

分布式网络中基于一致性的信道分配算法

胡 洁,赵祚喜,陈润恩

(华南农业大学工程学院,广东广州 510642)

摘 要: 针对实际分布式网络中节点通信受限的特点,设计了基于一致性的拍卖算法 CDACA(Consensus-Based Decentralized Auctions for Channel Assignment),实现多段频谱的最优分配.基于本地信息,次用户在 CDACA 算法的前向拍卖阶段选择一个信道加价投标,空闲信道未分配的主用户在反向拍卖阶段选择一个次用户降价投标;主用户和次用户利用局部通信基于一致性算法确定竞胜标和解决冲突.理论证明了 CDACA 算法在实际分布式网络中节点通信受限和局部过时信息的情况下能在有限次迭代后收敛到网络效益最优的分配,同时证明了算法在分布式动态网络中也能收敛.仿真结果验证了不同网络拓扑下 CDACA 算法在收敛速度和频谱效率上的优越性能.

关键词: 分布式;一致性;拍卖;信道分配

中图分类号: TN929.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2014)06-1132-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2014.06.015

Consensus-Based Channel Assignment in Decentralized Network

HU Jie, ZHAO Zuo-xi, CHEN Run-en

(Engineering Collage, South China Agriculture University, Guangzhou, Guangdong 510642, China)

Abstract: In case of the limited communication capacities of the nodes in the realistic decentralized networks, a consensus-based auction approaches(CDACA) was proposed to achieve the optimal multi-assignment for multiple spectrum. Based on local information, each secondary user conducts an ascending-bid auction for a single channel in CDACA forward auction phase, and primary users with unassigned channels conduct descending-bid auction for their favorite secondary users in reverse auction phase; both secondary users and primary users use consensus routine based on local communication as the conflict resolution mechanism to achieve agreement on the winning bid values. Theory analysis proves CDACA always converges to an assignment that maximizes the total network benefits within finite number of iterations, even for nodes in realistic decentralized networks with limited communication and local outdated information; the algorithm convergence is also proved in dynamic decentralized networks. Under different network topologies in the simulation, CDACA is shown to be superior on convergence speed and spectrum efficiency.

Key words: distributed; consensus; auction; dynamic; channel assignment

1 引言

为了改进固定频谱分配方式造成的频谱利用率低的问题,动态频谱接入技术被提出,允许次用户 SU(Secondary User)伺机接入主用户 PU(Primary User)未使用的频段.其中,空闲频谱如何分配决定了系统容量,频谱利用率以及频谱干扰等问题.空闲频谱分配方式主要有图染色算法,干扰温度算法,市场机制算法以及部分可观察马尔科夫决策算法.市场机制中的拍卖算法具有分布式的优点,是一种最适合作为频谱分配算法的机制^[1].

文献[1]提出了基于 Vickrey 拍卖的频谱管理方案,增加了服务提供商的收益和次用户接入频谱的机会.文献[2]的拍卖由次用户进行投标,当多个频谱所有者在多轮加价后和所有次用户达成一致则算法结束. Zhou

等^[3]提出一种诚实的双向频谱拍卖,但需要一个具有完全信息的拍卖商控制拍卖过程. Bertsekas 等^[4]提出了基于拍卖的多分配(multi-assignment)策略来解决将多个任务分配给多人,每人至少分到一项任务的广义指派问题.文献[5]允许次用户对一组频道进行投标,由于组合拍卖竞胜标问题的 NP 难特点,只能获取次优结果.文献[6]提出了一种诚实的能为卖家获取高收益和无需卖家了解频谱对买家价值的拍卖,但仍需要频谱管理者控制拍卖过程.即使是在分布式算法中,大部分文献都假定每个节点能够及时获取准确的拍卖信息,但在实际的分布式网络中,由于节点的通信受限而无法及时获取全局信息,使得这些算法实际应用起来有困难.

与已有文献中需要一个起中心控制作用的拍卖商存在^[1,3,5,6]或是拍卖中的买家都具备全局信息^[2~6]的

假定不同,本文以文献[4]提出的 multi-assignment 算法为基础,实现将多个主用户的信道通过分布式前向-反向拍卖算法分配给多次用户,算法不需中心拍卖商,只具备局部信息的各节点基于一致性算法[7]解决冲突,即使节点不是全连通的情况也可收敛到社会效益最大的分配。

2 系统模型

考虑一个包含多个主用户 $J = \{j | j \in \{1, 2, \dots, M\}\}$, 多次用户 $I = \{i | i \in \{1, 2, \dots, N\}\}$ 及次用户基站组成的网络,如图 1。

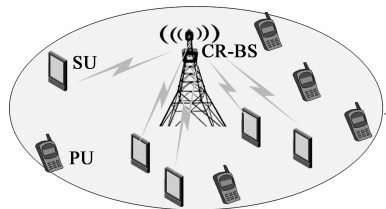


图1 系统模型

假定主用户网络及次用户网络都是连通的(见定义 2), 主次用户网络之间也至少有一条连通路。当业务空闲时主用户可将频谱租用给次用户使用, 假定出租时每个主用户不对名下的频谱进行分割, 且只供一个次用户使用。当 $M \leq N$ 时, 信道的分配比较容易确定[2]; 本文主要考虑 $M \geq N$ 的情况, 如何将所有主用户的信道全部租用给次用户, 在保证每个次用户至少拥有一个信道的前提下, 最大化网络总效益。这类频谱分配问题可归结为:

$$\begin{aligned} & \text{maximize} \quad \sum_{i \in I, j \in J} a_{ij} x_{ij} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j \in J} x_{ij} \geq 1, \quad \forall i = 1, \dots, N \\ & \sum_{i \in I} x_{ij} = 1, \quad \forall j = 1, \dots, M \\ & x_{ij} \in \{0, 1\} \end{aligned} \quad (1)$$

