

# 关于如何用角度信息引入决策者偏好的研究

郑金华, 谢淳志

(湘潭大学信息工程学院, 湖南湘潭 411105)

**摘 要:** 在实际的多目标优化中, 决策者通常只对少部分的 Pareto 最优解感兴趣. 然而, 传统多目标优化算法关注整个 Pareto 最优面上的解集, 这不仅需要花费大量计算时间在无用解的搜索上, 同时决策者也很难从众多解中选出符合自己偏好的解(特别是问题目标个数大于 3 时). 为此, 本文提出了一种利用个体间的角度关系的偏好多目标进化算法. 该方法通过重新定义个体间的支配关系和聚集距离使那些离决策者偏好区域越近的个体优先被保留下来, 从而引导种群趋近于决策者的偏好区域.

**关键词:** 多目标进化算法; 偏好多目标优化; 偏好点; 交互式过程; 决策者

**中图分类号:** TP18      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2014)11-2239-08

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>      **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2014.11.017

## A Study on How to Use Angle Information to Include Decision Maker's Preferences

ZHENG Jin-hua, XIE Zhun-zhi

(Institute of Information Engineering, Xiangtan University, Xiangtan, Hunan 411105, China)

**Abstract:** The decision maker(DM) usually is only interested in small part of Pareto optimal solutions in the actual multi-objective optimization. However, the traditional multi-objective optimization algorithms pay more attention to the entire surface of the Pareto optimal solution set which need to spend large amount of computation time on the futile solutions search and the Decision Maker is difficult to select their preferred solutions from numerous solutions(especially when the problem's object is greater than 3). Therefore, this paper proposed a preference multi-objective evolutionary algorithm which is based on the angle information of individuals. This method could priority retain these individuals which is closer to the DM's preference region by redefining the domination relation and crowding distance of individuals, then the population will be guided to the DM's preference region.

**Key words:** multi-objective evolutionary algorithm; preference multi-objective optimization; preference point; interactive process; decision maker

### 1 引言

现实生活中经常涉及到一些多目标优化问题(Multi-Objective Optimization Problem, MOP)<sup>[1,2]</sup>, 这些问题各个目标之间是相互冲突的. 与单目标优化问题(Single Objective Optimization Problem, SOP)仅有一个最优解不同, 多目标优化问题通常存在一组最优解集.

近二十年来, 研究者们提出了许多解决多目标问题的方法. 其中, 国际上有代表性的有 Deb 等提出的非支配排序遗传算法 NSGA-II<sup>[3]</sup>; Zitzler 等提出的强 Pareto 进化算法 SPEA2<sup>[4]</sup>; Knowles 等提出的自适应网格算法 AGA<sup>[5]</sup>; Horn 等提出的小生境 Pareto 遗传算法 NPGA<sup>[6]</sup>等. 在国内多目标进化算法是一个重要的研究热点, 并取

得了不少成果也包括我们自己的一些研究成果<sup>[7,8]</sup>等. 它们在解决不同类型的多目标问题上有着各自不同的特点和优势. 但一般来说, 它们面临一个严重的问题: 随着目标数的增加, 目标空间将以几何数量级增长, 算法的优化效率随之下降. 追根溯源, 所有优化算法的最终目的就是为了帮助算法的使用者即决策者找到他们最感兴趣的解. 也就是说, 并没有必要找出覆盖整个 Pareto 面的最优解, 而是应该把更多资源用于搜索对决策者更有价值的解上. 对此, 一个简单、直观的思路就是把决策者的偏好信息加入到搜索过程中, 利用偏好(Preference)信息引导种群趋向于决策者感兴趣的区域. 偏好算法主要就是解决如何把决策者的偏好信息引入, 以及如何利用这些偏好信息来引导种群, 从而得到决策者真正需要的解.

基于偏好的搜索一般可以分为如下三种方法:(1)先验法,在搜索过程开始之前引入偏好信息;(2)后验法,搜索过程结束后再根据偏好信息选择决策者感兴趣的解;(3)交互式方法,偏好信息以交互的方式加入到搜索过程中,使决策者可以在搜索过程中不断的学习如何使用偏好信息,然后不断的修正自己的偏好信息,从而更好地引导种群趋近于自己所偏好的区域。

先验法是在算法开始之前将偏好信息加入其中。这看似是一种简单有效的方法,但是在开始的时候决策者不是很清楚该如何使用偏好信息,很难精确指定偏好信息,从而导致最终得到的解也不一定是决策者最感兴趣的解。后验法是目前绝大部分传统多目标进化算法(Multi-Objective Optimization Evolutionary Algorithms, MOEAs)所采用的方法。这些算法为决策者提供分布整个 Pareto 最优面的近似最优解集。然而,决策者通常只对 Pareto 面的部分区域感兴趣(Region Of Interest, ROI),因此决策者不得不在众多解中选出符合自己偏好的解来,这往往是一件比较艰难的工作特别是当目标个数比较多时。其次,这些算法将浪费大量的时间在无用解的搜索上。而在交互式方法中决策者可以在搜索过程中不断地修改偏好信息,从而可以不断积累经验再根据已有的经验使搜索一步一步地趋近于对决策者最感兴趣的区域。很多偏好算法是通过设置参考方向,偏好点(引用点)或其他方式<sup>[9]</sup>来引入决策者的偏好信息,从而可以引导种群趋近于 Pareto 面上决策者感兴趣的区域,如图 1 所示。

