

基于权重一致性优化的实时 Marginalized 粒子滤波算法

胡振涛, 刘先省, 金 勇, 侯彦东

(河南大学图像处理与模式识别研究所, 河南开封 475004)

摘 要: 针对 Marginalized 粒子滤波中随机量测噪声对于非线性状态估计精度的不利影响以及线性状态估计中计算量较大问题, 提出了一种基于权重一致性优化的实时 Marginalized 粒子滤波算法. 首先, 结合量测系统建模中先验信息的提取和利用, 通过粒子权重间一致性距离和一致性矩阵的构建, 提出了量测提升策略下权重的一致性优化方法, 以改善粒子滤波在非线状态估计中的滤波精度. 其次, 通过对 Marginalized 粒子滤波实现中时间更新和量测更新环节的结构优化, 给出了实时 Marginalized 粒子滤波, 以降低蒙特卡罗仿真实现下卡尔曼滤波在状态线性估计中的计算复杂度. 最后, 在两者的动态结合基础上给出了新算法具体实现步骤. 利用基于单站雷达目标跟踪仿真场景, 分析了算法性能. 理论分析和仿真实验结果验证了算法的可行性和有效性.

关键词: 非线性估计; Marginalized 粒子滤波; 量测提升; 权重优化

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2014)10-1970-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2014.10.016

Real-Time Marginalized Particle Filter Based on Weights Consistency Optimization

HU Zhen-tao, LIU Xian-xing, JIN Yong, HOU Yan-dong

(Institute of Image Processing and Pattern Recognition, Henan University, Kaifeng, Henan 475004, China)

Abstract: Aiming to adverse influence on the filtering precision of nonlinear state estimation caused by the random observation noise and the improvement of larger calculated amount from linear state estimation in marginalized particle filter, a novel real-time marginalized particle filter based on weights consistency optimization is proposed. Firstly, according to the extraction and utilization of prior information from observation system model, the consistency optimization method of particle weights in observation lifting scheme is given by the construction of consistency distance and consistency matrix, which improves the filtering precision of particle filter used in nonlinear state estimation. Secondly, the real-time marginalized particle filter is proposed by the structure optimization of time update and observation update steps, which decrease the computational complexity of Kalman filter used in the linear state estimation in view of Monte Carlo simulation principle. Finally, the concrete steps of new algorithm are given by the dynamic combination of the consistency optimization method and the real-time marginalized particle filter. The filtering precision and calculated amount of new algorithm is analyzed on the basis of single station radar observation target tracking simulation scene. The theoretical analysis and experimental results show the feasibility and efficiency of algorithm proposed.

Key words: nonlinear estimation; Marginalized particle filter; observation lifting; weights optimization

1 引言

非线性估计问题广泛存在于自动控制、跟踪、导航与制导、数字通信、经济统计、概率推理、人工智能、信息融合和故障检测等领域. 解决非线性估计问题的最优方

案需要得到后验概率分布的完整描述, 但这种精确描述需要无穷参数, 导致算法在实际工程应用中无法实现, 仅对部分特定问题可以得到最优解. 为此, 人们主要采用一些次优近似方法, 这些次优滤波器可分为四大类: 解析近似方法 (扩展卡尔曼滤波及其改进算法)、数值

