

基于双通道 DFRFT 互谱法的 Chirp 信号时延估计

李 昕^{1,2}

(1.北京理工大学信息与电子学院,北京 100081;2.安徽理工大学电气与信息工程学院,安徽淮南 232001)

摘 要: 针对脉冲 Chirp 类信号的时延估计问题,理论推导了基于离散分数阶 Fourier 变换的脉冲 Chirp 信号的特性,分析了当时延参量等效的分数阶 Fourier 域的频率大于采样率时,脉冲 Chirp 信号的分数阶 Fourier 域谱产生混叠,造成时延估计模糊的问题,并提出基于离散分数阶 Fourier 变换 (DFRFT) 双通道互谱法进行时延估计,给出两个通道采样率选取的原则及算法的性能分析,实验结果表明,在一定的采样率下,算法能够快速精确地估计脉冲 Chirp 信号的时延参数.

关键词: 离散分数阶 Fourier 变换 (DFRFT); 互谱; 时延估计; 脉冲 chirp 信号.

中图分类号: TN957.51 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2014)06-1068-06

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2014.06.005

Time Delay Estimation of Chirp Signals Based on Double-Channel DFRFT Cross-Spectrum

LI Xin^{1,2}

(1. School of Information and Electronics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China.

2. College of Electric and Information Engineering, Anhui University of Science and Technology, Huainan, Anhui 232001, China)

Abstract: For the problem of time-delay estimation for Chirp pulse signals, the characteristics of Chirp pulse signals based on the discrete fractional Fourier transform was theoretically derived. When time-delay equivalent frequency parameter was greater than the sampling rate in fractional Fourier domain, the spectrum of Chirp pulse signals in fractional Fourier domain produced aliasing, which caused the delay estimation ambiguity problem. In order to solve this problem, the time-delay estimation of Chirp signal based on double-channel DFRFT cross-spectral method was proposed, then the principles of the two-channel sampling rate selection and the performance analysis was given. The experimental results show that, in a certain sampling rate, the proposed algorithm is able to quickly and accurately estimate the time-delay parameters of Chirp pulse signals.

Key words: discrete fractional Fourier transform (DFRFT); cross-spectrum; time delay estimation; Chirp pulse signals

1 引言

Chirp 类信号也称线性调频信号,因其具有大时宽带宽积的特性,被广泛应用于雷达、声纳等通信系统之中,对 Chirp 类信号的检测和参数估计具有重要意义,如脉冲 Chirp 类信号时延估计就是信号处理领域中参数估计的一项重要内容,时延估计的性能直接影响着线性调频体制雷达定位系统的性能.随着新的时频分析工具分数阶 Fourier 变换 (FRactional Fourier Transform, FRFT) 理论的出现与不断发展,作为傅里叶变换广义形式的分数阶 Fourier 变换,因其对 Chirp 信号具有良好的能量聚集性,且具有与快速傅里叶变换 (Fast Fourier Transform, FFT) 计

算量相当离散算法,近年来被广泛应用于 Chirp 类信号的检测与参数估计的分析^[1-9].

Sharam 等人于 2007 年提出了基于分数阶傅里叶变换的时延估计算法,给出算法的输出信噪比与估计精度分析^[1].针对线性调频脉冲, Tao 等人证明了该算法在特定的分数阶 Fourier 域对 Chirp 信号进行时延估计是最优的,时延估计子可达到克拉美罗下界 (CRLB)^[2].文献 [3,4] 以传统相关处理算法脉冲压缩的时域特性为参照,分析了基于 FRFT 的线性调频脉冲时延估计的分数阶 Fourier 域特性,并对比两者在数字信号处理上的差异,说明了基于 FRFT 的时延估计精度往往更高,所需数据率可以更低,运算复杂度更低.文献 [1~3] 仅针

对连续分数阶 Fourier 变换时延估计的理论分析仿真,未对实际工程应用的离散分数阶 Fourier 变换 (Discrete FRactional Fourier Transform, DFRFT) 的应用进行分析. 文献[2]中指出基于 FRFT 的时延估计是将时延信息转换为分数阶 Fourier 域的频率参数进行估计, 采样率对时延等效分数阶 Fourier 域的频率参数是否会有影响文中也未讨论. 采用传统相关算法对脉冲 Chirp 信号时延估计时, 当采样率低于奈奎斯特采样率即欠采样, 信号会在频域产生混叠, 导致处理后相关峰在时域出现多个峰值, 干扰存在的情况下会造成时延估计错误. 尤其对于 Chirp 超宽带系统, 若以满足奈奎斯特采样定理的采样率即 2 倍的信号带宽采样, 会因信号带宽较大造成采样芯片的负担, 欠采样技术是解决这一问题的有效方法之一. 文献[5]针对线性调频信号离散分数阶 Fourier 变换后的特性, 提出了利用欠采样 Chirp 信号的最佳 FRFT 旋转角度估计原始信号的调频率, 实现欠采样情况下的线性调频信号的快速检测.