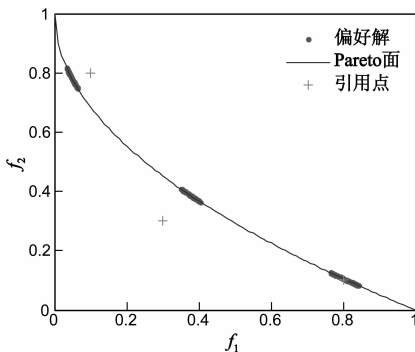


图1 决策者的偏好解

本文提出了一种基于角度信息(angle-information)的偏好多目标进化算法。该方法是通过设置偏好点来引入决策者的偏好信息,重新定义个体的支配关系和聚集距离,使离偏好点近的个体优先保留下来,从而引导种群朝决策者偏好的区域进行搜索。该重新定义的个体支配关系和聚集距离可以很容易地用于 NSGA-II(或其他一些优秀多目标优化算法)上,并使算法具有如下特性:

(1)可以很快地收敛到决策者偏好的区域。

(2)搜索过程可以交互式的进行。

(3)在高维问题上也有很好的效果。

(4)可以支持多偏好点。

给定一个多目标优化问题,在这里我们只考虑最小化问题(最大化问题也很容易转化成最小化问题)定义如下:

$$\text{MIN } f(\mathbf{X}) = [f_1(\mathbf{X}), f_2(\mathbf{X}), \dots, f_M(\mathbf{X})] \quad (1)$$

$$g_i(\mathbf{X}) \leq 0 \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (2)$$

$$h_j(\mathbf{X}) = 0 \quad j = 1, 2, \dots, l \quad (3)$$

其中  $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$  是决策向量,  $f_k: R^n \rightarrow R (k = 1, \dots, M)$  是目标函数,  $g_i$  和  $h_j: R^n \rightarrow R (i = 1, \dots, k; j = 1, \dots, l)$  是决策空间的约束条件。以下是一些多目标问题中常用的基本定义:

**定义 1 (Pareto 支配)** 设  $p$  和  $q$  是种群中的任意两个个体,我可以说不  $p$  支配  $q$  (表示为  $p > q$ ),当且仅当有  $f_i(p) \leq f_i(q) \forall i \in \{1, \dots, M\}$  且  $\exists j \in \{1, \dots, M\}$  满足  $f_j(p) < f_j(q)$ 。

**定义 2 (非支配解)** 一个解  $p \in R^n$  是非支配解当且仅当不存在其他任意解  $q \in R^n$  满足  $f(p) < f(q)$ 。

**定义 3 (Pareto 最优解)** 设  $F$  是可行空间,  $F$  中的一个个体  $p$  如果不被  $F$  中的任何其他个体支配,则说  $p$  是 Pareto 最优解。

**定义 4 (Pareto 最优解集)** 在可行域  $F$  中所有非支配解所组成的集合即 Pareto 最优解集,定义为:  $\text{NDset} = \{x | x \in F \text{ 且 } x \text{ 是 Pareto 最优解}\}$ 。

**定义 5 (Pareto 最优解集)** 最优解集 NDset 中所有个体在每个目标上的最好值所组成的一个点  $I, I_i = \text{Min}_{X \in \text{NDset}} (f_i(X))$ 。

**定义 6 (Pareto 最优边界)** 给定一个多目标优化问题  $\text{Min } f(\mathbf{X})$  和它的最优解集 NDSet, 它的 Pareto 最优面定义为:  $\text{PF} = \{f(\mathbf{X}) \in R^n, \mathbf{X} \in \text{NDset}\}$ 。

## 2 相关工作

偏好问题是人工智能领域的一个热点研究方向,吸引了许多著名的学者研究,取得了很多优秀的成果。由于本文的篇幅有限本节将主要介绍其中比较有代表性的方法,分别是:引用点方法,  $g$ -dominance<sup>[10]</sup>方法,  $r$ -dominance<sup>[11]</sup>方法和光束搜索方法<sup>[12]</sup>(用来做对比试验),然后总结它们的一些优缺点(更多相关文献可参考文献[13])。

### 2.1 引用点方法

Wierzbicki 首次提出了引用点方法<sup>[14]</sup>,已经被用在了很多多目标优化方法中。设定一个引用点  $r$ ,该引用点上每一维的值反映了决策者在对对应目标上期望达到的值。不难看出这是表达决策者偏好最直观、最自然的

一种方法.为了引导种群搜索趋向于所设的引用点,通过 ASF(Achievement Scalarizing Function)函数将一个多目标问题转化成单目标问题来优化.最简单的一种 ASF 定义如下:

$$\text{Min } S_g(f(\mathbf{X})) = \text{Max}_{i=1,2,\dots,M} [w_i(f_i(\mathbf{X}) - r_i)] \quad (4)$$

其中  $i$  代表第  $i$  个目标,  $w_i$  为第  $i$  个目标上的权值即其重要程度,  $r_i$  为引用点的第  $i$  维的值.如图 2 所示,引用点可以在可行域中,可行域外, Pareto 边界上,算法多能很快地找到离引用点最近的 Pareto 面上的一个解.由于是把多目标问题转化成了单目标问题,因此每次运行只能得到一个偏好解,为了获得引用点周围的一些解,就必须通过不断修改引用点或权值向量  $\mathbf{W}$  运行多次.这显然不是解决问题的一种有效方法.