逼近方法(网格近似及高斯和近似等)、确定性采样方法(不敏卡尔曼滤波以及插值滤波等)和随机性采样方法^[1-3].近年来,伴随着计算机性能的飞速提升,以及随机性采样滤波器具有不受模型线性和高斯假设约束的优点,随机采样型非线性滤波方法受到相关领域专家学者的广泛关注^[4].基于序贯重要性采样技术和递推贝叶斯理论,粒子滤波(PF)给出了一种解决非线性估计问题有效实现方式. PF 利用状态空间的一组附带权重的随机样本来逼近状态变量的后验概率分布,每个样本代表系统的一个可能状态,理论上采样粒子数目趋于无穷多时可以获得被估计对象的最小方差估计^[5].考虑到实时性要求,在实际应用中粒子数目选取是有限的.针对工程应用中 PF 固有的粒子退化,以及重采样后的粒子贫化问题对于滤波精度的影响,国内外一些学者相继结合提议分布优选^[6,7]、马尔可夫蒙特卡罗移动^[8]、核函数构造^[9]以及智能优化方法^[10,11]等技术给出了 PF 的改进算法.综合分析现有 PF 主要成果,我们发现其研究重点主要集中在如何优化采样粒子分布,然而却较少考虑到粒子权重评估可靠性对于粒子利用效率的影响^[12].由 PF 实现过程可知,粒子权重直接决定着状态在该粒子位置可能性的大小,但传统利用量测似然度量粒子权重的方式不可避免地使得粒子权重严重依赖于量测噪声.因此,通过减少随机量测噪声对粒子权重度量可靠性的影响同样可以提升 PF 的滤波精度.

对于系统模型中包含线性高斯子结构的一类特殊状态估计问题, Marginalized 粒子滤波(MPF)通过将线性状态分离出来,并采用线性最小方差估计器(KF)进行估计,避免线性状态估计中由于采用样本数目受限下 PF 对估计精度的不利影响,给出了 PF 和 KF 相结合实现系统状态估计新思路^[13,14].然而在标准 MPF 算法实现中,对于线性状态, MPF 采用蒙特卡罗仿真下 KF 实现方式,需要每个采样粒子运行一个 KF.考虑到 KF 实现中滤波增益 K_k 计算环节需要进行求逆运算,这种大量的矩阵求逆运算将带来计算复杂度的增大.尤其当被估计系统状态维数较高时,必然将导致计算量的急剧膨胀^[15].此外,考虑到 MPF 中在重采样后引入 KF,而重采样过程将使得大部分粒子都是相同的,因此线性状态估计中大量计算实际上是一种重复性运算.因此, MPF 实现具有进一步压缩计算量空间的可操作性.

基于以上分析,本文从优化 PF 中粒子权重的角度入手,提出了量测提升策略下权重的一致性优化方法,以改善 MPF 中对于非线性状态的估计精度;另外,针对标准 MPF 中线性状态估计中计算量简化问题,通过优化 MPF 结构,构建了实时 MPF 算法.并在此基础上,通过两者的动态结合,提出了基于权重一致性优化的实

时 Marginalized 粒子滤波算法(RMPF-WCO),算法有效兼顾算法滤波精度和实时性的改善.

2 Marginalized 粒子滤波

考虑具有线性高斯子空间结构的非线性系统模型

$$\mathbf{x}_{k+1}^{\mathbf{N}} = \mathbf{A}_k^{\mathbf{N}} \mathbf{x}_k^{\mathbf{N}} + \mathbf{A}_k^{\mathbf{C}} \mathbf{x}_k^{\mathbf{C}} + \mathbf{u}_k^{\mathbf{N}} \quad (1)$$

$$\mathbf{x}_{k+1}^{\mathbf{C}} = \mathbf{F}_k^{\mathbf{N}} \mathbf{x}_k^{\mathbf{N}} + \mathbf{F}_k^{\mathbf{C}} \mathbf{x}_k^{\mathbf{C}} + \mathbf{u}_k^{\mathbf{C}} \quad (2)$$