式(1)中 a_{ij} 表示主用户 j 的信道对次用户 i 的价值, 本文假定 a_{ij} 为次用户使用该信道将信息传输到认知基站获得的传输速率。假定所有次用户均采用自适应 MQAM 调制, 则 $a_{ij} = B_j \log_2 \left(1 + \frac{p_{ij} (g_{i,BS}^j)^2}{\Gamma \sigma_j^2} \right)$; 其中 B_j 是主用户 j 的空闲信道带宽, p_{ij} 是次用户 i 在主用户信道 j 上的发送功率, σ_j^2 是噪声功率, 信噪比间隔 $\Gamma = -\ln(5\text{BER}_0)/1.6$ [8], BER_0 是目标误比特率, $g_{i,BS}^j$ 表示次用户 i 与认知基站之间在 j 信道上的信道增益。

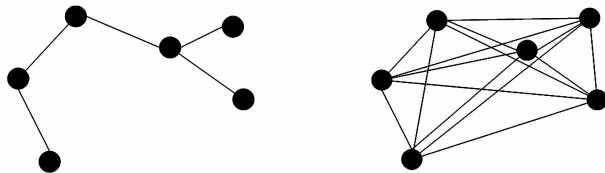
值得说明的是, 本文假定在实施空闲频谱分配的单位时间内信道增益基本不变。式(1)中的 x_{ij} 是分配矩阵 $\mathbf{X} = \{x_{ij} | x_{ij} \in \{0, 1\}\}$ 的元素, 当 $x_{ij} = 1$ 表示将信道 j 分配给次用户 i 。式(1)代表的是广义指派问题[9], 该问

题可以用匈牙利算法[10]求出最优结果, 但需要中心控制器来处理, 且随着信道数量与次用户数量差的增大复杂度增加。

定义 1 动态拓扑网络 $G(t) = (\nu, \zeta(t))$ 中, $\nu = \{1, 2, \dots, n\}$ 表示节点集合, $\zeta(t) = \{(i, j) | i, j \in \nu\}$ 表示时变的连接链路。若 t 时刻节点 i 和 j 能够通信, 则 $(i, j) \in \zeta(t)$ 。本文假定 $G(t)$ 为双向网络, 即当 $(i, j) \in \zeta(t)$, 则 $(j, i) \in \zeta(t)$ 。

定义 2 如果网络中的任意两个节点都能经由一条路径实现连接, 则称为连通网络(如图 2(a))。

定义 3 如果网络中的任意一个节点都跟其它的节点直接相连, 则称为全连通网络(如图 2(b))。



(a) 连通网络
(b) 全连通网络
图2 连通网络及全连通网络拓扑结构图

3 基于一致性的分布式频谱拍卖算法 CDACA

若主用户 j 的信道价格是 p_j , 则次用户 i 租用该信道的净收益是 $a_{ij} - p_j$ 。

命题 1 广义指派问题的一个分配 S 及对应的信道价格 $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_M)$ 和次用户收益 $\boldsymbol{\pi} = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_N)$ 若满足下列的互补松弛条件[4], 当 ε 足够小时, 该分配是所有用户总效益最大的分配。

$$\pi_i + p_j \geq a_{ij} - \varepsilon, \quad \forall (i, j) \in \mathfrak{A} \quad (2a)$$

$$\pi_i + p_j = a_{ij}, \quad \forall (i, j) \in S \quad (2b)$$

$$\pi_i = \max_{k=1,2,\dots,M} \pi_k, \text{ 如果次用户 } i \text{ 配对了多个信道} \quad (2c)$$

这里分配[4]的定义是每个主用户的信道都分配给了次用户。次用户 i 和主用户 j 的配对 (i, j) 称为一个联盟, \mathfrak{A} 是任何可能的联盟的集合。

命题 1 的证明见文献[4], 该文献还为最佳分配的实现设计了基于拍卖的多任务分配算法, 但该拍卖算法要求买家及时了解价格的全局信息, 同时要求卖家准确获知买家收益的全局信息, 对网络拓扑的要求就必须是全连通网络, 因而不适用于在空间中分散的无法及时获取全局信息的网络节点。本文在文献[4]拍卖算法的基础上提出了基于一致性的分布式频谱拍卖算法 CDACA, 是为空间中分散的只具备局部信息的主用户和次用户而设计。

CDACA 算法由基于一致性的分布式前向拍卖和反向拍卖组成, 在前向拍卖阶段, 主用户作为卖家, 次用户是投标者; 前向拍卖解决的是非平衡指派问题, 即为每个次用户配对一个最佳的信道, 当 $M > N$ 时, 仍有主

用户的信道还未分配. 反向拍卖中, 未进入分配的主用户作为投标人, 选择一个最佳次用户进行投标; 反向拍卖收敛后, 所有主用户的信道全部实现配对, 解决了式(1)的广义指派问题.