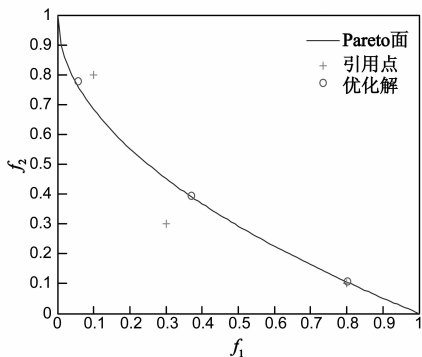


图2 引用点方法

### 2.2 g-dominance 方法

Pareto 支配最早是由经济学家提出来的,在进化计算领域得到了广泛的应用.但它也存在着很大的缺陷特别是在高维问题下 Pareto 支配几乎不起作用,因为所有解基本是互不非支配的.因此,有很多研究者试图强化 Pareto 支配关系.同样 g-dominance 也是一种强化了支配关系.给定一个偏好点  $\mathbf{r}$ , 决策空间中任意一点  $\mathbf{X}$ , 定义  $\text{Flag}_r(\mathbf{X})$  如下(详情可参考图 3):

$$\text{Flag}_r(\mathbf{X}) = \begin{cases} 1, & \text{如果 } r_i \leq x_i \forall i = 1, 2, \dots, M \\ 1, & \text{如果 } r_i \geq x_i \forall i = 1, 2, \dots, M \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

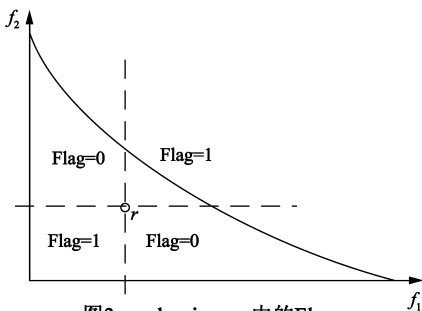


图3 g-dominance中的Flag

**定义 7(g-dominance)** 决策空间中任意 2 个个体  $\mathbf{X}$  和  $\mathbf{Y}$  要满足  $\mathbf{X}$  g-dominance  $\mathbf{Y}$  当且仅当满足如下 2 个条件之一:

- (1)  $\text{Flag}_r(\mathbf{X}) > \text{Flag}_r(\mathbf{Y})$ .
- (2)  $\text{Flag}_r(\mathbf{X}) = \text{Flag}_r(\mathbf{Y})$  且有  $\mathbf{X}$  Pareto 支配  $\mathbf{Y}$ .

该方法可以很容易地用于任意基于支配关系的启发式算法,而只需要做很小的修改.但是,算法还是存在两个明显的不足:(1)偏好点的位置对算法的影响很大,当偏好点设置在支配整个可行域的位置时算法将失去偏好作用,或当引用点设置在 Pareto 面上或者附近时将搜索不到偏好最优解;(2)由于通过偏好点严格控制了优先区域 ( $\text{Flag} = 1$  的区域)种群失去了一定的多样性,从而导致算法的收敛性在一些局部最优比较多的问题上比较差.

### 2.3 r-dominance 方法

和 g-dominance 一样 r-dominance 也是一种 Pareto 强化了支配关系,它是一种介于引用点方法和 Pareto 支配方法之间的方法,同样它也很容易被用于其他方法中. r-dominance 的定义如下:

**定义 8(r-dominance)** 决策空间中任意 2 个个体  $\mathbf{X}$  和  $\mathbf{Y}$  要满足  $\mathbf{X}$  r-dominance  $\mathbf{Y}$  当且仅当满足如下 2 个条件之一:

- (1)  $\mathbf{X}$  Pareto 支配  $\mathbf{Y}$ .
- (2)  $\mathbf{X}$  与  $\mathbf{Y}$  是 Pareto 互不支配的,  $D(\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{r}) < -\delta$ .

其中  $D(\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{r})$  的计算如下,  $\mathbf{r}$  是偏好点,  $\delta \in [0, 1]$  是决策者设置的一个控制偏好区域大小的参数.

$$D(\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{r}) = \frac{\text{Dist}(\mathbf{X}, \mathbf{r}) - \text{Dist}(\mathbf{Y}, \mathbf{r})}{\text{Dist}_{\max} - \text{Dist}_{\min}} \quad (6)$$

$$\text{Dist}(\mathbf{X}, \mathbf{r}) = \sqrt{\sum_{i=1}^M w_i \left( \frac{f_i(\mathbf{X}) - f_i(\mathbf{r})}{f_i^{\max} - f_i^{\min}} \right)^2},$$

$$w_i \in [0, 1], \sum_{i=1}^M w_i = 1 \quad (7)$$

式(7)为个体  $\mathbf{X}$  与偏好点  $\mathbf{r}$  之间的标准化的加权欧几里得距离<sup>[15]</sup>.  $\text{Dist}_{\max} = \text{Max}_{z \in \text{Pop}} \text{Dist}(\mathbf{Z}, \mathbf{r})$  种群中离偏好点最远的距离,  $\text{Dist}_{\min} = \text{Min}_{z \in \text{Pop}} \text{Dist}(\mathbf{Z}, \mathbf{r})$  种群中离偏好点最近的距离.

