

MU-MIMO-OFDM 上行频偏与信道联合跟踪

王 旭,何 凡,冯 辉,杨 涛,胡 波

(复旦大学,上海 200433)

摘 要: 本文提出了一种在 MU-MIMO-OFDM (Multiple-User Multiple-Input-Multiple-Output Orthogonal-Frequency-Division-Multiplexing)上行链路中,联合跟踪残留频偏(Residual Carrier Frequency Offset,RCFO)和信道的算法.本算法采用 EM (Expectation Maximization)方法求解该非线性问题,并使用变分推断来近似原来复杂的隐变量的后验概率.在估计 RCFO 时,考虑了信道估计误差的概率分布,从而降低了信道估计误差对跟踪性能的影响.仿真中,本算法达到了较高的跟踪精度,尤其是在高信噪比时没有误差平台问题.

关键词: 频偏与信道联合跟踪;期望最大化(EM);变分推断

中图分类号: TN911.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2014)07-1256-06

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2014.07.002

Joint Carrier Frequency Offset and Channel Tracking for MU-MIMO-OFDM Uplink Systems

WANG Xu, HE Fan, FENG Hui, YANG Tao, HU Bo

(Fudan University, Shanghai 200433, China)

Abstract: A joint carrier frequency offset (CFO) and channel tracking method for multiple-user multiple-input-multiple-output orthogonal-frequency-division-multiplexing (MU-MIMO-OFDM) uplink systems is proposed in this paper. We use the expectation maximization (EM) algorithm to solve the nonlinear problem, and use variational inference to approximate the posterior distribution of the latent variable. Besides, to reduce the impact of channel estimation deviation, we consider its distribution when estimating the RCFO. Simulation results show that the proposed algorithm obtains high tracking accuracy, and there is no error floor problem in the high SNR region.

Key words: joint carrier frequency offset and channel tracking; expectation maximization; variational inference

1 引言

正交频分复用(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)在对抗多径信道衰落具有很大优势. MU-MIMO (Multiple-User Multiple-Input-Multiple-Output)是指多个用户组成一个虚拟的多天线终端,通过空分复用的方式在相同的时频资源上通信.这两种技术常常一起使用,如 LTE 系统^[1].但收发两端晶振频率的偏差所造成的载波频偏(Carrier Frequency Offset, CFO)会破坏 OFDM 系统子载波间的正交性,导致子载波间干扰(Inter-Carrier Interference, ICI).在 M-M-O (MU-MIMO-OFDM)系统中, CFO 还会引入用户间干扰(Multiple Access Interference, MAI).因此, CFO 估计与补偿非常重要.在 M-M-O 上行中,各个用户的信号在经过独立的信道衰落之后叠加在

一起,所以 CFO 估计尤其困难,往往需要与信道进行联合估计.

在同步捕捉阶段^[2],较大的 CFO 被捕捉.之后仍会有较小的残留频偏(Residual CFO, RCFO).由于晶振的温漂,RCFO 还会随时间发生变化.文献[3]提出通过对指数函数做线性近似跟踪 RCFO,但这会导致在高 SNR 时有误差平台问题.文献[4]提出利用导频信号的正交性或者 MU-MIMO 中的空分复用,先分离用户再对各个用户分别同步.但文献[3,4]均未考虑信道估计误差对 RCFO 跟踪性能的影响.

本文提出了一种联合跟踪 RCFO 和信道的算法.在求解这个非线性问题的过程中,本文将频偏作为隐变量,采用 EM 算法求解最大后验(Maximize A Posterior, MAP)估计,避免了线性近似带来的偏差.各个用户的频

偏在给定观测数据的条件下并非相互独立. 为了能够求得隐变量的条件期望, 本文使用近年来新发展起来的变分推断 (Variational Inference)^[7,10] 来近似原来的后验概率, 即用一个数学上相对简单的函数来逼近原来复杂的隐变量的后验概率. 在估计 RCFO 时, 考虑了信道的估计误差, 从而降低了信道估计的不准确性对跟踪性能的影响.

本文中的符号意义如下: $\mathbf{1}_L$ 表示长度为 L 且元素全为 1 的列向量, \mathbf{I}_L 表示 $L \times L$ 的单位阵; $\|\mathbf{A}\|_C^2$ 表示 $\mathbf{A}^H \mathbf{C} \mathbf{A}$; $[\mathbf{A}]_{m,k}$ 为 \mathbf{A} 中 m 行 k 列的元素, $[\mathbf{A}]_k([\mathbf{a}]_k)$ 表示矩阵 \mathbf{A} (向量 \mathbf{a}) 的第 k 行, $[\mathbf{A}]_{\neq k}([\mathbf{a}]_{\neq k})$ 为除了第 k 行外其余的行所组成的矩阵 (向量), $[\mathbf{A}]_{k \in S}([\mathbf{a}]_{k \in S})$ 为取出集合 S 中所指示的行而组成的矩阵 (向量); $p(\cdot)$ 表示概率密度.