算法 1 所示的前向拍卖过程又分为两个阶段, 第一阶段是投标阶段, 第二阶段是基于一致性的冲突消除阶段. 在 t 时刻, 次用户 i 本地记录的信道价格矢量为 $\mathbf{p}_i(t) = [p_{i1}(t), p_{i2}(t), \dots, p_{iM}(t)]$, i 跟各信道的配对情况为 $\mathbf{x}_i(t) = [x_{i1}(t), x_{i2}(t), \dots, x_{iM}(t)]$. 次用户在每次投标中为最佳信道加价 $\delta_i(t)$, ϵ 是最小投标增量^[4].
算法 1 CDACA 前向拍卖中次用户 i 第 t 次迭代过程

```

1:  $\mathbf{x}_i(t) = \mathbf{x}_i(t-1), \mathbf{p}_i(t) = \mathbf{p}_i(t-1)$ 
2: if  $\sum_j x_{ij}(t) = 0$  then
3:    $\phi_i(t) = \arg \max_{j \in J} \{a_{ij} - p_{ij}(t)\}$ 
4:    $\beta_i(t) = \max_{j \in J} \{a_{ij} - p_{ij}(t)\} = a_{i\phi_i(t)} - p_{\phi_i(t)}(t)$ 
5:    $\omega_i(t) = \max_{j \in J, j \neq \phi_i(t)} \{a_{ij} - p_{ij}(t)\}$ 
6:    $\delta_i(t) = \beta_i(t) - \omega_i(t) + \epsilon$ 
7:    $p_{\phi_i(t)}(t) = p_{\phi_i(t)}(t) + \delta_i(t)$ 
8:    $x_{\phi_i(t)}(t) = 1$ 
9: esle if  $\sum_j x_{ij}(t) = 1$ 
10:    $\phi_i(t) = \phi_i(t-1)$ 
11: end
12: SEND  $\mathbf{p}_i(t)$  to neighbor secondary users  $k \in N_i(t)$ 
13: RECEIVE  $\mathbf{p}_k(t)$  from neighbor secondary users  $k \in N_i(t)$ 
14:  $z_{\phi_i(t)}(t) = \arg \max_{k \in N_i(t) \cup i} \{p_{k\phi_i(t)}(t)\}$ 
15: if  $i \notin z_{\phi_i(t)}(t)$ 
16:    $x_{\phi_i(t)}(t) = 0$ 
17: else
18:    $\pi_i(t) = a_{i\phi_i(t)} - p_{\phi_i(t)}(t)$ 
19: end
20:  $p_{ij}(t) = \max_{k \in N_i(t)} \{p_{ij}(t), p_{kj}(t)\}, \forall j \in J$ 

```

} 第一阶段

} 第二阶段

在前向拍卖的第二阶段, 次用户接收来自邻居的价格信息, $N_i(t)$ 是 t 时刻次用户 i 的邻居次用户集合. 一致性算法实现冲突消除的步骤为: 当次用户 i 发现它选择的信道 $\phi_i(t)$ 从其它次用户那里获得了更高价格, 就修改自身的状态为未进入分配; 否则说明自身进入分配, 计算收益. 接着次用户将主用户信道价格更新为自己与邻居记录的价格中的最大值.

假定次用户的网络直径为 Δ_S (指网络中任意两节点间以链路数衡量的最长距离, $\Delta_S \leq N-1$), 若价格矢量 $\mathbf{p}_i, \forall i \in I$ 在 Δ_S 个通信轮次维持不变, 算法 1 收敛. 关于算法 1 的收敛性证明见命题 3.

前向拍卖收敛后, 每个次用户将 \mathbf{p}_i 和 π_i 传递给相邻的主用户, 主用户在彼此之间进行传递. 获知所有次用户收益后, 主用户计算出次用户的最大效益 $\lambda = \max_{i \in I} \{\pi_i\}$, 开始执行反向拍卖.

CDACA 算法的反向拍卖同样分为两个阶段 (见算法 2). 在 t 时刻, 主用户 j 记录的次用户收益矢量 $\boldsymbol{\pi}_j(t) = [\pi_{1j}(t), \pi_{2j}(t), \dots, \pi_{Nj}(t)]$, $\mathbf{x}_j(t) = [x_{1j}(t), x_{2j}(t), \dots, x_{Nj}(t)]^T$ 是 j 与次用户的配对情况. 第一阶段是当前信道未配对的主用户投标阶段, 未进入分配的主用户 j 在投标中通过降低信道价格来使目标次用户效益增加 $\delta_j(t)$. 反向拍卖的第二阶段与前向拍卖第二阶段的冲突消除思想类似.

算法 2 CDACA 反向拍卖中主用户 j 第 t 次迭代过程

```

1:  $\mathbf{x}_j(t) = \mathbf{x}_j(t-1), \boldsymbol{\pi}_j(t) = \boldsymbol{\pi}_j(t-1)$ 
2: if  $\sum_i x_{ij}(t) = 0$  then
3:    $\alpha_j(t) = \arg \max_{i \in I} \{a_{ij} - \pi_{ij}(t)\}$ 
4:    $\beta_j(t) = \max_{i \in I} \{a_{ij} - \pi_{ij}(t)\} = a_{\alpha_j(t)j} - \pi_{\alpha_j(t)j}(t)$ 
5:    $\omega_j(t) = \max_{i \in I, i \neq \alpha_j(t)} \{a_{ij} - \pi_{ij}(t)\}$ 
6:    $\delta_j(t) = \min\{\lambda - \pi_{\alpha_j(t)j}(t), \beta_j(t) - \omega_j(t) + \epsilon\}$ 
7:    $\pi_{\alpha_j(t)j}(t) = \pi_{\alpha_j(t)j}(t) + \delta_j(t)$ 
8:    $x_{\alpha_j(t)j}(t) = 1$ 
9: esle if  $\sum_i x_{ij}(t) = 1$ 
10:    $\alpha_j(t) = \alpha_j(t-1)$ 
11: end
12: SEND  $\boldsymbol{\pi}_j(t)$  to neighbor primary users  $k \in N_j(t)$ 
13: RECEIVE  $\boldsymbol{\pi}_k(t)$  from neighbor primary users  $k \in N_j(t)$ 
14:  $z_{\alpha_j(t)j}(t) = \arg \max_{k \in N_j(t) \cup j} \{\pi_{\alpha_j(t)k}(t)\}$ 
15: if  $j \notin z_{\alpha_j(t)j}(t)$ 
16:    $x_{\alpha_j(t)j}(t) = 0$ 
17: else
18:    $p_j(t) = \beta_j(t) - \delta_j(t)$ 
19: end
20:  $\pi_{ij}(t) = \max_{k \in N_j(t)} \{\pi_{ij}(t), \pi_{ik}(t)\}, \forall i \in I$ 

```

} 第一阶段

} 第二阶段

反向拍卖与前向拍卖的不同地方是: 主用户 j 某次投标的增量 $\delta_j(t)$ 可能为 0 (当 $\pi_{\alpha_j(t)j}(t) = \lambda$, 即 j 选择的次用户 $\alpha_j(t)$ 已经是收益最大的次用户时); 这时, 主用户 j 与该次用户形成配对, 次用户原配对的主用户不会被置换出来. 而 $\pi_{\alpha_j(t)j}(t) \neq \lambda$ 时, $\delta_j(t) > 0$, 此次投标的主用户会将次用户原配对的主用户替换出来.