如图 4 所示,图中 1-2 表示在 Pareto 支配分层中属于第 1 层,而在 r-dominance 支配分层中属于第 2 层,类似 1-1 表示在 Pareto 支配分层和 r-dominance 分层中多属于第 1 层.从中不难看出在 Pareto 同一层的个体在 r-dominance 中离引用点近的个体支配远的个体.与 g-dominance 相比 r-dominance 有收敛速度快,且偏好点的位置不会影响算法的性能.但 Pareto 面的形状对算法有很大的影响.

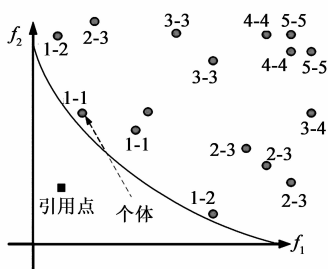


图4 r-dominance 分层

### 2.4 双极偏好方法

所谓双极偏好<sup>[16]</sup>即决策者设置两个点,一个正偏好点一个负偏好点,而该方法趋向搜索于离正偏好点近又同时尽可能离负偏好点远的个体.首先,定义正偏好点  $P^+$  和负偏好点  $P^-$ ,在种群 Pop 中其他任意个体  $i$  到正偏好点的距离为  $d_i^+$ ,到负偏好点的距离为  $d_i^-$  (如图 5 所示).为了综合考虑个体  $i$  到正偏好点的贴近度和到负偏好点的远离度定义如下贴近度计算公式:

$$C_i = \frac{d_i^-}{d_i^+ + d_i^-} \quad (8)$$

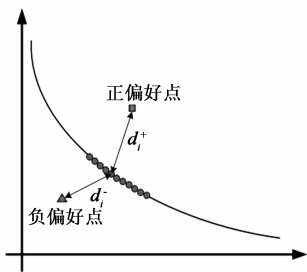


图5 正负偏好点和距离

**定义 9(双极支配)** 在种群 Pop 中任意两个个体  $x, y \in \text{Pop}$ ,决策者分别设定正负偏好点  $P^+, P^-$ ,定义  $x$  双极支配  $y$ ,当且仅当满足如下条件之一(其中 flag 的计算方法同 g-dominance 中的 flag 计算方法相同):

- (1)  $\text{Flag}_p^+(x) > \text{Flag}_p^-(y)$ .
- (2)  $\text{Flag}_p^+(x) = \text{Flag}_p^-(y)$ 但  $x$  Pareto 支配  $y$ .
- (3) 当(1)和(2)都不成立,  $C_x > C_y$ .

从上面的定义不难发现如果将该支配关系直接用于 NSGA-II 中,最终搜索到的偏好解将集中到一个点上.为了避免个体过度集中,双极支配专门设计了一种  $\sigma$  控制策略来取代 NSGA-II 中的聚集距离方法.

### 3 角度信息引用偏好

本节将介绍如何利用角度信息来加入偏好信息,然后引导种群搜索决策者偏好的偏好区域.决策者通过设置一个偏好点  $p$ ,然后求得种群中偏好最近点  $N$ .对于种群中的其他个体,则采用离最近点近的个体优先保留的策略.以下是一些详细的相关定义:

**定义 10(偏好最近点)** 种群 Pop 中离偏好点  $p$  最近的个体  $N = \text{Min}\{\text{Dist}(X, p), X \in \text{Pop}\}$ .  $\text{Dist}(X, p)$  为式 (7) 中的  $\text{Dist}$ .

**定义 11(个体角度)** 种群 Pop 中任意 2 个个体  $X$  和  $Y$  间的夹角定义为:

$$\text{Angle}(X, Y) = a \cos\left(\frac{a \cdot b}{|a| * |b|}\right) \quad (9)$$

$$a = ((x_1 - p_i)/(f_1^{\max} - f_1^{\min}), \dots, (x_M - p_M)/(f_M^{\max} - f_M^{\min}))$$

$$b = ((y_1 - p_i)/(f_1^{\max} - f_1^{\min}), \dots, (y_M - p_M)/(f_M^{\max} - f_M^{\min})) \quad (10)$$

**定义 12(偏好角度支配)** 对于种群 Pop 中的的任意 2 个个体  $X$  和  $Y$ ,  $X$  支配  $Y$  当且仅当满足如下 2 个条件之一:

- (1)  $X$  Pareto 支配  $Y$ .
- (2)  $X$  与  $Y$  是 Pareto 互不支配的且  $\text{Angle}(Y, N) - \text{Angle}(X, N) \geq \alpha$ . 其中  $\alpha$  为决策者指定的角度范围.

