

# 联合低秩与稀疏先验的高光谱图像 压缩感知重建

孙玉宝<sup>1,2</sup>, 吴泽彬<sup>2</sup>, 吴 敏<sup>3</sup>, 刘青山<sup>1</sup>

(1. 南京信息工程大学信息与控制学院, 江苏南京 210044; 2. 南京理工大学计算机科学与工程学院与江苏省光谱成像与智能感知重点实验室, 江苏南京 210094; 3. 南京军区南京总医院医学工程科, 江苏南京 210002)

**摘 要:** 本文建立了一种新的高光谱图像压缩感知重建模型, 编码端采用块对角的 Noiselet 测量矩阵对每一谱带进行独立采样, 解码端首先建立高光谱图像低秩稀疏表示模型, 分解为低秩与稀疏成分, 并对低秩成分在空间维进行稀疏分解, 进而构建联合谱间低秩性先验与谱内空间稀疏性先验的凸优化重建模型, 并提出模型求解的增广拉格朗日乘子迭代算法, 通过引入辅助变量与线性化技巧, 使得每一子问题均存在解析解, 降低了模型求解的复杂度. 实验结果验证了本文模型及其算法的有效性.

**关键词:** 压缩感知; 低秩先验; 稀疏先验; 增广拉格朗日乘子算法

**中图分类号:** TP753      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2014)11-2219-06

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2014.11.014

## Compressed Sensing Reconstruction of Hyperspectral Imagery Jointly Using Low Rank and Sparse Prior

SUN Yu-bao<sup>1,2</sup>, WU Ze-bin<sup>2</sup>, WU Min<sup>3</sup>, LIU Qing-shan<sup>1</sup>

(1. Department of Information and Control, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing, Jiangsu 210044, China;

2. Department of Computer Science and Engineering and Jiangsu Key Laboratory of Spectral Imaging & Intelligent Sense, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing, Jiangsu 210094, China; 3. Nanjing General Hospital of Nanjing Area Command, Nanjing, Jiangsu 210002, China)

**Abstract:** A new compressed sensing model is proposed to reconstruct hyperspectral image. In the encoder side, block-diagonal measurement matrix formed by permuted noiselets transform is used to randomly measure the signal of each channel independently. In the decoder side, the low rank and sparse representation models are firstly constructed to decompose hyperspectral data matrix into low rank and sparse parts, and the low rank part is further sparsely decomposed. Then, the intra-channel low rank prior and the inter-channel sparse prior are jointly utilized to reconstruct the compressed data. A numerical optimization algorithm is also proposed to solve the reconstruction model by augmented Lagrange multiplier method. Every sub-problem in the iteration formula admits analytical solution after introducing auxiliary variable and linearization operation. The complexity of the numerical optimization algorithm is reduced. The experimental results verify the effectiveness of our algorithm.

**Key words:** compressed sensing; low rank prior; sparse prior; augmented Lagrange multiplier method

### 1 引言

高光谱遥感图像在获取地物空间几何关系的同时能够以很高的光谱分辨率探测地物的物理性状<sup>[1]</sup>, 然而高的空间和光谱分辨率也生成了大量的测量数据, 给高光谱数据的存储、传输以及后续处理带来了困难, 需要通过预测、变换、矢量量化等算法对其进行压缩. 然而这种高冗余采样再压缩的过程造成极大的资源浪费, 给低功耗、资源有限的星上应用带来巨大压力. 压缩感知 (Compressive Sensing, CS)<sup>[2~4]</sup>是一种新颖的信号获取理

论, 融合了传统的采样与压缩过程, 能够直接获取远低于 Nyquist 采样率的测量数据, 降低采样成本、减少存储资源, 同时编码端低运算复杂的处理模式非常适合星上处理. 利用压缩感知理论建立新型的高光谱数据测量机制可有效解决当前成像方式中计算复杂, 数据量大的问题.

针对高光谱数据的自身特点, 如何充分挖掘高光谱数据的光谱与空间相关性进行压缩感知重建是一个关键问题. 文献[5]将全变差模型独立应用于每一谱带数据, 约束其空间光滑性, 但忽略了谱间的相关性. 文献

[6]采用三维张量小波联合约束高光谱数据在空间与谱维的稀疏性.在后续的研究中,文献[7]指出高光谱数据矩阵的秩与所观测场景的地物类别之间存在近似相等的关系,表明其低秩属性.文献[8]使用 K-L 变换在光谱维度对高光谱数据进行降维,只需少数的主分量即可有效逼近.基于此特性,文献[9]提出了 SpaRCS 压缩重建模型,从少数的压缩测量样本恢复高光谱数据的低秩与稀疏成分,并分别使用 ADMiRA 算法<sup>[10]</sup>与 CoSaMP 算法<sup>[11]</sup>对于低秩部分与稀疏部分进行交替更新,实验结果验证了该算法的有效性.然而 SpaRCS 模型编码端对所有谱段进行耦合测量,不能自适应于每个谱段的统计特性,也不利于压缩成像装置硬件实现.解码时重建模型中的低秩约束度量的只是谱带之间的相关性,对于谱带内的空间相关性并未得到充分利用.同时 SpaRCS 显式约束  $L$  的秩范围与  $E$  的稀疏度 ( $l_0$  范数),为非凸的目标模型,采用交替迭代算进行求解,无法有效更新逼近误差.