2 系统模型

2.1 观测值与待估计量之间的关系

本文考虑的是 P 个单天线用户向配备 Q 根天线的基站同时传输数据的 M-M-O 上行链路. 在第 l 个符号周期内, 用户 u 发送的数据 $s_u(l)$ 经过 N 点的 IFFT, 加上长度为 N_{CP} 的循环前缀 (Cyclic Prefix, CP) 后发出. 设用户 u 与接收天线 v 之间的多径信道为 $\mathbf{h}_u^{(v)}(l) = [h_{u,0}^{(v)}(l), h_{u,1}^{(v)}(l), \dots, h_{u,L-1}^{(v)}(l)]^T$, 其中 $L < N_{CP}$. 设用户 u 和接收端之间的归一化载波频偏为 $\varepsilon_u(l)$. 接收端 v 在去除循环前缀和经过 N 点的 FFT 后, 得到向量 $\mathbf{r}^{(v)}(l)$ ^[3,4]:

$$[\mathbf{r}^{(v)}(l)]_k = \sum_{u=1}^P \exp(j\varphi_u(l-1)) [s_u(l)]_k H_{u,k}^{(v)}(l) + [\mathbf{z}_n^{(v)}(l)]_k \quad (1)$$

其中 $[\mathbf{r}^{(v)}(l)]_k$ 为 $\mathbf{r}^{(v)}(l)$ 的第 k 个元素; $\mathbf{z}_n^{(v)}(l)$ 表示噪声以及 ICI 和 MAI; $H_{u,k}^{(v)}(l)$ 表示在第 k 个子载波上, 用户 u 与天线 v 之间的频域信道, $H_{u,k}^{(v)}(l) = [\mathbf{F}_h \mathbf{h}_u^{(v)}(l)]_k$, \mathbf{F}_h 由 $N \times N$ 的 DFT 矩阵的左边 L 列组成; $\varphi_u(l-1)$ 表示在第 l 个 OFDM 符号时, 由于 $\varepsilon_u(l)$ 而累积的相位旋转, 即 $\varphi_u(l) := \varphi_u(l-1) + 2\pi\varepsilon_u(l)(N + N_{CP})/N$.

将导频子载波单独取出, 有:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}^{(v)}(l) &:= [\mathbf{r}^{(v)}(l)]_{k \in \mathbf{K}} \\ &= \sum_{u=1}^P \exp(j\varphi_u(l-1)) \mathbf{G}_u(l) \mathbf{h}_u^{(v)}(l) + \mathbf{z}^{(v)}(l) \end{aligned} \quad (2)$$

其中 \mathbf{K} 为发送导频信号的子载波集合, $\mathbf{G}_u(l) := \text{diag}([s_u(l)]_{k \in \mathbf{K}}) [\mathbf{F}_h]_{k \in \mathbf{K}}$ 代表导频. 令 $\mathbf{y}(l) := [\mathbf{y}^{(1)}(l)^H, \mathbf{y}^{(2)}(l)^H, \dots, \mathbf{y}^{(Q)}(l)^H]^H$, $\mathbf{h}_u(l)$ 和 $\mathbf{z}(l)$ 类似

定义, 有

$$\mathbf{y}(l) = \sum_{u=1}^P \exp(j\varphi_u(l-1)) \tilde{\mathbf{G}}_u(l) \mathbf{h}_u(l) + \mathbf{z}(l) \quad (3)$$

其中 $\tilde{\mathbf{G}}_u(l)$ 为块对角矩阵, 其对角线由 Q 个相同的 $\mathbf{G}_u(l)$ 组成. 定义等效信道: $\boldsymbol{\eta}_u(l) := \exp(j\varphi_u(l-1)) \mathbf{h}_u(l)$, 即将 RCFO 引起的相位旋转当作信道衰减的一部分. 将式(3)改写为

$$\mathbf{y}(l) = \sum_{u=1}^P \tilde{\mathbf{G}}_u(l) \boldsymbol{\eta}_u(l) + \mathbf{z}(l) = \mathbf{G}(l) \boldsymbol{\eta}(l) + \mathbf{z}(l) \quad (4)$$

其中 $\mathbf{G}(l) := [\tilde{\mathbf{G}}_1(l), \tilde{\mathbf{G}}_2(l), \dots, \tilde{\mathbf{G}}_P(l)]$, $\boldsymbol{\eta}(l) := [\boldsymbol{\eta}_1(l)^H, \boldsymbol{\eta}_2(l)^H, \dots, \boldsymbol{\eta}_P(l)^H]^H$.

2.2 信道随时间的变化

假设信道 $\mathbf{h}_u(l)$ 随时间的变化满足一阶 AR 模型^[5]:

$$\mathbf{h}_u(l) = \alpha_u \mathbf{h}_u(l-1) + \boldsymbol{\psi}_u(l) \quad (5)$$

在瑞利信道中 $\alpha_u = J_0(2\pi(N + N_{CP})f_{d,u})$ ^[6], $J_0(\cdot)$ 为零阶贝塞尔函数, $f_{d,u}$ 为用户 u 的最大多普勒频移. 因此:

$$\boldsymbol{\eta}_u(l) = \alpha_u \rho_u(l) \boldsymbol{\eta}_u(l-1) + \mathbf{n}_u(l) \quad (6)$$

其中 $\rho_u(l) := \exp(j2\pi(N + N_{CP})\varepsilon_u(l-1)/N)$, $\mathbf{n}_u(l) := \exp(j\varphi_u(l-1)) \boldsymbol{\psi}_u(l)$. 注意相位旋转 $\rho_u(l)$ 不随时间累积. 将所有用户联合起来, 式(6)可以写为

$$\boldsymbol{\eta}(l) = \mathbf{W}(l) \mathbf{A} \boldsymbol{\eta}(l-1) + \mathbf{n}(l) \quad (7)$$

其中 $\mathbf{W}(l) := \text{diag}([\rho_1(l) \mathbf{1}_{L_Q}^T, \rho_2(l) \mathbf{1}_{L_Q}^T, \dots, \rho_P(l) \mathbf{1}_{L_Q}^T]^T)$, \mathbf{A} 类似定义, $\mathbf{n}(l) := [\mathbf{n}_1(l)^H, \mathbf{n}_2(l)^H, \dots, \mathbf{n}_P(l)^H]^H$.