本文针对脉冲 Chirp 类信号的时延估计问题, 分析了基于 DFRFT 的脉冲 Chirp 信号的特性, 分析采样率与时延参量间的关系, 当时延参量等效分数阶 Fourier 域的频率大于采样率时, 脉冲 Chirp 信号的分数阶 Fourier 域谱会产生混叠, 无法分辨出真实时延, 产生时延模糊问题; 针对该问题提出基于 DFRFT 双通道互谱法进行时延估计, 理论分析双通道采样率与发射脉冲 Chirp 信号的脉宽和脉冲重复周期之间的关系, 给出两个通道采样率选取的原则; 并从时域分辨力和时延估计的计算精度两方面, 与基于 FRFT 的时延估计算法和传统相关处理算法进行了比较分析. 最后通过仿真验证了基于 DFRFT 双通道互谱法脉冲 Chirp 信号的检测与时延的快速精确估计算法的有效性.

2 基于 DFRFT 的 Chirp 信号时延估计

信号连续分数阶 Fourier 变换基本定义^[10]:

$$\begin{aligned} X_p(u) &= F^p[x(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) K_\alpha(t, u) dt \\ &= A_\alpha \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\pi(u^2 \cot\alpha - 2ut \csc\alpha + t^2 \cot\alpha)} x(t) dt \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $A_\alpha = |\sin \alpha|^{-1/2} e^{j\pi \operatorname{sgn}(\sin \alpha)/4 + j\alpha/2}$, 式中 p 为分数阶 Fourier 变换阶次, $\alpha = p\pi/2$ 为 p 阶分数阶 Fourier 域相对于时域的逆时针旋转角度.

在众多离散分数阶 Fourier 变换算法中, Pei S. C. 等人于 2000 年提出采样型算法^[11], 计算结果与连续 FRFT 接近, 计算复杂度与快速傅里叶变换相当, 且在数据处理前无需对数据进行量纲归一化, 因此得到广泛的认可与应用. 算法是通过直接对输入输出变量实现采样, 限定输入输出采样间隔实现变换可逆性, 将连续 FRFT

表达式分解成两次 Chirp 乘积和一次尺度变化 FFT 运算.

2.1 基于 FRFT 的 chirp 信号时延估计原理

分数阶 Fourier 变换的时延特性表明, 时延 τ 与分数阶 Fourier 域的谱峰位置有密切联系, 即:

$$\begin{aligned} \tilde{S}^\alpha(u) &= F^\alpha[s(t - \tau)](u) \\ &= e^{j\pi\tau^2 \sin\alpha \cos\alpha} e^{-j2\pi\tau \sin\alpha} S_\alpha(u - \tau \cos\alpha) \end{aligned} \quad (2)$$

分数阶 Fourier 变换可以理解为信号在 Chirp 基上的分解, 因此对 Chirp 信号具有非常好的能量聚焦性能, 特别适合用于处理 Chirp 类信号. 利用这一特点和分数阶 Fourier 变换的时延特性, 文献[2]提出了分数阶 Fourier 域的脉冲 Chirp 信号的时延估计方法, 将传统的时延估计转化为分数阶 Fourier 域的参数估计, 根据含时延的信号在分数阶 Fourier 域 $\tilde{S}^\alpha(u)$ 最大谱相对于参考信号在分数阶 Fourier 域 $S^\alpha(u)$ 最大谱的位置得到时延 τ .

$$\tau = (\arg \max_{\alpha, u} |\tilde{S}_\alpha(u)| - \arg \max_{\alpha, u} |S_\alpha(u)|) \cdot \sec\alpha \quad (3)$$

2.2 基于 DFRFT 的时延估计原理及时延模糊

设发射脉冲 Chirp 信号的时域表达式为:

$$s(t) = \operatorname{rect}(t/T_r) e^{-j\pi K t^2} \quad (4)$$

其中, T_r 为发射脉冲 Chirp 信号的脉宽, K 为调频率, T 为脉冲重复周期. 接收到的目标反射回波信号表达式为:

$$s_r(t) = s(t - \tau) + v(t) \quad (5)$$

其中, $v(t)$ 为接收机接收回波信号中所含的高斯白噪声, τ 为目标回波信号产生的时延. 设以 Δt 为采样时间间隔, 采样离散后的回波信号表达式为:

$$s_r(n) = \operatorname{rect}[(n - \tau/\Delta t)/M] e^{-j\pi K(n - \tau/\Delta t)^2} + v(n) \quad (6)$$

其中, $M = T_r/\Delta t$ 为脉内信号采样点数, $n = 0 \sim L - 1$, $L = T/\Delta t$ 为脉冲重复周期内采样点数.