基于以上分析,为了有效解决 SpaRCS 模型中存在的上述问题,本文提出了一种新的高光谱图像压缩感知重建模型与算法,从测量数据  $y$  重建高光谱图像  $X^*$ .编码端使用扰动的 Noiselets 变换<sup>[12]</sup>对每一个谱段独立进行随机采样,解码端联合高光谱数据光谱维的低秩性与空间维的稀疏性先验进行重建,并使用增广拉格朗日乘子法对重建模型进行快速求解<sup>[13]</sup>,提高求解精度与效率.实验结果表明,与 SpaRCS 模型相比,本文算法运算效率更高,且可获得更高质量的重建结果.

## 2 高光谱的块对角随机测量

本节主要建立编码端的块对角随机测量方法.高光谱数据重排为矩阵形式  $X \in R^{n_1 \times n_2}$ ,其列向量  $X_j$  表示第  $j$  个光谱子带图像(重排为向量),  $n_1$  为高光谱数据的空间分辨率,  $n_2$  为光谱子带数目,记  $A: R^{n_1 \times n_2} \rightarrow R^m$  为线性测量算子,对数据矩阵进行压缩测量

$$y = A(X) \quad (1)$$

$y \in R^m$  为获得的测量向量,采样数远小于  $n_1 n_2$ ,采样率为  $m/n_1 n_2$ .线性测量算子  $A$  可以显式表示为矩阵形式  $A \in R^{m \times n_1 n_2}$ ,进而测量方程(1)可表示为:

$$y = AX_{\text{vec}} \quad (2)$$

其中  $X_{\text{vec}}$  为矩阵  $X$  按列依次堆叠重排形成的一维向量,  $A$  为压缩测量矩阵.

测量算子  $A$  的选择是一个关键问题,文献[12]使用 Noiselets 变换作为线性观测矩阵,具有近似线性复杂度的快速算法,且无需要存储与传输测量矩阵等优点.然而文献[9]对各谱带堆叠形成的向量数据  $X_{\text{vec}}$  进行整体耦合测量.该种耦合(稠密)的测量方式不利用高光

谱测量装置的硬件实现,并且不利于针对每个谱段的统计特性进行自适应采样.为此,本文在编码端采用解耦的随机采样模式,如图 1 所示,对每一谱带的数据进行独立采样,可根据每个谱带的特征进行自适应调整.此时,测量矩阵  $A$  具有块对角结构<sup>[14]</sup>,其中  $A_i \in R^{\hat{m} \times n_1}$  为第  $i$  子带的随机测量矩阵,鉴于 Noiselets 的良好特性,本文选取 Noiselets 变换作为各子带的随机观测阵  $A_i$ ,对各子带进行线性测量,每个子带的测量样本数为  $\hat{m}$ ,所有子带的合计测量数为  $m = \hat{m} n_2$ .

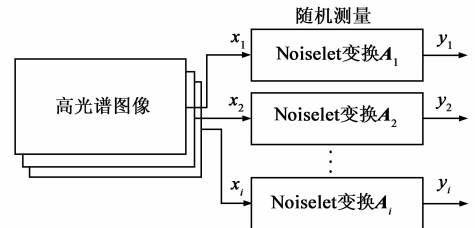


图1 编码端——分离的独立采样模式

## 3 联合低秩与稀疏先验的压缩重建模型

本节建立高光谱数据的压缩重建模型,从测量数据  $y$  重建高光谱图像  $X^*$ .根据先前的研究分析,高光谱数据呈现出低秩与稀疏的组合结构.为此在矩阵的低秩分解理论框架下<sup>[15]</sup>,本文首先建立高光谱数据矩阵  $X$  的低秩稀疏表示模型:

$$\min_{L,E} \|Z\|_* + \lambda \|E\|_1, \quad \text{s.t. } X = Z + E \quad (3)$$

$Z \in R^{n_1 \times n_2}$  为低秩部分矩阵,刻画谱带间的相关性,  $E \in R^{n_1 \times n_2}$  为稀疏成分,用于表示各谱带间偏离低秩成分的差异性.  $\|Z\|_* = \sum_i \sigma_i(Z)$  为矩阵  $Z$  的核范数(Nuclear Norm),定义为奇异值  $\sigma_i(Z)$  的和,  $\|E\|_1 = \sum_{i,j} |E_{i,j}|$  为矩阵  $E$  的  $l_1$  范数,定义为各矩阵元素的绝对值之和.  $\lambda$  为正则化参数.