若主用户的网络直径为 Δ_P ($\Delta_P \leq M-1$), 当次用户收益矢量 $\boldsymbol{\pi}_j, \forall j \in J$ 在 Δ_P 个通信轮次维持不变, 反向拍卖结束. 算法 2 的收敛性证明见命题 3. 迭代结束

后,每个主用户传递 \mathbf{x}_j, p_j 给邻居次用户,次用户互相传递,获得最终的分配结果和应向主用户支付的价格。

4 算法分析

命题 2 网络全连通时,CDACA 算法在有限次迭代之后收敛,当 ε 足够小时,能实现多信道广义指派问题的帕累托最优分配。

证明 关于 CDACA 算法的收敛性见命题 3 的证明.而根据命题 1 的结论,要证明 CDACA 算法在网络全连通时收敛的结果是帕累托最优,只需证明收敛结果满足式(2a)、(2b)和(2c);我们将证明分为两个子命题:

(I)网络全连通时,即次用户能及时获取信道价格时,CDACA 算法的前向拍卖结束后满足式(2a)和(2b)。

(II)网络全连通时,即主用户能及时获取次用户收益时,CDACA 算法的反向拍卖结束后满足式(2a)、(2b)和(2c)。

首先证明(I)成立.如果能证明前向拍卖若在每次迭代开始时满足(2a)和(2b),在每次迭代结束后也满足这两个条件,则证明了(I)。

全连通网络中节点本地记录的信息即是全局信息,令 (π_i, p_j) 和 (π_i^o, p_j^o) 分别表示前向拍卖一次迭代开始和结束时的次用户 i 收益和信道 j 的价格对.假定前向拍卖此次迭代开始时式(2a)和(2b)成立,即

$$\begin{aligned} \pi_i + p_j &\geq a_{ij} - \varepsilon, \quad \forall (i, j) \in \mathcal{A} \\ \pi_i + p_j &= a_{ij}, \quad \forall (i, j) \in S \end{aligned}$$

由于前向拍卖信道价格单调增加,则 $p_j^o \geq p_j, \forall j \in J$,因此对 $\pi_i^o = \pi_i$ 的所有 (i, j) 都有 $\pi_i^o + p_j^o \geq \pi_i + p_j \geq a_{ij} - \varepsilon$.对所有在本次迭代开始时和结束后都在分配 S 中的配对 (i, j) ,都有 $\pi_i^o + p_j^o = \pi_i + p_j = a_{ij}$ 成立.而对所有在本次迭代中进入分配 S 的配对 (i, ϕ_i) ,有 $\pi_i^o + p_{\phi_i}^o = a_{i\phi_i}$.剩下就只需证明在本次迭代中所有参与投标并进入了分配 S 的所有次用户 i 和任意信道 $j, \forall j \in J$,有下面的式成立

$$\pi_i^o + p_j^o \geq a_{ij} - \varepsilon, \quad \forall j \in J$$

根据算法 1 第 7 行,

$$\begin{aligned} p_{\phi_i}^o &= p_{\phi_i} + \delta_i = p_{\phi_i} + (a_{i\phi_i} - p_{\phi_i}) - \max_{j \in J, j \neq \phi_i} \{a_{ij} - p_j\} + \varepsilon \\ &= a_{i\phi_i} - \max_{j \in J, j \neq \phi_i} \{a_{ij} - p_j\} + \varepsilon \end{aligned}$$

根据算法 1 第 18 行,并将上式代入

$$\begin{aligned} \pi_i^o &= a_{i\phi_i} - p_{\phi_i}^o = a_{i\phi_i} - (a_{i\phi_i} - \max_{j \in J, j \neq \phi_i} \{a_{ij} - p_j\} + \varepsilon) \\ &\geq a_{ij} - p_j - \varepsilon \geq a_{ij} - p_j^o - \varepsilon, \quad \forall j \in J \end{aligned}$$

子命题(I)证明完毕。

可以用类似的方法证明若反向拍卖的每次迭代开始时满足式(2a)和(2b),则该次迭代结束时仍然满足这两个

条件,这里不再展开.在反向拍卖开始时 $\lambda = \max_{i \in I} \{\pi_i\}$,在反向拍卖的每次迭代中,任意次用户效益的增长范围是小于等于 λ ,当且仅当未进入分配的主用户选择的最佳次用户效益等于 λ 时,主用户将不再置换该次用户原配对信道,而直接与该次用户形成配对,即效益等于最大值 λ 的次用户才拥有多个信道,式(2c)成立.子命题(II)得证。

命题 3 网络连通时,CDACA 算法在有限次迭代之后收敛,当 ε 足够小时,能实现多信道广义指派问题的帕累托最优分配。

证明 根据命题 2 的结论,只需证明网络非全连通时,即网络节点在局部过时信息下,CDACA 算法迭代的结果与全局准确信息下迭代的结果相同.最后证明 CDACA 算法能在有限次迭代之后收敛。

首先证明 CDACA 前向拍卖的情况。

前向拍卖中,受网络非全连通的影响, t 时刻次用户 i 记录的信道价格矢量 $\mathbf{p}'_i(t)$ 小于等于真实值 $\mathbf{p}_i(t)$,影响了次用户 i 的最佳信道的选择和真实投标值的计算.假定次用户 i 在全局信息下最佳配对的主用户为 $\phi_i(t)$,在局部过时信息下的选择为 $\phi'_i(t)$.下面证明当 $\phi'_i(t) = \phi_i(t)$ 和 $\phi'_i(t) \neq \phi_i(t)$ 两种情况时,都不会影响最终配对结果。