**定义 13(偏好聚集距离)** 在非支配排序之后,对于处于同一层的个体聚集距离大的优先被选入下一代.为了偏好离偏好点近的最优 Pareto 前沿上的个体,我们重新定义个体聚集距离的计算如下:

$$\text{Crowd}(X) = \begin{cases} B - \text{Angle}(X, p), & \text{if } \text{Min}(\text{Angle}(X, Y)) > \epsilon, \forall Y \in \text{Pop} \\ \text{Min}(\text{Angle}(X, Y)), & \forall Y \in \text{Pop}, \text{其他} \end{cases} \quad (11)$$

其中  $B$  是一个很大的正数,  $\epsilon$  是决策者定义的一个下界值用于避免个体过度集中(通常设置为偏好角度除以种群大小的值).将该聚集距离用于 NSGA-II 的聚集距离计算中可得到偏好点附近的 Pareto 最优解,并且支持多偏好点,决策者可以同时设置多个偏好点对多个偏好区域进行搜索,如图 6 所示.

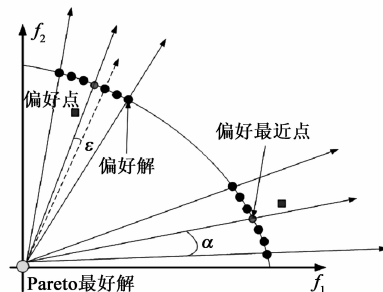


图6 角度偏好解

#### 3.1 交互式过程

决策者是否可以与算法进行交互是偏好算法设计者必须考虑的问题.本文提出的偏好角度支配和偏好聚集距离可以很好地与决策者进行交换,交互过程如下:

- (1) 决策者输入偏好信息: 偏好点、权值向量和  $\alpha$

及其他运行参数.

- (2)初始化种群.
- (3)对种群进行选择、交叉、变异等遗传操作.
- (4)对整个种群用偏好角度支配进行非支配排序.
- (5)对每一层的个体计算偏好聚集距离.
- (6)从第 1 层开始选个体进入子代,如果第  $i$  层个体数和之前已经选入的个体数和大于 Popsizel 则按偏好聚集距离从大到小选择直至进入子代的个体个数达到 Popsizel,反之将第  $i$  层全部选入子代.

(7)将得到的子代个体提供给决策者,如果决策者满意则结束算法,否则修改偏好信息转(3).

### 3.2 偏好点的选取

将决策者的偏好信息引入算法的方法有很多,如:隐式偏好(算法不要求决策者输入偏好信息,偏好算法自动搜索 Pareto 前沿的膝盖区域<sup>[17]</sup>这些区域往往是决策者比较偏好的);通过机器学习的方法(算法运行一定代数之后,算法提供决策者一些个体要求,决策者对它们进行偏好排序,算法通过学习决策者的偏好来继续搜索,如此反复迭代直到找到决策者满意的解);引用点方法(决策者设定在各个目标上的期望值),文本所提出的方法正是基于该偏好引入方式.

在目标个数比较多,决策者对自己的偏好信息还不明确或者决策者还不知道如何设置的情况下,决策者该如何设置偏好点确实是一个比较困难的问题.在这种情况下,决策者可以在开始阶段以 Pareto 最好点为偏好点,然后利用算法的交互式过程来不断根据经验

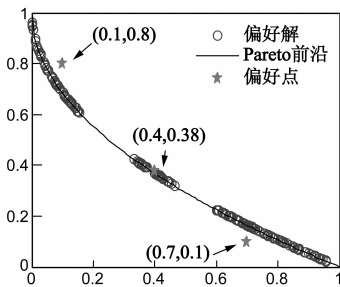


图7 角度支配多偏好点

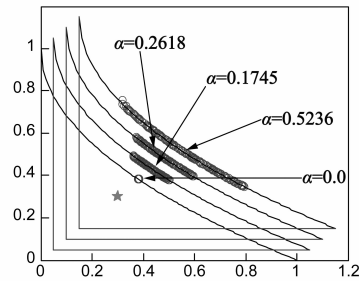


图8 角度支配中的 $\alpha$

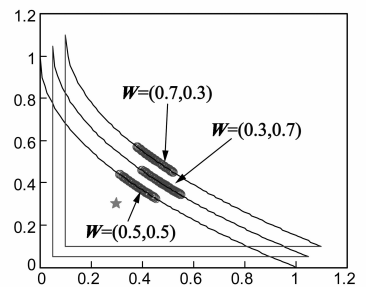


图9 角度支配中权重向量

从图 7 中可以看出算法可以支持多偏好点,且偏好点的位置在可行域内,可行域外或者 Pareto 面上对算法都没有影响.从图 8 中可以看出不同的  $\alpha$  值可以控制偏好区域的大小.从图 9 可知算法所得到的偏好解将偏向权重相对高的目标.

### 4.2 对比试验

为了使对比数据具有可比较性,所有算法在各个目标上的权重相同,所有运行数据都是独立运行 30 次之后所得到的平均值,以及其他一些参数如表 1 所示.