为了更好地从 CS 测量值重构原始高光谱图像,本文充分利用两类先验知识进行重建,第一类是式(3)的高光谱数据的低秩稀疏表示模式,通过低秩约束表征谱间的相关性,而谱间的差异性则被分离在稀疏成分  $E$ ;第二类为空间稀疏性,由于地物分布的连续性,每一谱带图像在适当的变换基(如小波等下)存在稀疏的表示.为此本文共同利用这两类先验知识,联合谱间的低秩先验与谱内的稀疏性先验重建  $X$  的低秩成分  $Z$  和稀疏成分  $E$ ,构建的凸优化模型如下:

$$[Z^*, E^*] = \arg \min_{Z,E} \|Z\|_* + \lambda \|E\|_1, \quad \text{s.t. } y = A(Z + E) \quad (4)$$

式中  $y \in R^m$  为测量向量,  $A$  表示第二节建立的针对每

一频谱子带的独立随机测量过程,模型(4)分别通过核范数与  $l_1$  范数约束  $\mathbf{Z}$  与  $\mathbf{E}$  的低秩性与稀疏性,进而将数据矩阵  $\mathbf{X}$  分解为低秩成分  $\mathbf{Z} \in R^{n_1 \times n_2}$  与稀疏成分  $\mathbf{E} \in R^{n_1 \times n_2}$ ,  $\Psi$  为变换基,  $\Psi\mathbf{Z}$  为  $\mathbf{Z}$  在  $\Psi$  下的分解系数,  $\lambda$  为正则化参数,权衡低秩成分与稀疏成分的比率.

不同于 SpaRCS 模型<sup>[10]</sup>,本文模型(4)为凸的优化目标函数,易于求解,同时对低秩成分  $\mathbf{Z}$  作进一步的稀疏分解,使得  $\mathbf{Z}$  在谱间具有低秩属性的同时在空间维是稀疏的,能够进一步降低低秩矩阵  $\mathbf{Z}$  的自由度,增强高光谱数据的可恢复性.

根据第二节中的说明,本文选用扰动的 Noiselet 作为测量算子.为了提高重建概率,变换基  $\Psi$  应与测量算子  $A$  尽可能不相关,文献[16]指出 Noiselet 与 Daubechies 小波 Db4 和 Db8 的相干系数分别为 2.2 和 2.9,具有较低的相干性.为此,本文选用  $\Psi$  为 Db4 小波变换基.求解模型(4),可获得重建数据  $\mathbf{X}^* = \mathbf{Z}^* + \mathbf{E}^*$ .

#### 4 线性化增广拉格朗日乘子算法

增广拉格朗日乘子法(Augmented Lagrange Multiplier Method)在低秩矩阵恢复问题<sup>[13]</sup>中得到了广泛的应用.对于本文的重建模型(4),由于测量算子  $A$  与变换基  $\Psi$  的引入,使得模型关于变量  $\mathbf{Z}$ ,  $\mathbf{E}$  是不可分离的,同时关于  $\mathbf{Z}$  存在复合的核范数与稀疏性约束.如何进行变量分离与解耦是快速求解模型(4)的一个关键问题.为此,本文通过引入辅助变量,分离复合约束,并采用线性化(Linearization)策略,对变量  $\mathbf{Z}$ ,  $\mathbf{E}$  进行解耦,使得每个子问题存在简单的解析解,进而快速求解.

针对模型(4),引入辅助变量  $\mathbf{J}$ , 并添加等式约束,转化为如下的等价问题:

$$\begin{aligned} \min \quad & \|\mathbf{Z}\|_* + \|\mathbf{J}\|_1 + \lambda \|\mathbf{E}\|_1 \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{y} = A(\mathbf{Z} + \mathbf{E}), \mathbf{J} = \Psi\mathbf{Z} \end{aligned} \quad (5)$$

构建式(5)的增广拉格朗日乘子函数,表示为:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{Z}, \mathbf{E}} \quad & \|\mathbf{Z}\|_* + \|\mathbf{J}\|_1 + \lambda \|\mathbf{E}\|_1 + \langle \mathbf{Y}_1, A(\mathbf{Z} + \mathbf{E}) - \mathbf{y} \rangle + \\ & \langle \mathbf{Y}_2, \Psi\mathbf{Z} - \mathbf{J} \rangle + \frac{\beta}{2} (\|A(\mathbf{Z} + \mathbf{E}) - \mathbf{y}\|_2^2 + \|\Psi\mathbf{Z} - \mathbf{J}\|_F^2) \end{aligned} \quad (6)$$

向量  $\mathbf{Y}_1$  与矩阵  $\mathbf{Y}_2$  为拉格朗日乘子,  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  为内积,  $\|\cdot\|_F$  为矩阵的 Frobenius 范数,  $\beta > 0$  为惩罚参数.这是一个多变量的优化问题,需要进行迭代求解.假定当前为第  $k$  次迭代,变量的交替优化与乘子更新过程如下.