当 $\phi'_i(t) \neq \phi_i(t)$ 时,次用户 i 的投标值

$$\begin{aligned} p'_{\phi'_i(t)}(t) &:= p'_{\phi'_i(t)}(t-1) + (a_{\phi'_i(t)} - p'_{\phi'_i(t)}(t-1)) \\ &\quad - \omega'_i(t-1) + \varepsilon \\ &= a_{\phi'_i(t)} - \omega'_i(t-1) + \varepsilon \\ &= a_{\phi'_i(t)} - (a_{\phi_i(t)} - p'_{\phi_i(t)}(t-1)) + \varepsilon \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $\theta'_i(t) = \arg \max_{j \in J, j \neq \phi_i(t)} \{a_{ij} - p'_{ij}(t-1)\}$ 是次用户 i 在 t 时刻局部信息下的次优选择.因为假定 $\phi'_i(t) \neq \phi_i(t)$,即 $\phi'_i(t)$ 不是全局信息下的最佳选择,则

$$a_{\phi'_i(t)} - p'_{\phi'_i(t)}(t-1) < a_{\phi_i(t)} - p_{\phi_i(t)}(t-1) \quad (4)$$

当 $\theta'_i(t) \neq \phi_i(t)$ 时,

$$\begin{aligned} a_{\phi'_i(t)} - p'_{\phi'_i(t)}(t-1) &\leq a_{\phi'_i(t)} - p'_{\phi'_i(t)}(t-1) \\ &< a_{\theta'_i(t)} - p'_{\theta'_i(t)}(t-1) \end{aligned} \quad (5)$$

而当 $\theta'_i(t) = \phi_i(t)$ 时,

$$\begin{aligned} a_{\phi'_i(t)} - p'_{\phi'_i(t)}(t-1) &= a_{\theta'_i(t)} - p'_{\theta'_i(t)}(t-1) \\ &< a_{\theta'_i(t)} - p'_{\theta'_i(t)}(t-1) \end{aligned} \quad (6)$$

从式(4)~(6)得到

$$a_{\phi'_i(t)} - p'_{\phi'_i(t)}(t-1) < a_{\phi_i(t)} - p_{\phi_i(t)}(t-1) \quad (7)$$

联合式(3),得到 $p'_{\phi'_i(t)}(t) - \varepsilon < p_{\phi_i(t)}(t-1)$,当 ε 足够小时,说明 t 时刻对信道 $\phi'_i(t)$ 的出价小于 $\phi_i(t)$ 在 $t-1$ 时刻已经获得的价格,则当 $\phi'_i(t) \neq \phi_i(t)$ 时次用户 i 在局部过时信息下的这次错误投标不会成功,也不会改

变任何信道价格,属于无效投标,不影响最终的结果.

当 $\phi'_i(t) = \phi_i(t)$ 时,次用户 i 的投标值为

$$p'_{\phi'_i(t)}(t) := a_{\phi'_i(t)} - \omega'_i(t-1) + \epsilon \quad (8)$$

又因为 $p'_{ij}(t) \leq p_{ij}(t)$, $\forall j \in J$, 所以 $\omega'_i(t-1) \geq \omega_i(t-1)$, 由式(8)

$$p'_{\phi'_i(t)}(t) := a_{\phi'_i(t)} - \omega'_i(t-1) + \epsilon \leq a_{\phi'_i(t)} - \omega_i(t-1) + \epsilon = p_{\phi'_i(t)}(t) \quad (9)$$

即 $p'_{\phi'_i(t)}(t) \leq p_{\phi'_i(t)}(t)$. 因为该次投标的对象与全局信息下的投标对象一致,但出价小于等于全局信息下的真实投标值.若用户投标成功,则全局信息下投标也会成功;若用户投标不成功,则投标无效,最后 i 总能获得准确的信道价格而提出正确的投标. 即当 $\phi'_i(t) = \phi_i(t)$ 时不管次用户 i 的投标是否成功,都不会影响最后的配对.

反向拍卖的情况可类似证明,此处受篇幅限制不再展开.

以上证明了局部过时信息下的投标是不影响分配结果的无效投标,由于网络是连通的,过时的信息总会更新为准确信息,因此可以忽略这些无效投标. 忽略了无效投标后,在前向拍卖的一次迭代中,一个收到有效投标的信道价格至少增加 ϵ , 在有限次迭代之后,某些信道价格变得比较昂贵,甚至超过了信道对次用户的价值,部分次用户会转而选择价格较低还没有收到投标的信道;在有限次迭代之后当所有次用户都选择了一个令自身收益最大的信道时,前向拍卖结束. 在反向拍卖中的一次迭代中,收到有效投标的次用户或者其收益增加至少 ϵ , 或者其收益已经达到 λ 而不再增加. 既然次用户收益总是被限制在 λ 范围内,那么每个次用户在达到 λ 之前只能收到有限次的投标;对于收益已达到 λ 的次用户,投标的主用户不再将原已分配给该次用户的信道置换出来,而是直接加入,因此所有信道全部分配给次用户必定经过有限次迭代实现.

命题 3 得证.

命题 4 静态连通网络下, CDACA 算法在

$$O\left\{[\max_{(i,j)}\{a_{ij}\} - \min_{(i,j)}\{a_{ij}\}] \cdot \frac{\Delta_S N^2}{\epsilon} + \max_{(i,j)}\{a_{ij}\} \cdot \frac{\Delta_P (M-N)^2}{\epsilon}\right\} \text{次迭代后收敛.}$$

证明 先考虑前向拍卖阶段. 先假定所有次用户获得的价格信息是及时准确的,在最坏的情况下,每次迭代中所有的次用户去竞争同一个信道,且每次给出的价格增量都为 ϵ . 下面为满足这种最坏情况的一种特例:

$$\begin{cases} \max_{1 \leq i \leq N} \{a_{ij}\} - \min_{1 \leq i \leq N} \{a_{ij}\} < \delta \\ \min_{1 \leq i \leq N} \{a_{ij}\} - \max_{1 \leq i \leq N} \{a_{i(j+1)}\} = Y_j \end{cases}$$