## 4 实验设计与结果

为了验证算法的有效性,本节将分为 2 个部分:第 1 部分验证本算法在多偏好点下的效果以及算法中偏好参数的作用;第 2 部分为本算法与其他偏好算法在 2 维、3 维、5 维和 10 维问题上的对比实验.为了使对比具有公平性对运行参数统一设置如表 1 所示.

表 1 运行参数设置

	种群大小	运行代数	决策维数
ZDT1(2 维)	100	300	30
ZDT2(2 维)	100	300	30
ZDT3(2 维)	100	300	30
ZDT4(2 维)	100	300	10
DTLZ1(3 维)	100	1000	12
DTLZ2(3 维)	100	500	12
DTLZ3(3 维)	100	1000	12
DTLZ2(5 维)	200	2000	14
DTLZ3(5 维)	200	2000	14
DTLZ2(10 维)	200	3000	19

### 4.1 算法参数作用

为了研究算法中偏好参数的作用,设计实验分别对算法中的偏好点(多偏好点,可行域内,可行域外, Pareto 面附近), $\alpha$  以及权重向量进行研究,运行结果如图 7~9 所示.

#### 4.2.1 在 2 维和 3 维上的对比试验

本小节将对比算法在低维问题上的性能,如图 10~17 所示分别表示 4 个算法在 ZDT2<sup>[18]</sup>(2 维问题)和 DTLZ3<sup>[19]</sup>(3 维问题)上的试验结果.在 ZDT2 上偏好点设为(0.5, 0.6),在 DTLZ3 上偏好点设为(0.3, 0.4, 1.0).在其他问题上的对比试验结果可以见表 2,该表中的数据是基于一个收敛性评价指标 GD<sup>[20]</sup>(Generational Distance),GD 值越小表示算法的收敛性越好(表中粗体数据为对应测试问题上收敛性最好算法的数据).

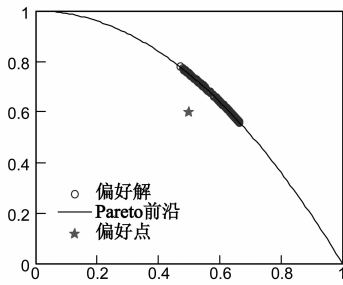


图10 角度偏好在ZDT2

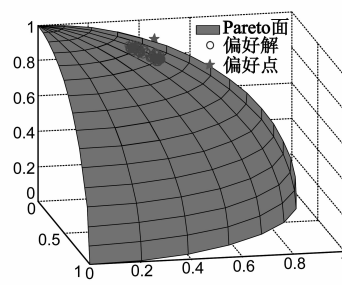


图11 角度偏好在DTLZ3

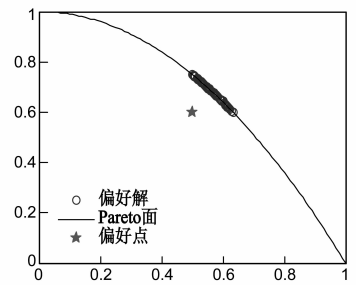


图12 g-dominance在ZDT2

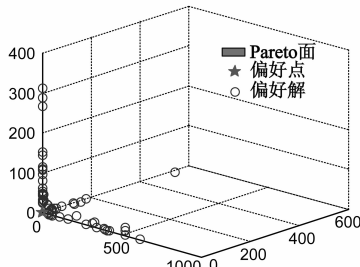


图13 g-dominance在DTLZ3

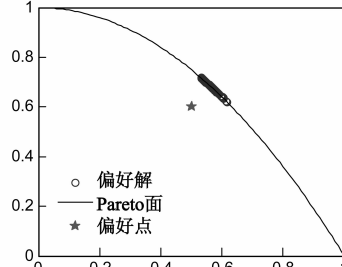


图14 r-dominance在ZDT2

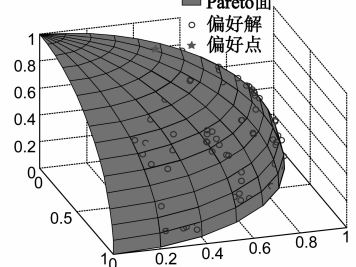


图15 r-dominance在DTLZ3

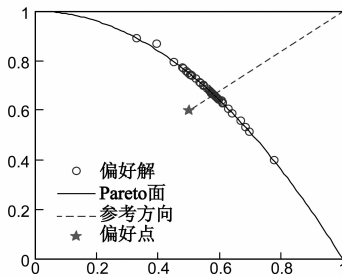


图16 光束搜索方法在ZDT2

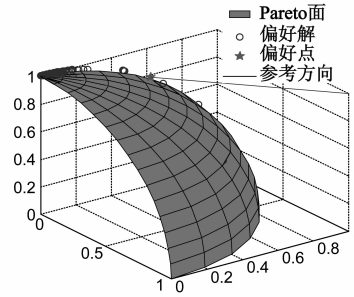


图17 光束搜索方法在DTLZ3

从图 10 ~ 17 可以看出 4 个算法在 ZDT2 问题上的收敛和偏好效果都不错,而在 DTLZ3 问题上只有角度偏好的结果在偏好点附近的区域,而 g-dominance 没有收敛,r-dominance 虽然收敛了但偏好效果不好,光束搜索的结果离偏好点比较远。