(1)固定  $\mathbf{Z}$ ,  $\mathbf{E}$ , 求解  $\mathbf{J}$ , 目标函数如下:

$$\mathbf{J}^{k+1} = \arg \min_{\mathbf{J}} \frac{1}{\beta} \|\mathbf{J}\|_1 + \frac{1}{2} \|\mathbf{J} - \mathbf{J}_p\|_F^2 \quad (7)$$

其中  $\mathbf{J}_p = \Psi\mathbf{Z}_k + \mathbf{Y}_2^k/\beta$ , 该子问题即为  $l_1$  范数的邻近算子(proximal operator)<sup>[17]</sup>, 具有解析解, 对应为矩阵  $\mathbf{J}_p$  中

每个元素的软阈值收缩, 具体公式请参见算法 1 的 step3.

(2)固定  $\mathbf{J}$ ,  $\mathbf{E}$ , 求解  $\mathbf{Z}$ , 目标函数如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}^{k+1} = \arg \min_{\mathbf{Z}} \quad & \|\mathbf{Z}\|_* + \frac{\beta}{2} \|A(\mathbf{Z} + \mathbf{E}_k) - \mathbf{y} + \mathbf{Y}_1^k/\beta\|_2^2 \\ & + \frac{\beta}{2} \|\Psi\mathbf{Z} - \mathbf{J}_{k+1} + \mathbf{Y}_2^k/\beta\|_F^2 \end{aligned} \quad (8)$$

为了对变量  $\mathbf{Z}$  进行解耦, 应用线性化策略将(8)中的二次项在点  $\mathbf{Z}_k$  处进行一阶的 Taylor 展开, 化简合并后的优化模型为:

$$\mathbf{Z}^{k+1} = \arg \min_{\mathbf{Z}} \|\mathbf{Z}\|_* + \frac{\beta\eta_Z}{2} \|\mathbf{Z} - \mathbf{Z}_p\|_F^2 \quad (9)$$

其中, 常数项矩阵  $\mathbf{Z}_p$  计算为:

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_p = \mathbf{Z}_k - A^* (\beta(A(\mathbf{Z}_k + \mathbf{E}_k) - \mathbf{y}) + \mathbf{Y}_1^k)/\beta\eta_Z - \Psi^* (\beta(\Psi\mathbf{Z}_k - \mathbf{J}_{k+1}) + \mathbf{Y}_2^k)/\beta\eta_Z, \end{aligned}$$

该子问题即为矩阵核范数的邻近算子, 存在解析解, 为对  $\mathbf{Z}_p$  的奇异值收缩, 具体公式请参见算法 1 的 step4.

(3)固定  $\mathbf{Z}$ ,  $\mathbf{J}$  求  $\mathbf{E}$ , 目标函数为:

$$\min_{\mathbf{E}} \lambda \|\mathbf{E}\|_1 + \frac{\beta}{2} \|A(\mathbf{Z} + \mathbf{E}) - \mathbf{y} + \mathbf{Y}_1^k/\beta\|_F^2 \quad (10)$$

同样应用线性化策略, 化简合并后的优化模型为:

$$\mathbf{E}^{k+1} = \arg \min_{\mathbf{E}} \lambda \|\mathbf{E}\|_1 + \frac{\beta\eta_E}{2} \|\mathbf{E} - \mathbf{E}_p\|_F^2 \quad (11)$$

其中  $\mathbf{E}_p = \mathbf{E}_k - A^* (\mathbf{Y}_1^k + \beta(A\mathbf{Z}_{k+1} + A\mathbf{E}_k - \mathbf{y}))/\beta\eta_E$ , 该子问题同样存在解析解<sup>[17]</sup>, 为  $\mathbf{E}_p$  逐元素的软阈值收缩, 具体公式请参见算法 1 的 step5.