2.3 贝叶斯网络图模型

在贝叶斯估计理论中, 贝叶斯网络图模型中的节点和边分别表示随机变量以及它们之间的依赖关系^[7]. $\mathbf{y}(l)$ 、 $\boldsymbol{\eta}(l)$ 和 $\boldsymbol{\rho}(l) := [\rho_1(l), \rho_2(l), \dots, \rho_P(l)]^T$ 三者之间的关系如图 1.

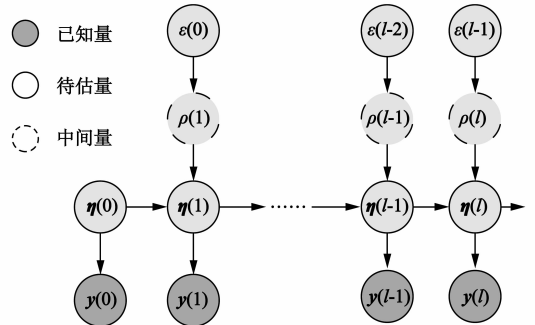


图1 观测 $\mathbf{y}(l)$ 、信道 $\boldsymbol{\eta}(l)$ 和频偏 $\varepsilon_u(l)$ 之间的贝叶斯网络

3 频偏与信道联合跟踪算法

定义 $\mathbf{y}'_0 := \{\mathbf{y}(\tau) | \tau = 0, 1, \dots, t\}$ 为时刻 t 之前所

有接收数据所构成的观测数据集,那么需要在已知 \mathbf{y}_0^l 的条件下估计 $\boldsymbol{\eta}_u(l)$ 和 $\varepsilon_u(l)$. 若 $\boldsymbol{\rho}(l)$ 已知,图1变为一个简单的隐马尔可夫模型. 设 $\boldsymbol{\eta}(0)$ 的先验为复高斯分布,且 $\mathbf{z}(l)$ 、 $\mathbf{n}(l)$ 为零均值、方差分别为 $\boldsymbol{\Omega}(l)$ 、 $\boldsymbol{\Sigma}(l)$ 的高斯随机变量,那么可将式(4)作为观测方程,式(7)作为状态转移方程,采用卡尔曼滤波^[8]来求解 $\boldsymbol{\eta}(l)$ 的最小均方误差(Minimum Mean Square Error, MMSE)估计:

$$\hat{\boldsymbol{\eta}}_{\text{pre}}(l) = \mathbf{W}(l)\mathbf{A}\hat{\boldsymbol{\eta}}_{\text{est}}(l-1) \quad (8)$$

$$\mathbf{M}_{\text{pre}}(l) = \mathbf{W}(l)\mathbf{A}\mathbf{M}_{\text{est}}(l-1)\mathbf{A}^H\mathbf{W}(l)^H + \boldsymbol{\Sigma}(l) \quad (9)$$

$$\mathbf{K}(l) = \mathbf{M}_{\text{pre}}(l)\mathbf{G}(l)^H[\boldsymbol{\Omega}(l) + \mathbf{G}(l)\mathbf{M}_{\text{pre}}(l)\mathbf{G}(l)^H]^{-1} \quad (10)$$

$$\hat{\boldsymbol{\eta}}_{\text{est}}(l) = \hat{\boldsymbol{\eta}}_{\text{pre}}(l) + \mathbf{K}(l)[\mathbf{y}(l) - \mathbf{G}(l)\hat{\boldsymbol{\eta}}_{\text{pre}}(l)] \quad (11)$$

$$\mathbf{M}_{\text{est}}(l) = [\mathbf{I}_{\text{LPQ}} - \mathbf{K}(l)\mathbf{G}(l)]\mathbf{M}_{\text{pre}}(l) \quad (12)$$

在待估量与观测噪声都是高斯分布的线性模型中,MMSE估计等效于MAP估计^[8],

$$\hat{\boldsymbol{\eta}}_{\text{est}}(l) = \arg \max_{\boldsymbol{\eta}(l)} \ln p(\boldsymbol{\eta}(l) | \mathbf{y}_0^l, \boldsymbol{\rho}(l)) \quad (13)$$

根据图1,可将 $\ln p(\boldsymbol{\eta}(l) | \mathbf{y}_0^l, \boldsymbol{\rho}(l))$ 展开为:

$$\hat{\boldsymbol{\eta}}_{\text{est}}(l) = \arg \max_{\boldsymbol{\eta}(l)} \{ \ln p(\mathbf{y}(l) | \boldsymbol{\eta}(l)) + \ln p(\boldsymbol{\eta}(l) | \mathbf{y}_0^{l-1}, \boldsymbol{\rho}(l)) \} \quad (14)$$

