Proc. 38th Asilomar Conf. Signals, Syst. Comput. [C]. vol. 1, Nov. 2004. 300 – 304.
- [4] X. , Luzhou, L. , Jian, Iterative generalized-likelihood ratio test for MIMO Radar [J]. IEEE Trans. Signal Processing 2007, 55 (6): 2375 – 2385.
- [5] 刘楠,张娟,张林让,申东,一种适用于 MIMO 雷达的低复杂度二维 DOA 估计方法 [J]. 电子学报 2012, 3(40): 505 – 511.

LIU Nan, ZHANG Juan, ZHANG Lin-rang et al. A low complexity 2-D DOA estimation method for MIMO radar [J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(3): 505 – 511 (in Chinese).

- [6] X Luzhou, L Jian, P Stoica, Jian Li and Petre Stoica. MIMO Radar with Colocated Antennas [J]. IEEE Signal processing Magazine 2007: 106 – 114.
- [7] P Stoica, L Jian, X Yao. On probing signal design for MIMO Radar [J]. IEEE Trans. Signal Processing, 2007, 55(8): 4151 – 4161.
- [8] I Bekkerman, J Tabrikian. Target detection and localization using MIMO radars and sonars [J]. IEEE Trans. Signal Processing, 2006, 54(10): 3873 – 3882.
- [9] E A S mold. Gibbs sampling. In Handbook of Statistics [C]. New York Elsevier, 1993, 9: 599 – 655
- [10] West M. Approximating posterior distributions by mixtures [J]. Journal of the Royal Statistical Society (Ser. B), 1998, 54(6): 553 – 568
- [11] Joseph Tabrikian, Ilya Bekkerman, Transmission diversity smoothing for multi-target localization [C], ICASSP 2005, 5: 1041 – 1044

作者简介



金 勇 男, 1972 年 8 月生于河南省开封市, 博士, 河南大学计算机与信息工程学院副教授. 研究方向为阵列信号处理和统计信号处理.
E-mail: jy@henu.edu.cn