$$\mathbf{z}_k = h(\mathbf{x}_k^{\mathbf{N}}) + \mathbf{v}_k \quad (3)$$

定义状态向量 $\mathbf{x}_k = [\mathbf{x}_k^{\mathbf{N}} \quad \mathbf{x}_k^{\mathbf{C}}]^{\mathbf{T}}$, 其中 $\mathbf{x}_k^{\mathbf{N}}$ 和 $\mathbf{x}_k^{\mathbf{C}}$ 分别为非线性状态和线性状态, $\mathbf{A}_k^{\mathbf{N}}$ 、 $\mathbf{R}_k^{\mathbf{N}}$ 、 $\mathbf{F}_k^{\mathbf{N}}$ 和 $\mathbf{F}_k^{\mathbf{C}}$ 分别表示 $\mathbf{x}_k^{\mathbf{N}}$ 和 $\mathbf{x}_k^{\mathbf{C}}$ 的状态转移函数. $\mathbf{u}_k^{\mathbf{N}} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{\mathbf{u}_k^{\mathbf{N}}}^2)$ 和 $\mathbf{u}_k^{\mathbf{C}} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{\mathbf{u}_k^{\mathbf{C}}}^2)$ 分别为 $\mathbf{x}_k^{\mathbf{N}}$ 和 $\mathbf{x}_k^{\mathbf{C}}$ 的系统噪声. $\mathbf{z}_k$ 表示量测向量, $h(\cdot)$ 为量测函数, 反映了 $\mathbf{x}_k^{\mathbf{N}}$ 到 $\mathbf{z}_k$ 的映射关系, $\mathbf{v}_k \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{\mathbf{v}_k}^2)$ 为量测噪声. 令 $\mathbf{Z}_k = \{\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_k\}$ 和 $\mathbf{X}_k^{\mathbf{N}} = \{\mathbf{x}_1^{\mathbf{N}}, \mathbf{x}_2^{\mathbf{N}}, \dots, \mathbf{x}_k^{\mathbf{N}}\}$ 表示直到 k 时刻的量测序列集合与非线性状态序列集合. 结合贝叶斯估计原理, 系统状态 $\mathbf{x}_k$ 的估计以概率形式可通过下式实现

$$p(\mathbf{X}_k^{\mathbf{N}}, \mathbf{x}_k^{\mathbf{C}} | \mathbf{Z}_k) = p(\mathbf{x}_k^{\mathbf{C}} | \mathbf{X}_k^{\mathbf{N}}, \mathbf{Z}_k^{\mathbf{N}}) p(\mathbf{x}_k^{\mathbf{N}} | \mathbf{Z}_k) \quad (4)$$

其中, $p(\mathbf{X}_k^{\mathbf{N}} | \mathbf{Z}_k)$ 和 $p(\mathbf{x}_k^{\mathbf{C}} | \mathbf{X}_k^{\mathbf{N}}, \mathbf{Z}_k^{\mathbf{N}})$ 分别结合 PF 和 KF 实现形式完成对 $\mathbf{x}_k^{\mathbf{N}}$ 以及 $\mathbf{x}_k^{\mathbf{C}}$ 的估计. 下面以伪代码形式给出标准 MPF 算法实现流程, 如算法 1 所示.

算法 1

1. 滤波初始化: $k=0$ 时刻, 结合系统建模中的先验信息生成采样粒子集. $\mathbf{x}_0^{\mathbf{N}} |_{-1} \sim p_{\mathbf{N}}(\mathbf{x}_0^{\mathbf{N}})$,

$$\{\mathbf{x}_0^{\mathbf{C}} |_{-1}, \mathbf{P}_0^{\mathbf{C}} |_{-1}\} = \{\hat{\mathbf{x}}_0^{\mathbf{C}}, \hat{\mathbf{P}}_0^{\mathbf{C}}\}, i=1, 2, \dots, N.$$

2. $k \geq 1$ 时刻, 依据量测似然函数计算粒子的重要性权重 ω_k^i

$$\omega_k^i \propto p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k^{\mathbf{N}, i}, \mathbf{Z}_{k-1}) \quad (5)$$

对 ω_k^i 进行归一化处理, $\bar{\omega}_k^i = \omega_k^i / \sum_{i=1}^N \omega_k^i$.