根据基于 FRFT 的脉冲 Chirp 信号时延估计原理, 发射脉冲 Chirp 信号初始频率为 0, 经匹配阶次 ($\cot\alpha = K$) 的离散分数阶 Fourier 变换后, $S_\alpha(u)$ 最大谱峰在分数阶 Fourier 域的 0 点处. 式(3)表示的时延估计可简化为:

$$\hat{u} = \arg \max_{\alpha, u} |\tilde{S}_\alpha(u)| = \tau \cos\alpha \quad (7)$$

离散化后, 最大谱峰所在点数即为:

$$\hat{m} = \tau \cos\alpha / \Delta u = \tau \cot\alpha / (\Delta u \csc\alpha) = K\tau / \Delta f \quad (8)$$

其中, $m = 0 \sim L$, L 为一个脉冲重复周期内的信号采样总数. 如果 $K\tau / \Delta f > N$, 即 $\tau > f_s / K$ 时 ($f_s = \Delta f N$), 假设 $\tau = l f_s / K + \tau_0$, l 为整数, 此时, 时延 τ 与 τ_0 在分数阶 Fourier 域中最大谱峰位置相同, 无法估计出信号真实的时延. 脉冲 Chirp 信号在分数阶 Fourier 域的时频特性造

成基于 DFRFT 时延估计算法出现时延无法分辨,产生了时延模糊问题。

3 基于 DFRFT 互谱法的时延估计原理

根据以上原理分析可知直接采用 DFRFT 实现脉冲 Chirp 信号时延估计时,如果时延导致的分数阶 Fourier 域的等效的频率大于信号采样率,就会造成分数阶 Fourier 域的频谱混叠,导致时延无法分辨,产生时延模糊的问题.本文通过分析 Pei 提出的采样型 DFRFT 离散算法每一步的脉冲 Chirp 信号的特性,提出利用两个独立采样通道,计算线性调频信号调制后两个通道输出采样信号的互谱函数,再做尺度傅里叶变换和乘以调频信号,实现基于 DFRFT 互谱法的时延无模糊估计.具体算法与理论分析如下:

(1) 将接收到的回波信号采样后再乘以匹配阶次 ($\cot \alpha = K$) 线性调频信号进行解调:

$$\begin{aligned} \tilde{y}(n) &= s_r(n) e^{j\pi \cot \alpha \cdot n^2} \\ &= \text{rect}\left(\frac{n - \tau/\Delta t}{M}\right) e^{-j\pi K(n - \tau/\Delta t)^2 \Delta t^2} e^{j\pi \cot \alpha \cdot n^2 \Delta t^2} \\ &= \text{rect}\left(\frac{n - \tau/\Delta t}{M}\right) e^{-j\pi \cot \alpha \cdot n^2} e^{j2\pi \cot \alpha \cdot n \Delta t} \end{aligned} \quad (9)$$

双通道采样时,设采样时间分别 Δt_1 和 Δt_2 ,则采样后且解线性调频后的信号为:

$$\begin{aligned} \tilde{y}_1(n) &= \text{rect}\left(\frac{n - \tau/\Delta t_1}{M_1}\right) e^{-j\pi \cot \alpha \cdot n^2} e^{j2\pi \cot \alpha \cdot n \Delta t_1} \\ \tilde{y}_2(n) &= \text{rect}\left(\frac{n - \tau/\Delta t_2}{M_2}\right) e^{-j\pi \cot \alpha \cdot n^2} e^{j2\pi \cot \alpha \cdot n \Delta t_2} \end{aligned} \quad (10)$$

其中, $M_1 = T_r/\Delta t_1$, $M_2 = T_r/\Delta t_2$, $L_1 = T/\Delta t_1$, $L_2 = T/\Delta t_2$,为了保证信息不丢失,取 $L = \max(L_1, L_2)$, $n = 0 \sim L - 1$. 设采样间隔 $\Delta t_1 > \Delta t_2$,则 $L = L_2$. 将通道 1 大于 L_1 后数据补零加至到 L_2 的长度,双通道采样时刻对照表如表 1 所示.