其中 $p(\boldsymbol{\eta}(l) | \mathbf{y}_0^{l-1}, \boldsymbol{\rho}(l))$ 为根据 \mathbf{y}_0^{l-1} 预测 $\boldsymbol{\eta}(l)$ 的概率,其均值和方差可分别由式(8)、(9)表示. 由于 \mathbf{A} 、 $\mathbf{W}(l)$ 均为对角阵,式(14)等效为:

$$\hat{\boldsymbol{\eta}}_{\text{est}}(l) = \arg \max_{\boldsymbol{\eta}(l)} \{ -\|\mathbf{y}(l) - \mathbf{G}\boldsymbol{\eta}(l)\|_{\boldsymbol{\Omega}(l)}^2 - \boldsymbol{\eta}(l)^H\mathbf{W}(l)[\mathbf{A}\mathbf{M}_{\text{est}}(l-1)\mathbf{A}^H + \boldsymbol{\Sigma}(l)]^{-1} \times \mathbf{W}(l)^H\boldsymbol{\eta}(l) + 2\text{Re}\{\boldsymbol{\eta}(l)^H\mathbf{W}(l)[\mathbf{A}\mathbf{M}_{\text{est}}(l-1)\mathbf{A}^H + \boldsymbol{\Sigma}(l)]^{-1}\mathbf{A}\hat{\boldsymbol{\eta}}_{\text{est}}(l-1)\} \} \quad (15)$$

然而 $\boldsymbol{\rho}(l)$ 、 $\mathbf{W}(l)$ 均为未知量. 但等效信道 $\boldsymbol{\eta}(l)$ 与观测值 $\mathbf{y}(l)$ 之间有简单的线性关系,为了利用这一点,本文将 $\boldsymbol{\rho}(l)$ 作为隐变量,采用EM迭代算法,通过求解 $\ln p(\boldsymbol{\eta}(l) | \mathbf{y}_0^l, \boldsymbol{\rho}(l))$ 关于 $\boldsymbol{\rho}(l)$ 的期望来消除目标函数中的 $\boldsymbol{\rho}(l)$ 项,然后通过最大化该期望来估计 $\boldsymbol{\eta}(l)$.

3.1 E步

为了得到 $\ln p(\boldsymbol{\eta}(l) | \mathbf{y}_0^l, \boldsymbol{\rho}(l))$ 的条件期望,首先需要得到隐变量 $\boldsymbol{\rho}(l)$ 的后验概率. 设在迭代过程中,之前 $\boldsymbol{\eta}(l)$ 估计的结果为 $\hat{\boldsymbol{\eta}}(l)$,则需要求解 $p(\boldsymbol{\rho}(l) | \mathbf{y}_0^l, \hat{\boldsymbol{\eta}}(l))$. 由图1可知在已知 $\boldsymbol{\eta}(l)$ 的条件下, $\boldsymbol{\rho}(l)$ 与 $\mathbf{y}(l)$ 独立,因此 $p(\boldsymbol{\rho}(l) | \mathbf{y}_0^l, \hat{\boldsymbol{\eta}}(l)) = p(\boldsymbol{\rho}(l) | \mathbf{y}_0^{l-1}, \hat{\boldsymbol{\eta}}(l))$. 在给定 \mathbf{y}_0^l 的条件下,各个用户的 $\rho_u(l)$ 并非独立,这使得计算 $\ln p(\boldsymbol{\eta}(l) | \mathbf{y}_0^l, \boldsymbol{\rho}(l))$ 的条件期望非常困难.

变分推断的主要想法是用一个数学上相对简单的函数来逼近原来复杂的后验概率^[7,10]. 一类经常使用的函数形式是将原来的后验概率分解为几个因子的乘积. 采用变分推断近似的将各个用户 $\rho_u(l)$ 的后验概率分开,有

$$p(\boldsymbol{\rho}(l) | \mathbf{y}_0^{l-1}, \hat{\boldsymbol{\eta}}(l)) \approx \prod_{u=1}^P q_u(\rho_u(l) | \mathbf{y}_0^{l-1}, \hat{\boldsymbol{\eta}}(l)) \quad (16)$$

$$\ln q_u(\rho_u(l) | \mathbf{y}_0^{l-1}, \hat{\boldsymbol{\eta}}(l)) = E_{\rho_u}^{(q)} \{ \ln p(\hat{\boldsymbol{\eta}}(l) | \boldsymbol{\rho}(l), \mathbf{y}_0^{l-1}) \} + \ln p(\rho_u(l)) + \text{const} \quad (17)$$

$$\text{其中 } E_{\rho_u}^{(q)} \{ x \} := \int x \prod_{w \neq u} q_w(\rho_w(l) | \mathbf{y}_0^{l-1}, \hat{\boldsymbol{\eta}}(l)) d\rho_w(l).$$

下面计算式(17)右边的两项. $p(\hat{\boldsymbol{\eta}}(l) | \boldsymbol{\rho}(l), \mathbf{y}_0^{l-1})$ 为均值 $\hat{\boldsymbol{\eta}}_{\text{pre}}(l)$ 、方差 $\mathbf{M}_{\text{pre}}(l)$ 的高斯分布. 将式(8)右端改写为

$$\mathbf{W}(l)\mathbf{A}\hat{\boldsymbol{\eta}}_{\text{est}}(l-1) = \sum_w \rho_w(l) \alpha_w \mathbf{f}_w(l-1) \quad (18)$$