(4)乘子更新:

$$\begin{cases} \mathbf{Y}_1 = \mathbf{Y}_1 + \beta(A\mathbf{Z}_{k+1} + A\mathbf{E}_{k+1} - \mathbf{y}) \\ \mathbf{Y}_2 = \mathbf{Y}_2 + \beta(\Psi\mathbf{Z}_{k+1} - \mathbf{J}_{k+1}) \end{cases} \quad (12)$$

重复执行此过程直至满足给定的收敛性条件<sup>[13]</sup> (参加算法 1 的 Step8). 文献[13]也指出为了加速算法的收敛速度, 在迭代过程中应适时动态更新惩罚参数  $\beta$ , 为此本文采取序贯策略(continuation method), 按以下公式进行自适应更新:

$$\beta = \begin{cases} \rho\beta, & \max \left\{ \frac{\|A(\mathbf{Z}_{k+1} + \mathbf{E}_{k+1}) - \mathbf{y}\|_F}{\|A(\mathbf{Z}_k + \mathbf{E}_k) - \mathbf{y}\|_F}, \right. \\ & \left. \|\Psi\mathbf{Z}_{k+1} - \mathbf{J}_{k+1}\|_F / \|\Psi\mathbf{Z}_k - \mathbf{J}_k\|_F \right\} > \alpha \\ \beta, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (13)$$

其中  $\rho > 1$  为倍数因子,  $0 < \alpha < 1$  为常数因子, 逐步增大惩罚参数  $\beta$ , 当  $k \rightarrow \infty$  时,  $\beta$  将趋于稳定, 使得等式约束趋于成立. 具体的算法流程如下:

算法 1 求解模型(4)的线性化增广拉格朗日乘子算法

输入参数: 测量向量  $\mathbf{y}$ , 参数  $\lambda$ , 收敛性允许常数  $\epsilon_1, \epsilon_2$

Step 1. 初始化:

$$\mathbf{E}, \mathbf{Z} = \mathbf{0}, \mathbf{J} = \mathbf{0}, \mathbf{Y}_1 = \mathbf{0}, \mathbf{Y}_2 = \mathbf{0}, \rho = 1.7, \eta_Z = 1, \eta_E = 1, \beta = 2e -$$

03,  $\alpha = 1e-3$ , RelErr1 = RelErr2 =  $\infty$ ;

Step 2. While RelErr1 >  $\epsilon_1$  and RelErr2 >  $\epsilon_2$  Do

Step 3. 更新  $J$ ——软阈值收缩

$$J^{k+1} = \text{sign}(J_p)(\text{abs}(J_p) - 1/\beta)$$

Step4. 更新  $Z$ ——奇异值收缩

skinny 奇异值分解:  $\text{Skin} - \text{SVD}(Z_p) = \mathbf{U}\mathbf{A}\mathbf{V}^T$ ;

$Z^{k+1} = \mathbf{U}\mathbf{A}\mathbf{V}^T, \bar{\mathbf{A}} = \text{diag}(\bar{\sigma}_1, \dots, \bar{\sigma}_r), \bar{\sigma}_i = \max\{|\sigma_i - 1/\beta\eta_Z|, 0\}$  为收缩后的奇异值.

Step5. 更新  $E$ ——软阈值收缩

$$E^{k+1} = \text{sign}(E_p)(\text{abs}(E_p) - \lambda/\beta\eta_E)$$

Step6. 依据式(12)更新乘子  $Y_1, Y_2$

Step7. 按式(13)更新惩罚因子  $\beta$

Step8. 收敛性条件计算:

$$\text{RelErr1} = \max(\|Z^{k+1} - Z^k\|_F, \|E^{k+1} - E^k\|_F,$$

$$\|J^{k+1} - J^k\|_F) / \|y\|_2$$

$$\text{RelErr2} = \max(\|Y_1^{k+1} - Y_1^k\|_F, \|Y_2^{k+1} - Y_2^k\|_F) / \|y\|_2$$