3. PF 量测更新, 结合粒子数目 N 和归一化后的粒子重要性权重 $\bar{\omega}_k^i$ 实现重采样过程

$$\text{Prob}(\mathbf{x}_k^{\mathbf{N}, j} | \mathbf{x}_k^{\mathbf{N}, j} |_{k-1}) = \bar{\omega}_k^j, \quad j=1, 2, \dots, N \quad (6)$$

4. KF 量测更新

$$\mathbf{x}_k^{\mathbf{C}} |_{k-1} = \mathbf{x}_k^{\mathbf{C}} |_{k-1} \quad (7)$$

$$\mathbf{P}_k |_{k-1} = \mathbf{P}_k |_{k-1} \quad (8)$$

5. PF 时间更新

$$\mathbf{x}_{k+1}^{\mathbf{N}, j} |_{k-1} \sim p(\mathbf{x}_{k+1}^{\mathbf{N}} | \mathbf{x}_k^{\mathbf{N}, j}, \mathbf{Z}_k) \quad (9)$$

其中

$$p(\mathbf{x}_{k+1}^{\mathbf{N}} | \mathbf{x}_k^{\mathbf{N}, i}, \mathbf{Z}_k) = \mathcal{N}(\mathbf{A}_k^{\mathbf{N}} \mathbf{x}_k^{\mathbf{N}, i} + \mathbf{A}_k^{\mathbf{C}} \hat{\mathbf{x}}_{k/k}^{\mathbf{C}}, \mathbf{A}_k^{\mathbf{C}} \mathbf{P}_{k/k} (\mathbf{A}_k^{\mathbf{C}})^{\mathbf{T}} + \sigma_{\mathbf{u}_k^{\mathbf{N}}}^2) \quad (10)$$

6. KF 时间更新

$$\mathbf{x}_{k+1}^{\mathbf{C}} |_{k-1} = \mathbf{F}_k^{\mathbf{C}} \hat{\mathbf{x}}_{k/k}^{\mathbf{C}} + \mathbf{F}_k^{\mathbf{N}} \hat{\mathbf{x}}_k^{\mathbf{N}, i} + \mathbf{K}_k (\mathbf{x}_{k+1}^{\mathbf{N}, i} |_{k-1} - \mathbf{A}_k^{\mathbf{N}} \mathbf{x}_k^{\mathbf{N}, i} - \mathbf{A}_k^{\mathbf{C}} \mathbf{x}_k^{\mathbf{C}} |_{k-1}) \quad (11)$$

$$\mathbf{P}_{k+1} |_{k-1} = \mathbf{F}_k^{\mathbf{C}} \mathbf{P}_k |_{k-1} (\mathbf{F}_k^{\mathbf{C}})^{\mathbf{T}} + \sigma_{\mathbf{u}_k^{\mathbf{C}}}^2 - \mathbf{K}_k \mathbf{S}_k (\mathbf{K}_k)^{\mathbf{T}} \quad (12)$$

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{A}_k^{\mathbf{C}} \mathbf{P}_k |_{k-1} (\mathbf{A}_k^{\mathbf{C}})^{\mathbf{T}} + \sigma_{\mathbf{u}_k^{\mathbf{C}}}^2 \quad (13)$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{F}_k^c \mathbf{P}_k | k (\mathbf{A}_k^c)^T (\mathbf{S}_k)^{-1} \quad (14)$$

7. 令 $k = k + 1$, 转到步骤 2

3 基于权重一致性优化的实时 Marginalized 粒子滤波算法

在 PF 中, 粒子权重的精确度量是实现采样粒子合理利用的必要条件. 近年来, 针对 PF 估计精度改进的研究主要集中在如何有效优化粒子采样, 很少考虑到粒子权重评估可靠性对于粒子利用率的影响. 由式(5)可得, 粒子权值的大小正比于似然概率密度 $p(\mathbf{z}_k | \mathbf{X}_k^{N,i}, \mathbf{Z}_{k-1})$, ω_k^i 即取决于粒子 i 所对应的 $h(\mathbf{x}_k^{R,i})$ 与观测值 $\mathbf{z}_k$ 的接近程度. 当 $h(\mathbf{x}_k^{R,i})$ 越接近观测值 $\mathbf{z}_k$, 认为粒子 i 的权重 ω_k^i 越大, 反之, 越小. 然而, 由于量测噪声 $\mathbf{v}_k$ 具有随机特性, $h(\mathbf{x}_k^{R,i})$ 接近 $\mathbf{z}_k$, 并不能保证粒子接近状态真值. 此外, 考虑到重采样后粒子大部分都是相同的, 标准 MPF 中采用蒙特卡罗仿真下的 KF 实现方式, 将造成计算资源的极大浪费. 针对以上两类问题, 本节分别给出了量测提升策略下权重的一致性优化方法和实时 Marginalized 粒子滤波实现结构.