其中 $[\mathbf{f}_w(l-1)]_k = [\hat{\boldsymbol{\eta}}_{\text{est}}(l-1)]_k$ 当且仅当 $(w-1)LQ < k \leq wLQ$, 否则为0. 因此,

$$\ln p(\hat{\boldsymbol{\eta}}(l) | \boldsymbol{\rho}(l), \mathbf{y}_0^{l-1}) = -\|\boldsymbol{\beta}_u(l) - \rho_u(l) \alpha_u \mathbf{f}_u(l-1)\|_{\mathbf{M}_{\text{pre}}^{-1}(l)}^2 + \text{const} \quad (19)$$

其中 $\boldsymbol{\beta}_u(l) := \hat{\boldsymbol{\eta}}(l) - \sum_{w \neq u} \rho_w(l) \alpha_w \mathbf{f}_w(l-1)$. 若将式(19)看做已知 $\boldsymbol{\beta}_u(l)$ 估计 $\rho_u(l)$ 的对数似然函数,则可近似地认为它是以对 $\rho_u(l)$ 的最小二乘估计结果为均值、均方误差为方差的高斯分布:

$$\ln p(\hat{\boldsymbol{\eta}}(l) | \boldsymbol{\rho}(l), \mathbf{y}_0^{l-1}) \approx -\|\rho_u(l) - \mathbf{w}_u^H \boldsymbol{\beta}_u(l)\|_{[\mathbf{w}_u^H \mathbf{M}_{\text{pre}}(l) \mathbf{w}_u]^{-1}}^2 + \text{const} \quad (20)$$

其中 $\mathbf{w}_u := \mathbf{f}_u(l-1) / (\alpha_u \mathbf{f}_u(l-1)^H \mathbf{f}_u(l-1))$. 根据 \mathbf{w}_u 中非零元素的位置,容易验证 $\mathbf{w}_u^H \mathbf{M}_{\text{pre}}(l) \mathbf{w}_u$ 与 $\rho_u(l)$ 无关. 对式(20)求 $E_{\rho_u}^{(q)} \{ \cdot \}$ 后可得(注意 $E_{\rho_u}^{(q)} \{ \boldsymbol{\beta}_u(l)^H \mathbf{w}_u \} = [\mathbf{w}_u^H \mathbf{M}_{\text{pre}}(l) \mathbf{w}_u]^{-1} \mathbf{w}_u^H \boldsymbol{\beta}_u(l)$) 与 $\rho_u(l)$ 无关,可归入 const 项):

$$E_{\rho_u}^{(q)} \{ \ln p(\hat{\boldsymbol{\eta}}(l) | \boldsymbol{\rho}(l), \mathbf{y}_0^{l-1}) \} \approx -[\rho_u(l) - \hat{\rho}_u^{(LS)}(l)]^2 / \sigma_u^{2(LS)}(l) + \text{const} \quad (21)$$

其中 $\hat{\rho}_u^{(LS)}(l) := \mathbf{w}_u^H E_{\rho_u}^{(q)} \{ \boldsymbol{\beta}_u(l) \}$, $\sigma_u^{2(LS)}(l) := \mathbf{w}_u^H \mathbf{M}_{\text{pre}}(l) \mathbf{w}_u$. 定义

$$E_w^{(q)} \{ x \} := \int x q_w(\rho_w(l) | \mathbf{y}_0^{l-1}, \hat{\boldsymbol{\eta}}(l)) d\rho_w(l) \quad (22)$$

若 $w \neq u$, 则 $E_w^{(q)} \{ \rho_u(l) \} = E_w^{(q)} \{ \rho_w(l) \}$. 所以

$$E_{\rho_u}^{(q)} \{ \boldsymbol{\beta}_u(l) \} = \hat{\boldsymbol{\eta}}(l) - \sum_{w \neq u} E_w^{(q)} \{ \rho_w(l) \} \alpha_w \mathbf{f}_w(l-1) \quad (23)$$

现在计算式(17)右边的第二项. $p(\rho_u(l))$ 为 $\rho_u(l)$ 的先验概率. 实际中频偏变化较为缓慢,所以可将 $E_u^{(q)} \{ \rho_u(l-1) \}$ 作为先验的均值,将 $\rho_u(l-1)$ 的估计误差作为先验的方差. 我们将先验分布选为高斯分布:

$$\rho_u(l) \sim \mathcal{N}(\rho_u^{(\text{pri})}(l), \sigma_u^{2(\text{pri})}(l)) \quad (24)$$

根据式(21)和(24), (17)可求得为

$$q_u(\rho_u(l) | \mathbf{y}_0^{l-1}, \hat{\boldsymbol{\eta}}(l)) = 1 / (\sqrt{2\pi} \sigma_u^{(\text{est})}(l)) \times \exp(-(\rho_u(l) - \rho_u^{(\text{est})}(l))^2 / \sigma_u^{2(\text{est})}(l)) \quad (25)$$

其中

$$\begin{aligned} \sigma_u^{2(\text{est})}(l) &:= 1/[1/\sigma_u^{2(\text{pri})}(l) + 1/\sigma_u^{2(\text{IS})}(l)] \\ \rho_u^{(\text{est})}(l) &:= \left[\frac{\rho_u^{(\text{pri})}(l)}{\sigma_u^{2(\text{pri})}(l)} + \frac{\rho_u^{(\text{IS})}(l)}{\sigma_u^{2(\text{IS})}(l)} \right] \sigma_u^{2(\text{est})}(l) \end{aligned} \quad (26)$$

由式(25)可得 $E_u^{(q)}\{\rho_u(l)\} = \rho_u^{(\text{est})}(l)$.