End While

输出: 低秩成分  $Z$  与稀疏成分  $E$

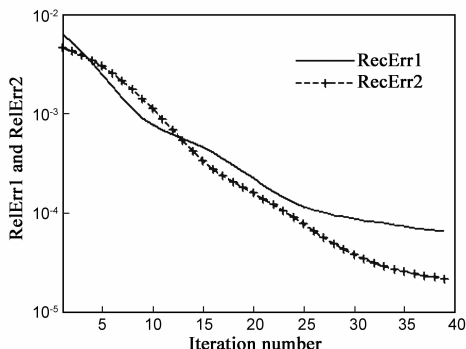


图2 RelErr1与RelErr2的衰减曲线, Y轴为对数尺度

以 Urban 样本数据为例, 当采样率为 0.1 时, 设置  $\rho = 1.7$ , 依据上述算法求解模型(4)从测量数据  $y$  重建原高光谱数据, 图 2 给出了相对误差 RelErr1 与 RelErr2 随迭代次数的变化曲线, 可以看出, 相对误差能够随着迭代次数快速衰减, 并趋于稳定, 验证了本文算法的收敛性. 本文算法的 Step4 对  $Z$  进行奇异值收缩, 是优化算法的主要耗时步骤, 采用 PROPACK 软件包中的 lansvd 函数进行快速求解, 运算复杂度为  $O(m^2)$ ,  $r$  为矩阵的秩大小. 文献[9]指出 SpaRCS 算法的每一次迭代包含两次 Truncated SVDs 运算、一次最小二乘估计与非零系数支撑集排序操作, 其中两次 truncated SVDs 运算是主要的耗时操作, 通过 Lanczos 算法进行求解, 运算复杂度为  $O(m^2)$ [10]. SpaRCS 算法每一次迭代的运算复杂度要高于本文算法. 同时本文算法使用增广拉格朗日乘子算法包含有乘子更新步骤, 能够有效保证逼近误差的逐步衰减, 生成收敛结果, 本文算法与文献[9]运行时间分析请参见第 5 节.

## 5 实验结果与分析

该节通过实验验证本文算法的性能, 并与 SpaRCS 模型在重建性能以及运行时间等方面进行对比分析. 选用实测的高光谱图像 Pavia University (PaviaU), Urban 作为仿真测试数据, PaviaU 由 ROSIS 成像仪获取, 空间分辨率为  $256 \times 256$ , 谱带数为 64, Urban 由 AVIRIS 成像仪获取,  $256 \times 256$ , 谱带数为 128. 以 SNR 作为重建图像  $X^* = Z^* + E^*$  的定量比较标准, 定义为:

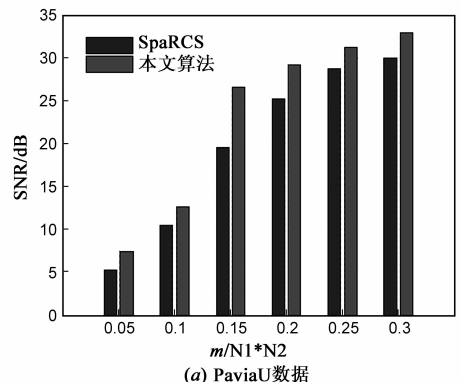
$$\text{SNR} = -20\log_{10}(\|X - Z^* - E^*\|_F / \|X\|_F)$$

$X$  为原高光谱数据, 实验中 SpaRCS 模型的 Matlab 程序包下载自作者 A E Waters 的主页 (<http://www.ece.rice.edu/~aew2/sparcs.html>), 模型的各参数依据原文进行设置. 本文模型依据算法 1 进行求解.

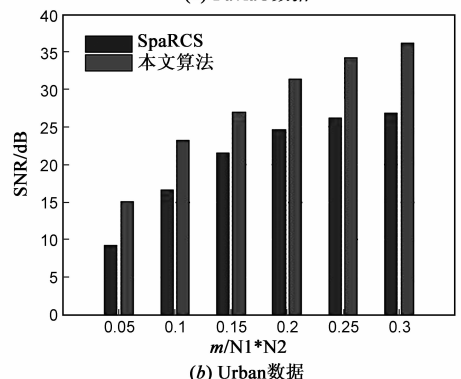
### 5.1 重建 SNR 性能分析

图 3 比较了本文模型与 SpaRCS 模型在不同采样率下针对 PaviaU 与 Urban 数据的重建 SNR 对比图形, 横坐标表示采样率, 分别为 0.05、0.1、0.15、0.2、0.25 与 0.3, 纵坐标为重建图像的 SNR. 实验时设置本文模型参数  $\lambda = 3.5/\sqrt{n_1}$ ,  $n_1$  为像元个数,  $\epsilon_1 = 1.0 \times 10^{-4}$ ,  $\epsilon_2 = 1.0 \times 10^{-5}$ . 从图 3 可以看出本文模型的重建 SNR 均优于 SpaRCS 模型, 高出约 1~3dB, 在低采样率下优势更为明显, 高出约 3~5dB, 表明了本文模型的有效性.

图 4 给出了采样率为 0.15 时本文模型与 SpaRCS



(a) PaviaU数据



(b) Urban数据

图3 本文模型与SpaRCS模型针对高光谱数据PaviaU与Urban在不同采样率下的重建SNR图形



图4 本文模型与SpaRCS模型针对Urban数据的重建图像

模型对 Urban 数据(谱带数为 50 与 70)重建图像,5(b)为 SpaRCS 模型的重建图像,重建 SNR 分别为 21.4570dB,25.2943dB,(c)为本文模型的重建图像,重建 SNR 分别为 26.5998dB,31.0169dB.可以看出,本文重建图像的 SNR 要高出 5dB,视觉质量更好,能够重建出更多的图像细节.