3.1 量测提升策略下权重的一致性优化方法

在 k 时刻, 可获取的量测信息包括 $\mathbf{z}_k$ 以及 $\mathbf{v}_k$ 的统计特性, 其中 $\mathbf{v}_k$ 对于 ω_k^i 度量可靠性影响的本质在于其随机性. 根据蒙特卡罗仿真原理, 信息随机性的减弱和消除可以通过增加样本点的抽样个数实现. 为此, 结合数据同化技术^[16], 我们利用 $\mathbf{z}_k$ 和 $\mathbf{v}_k$ 构建虚拟量测集 $\{\mathbf{z}_{k,m}\}_{m=1}^M$

$$\mathbf{z}_{k,m} = \mathbf{z}_k + \mathbf{v}_{k,m}, \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (15)$$

其中, $\mathbf{v}_{k,m}$ 和 $\mathbf{v}_k$ 满足独立同分布特性. 对于粒子 i 的量测似然度求解则结合 $\mathbf{z}_{k,m}$ 实现

$$p(\mathbf{z}_{k,m} | \mathbf{x}_k^i) = \frac{\exp\left\{-\left(\mathbf{z}_{k,m} - h(\mathbf{x}_k^i)\right)^2 / \left(2(\sigma_{\mathbf{v}_k}^2 + \sigma_{\mathbf{v}_k}^2)\right)\right\}}{\sqrt{2\pi(\sigma_{\mathbf{v}_k}^2 + \sigma_{\mathbf{v}_k}^2)}} \quad (16)$$

根据高斯分布的基本性质, 相对于 $h(\mathbf{x}_k^i)$, $\mathbf{z}_{k,m}$ 方差将增加一倍. 定义粒子 i 相对于 $\mathbf{z}_{k,m}$ 的权重 $\omega_{k,m}^i$

$$\omega_{k,m}^i \propto \omega_{k-1}^i p(\mathbf{z}_{k,m} | \mathbf{x}_k^i) \quad (17)$$

由于量测信息本身包含着随机扰动信息, 必然在一定程度上影响粒子权重评价效果的可靠性. 依据数据一致性融合原理^[17], 通过一致性距离及一致性矩阵的构建, 实现用于描述当前量测随机性的虚拟量测中的冗余和互补信息的有效提取和利用, 进而改善粒子权重可靠性和稳定性. 考虑到 $\{\omega_{k,m}^i\}_{i=1}^M$ 均为 0 到 1 之间的标量数据, 定义一种能够度量两权重之间相似程度(即数据之间相互支持程度)的置信距离 $\mathfrak{R}_k^{mn}$.

$$\mathfrak{R}_k^{mn} = |\omega_{k,m}^i - \omega_{k,n}^i|, \quad m, n = 1, 2, \dots, M \quad (18)$$

由 $\mathfrak{R}_k^{mn}$ 的表达形式可知: $\mathfrak{R}_k^{mn}$ 值越大, 则表明两权重间的差别越大, 此时 $\omega_{k,m}^i$ 和 $\omega_{k,n}^i$ 之间相似程度就越弱; 反之, 相似程度就越强. 为对 $\omega_{k,m}^i$ 和 $\omega_{k,n}^i$ 相似程度量化进行规范, 在 $\mathfrak{R}_k^{mn}$ 的基础上定义一致性距离 Θ_k^{mn} . Θ_k^{mn} 应满足以下两个条件: ①与 $\mathfrak{R}_k^{mn}$ 成反比例关系; ② $\Theta_k^{mn} \in [0, 1]$ 使数据处理能够利用模糊集合理论中隶属函数的优点, 从而避免权重间信息相互支持程度的绝对化. 基于以上考虑, 一致性距离 Θ_k^{mn} 数学表达式采用如下形式:

$$\Theta_k^{mn} = (\max\{\mathfrak{R}_k^{mn}\} - \mathfrak{R}_k^{mn}) / \max\{\mathfrak{R}_k^{mn}\} \quad (19)$$