至此,我们完成了 E 步的运算,求得某个用户的 $E_u^{(q)}\{\rho_u(l)\}$. 各个用户的 $E_u^{(q)}\{\rho_u(l)\}$ 相互依赖,在变分推断中,一般采用迭代的方式解决^[7,10]: 为了求解 $E_u^{(q)}\{\rho_u(l)\}$,首先固定 $E_w^{(q)}\{\rho_w(l)\} (w \neq u)$ (选择迭代初始值),求得 $\hat{\rho}_u^{(\text{IS})}(l)$ 和 $\sigma_u^{2(\text{IS})}(l)$,接着根据 $\rho_u(l)$ 的先验概率求解式(26),从而得到 $E_u^{(q)}\{\rho_u(l)\}$;之后固定 $E_u^{(q)}\{\rho_u(l)\}$,依次循环更新下一个用户的 $E_w^{(q)}\{\rho_w(l)\}$,直至迭代结束.

3.2 M 步

最大化 $\boldsymbol{\eta}(l)$ 关于 $\boldsymbol{\rho}(l)$ 的后验概率的期望:

$$\hat{\boldsymbol{\eta}}_{\text{est}}(l) = \arg \max_{\boldsymbol{\eta}(l)} E_{\rho_{l,r}, \gamma} \{ \ln p(\boldsymbol{\eta}(l) | \mathbf{y}_0^l, \boldsymbol{\rho}(l)) \} \quad (27)$$

其中 $E_{\rho_{l,r}, \gamma} \{ \cdot \}$ 表示根据 $p(\boldsymbol{\rho}(l) | \mathbf{y}_0^l, \hat{\boldsymbol{\eta}}'(l))$ 求期望,

$$\begin{aligned} E_{\rho_{l,r}, \gamma} \{ x \} &:= \int x p(\boldsymbol{\rho}(l) | \mathbf{y}_0^l, \hat{\boldsymbol{\eta}}'(l)) d\boldsymbol{\rho}(l) \\ &\approx \int x \prod_{u=1}^P q(\rho_u(l) | \mathbf{y}_0^{l-1}, \hat{\boldsymbol{\eta}}'(l)) d\boldsymbol{\rho}_u(l) \end{aligned} \quad (28)$$

所以 $E_{\rho_{l,r}, \gamma} \{ \rho_u(l) \rho_u(l)^* \} = 1$, 而 $E_{\rho_{l,r}, \gamma} \{ \rho_u(l) \rho_w(l)^* \} \approx E_u^{(q)}\{\rho_u(l)\} [E_w^{(q)}\{\rho_w(l)\}^*] (w \neq u)$. 式(27)展开得 $\hat{\boldsymbol{\eta}}_{\text{est}}(l) = \arg \max_{\boldsymbol{\eta}(l)} \{ -\|\mathbf{y}(l) - \mathbf{G}\boldsymbol{\eta}(l)\|_{\Omega(l)}^2$

$$\begin{aligned} &- \boldsymbol{\eta}(l)^H E_{\rho_{l,r}, \gamma} \{ \mathbf{W}(l) \} [\mathbf{A} \mathbf{M}_{\text{est}}(l-1) \mathbf{A}^H + \boldsymbol{\Sigma}(l)]^{-1} \\ &\times E_{\rho_{l,r}, \gamma} \{ \mathbf{W}(l)^H \} \boldsymbol{\eta}(l) + 2 \text{Re} \{ \boldsymbol{\eta}(l)^H E_{\rho_{l,r}, \gamma} \{ \mathbf{W}(l) \} \\ &\times [\mathbf{A} \mathbf{M}_{\text{est}}(l-1) \mathbf{A}^H + \boldsymbol{\Sigma}(l)]^{-1} \hat{\boldsymbol{\eta}}_{\text{est}}(l-1) \} \} \end{aligned} \quad (29)$$

其中 $E_{\rho_{l,r}, \gamma} \{ \mathbf{W}(l) \} = \text{diag} (E_1^{(q)}\{\rho_1(l)\} \mathbf{1}_{LQ}^T, \dots, E_P^{(q)}\{\rho_P(l)\} \mathbf{1}_{LQ}^T)$. 可以看到式(29)与(15)形式相同,只是将 $\mathbf{W}(l)$ 替换为 $E_{\rho_{l,r}, \gamma} \{ \mathbf{W}(l) \}$. 因此仍可以用本章最初介绍的卡尔曼滤波来求解,只需在式(8)、(9)中将 $\mathbf{W}(l)$ 替换为 $E_{\rho_{l,r}, \gamma} \{ \mathbf{W}(l) \}$.