其中 $\delta > 0$, $Y_j > 0$, $j = 1, 2, \dots, M$. 这种情况下,信道 1 首先会成为所有次用户的投标对象,如果 δ 足够小,那么直到价格增加至少 Y_1 之前信道 1 都会是所有次用户的最佳选择. 这段时间内,每个次用户对信道 1 的投标次数为 $\left\lceil \frac{Y_1}{\epsilon} \right\rceil$, 所以这段时间的迭代次数为 $N \left\lceil \frac{Y_1}{\epsilon} \right\rceil$. 在 $N \left\lceil \frac{Y_1}{\epsilon} \right\rceil$ 次迭代之后,信道 1 和信道 2 交替成为所有次用户的投标对象,这段时间内,每个次用户的投标次数为 $2 \left\lceil \frac{Y_2}{\epsilon} \right\rceil$, 所有次用户的迭代次数加起来为 $2N \left\lceil \frac{Y_2}{\epsilon} \right\rceil$. 在 $N \left\lceil \frac{Y_1}{\epsilon} \right\rceil + 2N \left\lceil \frac{Y_2}{\epsilon} \right\rceil$ 次迭代之后,信道 3 也变成投标对象之一. 这样的过程持续进行,直到每个次用户都配对了一个信道. 前向拍卖的迭代次数可以如下计算

$$\begin{aligned} & N \sum_{i=1}^{M-N} i \left\lceil \frac{Y_i}{\epsilon} \right\rceil \\ &= \left[\min_{1 \leq i \leq N} \{a_{i1}\} - \max_{1 \leq i \leq N} \{a_{i2}\} + 2 \min_{1 \leq i \leq N} \{a_{i2}\} \right. \\ &\quad \left. - 2 \max_{1 \leq i \leq N} \{a_{i3}\} + \dots + N \min_{1 \leq i \leq N} \{a_{i(N-1)}\} - N \max_{1 \leq i \leq N} \{a_{iN}\} \right] \cdot \frac{N}{\epsilon} \\ &\leq \left[\max_{1 \leq i \leq N} \{a_{i1}\} - \max_{1 \leq i \leq N} \{a_{i2}\} + 2 \max_{1 \leq i \leq N} \{a_{i2}\} \right. \\ &\quad \left. - 2 \max_{1 \leq i \leq N} \{a_{i3}\} + \dots + N \max_{1 \leq i \leq N} \{a_{i(N-1)}\} - N \max_{1 \leq i \leq N} \{a_{iN}\} \right] \cdot \frac{N}{\epsilon} \\ &\leq \left[N \max_{(i,j)} \{a_{ij}\} - N \max_{1 \leq i \leq N} \{a_{iN}\} \right] \cdot \frac{N}{\epsilon} \\ &\leq \left[\max_{(i,j)} \{a_{ij}\} - \min_{(i,j)} \{a_{ij}\} \right] \cdot \frac{N^2}{\epsilon} \end{aligned}$$

若考虑网络的非全连通性,最坏情况下每次迭代后信道的价格需经过 Δ_S 个通信轮次才能传递到所有次用户,则前向拍卖的迭代次数为 $O\left\{[\max_{(i,j)}\{a_{ij}\} - \min_{(i,j)}\{a_{ij}\}] \cdot \frac{\Delta_S N^2}{\epsilon}\right\}$.

接下来分析反向拍卖阶段. 先考虑主用户间全连通的拓扑下,最坏的情况是每次迭代中所有未进入分配的主用户都去竞争同一个次用户,且每次给出的价格增量都为 ϵ . 下面为满足这种最坏情况的一种特例:

$$\begin{cases} \max_{1 \leq j \leq M} \{\min_{1 \leq i \leq M} \{a_{ij}, \lambda\} - \pi_i\} - \min_{1 \leq j \leq M} \{\min_{1 \leq i \leq M} \{a_{ij}, \lambda\} - \pi_i\} < \delta \\ \min_{1 \leq j \leq M} \{\min_{1 \leq i \leq M} \{a_{ij}, \lambda\} - \pi_i\} - \max_{1 \leq j \leq M} \{\min_{1 \leq i \leq M} \{a_{(i+1)j}, \lambda\} - \pi_{i+1}\} = X_i \end{cases}$$

类似前向拍卖的情况,反向拍卖的迭代次数可以如下计算

$$\begin{aligned} & (M-N) \sum_{i=1}^{M-N} i \left\lceil \frac{X_i}{\epsilon} \right\rceil \\ &= \left[\min_{1 \leq j \leq M} \{\min_{1 \leq i \leq M} \{a_{ij}, \lambda\} - \pi_i\} - \max_{1 \leq j \leq M} \{\min_{1 \leq i \leq M} \{a_{2j}, \lambda\} - \pi_2\} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ 2\min_{1 \leq j \leq M} \{ \min \{ a_{2j}, \lambda \} - \pi_2 \} - 2 \max_{1 \leq j \leq M} \{ \min \{ a_{3j}, \lambda \} - \pi_3 \} + \dots \\
 &+ (M - N) \min_{1 \leq j \leq M} \{ \min \{ a_{(M-N)j}, \lambda \} - \pi_{M-N} \} \\
 &- (M - N) \max_{1 \leq j \leq M} \{ \min \{ a_{(M-N+1)j}, \lambda \} - \pi_{M-N+1} \} \cdot \frac{(M - N)}{\epsilon} \\
 \leq &[\max_{1 \leq j \leq M} \{ \min \{ a_{1j}, \lambda \} - \pi_1 \} - \max_{1 \leq j \leq M} \{ \min \{ a_{2j}, \lambda \} - \pi_2 \} \\
 &+ 2\max_{1 \leq j \leq M} \{ \min \{ a_{2j}, \lambda \} - \pi_2 \} - 2 \max_{1 \leq j \leq M} \{ \min \{ a_{3j}, \lambda \} - \pi_3 \} + \dots \\
 &+ (M - N) \max_{1 \leq j \leq M} \{ \min \{ a_{(M-N)j}, \lambda \} - \pi_{M-N} \} \\
 &- (M - N) \max_{1 \leq j \leq M} \{ \min \{ a_{(M-N+1)j}, \lambda \} - \pi_{M-N+1} \}] \cdot \frac{(M - N)}{\epsilon} \\
 \leq &[(M - N) \max_{(i,j)} \{ \min \{ a_{ij}, \lambda \} - \pi_i \} - (M - N) \\
 &\max_{1 \leq j \leq M} \{ \min \{ a_{(M-N+1)j}, \lambda \} - \pi_{M-N+1} \}] \cdot \frac{(M - N)}{\epsilon} \\
 \leq &[\max_{(i,j)} \{ \min \{ a_{ij}, \lambda \} - \pi_i \} - \min_{(i,j)} \{ \min \{ a_{ij}, \lambda \} - \pi_i \}] \cdot \frac{(M - N)^2}{\epsilon} \\
 \leq &[\max_{(i,j)} a_{ij} - 0] \cdot \frac{(M - N)^2}{\epsilon}
 \end{aligned}$$