式中 $\max\{\mathfrak{R}_k^{mn}\}$ 表示 $\mathfrak{R}_k^{mn}$ 中的最大值, 当 $\mathfrak{R}_k^{mn}$ 取最大值时, 此时 Θ_k^{mn} 的值为零, 即认为 $\omega_{k,m}^i$ 和 $\omega_{k,n}^i$ 之间的相似程度最小; 随着 $\mathfrak{R}_k^{mn}$ 减小, Θ_k^{mn} 将逐渐增大; 由于 $\omega_{k,m}^i$ 对自身的相似程度最大, 因此 Θ_k^{mm} 为 1, 表明权重间的相似程度最大. 显然, 式(17)表达形式满足 Θ_k^{mn} 应具备的两个基本条件. 考虑到 Θ_k^{mn} 仅仅实现了 $\omega_{k,m}^i$ 和 $\omega_{k,n}^i$ 之间信息相似程度的评估, 无法体现出 $\omega_{k,m}^i$ 与 $\{\omega_{k,i}^j\}_{i=1}^M$ 中所有元素的总体相似程度. 令 η_k^m 表示 $\omega_{k,m}^i$ 与 $\{\omega_{k,i}^j\}_{i=1}^M$ 中所有元素的总体相似程度

$$\eta_k^m = \sum_{m=1}^M \alpha_k^m \Theta_k^{mm} \quad (20)$$

α_k^m 为权系数, 依据式(19), 我们可以获得表征 $\{\omega_{k,m}^i\}_{i=1}^M$ 中每个 $\omega_{k,m}^i$ 被 $\{\omega_{k,i}^j\}_{i=1}^M$ 中所有元素的总体相似程度一致性向量 $\bar{\eta}_k = [\eta_k^1 \quad \eta_k^2 \quad \dots \quad \eta_k^M]^T$, 而此时 $\bar{\eta}_k$ 的计算可利用下式实现

$$\bar{\eta}_k = \mathbf{H}_k \boldsymbol{\alpha}_k \quad (21)$$

其中

$$\boldsymbol{\alpha}_k = [\alpha_k^1 \quad \alpha_k^2 \quad \dots \quad \alpha_k^M] \quad (22)$$

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} \Theta_k^{11} & \Theta_k^{12} & \dots & \Theta_k^{1M} \\ \Theta_k^{21} & \Theta_k^{22} & \dots & \Theta_k^{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Theta_k^{M1} & \Theta_k^{M2} & \dots & \Theta_k^{MM} \end{bmatrix} \quad (23)$$

$\boldsymbol{\alpha}_k$ 为权向量, $\mathbf{H}_k$ 为一致性矩阵. 由 $\mathbf{H}_k$ 中元素数值特点可知: $\mathbf{H}_k$ 是一个对角线元素全为 1 的正定对称矩阵, 且该矩阵中的其他元素均为不大于 1 的正数. 根据 Perron-Frobenius 定理: $\mathbf{H}_k$ 存在最大模特征值 λ_k , $\lambda_k > 0$, 且仅有该特征值对应特征向量 $\boldsymbol{\beta}_k = [\beta_k^1 \quad \beta_k^2 \quad \dots \quad \beta_k^M]$ 中的元素全为正并使得 $\lambda_k \boldsymbol{\beta}_k = \mathbf{H}_k \boldsymbol{\beta}_k$ ^[18]. 令 $\boldsymbol{\alpha}_k = \boldsymbol{\beta}_k$, 结合式(21), 则