表 2 各算法的 GD 评价

	角度偏好	G 支配	R 支配	光束搜索
ZDT1(2 维)	<b>0.21728</b>	0.43560	0.41870	0.23432
ZDT2(2 维)	<b>0.20309</b>	0.39046	0.38021	0.25365
ZDT3(2 维)	0.29748	0.30861	0.41595	<b>0.25836</b>
ZDT4(2 维)	0.11816	0.32923	<b>0.03306</b>	0.26317
DTLZ1(3 维)	0.159276	15.26343	<b>0.07281</b>	0.13034
DTLZ2(3 维)	<b>0.574945</b>	0.63868	0.62988	0.61672
DTLZ3(3 维)	0.571616	61.15725	<b>0.17989</b>	0.48104

从表 2 中可知角度偏好在所有算法中收敛性是最稳定的,r-dominance 虽然在有些问题上的收敛性是最好的但是偏好效果却不好如,在 DTLZ3 问题上.总体来说

角度偏好在 4 个算法中是收敛性和偏好效果都最好的。

#### 4.2.2 在高维上的对比试验

随着目标维数的增加目标空间的大小将以几何数量级增加,要覆盖 Pareto 面的解的数量也以几何数量级增加,因此算法在高维问题上的性能对于一个好的偏好算法来说至关重要.图 18 ~ 27 为各算法在 DTLZ2 的 5 维和 10 维问题上的运行结果,表 3 中的数据为各算法所得偏好种群中个体目标值平方和的范围.如果个体各目标值的平方和为 1 则表示该个体在 Pareto 面上,平方和离 1 越近则表示个体离 Pareto 面越近也就越收敛。

表 3 目标值平方和范围

	DTLZ2-5	DTLZ3-5	DTLZ2-10
角度偏好	[1.0017,1.0720]	[1.0136,1.0204]	[1.0031,1.0472]
G 支配	[1.0492,1.4213]	[52404.3,1239496]	[7.2040,10.824]
R 支配	[1.0015,1.0225]	[28.1630,5944.10]	[1.0539,1.2489]
光束搜索	[1.0051,1.1182]	[1080.57,283022]	[1.1232,2.2033]
双极偏好	[1.0123,1.0897]	[1.1203,1.2094]	[1.1814,1.2305]

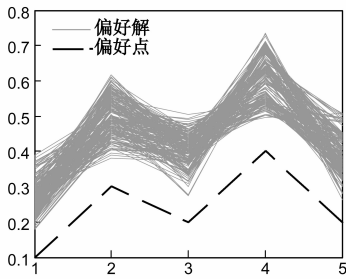


图18 角度偏好在DTLZ2-5

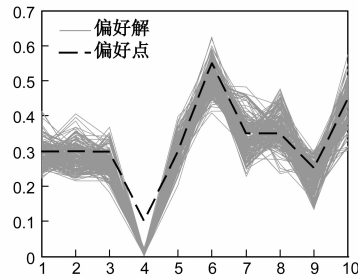


图19 角度偏好在DTLZ2-10

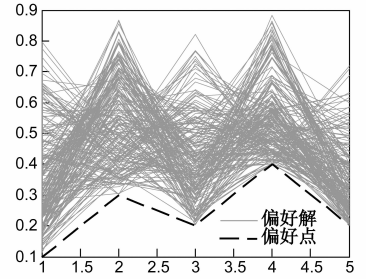
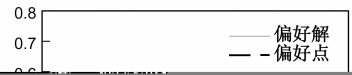


图20 g-dominance在DTLZ2-5



从图 18 ~ 27(并行坐标图,横坐标表示第几个目标,纵坐标表示在对应目标上的值)和表 3(表中数据为最优个体各个目标值的平方和的范围)中不难看出角度偏好在高维问题上也有着很好的收敛性和偏好效果(Pareto 前沿上解的各个目标值的平方和为 1,值越接近 1 说明收敛性越好).

## 5 总结

随着经济的不断发展,多目标优化应用<sup>[21,22]</sup>也越来越广泛,然而与传统的多目标进化算法相比,偏好多目标进化算法搜索的决策者偏好的解更具针对性,不仅节约了计算时间,而且使决策者避免了花费大量精

力从大量优化解中选出自己所需要的解.本文所提出来的基于角度偏好的方法不仅在低维问题上有很好的收敛性和偏好性,还在高维问题上有很好的效果.

## 参考文献

- [1] 郑金华.多目标进化算法及其应用[M].北京:科学出版社,2007.
- [2] 崔逊学.多目标进化算法及其应用[M].北京:国防工业出版社,2006.
- [3] Deb K, Pratap A, Agarwal S, Meyarivan T. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182 - 197.