考虑到网络的非全连通性,最坏情况下每次迭代后次用户的准确收益需经过 Δ_p 个通信轮次才能传递给所有的主用户,则反向拍卖的迭代次数为 $O\left(\Delta_p \max_{(i,j)} \{ a_{ij} \} \cdot \frac{(M - N)^2}{\epsilon}\right)$. 命题得证.

命题 5 动态拓扑下,若存在小于无穷的整数 ρ_p 和 ρ_s ,使得 $W_p(t)$ 和 $W_s(t)$ 对任意的 t 是全连通的,则

CDACA 算法在 $O\left[\left[\max_{(i,j)} \{ a_{ij} \} - \min_{(i,j)} \{ a_{ij} \} \right] \cdot \frac{\rho_s N^2}{\epsilon} + \max_{(i,j)} \{ a_{ij} \} \cdot \frac{\rho_p (M - N)^2}{\epsilon} \right]$ 次迭代内收敛. $W_p(t)$ 和

$W_s(t)$ 的定义如式(10)和(11)所示,其中 $G_p(t)$ 和 $G_s(t)$ 表示 t 时刻主用户网络和次用户网络.

$$W_p(t) = G_p(t) \cup G_p(t+1) \cup \dots \cup G_p(t + \rho_p - 1) \quad (10)$$

$$W_s(t) = G_s(t) \cup G_s(t+1) \cup \dots \cup G_s(t + \rho_s - 1) \quad (11)$$

证明 满足式(10)和(11),说明任意时刻每次迭代后信道的价格在 ρ_p 个通信轮次之内必能传递给所有次用户,次用户的收益在 ρ_s 个通信轮次之内必能传递给所有主用户.参考命题 4 的证明,命题 5 成立.

5 仿真结果与分析

本节仿真 CDACA 算法在不同的 ϵ 和不同网络拓扑下的性能,并与匈牙利算法获得的最优分配进行比较.仿真取 1000 次拓扑运行的平均值,假设认知基站位于坐标原点,次用户随机均匀分布于 x 坐标在 $[-50\text{m}, 50\text{m}]$, y 坐标在 $[50\text{m}, 100\text{m}]$ 的矩形区域内.假定 16 个主用户共拥有 1MHz 的频谱,仿真中设定每个主用户的空闲频谱量相等.信道为慢速时变的频率选择性瑞利衰落信道,假定在信道分配的时间内信道增益基本无变化;设定以指数衰减的 6 条多径分量^[8],最大多普勒频移为 30Hz,最大时延扩展为 $1\mu\text{s}$,高斯白噪声功率 $\sigma^2 =$

10^{-11}W ,路径损耗指数 ρ 为 3.次用户的发送功率都为 10mW,采用自适应 MQAM 调制, $\text{BER}_0 = 10^{-2}$.

考虑静态和动态网络的三种拓扑结构.静态网络即在信道分配的时间内节点拓扑维持不变, $G(t) = G$.考虑的三种拓扑分别是线性拓扑,即节点间连成线型;完备拓扑,每个节点能与其它所有节点连接;随机拓扑,每个节点随机的与 50% 的节点连接.在动态线性拓扑的仿真中,假定在每次迭代中主用户网络和次用户网络都随机有 1 个节点成为孤立节点;动态随机拓扑的仿真中,假定每次迭代中随机有两个节点成为孤立节点;动态完备拓扑的仿真中,假定每次迭代中主用户网络随机有 $M/4$ 个节点成为孤立节点,次用户网络随机有 $N/4$ 个节点成为孤立节点.

图 3 仿真的是静态网络中 CDACA 算法的迭代次数在不同拓扑及 ϵ 值下与次用户数量的关系.在相同的 ϵ 值下,线性拓扑所需的迭代次数最多,而完备拓扑所需迭代次数最少. ϵ 越小,迭代次数越多.随着次用户数量的增加,总趋势是迭代次数增加,但当次用户数量与信道数量相等时,迭代次数又有所下降.这是因为当次用户数量与信道数量相等时,变成了一个平衡分配问题,在 CDACA 算法的前向拍卖阶段就能实现将所有信道分配给次用户.