3.3 算法流程与初始值的选取

在联合估计 RCFO 和信道时,可以先计算 M 步再计算 E 步. 为减少迭代次数,在起初的 M 步选取上一个符号周期的结果 $E_u^{(q)}\{\rho_u(l-1)\}$ 作为 $E_u^{(q)}\{\rho_u(l)\}$ 的 EM 迭代初始值,然后计算 $E_{\rho_{l,r}, \gamma} \{ \mathbf{W}(l) \}$. 之后根据上一个符号周期的估计结果 $\hat{\boldsymbol{\eta}}_{\text{est}}(l-1)$ 和 $\mathbf{M}_{\text{est}}(l-1)$,通过 M 步计算出 $\hat{\boldsymbol{\eta}}_{\text{est}}(l)$. 接着将 $\hat{\boldsymbol{\eta}}_{\text{est}}(l)$ 作为 $\hat{\boldsymbol{\eta}}'(l)$,通过 E 步的变分迭代来求得新的 $E_u^{(q)}\{\rho_u(l)\}$,之后再次进入 M 步迭代下去. 当迭代结束后(到达迭代次数限制或结果收敛), $\hat{\boldsymbol{\eta}}_{\text{est}}(l)$ 即为对等效信道的估计. 而用户 u 的 RCFO 估计值根据式(6)中的定义为

$$\hat{\epsilon}_u(l-1) = \angle E_u^{(q)}\{\rho_u(l)\} N / [2\pi(N + N_{\text{CP}})] \quad (30)$$

在估计 RCFO 时,算法采用了 M 步的信道估计结果 $\hat{\boldsymbol{\eta}}'(l)$ 以及它的误差分布 $\mathbf{M}_{\text{pre}}(l)$,减少了信道估计误差对跟踪性能的影响.

3.4 算法复杂度分析

在 E 步,式(23)的复杂度为 $O(LP^2Q)$,式(26)只涉及到标量的运算,复杂度为 $O(1)$. 在 M 步,由于 $E_{\rho_{l,r}, \gamma} \{ \mathbf{W}(l) \}$ 和 \mathbf{A} 均为对角阵,所以式(8)复杂度为 $O(LPQ)$,式(9)复杂度为 $O(L^2P^2Q^2)$. 令 N_p 表示导频子载波的数量,那么式(10)的复杂度为 $O(Q^3N_p(L^2P^2 + LPN_p + N_p^2))$,式(11)(12)总共的复杂度为 $O(L^2P^2Q^3(N_p + LP))$.

4 仿真结果

在仿真中,我们设用户数为 2,基站有 3 根天线. 采用户外移动的 EPA 信道模型^[9],最大多普勒频移为 100Hz. 系统带宽为 20MHz, FFT 长度为 256, CP 长度为 32. 每 6 个子载波插入一个导频符号.

4.1 迭代次数与收敛速度

首先,我们考察迭代次数对估计的均方误差 (Mean Square Error, MSE) 的影响. 两个用户的 RCFO 为 $\epsilon_1(l) = 0.01$, $\epsilon_2(l) = -0.01$,且不随时间变化. 信噪比为 20dB. EM 算法和变分推断使用相同的迭代次数.

图 2 展示了 RCFO 的估计误差. 由于是残留频偏,其数值不会很大,所以仿真中迭代初始值直接设为 0 (标注为“初始值”). 可以看到,在第 30 个符号周期之后,迭代次数就对 RCFO 估计性能影响不大了. 因此频偏突变时,可以使用 2 到 3 次迭代. 而进入平稳跟踪状态后,可将迭代次数设置为 1 次,即不迭代.

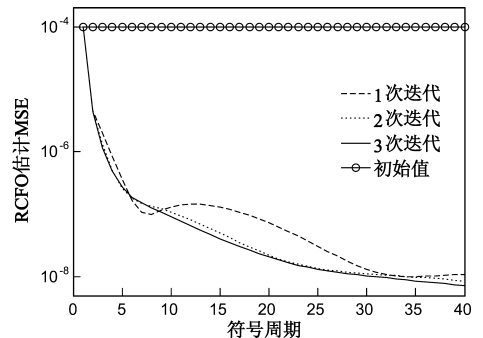


图2 RCFO 的估计误差

4.2 跟踪误差

为了检验算法对时变 RCFO 的跟踪性能,两个用户的 RCFO 随时间的变化如图 3 所示,其中包括了连续的缓慢变化和突变. EM 算法和变分推断的迭代次数均设置为 1 次.

对信道的跟踪误差如图 4 所示. 作为参考,我们还给出了已知 RCFO 的情况下使用卡尔曼滤波跟踪信道

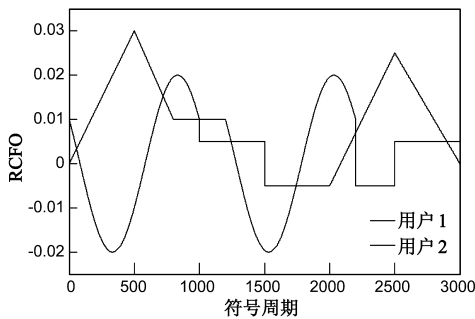


图3 用户的RCFO

的性能,以及直接根据式(4)求解信道的 MMSE 估计的性能.可以看到,本文的联合估计算法的跟踪误差与已知 RCFO 时的卡尔曼滤波十分接近.此外,由于我们根据从时刻 0 到 l 的观测值来估计时刻 l 的信道,所以本文算法的性能优于直接的 MMSE 估计.