图 5 展示了本文模型针对 PaviaU 数据在采样率为 0.25 时的重建结果,列出了重建图像  $X^*$  ( $= Z^* + E^*$ ) 的低秩成分  $Z^*$  与稀疏成分  $E^*$ ,并给出低秩成分  $Z^*$  以及  $Z^* + E^*$  同原图像间的残差数据.重建图像  $X^*$  的 SNR 为 31.256dB,只使用低秩成分  $Z^*$  的 SNR 为 29.734dB,各谱带偏离低秩成分的差异性结构被分离至稀疏成分  $E^*$  中,如屋顶、沥青路面等,残差图像  $|X - Z^* - E^*|$  呈现随机的噪声结构,表明本文模型能够有效重建重要的结构信息.

## 5.2 运行时间分析

由于本文模型与 SpaRCS 模型的目标优化函数并不相同,无法直接比较两者目标函数随迭代次数的衰减速度,为此本文比较两者达到各自最高重建 SNR 所需要的运行时间与迭代次数,进而分析两者算法的运行效率.表 1 列出了采样率为 0.2 时,达到最高重建 SNR

时循环迭代次数以及运行时间(单位为秒).实验所用 PC 机的硬件配置为:64 位 Win7 操作系统,英特尔酷睿 i7-CPU,主频 2. GHZ,内存 4G,硬盘 256G.

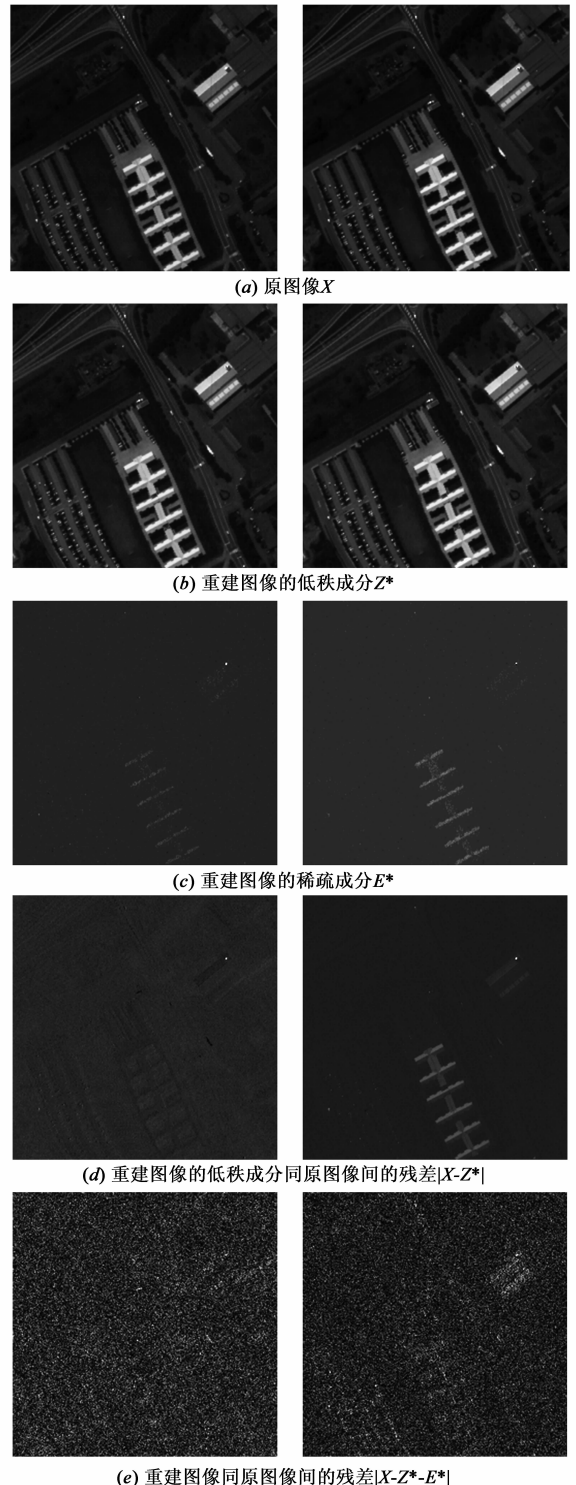


图5 本文模型针对PaviaU数据在采样率为0.25时的重建结果  
从左至右所示图像对应的谱带数分别为2,12

从表 1 实验数据可以看出,尽管本文模型达到最高重建 SNR 所需要的迭代次数更多,但由于每次迭代的

运算复杂度要低于 SpaRCS 算法,因此所需的运算时间较少,本文算法的总运行时间仍然要明显少于 SpaRCS 算法,大约只为 SpaRCS 算法的 1/3,验证了本文优化算法的高效性。

表 1 采样率为 0.2 时,达到相同重建 SNR 时的循环迭代次数

图像	迭代次数		运行时间(s)	
	SpaRCS	本文	SpaRCS	本文
Urban	48	34	293.9056	65.3184
paviaU	45	79	601.7738	262.2131