表 1 双通道采样时刻对照表

		采样计数值 p						
		1	2	3	……	L_1	……	L_2
通道 1	Δt_1	$2\Delta t_1$	$3\Delta t_1$	……	$L_1\Delta t_1(T)$	0	……	0
通道 2	Δt_2	$2\Delta t_2$	$3\Delta t_2$	……	$L_1\Delta t_2$	……	……	$L_2\Delta t_2(T)$

计算两个通道信号采样后对应点的互谱:

$$\begin{aligned} \tilde{y}(n) &= \tilde{y}_1(n) [\tilde{y}_2(n)]^* \\ &= \text{rect}\left(\frac{n - \tau/\Delta t_1}{M_1}\right) \text{rect}\left(\frac{n - \tau/\Delta t_2}{M_2}\right) e^{j2\pi K \tau \cdot n(\Delta t_1 - \Delta t_2)} \end{aligned} \quad (11)$$

由于 $\Delta t_1 > \Delta t_2$,则 $(\tau - T_r/2)/\Delta t_1 < (\tau - T_r/2)/\Delta t_2$,且 $(\tau + T_r/2)/\Delta t_1 < (\tau + T_r/2)/\Delta t_2$.

为了保证双通道采样后的信号互谱 $\tilde{y}(n)$ 不为零,

则必须保证两个通道采样的脉内信号有重叠,即必须保证满足式(12)的 n 值存在.

$$\begin{cases} \frac{(\tau - T_r/2)}{\Delta t_1} < n < \frac{(\tau + T_r/2)}{\Delta t_1} \\ \frac{(\tau - T_r/2)}{\Delta t_2} < n < \frac{(\tau + T_r/2)}{\Delta t_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1 - \Delta t_2} > \frac{\tau}{T_r} - \frac{1}{2} \quad (12)$$

实际应用中能够检测出的发射脉冲 Chirp 信号的目标回波信号时延大于脉宽且小于脉冲重复周期 ($T_r/2 < \tau < T - T_r/2$),即 $0 < \tau/T_r - 1/2 < T/T_r - 1$. 联合式(16),可得:

$$\Delta t_2/(\Delta t_1 - \Delta t_2) \geq T/T_r \quad (13)$$

本文提出的算法实际应用时只有保证双通道采样后的信号互谱 $\tilde{y}(n)$ 值不为零,后续处理才有意义,因此在选择两个通道的采样率时,必须满足式(13).

(2) 离散后信号做尺度变化的 FFT:

通道 2 做尺度变化的 FFT 为:

$$\begin{aligned} \tilde{y}_{\alpha,2}(m) &= M_2 e^{j\pi \cot \alpha \cdot m^2} e^{-j2\pi \cdot u \csc \alpha \cdot \tau} \\ &\quad \text{sinc}\left\{\left(m - \frac{\tau \cos \alpha}{\Delta u_2}\right) \cdot \Delta u_2 T_r \csc \alpha\right\} \end{aligned} \quad (14)$$

计算双通道互谱后的信号做尺度变化的 FFT 为:

$$\begin{aligned} \tilde{y}_{\alpha}(m) &= e^{j2\pi(K\tau - m\Delta u \cdot \csc \alpha) \cdot \frac{\tau - T_r/2}{\Delta t_2} \Delta t'} \\ &\quad \cdot \frac{\text{sinc}\{\pi(K\tau - m\Delta u \cdot \csc \alpha) \cdot D\Delta t'\}}{\pi(K\tau - m\Delta u \cdot \csc \alpha) \cdot \Delta t'} \end{aligned} \quad (15)$$

其中 $n = \text{floor}[(\tau - T_r/2)/\Delta t_2] \sim \text{floor}[(\tau + T_r/2)/\Delta t_1]$, $\Delta t' = \Delta t_1 - \Delta t_2$, $D = \frac{T_r}{2\Delta t_2} + \frac{T_r}{2\Delta t_1} - \tau \frac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{\Delta t_1 \Delta t_2}$, $\text{floor}[\cdot]$ 为取整运算.

(3) 再乘以线性调频信号和复系数:

$$\begin{aligned} S_r^{\alpha}(m) &= A_{\alpha} e^{j\pi \cot \alpha \cdot m^2 \Delta u^2} e^{j2\pi(K\tau - m\Delta u \cdot \csc \alpha) \cdot \frac{\tau - T_r/2}{\Delta t_2} \Delta t'} \\ &\quad \cdot \frac{\text{sinc}\{\pi(K\tau - m\Delta u \cdot \csc \alpha) \cdot D\Delta t'\}}{\pi(K\tau - m\Delta u \cdot \csc \alpha) \cdot \Delta t'} \end{aligned} \quad (16)$$

则其信号分数阶 Fourier 域的谱幅值为:

$$A_{S_r^{\alpha}(m)} = B_{\alpha} \text{sinc}\left\{\left(m - \frac{K\tau}{\Delta u \csc \alpha}\right) D\Delta u \csc \alpha \Delta t'\right\} \quad (17)$$

其中, $B_{\alpha} = |A_{\alpha}| D$. 只要 $\Delta t'$ 足够小,即 $\Delta f'$ 足够大,就能够保证 $K\tau/(\Delta u \csc \alpha) = K\tau/\Delta f' < L$,解决时延模糊问题.