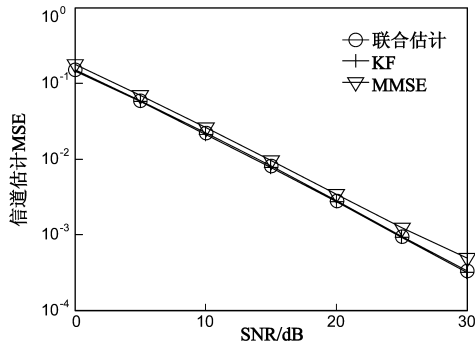


图4 信道估计误差

对 RCFO 的跟踪误差如图 5 所示.参考曲线分别为在已知真实信道的情况下使用文献[3]中算法,以及先对信道进行 MMSE 估计再使用文献[3]中算法(文献[3]原先为 ML 估计,我们通过引入 RCFO 的先验,将其改为 MAP 估计.)可以看到,先 MMSE 估计信道再估计 RCFO 的误差明显大于本文算法.这是由于信道估计的误差影响了 RCFO 的估计.在高 SNR 时,即使已知真实信道,文献[3]的估计误差仍大于本文.这是由于文献[3]采用了线性近似,从而导致在高 SNR 时出现误差平台问题.而本文使用 EM 算法与变分推断,没有误差平台问题.

最后,我们还测试了四个用户、四根接收天线的情况.最大多普勒频移为 30Hz.前两个用户的 RCFO 如图 3 所示.第三、四个用户的 RCFO 分别为幅度为 0.025 的正、余弦波.

对 RCFO 的跟踪误差如图 6 所示.作为参考,我们还给出了已知真实信道的情况下使用文献[4]中算法,以及先对信道进行 MMSE 估计再使用文献[4]中算法的性能.可以看到,即使已知真实信道,文献[4]的估计误差仍大于本文.这是因为文献[4]使用 ZF 均衡来分离各个用户,有噪声增强问题.

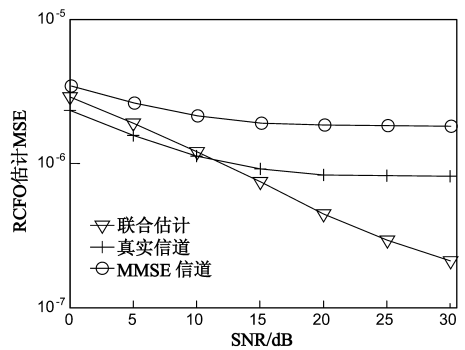


图5 RCFO估计误差

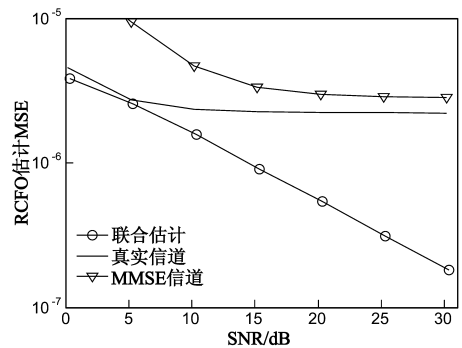


图6 RCFO估计误差

5 结论

在 MU-MIMO-OFDM 上行链路中,本文提出了一种联合跟踪 RCFO 和信道的算法.本算法利用 EM 方法求解 MAP 估计,并使用变分推断来近似隐变量原来的后验概率.估计 RCFO 时,考虑了信道估计误差的概率分布,从而降低了信道估计对跟踪性能的影响.通过仿真验证,算法达到了较高的跟踪精度.

参考文献

- [1] 3GPP TS 36.211 V10.1.0. Physical channels and modulation [S]. 3GPP, 2011.
- [2] Y Zeng, A R Leyman, T-S Ng. Joint semiblind frequency offset and channel estimation for multiuser MIMO-OFDM uplink[J]. IEEE Trans Comm, 2007, 55(12): 2270 - 2278.
- [3] L Håring, S Bieder, A Czulwik. Fine frequency synchronization in the uplink of multiuser OFDM systems [J]. IEEE Trans Comm, 2009, 57(12): 3743 - 3752.
- [4] M Morelli, G Imbarlina, M Moretti. Estimation of residual carrier and sampling frequency offsets in OFDM-SDMA uplink transmissions[J]. IEEE Trans Wireless Comm, 2010, 9(2): 734 - 744.
- [5] K Kim, M Pun, R A Iltis. Joint carrier frequency offset and channel estimation for uplink MIMO-OFDMA systems using parallel Schmidt Rao-Blackwellized particle filters [J]. IEEE

Trans Comm, 2010, 58(9): 2697 – 2708.

- [6] B Sklar. Rayleigh fading channels in mobile digital communication systems: Part I [J]. IEEE Comm Mag, 1997, 35(7): 90 – 100.
- [7] C M Bishop. Pattern Recognition and Machine Learning [M]. Singapore: Springer, 2006. 461 – 522.
- [8] S M Kay. Fundamentals of Statistical Signal Processing: Esti-

mation Theory [M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1993. 309 – 478.

- [9] 3GPP TR 36. 803 v1. 1. 0. User Equipment (UE) radio transmission and reception [S]. 3GPP, 2008.
- [10] D G Tzikas, A C Likas, N P Galatsanos. The variational approximation for Bayesian inference [J]. IEEE Signal Process Mag, 2008, 25(6): 131 – 146.

作者简介



王 旭 男, 1986 年出生, 陕西富平人. 2008 年在复旦大学获理学学士学位, 现在该校攻读博士学位. 主要研究方向为 OFDM 系统中的同步与信道估计.

E-mail: xwang.fdu@gmail.com



何 凡 男, 1988 年出生, 江苏盐城人. 2012 年在复旦大学获理学硕士学位. 主要研究方向为 OFDM 系统中的同步技术.