## 6 结论与展望

本文建立了一种新的高光谱图像压缩感知重建模型,并同 SpaRCS 模型进行了对比分析,本文模型不仅运算效率高,并且能够获得更高质量的重建图像,验证了本文模型及其算法的有效性.基于压缩感知机理的高光谱成像机制在编码端只需获取少量的线性测量数据,解码端应用优化算法从测量数据重建原高光谱数据,将编码端工作负荷转移至解码端,因而降低了编码端的能量与存储要求,这种工作模式非常适合星上处理,具有重要的应用前景。

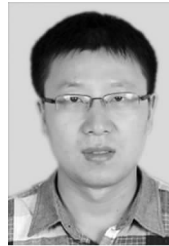
### 参考文献

- [1] Chein I Chang. Hyperspectral Imaging: Techniques for Spectral Detection and Classification[M]. New York: Springer, 2003. 1-10.
- [2] 焦李成,杨淑媛,刘芳,等.压缩感知回顾与展望[J].电子学报,2011,39(7):1651-1662.  
JIAO Li-cheng, YANG Shu-yuan, LIU Fang, et al. Development and prospect of compressive sensing[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(7): 1651-1662. (in Chinese)
- [3] 王强,李佳,沈毅.压缩感知中确定性量测矩阵构造算法综述[J].电子学报,2013,41(10):2041-2050.  
WANG Qiang, LI Jia, SHEN Yi. A survey on deterministic measurement matrix construction algorithms in compressive sensing[J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(10): 2041-2050. (in Chinese)
- [4] D L Donoho. Compressed sensing[J]. IEEE Trans on Inf Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [5] A Wagadarikar, et al. Single disperser design for coded aperture snapshot spectral imaging[J]. Applied Optics, 2008, 47(10): B44-B51.
- [6] M F Duarte, R G Baraniuk. Kronecker compressive sensing[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2011, 21(2): 494-504.
- [7] A Chakrabarti, T Zickler. Statistics of real-world hyperspectral images[A]. Proceedings of IEEE Int Conf Comp Vis[C]. Washington: IEEE, 2011. 193-200.
- [8] Q Du, J E Fowler. Hyperspectral image compression using jpeg2000 and principal component analysis[J]. IEEE Geosci

Remote Sens Lett, 2007, 4(4): 201-205.

- [9] Waters A, Sankaranarayanan AC, Baraniuk RG. SpaRCS: Recovering low-rank and sparse matrices from compressive measurements[A]. Proceedings of Neural Information Processing Systems[C]. Cambridge: MIT Press, 2011. 1089-1097.
- [10] Kiryung Lee, Yoram Bresler. Admira: Atomic decomposition for minimum rank approximation[J]. IEEE Trans on Info Theory, 2010, 56(9): 4402-4416.
- [11] D Needell, JA Tropp. Cosamp: Iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples[J]. Appl Comput Harmon Anal, 2009, 26(3): 301-321.
- [12] R Coifman, F Geshwind, Y Meyer. Noiselets[J]. Applied and Computational harmonic analysis, 2001, 10(1): 27-44.
- [13] Zhouchen Lin, et al. Linearized alternating direction method with adaptive penalty for low-rank representation[A]. Proceedings of Neural Information Processing Systems[C]. Cambridge: MIT Press, 2011. 612-620.
- [14] Mohammad Golbabae, et al. Compressive source separation: Theory and methods for hyperspectral imaging[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2013, 22(12): 5096-5110.
- [15] Candès E, et al. Robust principal component analysis[J]. Journal of ACM, 2011, 58(3): 1-37.
- [16] Tomas Tuma, Paul Hurlley. On the incoherence of noiselet and Haar bases[A]. Proceedings of 8th International Conference on Sampling Theory and Applications[C]. Marseille: IEEE France Section, 2009. 1-4.
- [17] P L Combettes, J-C Pesquet. Proximal splitting methods in signal processing[A]. Fixed-Point Algorithms for Inverse Problems in Science and Engineering Springer Optimization and Its Applications[C]. New York: Springer 2011. 185-212.

### 作者简介



孙玉宝 男,1983 年生于江苏连云港.南京信息工程大学讲师.研究方向为多维信号稀疏表示与压缩感知、高光谱图像处理.

吴泽彬 男,1981 年生于浙江杭州.南京理工大学副教授,研究方向为高光谱图像处理与智能解译、高性能计算技术.

吴敏 女,1973 年生于江苏南通.南京军区南京总医院,高级工程师,研究方向为压缩感知理论与应用、EEG 信号处理.

刘青山(通信作者) 男,1975 年生于安徽合肥,教授,博士生导师,研究方向为图像与视频分析、大数据处理与分析.  
E-mail: qslu@nuist.edu.cn