基于 DFRFT 脉冲 Chirp 时延估计的时延分辨率是指脉冲 Chirp 信号分数阶 Fourier 域压缩后的主辨宽度在时域的等效宽度. $\text{sinc}(\gamma x)$ 函数 -3dB 宽度等于 $1/|\gamma|$,由式(14)可得单通道信号经 DFRFT 算法处理后的分数阶 Fourier 变换域的分辨率为:

$$|1/\gamma| = 1/|T_r \csc \alpha| \quad (18)$$

由于分数阶傅里叶变换是在匹配阶次下进行,即 $\cot \alpha$

$= K$,再根据式(3)可知道时延在时域的分辨率为分数阶 Fourier 域的 $\sec\alpha$ 倍.将式(18)所得的分数阶 Fourier 域的时延分辨率等效到时域为:

$$|1/\gamma|\sec\alpha = |\sec\alpha|/|T_r \cot\alpha \sec\alpha| = 1/|T_r K| = 1/B \quad (19)$$

与文献[3,4]结论一致.

根据式(17)可得基于 DFRFT 的双通道互谱算法处理后的分数阶 Fourier 域的分辨率为:

$$|1/\gamma| = 1/|D\csc\alpha\Delta t'| \quad (20)$$

由于是采样后对应点的互谱,矩形脉冲的宽度减小,即 $D \cdot \Delta t' < T_r$,则 $1/|D\csc\alpha\Delta t'| > 1/|T_r \csc\alpha|$,即双通道求互谱后的信号在分数阶傅里叶域的分辨率大于单通道的分辨率,等效到时域的分辨率大于 $1/B$,所以双通道 DFRFT 互谱法时延估计会降低目标回波信号的分辨率.

为了不降低时延估计精度,可以通过单通道的信号的分数阶 Fourier 变换进行校正,实现分辨率不会降低的基于 DFRFT 的双通道互谱法脉冲 Chirp 的联合时延估计.校正后时延估计可以用式(21)表示

$$\begin{cases} \hat{m} = \arg \max_{f_s=1/\Delta t'} [A_s^e(m)] \\ \hat{m}_2 = \arg \max_{f_s=1/\Delta t_1} [A_s^e(m)] \end{cases} \quad (21)$$

$$\hat{\tau} = (\text{floor}[\hat{m} \cdot \Delta u \csc\alpha \cdot \Delta t_2] + \hat{m}_2) \Delta u_2 \cdot \csc\alpha / K$$

由以上分析得到双通道抽样条件下脉冲 Chirp 信号无模糊时延估计实现结构见图 1.

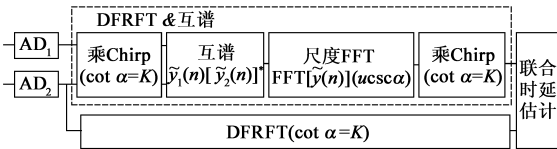


图1 DFRFT互谱法脉冲Chirp信号时延估计实现结构图

4 算法估计性能分析

4.1 含噪 Chirp 信号时延估计的峰值信噪比

式(17)表明两个通道采样时间差值会影响脉冲 Chirp 信号在匹配阶次的分数阶 Fourier 域的最大谱峰值的大小,进而影响含噪信号检测概率与估计的准确性,因此有必要讨论基于 DFRFT 互谱法时延估计的两个通道的采样率对脉冲 Chirp 信号的输出信噪比的影响.