$$\bar{\eta}_k = \lambda_k \boldsymbol{\alpha}_k \quad (24)$$

由于 λ_k 为一不等于零的实常数, 则 $\bar{\eta}_k \propto \boldsymbol{\alpha}_k$. 对 $\boldsymbol{\alpha}_k$ 中的元素进行归一化处理, 即

$$\bar{\alpha}_k^m = \alpha_k^m / \sum_{m=1}^M \alpha_k^m \quad (25)$$

进而结合 $\bar{\alpha}_k^m$ 和 $\omega_{k,m}^i$ 完成当前时刻粒子 i 的权重 $\hat{\omega}_k^i$ 的计算

$$\hat{\omega}_k^i = \sum_{m=1}^M \bar{\alpha}_k^m \omega_{k,m}^i \quad (26)$$

通过 $\hat{\omega}_k^i$ 以上的构建过程可知,相对于 ω_k^i 仅依赖于 z_k , $\hat{\omega}_k^i$ 实现了对当前量测信息和量测噪声先验统计信息的综合利用,将使得粒子权重度量更加稳定与可靠.在 $\hat{\omega}_k^i$ 求解过程中,涉及到参数 M 设定,其取值需要根据量测传感器精度以及滤波系统性能要求具体选定,大量仿真实验表明: M 值越大表明 $\{z_{k,m}\}_{m=1}^M$ 中元素个数越多, $\hat{\omega}_k^i$ 的精度和稳定性就越好,但同时计算量也将随之增大.

3.2 实时 Marginalized 粒子滤波

不同于 MPF 中采用 PF 和 KF 的量测更新和时间更新交叉结构(图 1),实时 Marginalized 粒子滤波(RMPF)采用非线性分量和线性分量估计的顺序结构(图 2).

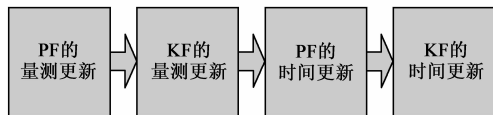


图1 RBPF算法结构框架

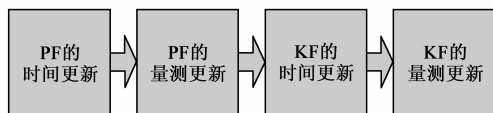


图2 两级更新RBPF算法结构框架

首先,结合对于系统状态转移建模的先验信息实现当前时刻粒子采样,此过程即 PF 时间更新

$$\mathbf{x}_k^{\mathbf{N},i} = \mathbf{A}_{k-1}^{\mathbf{N}} \mathbf{x}_{k-1}^{\mathbf{N},i} + \mathbf{A}_{k-1}^{\mathbf{C}} \mathbf{x}_{k-1}^{\mathbf{C}} + \mathbf{u}_{k-1}^{\mathbf{N},i} \quad (27)$$

其次,结合量测似然函数实现对粒子权重评估和重采样,具体实现与标准 MPF 中 PF 量测更新步骤相同,区别在于此时需要根据重采样粒子集 $\{\mathbf{x}_k^{\mathbf{N},j}\}_{j=1}^N$ 求解系统非线性状态分量的估计值 $\hat{\mathbf{x}}_{k/k}^{\mathbf{N}}$,并进而根据 $\hat{\mathbf{x}}_{k/k}^{\mathbf{N}}$, $\hat{\mathbf{x}}_{k-1/k-1}^{\mathbf{N}}$ 以及目标运动的动力学方程求解线性分量在滤波实现中的量测估计值 $\hat{z}_k$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k/k}^{\mathbf{N}} = \sum_{i=1}^N \mathbf{x}_k^{\mathbf{N},i} / N \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \hat{z}_k &= \mathbf{A}_{k-1}^{\mathbf{C}} \hat{\mathbf{x}}_{k-1/k-1}^{\mathbf{C}} + \mathbf{u}_{k-1}^{\mathbf{C}} \\ &= (\hat{\mathbf{x}}_{k/k}^{\mathbf{N}} - \mathbf{A}_{k-1}^{\mathbf{N}} \hat{\mathbf{x}}_{k-1/k-1}^{\mathbf{N}}) \end{aligned} \quad (29)$$