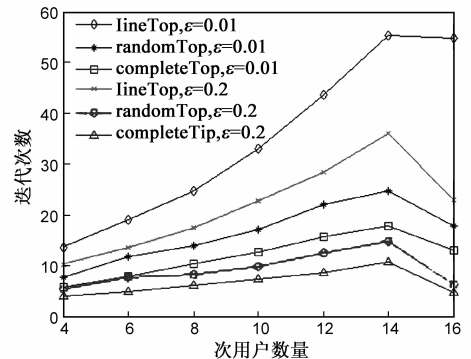


图3 静态网络中 $M=16$ 时 CDACA 算法的迭代次数

图 4 仿真的是静态网络中 CDACA 算法收敛后所有次用户的总传输速率在不同拓扑及 ϵ 值下与次用户数

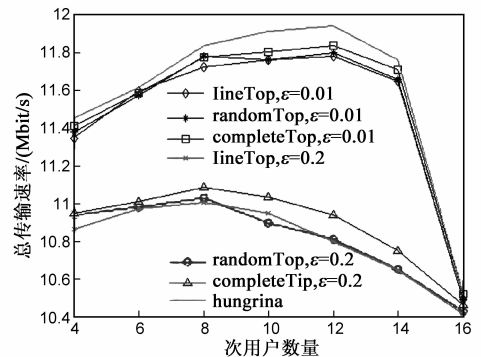


图4 静态网络中 $M=16$ 时 CDACA 算法分配的信道的总传输速率

量的关系,并与匈牙利算法获得的最优结果比较.从图4中看出 $\epsilon = 0.01$ 时算法在三种拓扑下都已经非常接近匈牙利算法的最优分配结果,随着 ϵ 的增大,分配的效果稍差.

图5仿真的是动态网络中 CDACA 算法收敛后所有次用户的总传输速率在不同拓扑及 ϵ 值下与次用户数量的关系.从图5和图4的比较中看出,动态网络下算法收敛后总传输速率比静态网络时有较小的差距.

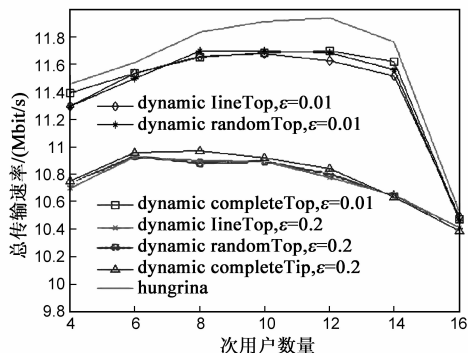


图5 动态网络中 $M=16$ 时 CDACA 算法分配的信道的总传输速率

图6是三种拓扑下 CDACA 算法在动态和静态网络的迭代次数比较.从三个图中看出,节点的通信中断会使得迭代次数有所增加.

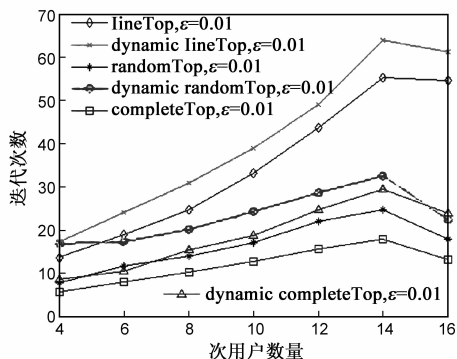


图6 $M=16, \epsilon=0.01$ 时静态和动态拓扑下 CDACA 算法的迭代次数

6 结束语

本文为空间中分散的只具备局部信息的主用户和次用户提出了一种基于一致性的分布式频谱拍卖算法 CDACA.算法不需设置中心拍卖商,支持非全连通的动态拓扑网络,只具备局部信息的各节点基于一致性算法解决冲突,可实现多信道广义指派问题的网络效益最大化分配.理论证明了在局部过时信息下 CDACA 算法也能在有限次迭代后收敛到最优结果,仿真验证了 CDACA 算法能在较少的迭代次数下实现接近网络效益最优的分配.

参考文献

[1] Chang H B, Chen K C. Auction-based spectrum management of

cognitive radio networks[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2010, 59(4): 1923 - 1935.

- [2] Gao L, Xu Y, Wang X. Map: Multi-auctioneer progressive auction for dynamic spectrum access[J]. IEEE Transactions on Mobile Computing, 2011, 10(8): 1144 - 1161.
- [3] Zhou X, Zheng H. Trust: A general framework for truthful double spectrum auctions[A]. Proc of INFOCOM 2009[C]. Rio de Janeiro, Brazil: IEEE, 2009. 999 - 1007
- [4] Bertsekas, D, Castanon D, Tsaknakis H. Reverse auction and the solution of inequality constrained assignment problems [J]. SIAM J on Optimization, 1993, 3(2): 268 - 299.
- [5] Dong M, Sun G, Wang X, Zhang Q. Combinatorial auction with time-frequency flexibility in cognitive radio networks[A]. Proc of INFOCOM 2012 [C]. Orlando, FL: IEEE, 2012. 2282 - 2290.
- [6] Wu Xiaobing, Chen Guihai. MONETA: prior-free and truthful auctions with adaptive reserve price for high revenue in dynamic spectrum access networks[J]. Chinese Journal of Electronics, 2012, 21(2): 355 - 361.
- [7] Mahdy Saedy, Brian Kelley. Consensus-based cognitive radio assisted cooperative communications[A]. Proceedings of the 9th ACM International Symposium on Mobility Management and Wireless Access[C]. New York: ACM, 2011. 153 - 158.
- [8] Wong I C, Shen Z, Andrews J G, et al. A low complexity algorithm for proportional resource allocation in OFDMA systems [A]. Proc of IEEE SIPS 2004[C]. Austin, Texas: IEEE, 2004. 1 - 6.
- [9] 陈守煜. 系统模糊决策理论与应用[M]. 大连: 大连理工大学出版社, 1994. 123 - 158.
- [10] Yahia T, Brandon F L, Ian F A, et al. Multiuser resource allocation optimization using bandwidth-power product in cognitive radio networks[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2012, 31(3): 451 - 463.

作者简介



胡洁女, 1980年7月出生于贵州省安顺市. 现为华南农业大学工程学院电子系讲师. 从事无线通信及在农业的应用研究.

E-mail: hjgz79@scau.edu.cn

赵祚喜(通信作者) 男, 1968年9月出生于湖南省慈利县. 现为华南农业大学工程学院教授、博士生导师, 从事农业电气化与自动化方面的研究工作.

E-mail: zhaozuoxi@scau.edu.cn