依据文献[2]基于 FRFT 的脉冲 Chirp 信号检测以匹配滤波的优化准则,定义基于 DFRFT 双通道互谱法时延估计的输出信噪比为:

$$\text{SNR}_{\text{out}} = \frac{|\tilde{S}_\alpha(\hat{m} \cdot \Delta u)|^2}{\text{var}\{\tilde{S}_\alpha(\hat{m} \cdot \Delta u) + V_\alpha(\hat{m} \cdot \Delta u)\}} \quad (22)$$

根据式(17),可得:

$$|\tilde{S}_\alpha(\hat{m} \Delta u)|^2 = |A_\alpha|^2 \left(\frac{T_r}{2\Delta t_2} + \frac{T_r}{2\Delta t_1} - \tau \frac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{\Delta t_1 \Delta t_2} \right)^2 \quad (23)$$

$$\text{令 } R_\alpha(u) = \tilde{S}_\alpha(\hat{m} \cdot \Delta u) + V_\alpha(\hat{m} \cdot \Delta u),$$

$$\text{var}\{R_\alpha(u)\} = \text{E}\{|R_\alpha(u)|^2\} - |\text{E}\{R_\alpha(u)\}|^2$$

噪声是与发射信号不相关的高斯白噪声,其均值为 0,设噪声方差为 σ ,则:

$$\begin{cases} |\text{E}\{R_\alpha(u)\}|^2 = |\text{E}\{\tilde{S}_\alpha(\hat{m} \cdot \Delta u)\}|^2 = |\tilde{S}_\alpha(\hat{m} \Delta u)|^2 \\ \text{E}\{|R_\alpha(u)|^2\} = |\tilde{S}_\alpha(\hat{m} \cdot \Delta u)|^2 + \text{E}\{|V_\alpha(\hat{m} \Delta u)|^2\} \\ \text{E}\{|V_\alpha(\hat{m} \Delta u)|^2\} = |A_\alpha|^2 L\sigma^2 \end{cases} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \text{SNR}_{\text{out}} &= \frac{|A_\alpha|^2 \left(\frac{T_r}{2\Delta t_2} + \frac{T_r}{2\Delta t_1} - \tau \frac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{\Delta t_1 \Delta t_2} \right)^2}{|A_\alpha|^2 L\sigma^2} \\ &= \frac{\left[\frac{M_2}{2} + \frac{M_1}{2} - \left(\frac{\tau}{\Delta t_2} - \frac{\tau}{\Delta t_1} \right) \right]^2}{L\sigma^2} \end{aligned} \quad (25)$$

由于 $\Delta t_1 > \Delta t_2$,所以 $M_1 < M_2$, $\tau/\Delta t_1 - \tau/\Delta t_2 > 0$.本文算法中设回波信号幅值为 1 的信号,所以通道 2 中的脉内输入 $\text{SNR}_{\text{in}} = M_2/L\sigma^2$,由式(25),可得: $\text{SNR}_{\text{out}} < M_2 \text{SNR}_{\text{in}}$,依据文献[2],通道 2 基于 DFRFT 算法的脉冲 Chirp 信号时延估计的输出信噪比为: $\text{SNR}_{\text{out}} = M_2 \text{SNR}_{\text{in}}$,显然,对于给定的含噪脉冲 Chirp 信号,双通道的采样率的选择将直接影响其在匹配阶次的分数阶 Fourier 域的输出信噪比,进而影响脉冲 Chirp 信号的检测效果.

4.2 时域目标分辨率

邓兵等[3]人验证了基于分数阶 Fourier 变换的时延估计与脉冲压缩估计的分辨率相同,本文提出的双通道 DFRFT 互谱的时延估计算法,通过单通道采样得到的信号进行的时延估计分辨校正,实现了与理论分析以及传统脉冲压缩所具有相同的时域分辨率,且本算法解决了时延模糊问题.

4.3 时延计算精度

DFRFT 在分数阶 Fourier 域进行,其时域计算精度为: $\Delta t = \Delta u |\sec\alpha| = \Delta f |\sin\alpha| \cdot |\sec\alpha| = 1/|T\cot\alpha| = 1/|\lambda T_r K| = 1/|\lambda B|$,其中, $\lambda = T/T_r \gg 1$,基于 DFRFT 的时延估计通过增加脉冲重复宽度 T 来减少时域步长,提高时域估计精度.传统经典的 Chirp 类信号时延估计处理算法脉冲压缩,它的时域估计精度为 $\Delta t = 1/f_s$,为了保证 Chirp 信号非欠采样要求 $f_s > 2B$,脉冲压缩算法通过提升采样频率来减少时域步长,提高时域估计精度.因此前者的精度往往更高,所需的数据率会更低.本文提出的算法采用 DFRFT 时延估计时的计算精度可以通过增加脉冲重复周期提高计算精度,同时利用互谱消除了时延模糊问题.

4.4 计算复杂度

单通道采用 Pei 提出的采样型 DFRFT 运算, 运算复杂度为 $O[L \log(L)^2]$. 互谱通道在 Pei 提出的采样 DFRFT 运算的基础上仅增加了一步 L 点的点乘运算. 本文所提出的基于 DFRFT 双通道互谱法脉冲 Chirp 信号的时延估计运算复杂度近似为 $O[2L \log(L)^2]$.