- [4] Zitzler E, Laumanns M, Thiele L. SPEA2: Improving the strength Pareto evolutionary algorithm[A]. Proceedings of the EUROGEN[C]. Barcelona, Spain: CIMNE, 2001. 95 – 100.
- [5] Knowles J, Corne D. Properties of an adaptive archiving algorithm for storing nondominated vectors[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2003, 7(2): 100 – 116.
- [6] Horn J, Nafpliotis N, Goldberg D E. A niched Pareto genetic algorithm for multiobjective optimization [A]. Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation[C]. USA: IEEE, 1994. 82 – 87.
- [7] 郑金华, 罗彪, 周聪, 李望移. 用多目标进化算法搜索 MOPs 的鲁棒 Pareto 最优解[J]. 电子学报, 2009, 37(12): 2815 – 2822.  
ZHENG Jin-hua, LUO Biao, ZHOU Cong, et al. Searching for robust pareto optimal solutions for MOPs with MOEA[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(12): 2815 – 2822. (in Chinese)
- [8] 李密青, 郑金华, 谢炯亮, 杨平, 李晶. 一种 MOEA 分布度的逐步评价方法[J]. 电子学报, 2008, 36(10): 1986 – 1991.  
LI Mi-qing, ZHENG Jin-hua, XIE Jiong-liang et al. A Stepwise Diversity Metric for MOEA[J]. Acta Electronica Sinica, 2008, 36(10): 1986 – 1991. (in Chinese)
- [9] Miettinen K. Nonlinear Multiobjective Optimization[M]. Berlin: Springer, 1999.
- [10] Molina J, Santana L V, Hernández-Díaz A G, et al. G-dominance: Reference point based dominance for multiobjective metaheuristics[J]. European Journal of Operational Research, 2009, 197(2): 685 – 692.
- [11] Ben Said L, Bechikh S, Ghédira K. The r-dominance: a new dominance relation for interactive evolutionary multicriteria decision making[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2010, 14(5): 801 – 818.
- [12] Deb K, Kumar A. Light beam search based multi-objective optimization using evolutionary algorithms [A]. IEEE Congress on CEC[C]. USA: IEEE, 2007. 2125 – 2132.
- [13] Fonseca C M, Fleming P J. Genetic algorithms for multiobjective optimization: formulation discussion and generalization [A]. Proceedings of the 5th International Conference on Genetic Algorithms[C]. San Francisco, CA, USA: Morgan Kaufmann Publishers 1993, 93. 416 – 423.
- [14] Wierzbicki A P. The Use of Reference Objectives in Multiobjective Optimization[M]. Berlin: Springer, 1980. 468 – 486.
- [15] Deb K, Sundar J, Udaya Bhaskara Rao N, et al. Reference point based multi-objective optimization using evolutionary algorithms[J]. International Journal of Computational Intelligence Research, 2006, 2(3): 273 – 286.
- [16] 邱飞岳, 吴裕市, 邱启仓, 王丽萍. 基于双极偏好占优的高维目标进化算法[J]. 软件学报, 2013, 24(3): 476 – 489.  
QIU Fei-Yue, WU Yu-Shi, QIU Qi-Cang, WANG Li-Ping. Many-objective evolutionary algorithm based on bipolar preferences dominance[J]. Journal of Software, 2013, 24(3): 476 – 489. (in Chinese)
- [17] Bechikh S, Said L B, Ghédira K. Searching for knee regions of the Pareto front using mobile reference points[J]. Soft Computing, 2011, 15(9): 1807 – 1823.
- [18] Zitzler E, Deb K, Thiele L. Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: empirical results[J]. Evolutionary computation, 2000, 8(2): 173 – 195.
- [19] Deb K, Thiele L, Laumanns M, et al. Scalable multi-objective optimization test problems[A]. Proceedings of the Congress on Evolutionary Computation[C]. USA: IEEE, 2002. 825 – 830.
- [20] Van Veldhuizen D A, Lamont G B. On measuring multiobjective evolutionary algorithm performance [A]. Proceedings of the Congress on Evolutionary Computation[C]. USA: IEEE, 2000, 1. 204 – 211.
- [21] 尚荣华, 胡朝旭, 焦李成, 白靖. 多目标优化算法在多分类中的应用研究[J]. 电子学报, 2012, 40(11): 2264 – 2269.  
SHANG Rong-hua, HU Chao-xu, JIAO Li-cheng, BAI Jing. Research of multi-objective optimization algorithms' application in multi-class classification[J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(11): 2264 – 2269. (in Chinese)
- [22] 袁述, 袁东辉, 孙基洲, 等. 蚁群 - 遗传算法在多传感器多目标跟踪技术中的应用[J]. 电子学报, 2013, 41(3): 609 – 614.  
YUAN Shu, YUAN Dong-hui, SUN Ji-zhou, et al. The application of AC-GA on multi-sensor multi-target tracking[J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(3): 609 – 614. (in Chinese)

#### 作者简介



**郑金华** 男, 1963 年生于湖南邵阳, 现为湘潭大学信息工程学院教授, 博士生导师, CCF 高级会员. 主要研究方向为进化计算、智能科学.  
E-mail: jhzheng@xtu.edu.cn



**谢忠志** 男, 1988 年 6 月出生, 湖南娄底人. 2013 年 6 月毕业于湘潭大学信息工程学院. 主要研究方向为偏好多目标进化算法.  
E-mail: 635457511@qq.com