5 仿真结果

仿真数据如下: Chirp 信号脉宽 $T_r = 10\mu\text{s}$, 脉冲重复周期为 $T = 100\mu\text{s}$, 调频带宽 $B = 10\text{MHz}$, 假定在时延 $\tau_0 = 5\mu\text{s}$, $\tau_1 = 61\mu\text{s}$ 处各有一个目标, 回波信号 SNR = 10dB 时, 采样率为 8MHz. 图 2 为采用基于 DFRFT 的脉冲 Chirp 信号时延估计和传统相关算法欠采样时的时延估计结果.

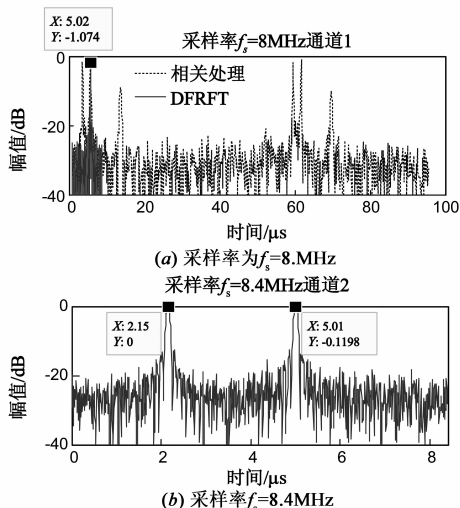


图2 基于DFRFT的脉冲Chirp信号时延估计

从图 2(a) 可以看出以 $f_s = 8\text{MHz}$ 采样率对信号采样时, 采用传统相关处理方法时, 由于欠采样信号在频域发生频谱混叠, 造成相关峰在时域出现多个峰值, 无法准确估计时延. 采用分数阶傅里叶域时延估计算法时, 由于 $\tau_1 = \tau_0 + 7 f_s / K$, 此时在分数阶 Fourier 域最大谱混叠, 无法分辨出两个目标信号真实时延.

采用双通道采样, 通道 1 以采样率 $f_{s1} = 8\text{MHz}$ 采样, 通道 2 以采样率 $f_{s2} = 8.4\text{MHz}$ 采样, 两个通道的采样率满足双通道 DFRFT 互谱分析所需式(13)的采样条件. 以采样率 $f_{s2} = 8.4\text{MHz}$ 做 DFRFT 分析结果如图 2(b) 所示. 由于 $\tau_0 < f_{s2} / K$, 图 2(b) 中右边谱峰所在的位置为 $5.02\mu\text{s}$. 由于 $\tau_1 > f_{s2} / K$, 左边谱峰位置所对应时延值并不是 $61\mu\text{s}$, 而且 τ_1 和 τ_0 之间的时延差并不是 f_{s2} 的整数倍, 因此谱峰没有产生混叠, 但因为 $\tau_1 > f_{s2} / K$, 此时直接采用 DFRFT 估计的结果对于时延为 τ_1 的信号仍出现了时延模糊.

通过双道 DFRFT 互谱法估计的时延如图 3 所示.

从图 3 中可看出信号主瓣变宽, 这正是由于互谱计算相当于提高了信号采样率, 导致了时域分辨率的降低. 时延为 τ 的信号也因为互谱法造成输出信噪比的下降. 为了保证时延在时域的分辨率不变, 采用式(21)进行时延估计, 可得正确时延分别为: $5\mu\text{s}$, $61.1\mu\text{s}$.

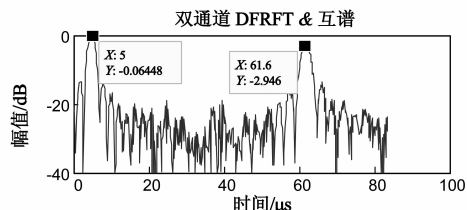


图3 基于DFRFT互谱法脉冲Chirp信号时延估计

采用信噪比分别由 10dB 至 -10dB, 间隔 2dB, 分别做 100 次蒙特卡洛仿真估计时延均方误差如图 4 所示. 与传统相关处理算法和文献[2]提出的时延估计的克拉美罗下界(CRLB)对比. 随着信噪比增加, 估计误差逐渐靠近 CRLB.

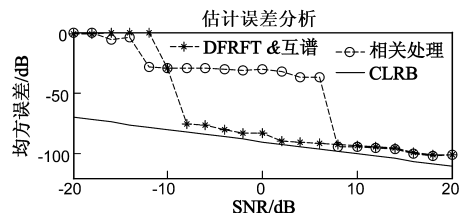


图4 估计误差分析

6 结束语

本文通过研究基于 DFRFT 的脉冲 Chirp 信号检测原理, 提出了基于 DFRFT 双通道互谱法的时延估计, 解决基于 DFRFT 的时延估计算法, 因时延参量等效的分数阶 Fourier 域的频率参量大于采样率而导致的时延模糊问题; 并从理论上证明算法不会降低时延估计时域分辨率和计算精度, 且可以通过降低采样率来减少计算量, 算法可以实现欠采样条件下的脉冲 Chirp 信号的快速精确检测与时延估计. 本文算法适用于 Chirp 超宽带定位系统, 可以解决 Chirp 超宽带系统低成本工程实现时, 采样芯片的采样率难以满足系统需求的问题.

参考文献

- [1] Sharma K K, Joshi S D. Time delay estimation using fractional Fourier transform[J]. Signal Processing, 2007, 87(5): 853 - 865.
- [2] Ran Tao, Xue-mei Li, Yan-lei Li, et al. Time-delay estimation of chirp signals in the fractional Fourier domain[J]. IEEE Trans Signal Processing, 2009, 57(7): 2852 - 2855.
- [3] 邓兵, 王旭, 陶然, 等. 基于分数阶傅里叶变换的线性调频

- 脉冲时延估计特性分析[J]. 兵工学报, 2012, 33(6): 764 - 768.
- Deng Bing, Wang Xu, Tao Ran, et al. Performance analysis of time delay estimation for linear frequency-modulated pulse based on fractional Fourier transform[J]. Acta Armamentaria, 2012, 33(6): 764 - 768. (in Chinese)
- [4] 李昕, 李良光, 姜媛媛. 基于 DFRFT 的脉压方法及与匹配滤波性能对比[J]. 计算机工程与应用, 2012(11): 16 - 21.
- Li Xin, Li Liang-guang, Jiang Yuan-yuan. Performance comparison between pulse compression based on DFRFT and match filtering[J]. Computer Engineering and Applications, 2012, 48(11): 16 - 21. (in Chinese)
- [5] 仇兆炆, 陈蓉, 汪一鸣. 基于 FRFT 的线性调频信号欠采样快速检测方法[J]. 电子学报, 2012, 40(11): 2165 - 2170.
- Qiu Zhao-yang, Chen Rong, Wang Yi-ming. Fast detection of LFM signal based on FRFT and sub-Nyquist sampling[J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(11): 2165 - 2170. (in Chinese)
- [6] 张南, 陶然, 王越. 基于变标处理和分数阶傅里叶变换的运动目标检测算法[J]. 电子学报, 2010, 38(3): 683 - 688.
- Zhang Nan, Tao Ran, Wang Yue. A target detection algorithm based on scaling processing and fractional Fourier transform [J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 38(11): 2165 - 2170. (in Chinese)
- [7] 常虹, 石海城, 赵国庆, 等. 基于全相位频谱插值的欠采样频率估计[J]. 宇航学报, 2010, 31(12): 2771 - 2775.
- Chang Hong, Shi Hai-cheng, Zhao Guo-qing, et al. Frequency estimation based on interpolated all phase spectrum with sub-Nyquist sampling[J]. Journal of Astronautics, 2010, 31(12): 2771 - 2775. (in Chinese)
- [8] 张南, 陶然, 单涛, 等. 基于分数阶傅里叶变换的线性调频信号分辨率分析[J]. 电子学报, 2007, 35(12): 8 - 13.
- Zhang Nan, Tao Ran, Shang Tao, et al. Analysis of the resolution of the linear frequency modulated signal based on the fractional Fourier transform [J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(12): 8 - 13. (in Chinese)
- [9] 邓兵, 陶然, 曲长文. 分数阶 Fourier 域中多分量 chirp 信号的遮蔽分析[J]. 电子学报, 2007, 35(6): 1094 - 1098.
- Deng Bing, Tao Ran, Qu Chang-wen. Analysis of the shading between multicomponent Chirp signals in the fractional Fourier domain [J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(6): 1094 - 1098. (in Chinese)
- [10] 陶然, 邓兵, 王越. 分数阶傅里叶变换及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2009. 105 - 106.
- [11] S C Pei, J J Ding. Closed-form discrete fractional and affine Fourier transforms[J]. IEEE Trans Signal Processing, 2000, 48(5): 133 - 1353.

作者简介



李 昕 女, 1981 年 11 月, 湖南长沙人, 现为北京理工大学信息与电子学院博士研究生, 安徽理工大学电气与信息工程学院讲师. 主要研究方向: 信号检测与估计, 现代信号处理理论及其应用.

E-mail: brightgirl1981@126.com