接下来,依据 KF 的时间更新原理,求解线性状态的一步预测 $\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^{\mathbf{C}}$ 和预测误差协方差阵 $\mathbf{P}_{k/k-1}^{\mathbf{C}}$.

$$\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^{\mathbf{C}} = \mathbf{F}_{k-1}^{\mathbf{C}} \hat{\mathbf{x}}_{k-1/k-1}^{\mathbf{C}} + \mathbf{F}_k^{\mathbf{N}} \hat{\mathbf{x}}_{k-1/k-1}^{\mathbf{N}} \quad (30)$$

$$\mathbf{P}_{k/k-1}^{\mathbf{C}} = \mathbf{F}_{k-1}^{\mathbf{C}} \mathbf{P}_{k-1/k-1}^{\mathbf{C}} (\mathbf{F}_{k-1}^{\mathbf{C}})^{\mathbf{T}} + \sigma_{u_{k-1}}^2 \quad (31)$$

为实现 KF 量测更新,需要进一步求解滤波增益矩阵 $\mathbf{K}_k^{\mathbf{C}}$,并在此基础上计算当前时刻线性状态估计值和

估计误差协方差

$$\mathbf{K}_k^{\mathbf{C}} = \mathbf{P}_{k/k-1}^{\mathbf{C}} (\mathbf{A}_{k-1}^{\mathbf{C}})^{\mathbf{T}} (\sigma_{u_k}^2 + \mathbf{A}_{k-1}^{\mathbf{C}} \mathbf{P}_{k/k-1}^{\mathbf{C}} (\mathbf{A}_{k-1}^{\mathbf{C}})^{\mathbf{T}})^{-1} \quad (32)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k/k}^{\mathbf{C}} = \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^{\mathbf{C}} + \mathbf{K}_k^{\mathbf{C}} (\hat{z}_k - \mathbf{A}_{k-1}^{\mathbf{C}} \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^{\mathbf{C}}) \quad (33)$$

$$\mathbf{P}_{k/k}^{\mathbf{C}} = \mathbf{P}_{k/k-1}^{\mathbf{C}} - \mathbf{K}_k^{\mathbf{C}} \mathbf{A}_{k-1}^{\mathbf{C}} \mathbf{P}_{k/k-1}^{\mathbf{C}} \quad (34)$$

最终,对于系统状态估计,通过综合非线性状态分量和线性状态分量估计得到当前时刻系统的状态估计值 $\hat{\mathbf{x}}_{k/k}$.

$$\hat{\mathbf{x}}_{k/k} = [\hat{\mathbf{x}}_{k/k}^{\mathbf{N}} \quad \hat{\mathbf{x}}_{k/k}^{\mathbf{C}}]^{\mathbf{T}} \quad (35)$$

根据 RMPF 实现过程可知,相对于标准 MPF,对于状态线性分量估计无需运行 N 个 KF,仅需要运行单个 KF,降低了状态线性估计中计算复杂度.

3.3 基于权重一致性优化的实时 Marginalized 粒子滤波算法

在 RMPF 算法框架下,结合量测提升策略下权重的一致性优化方法,通过改进非线性状态估计中 PF 的粒子权重的可靠性和稳定性,以进一步提升 RMPF 的滤波估计精度,进而提出了基于权重一致性优化的实时 Marginalized 粒子滤波算法.下面以伪代码形式给出 RMPF-WCO 实现步骤,如算法 2.

算法 2

(1) 当 $k=0$ 时刻实现滤波初始化:

结合系统建模中先验信息生成采样粒子集.

$$\mathbf{x}_0^{\mathbf{N},i} \sim \mathcal{N}(\mathbf{x}_0^{\mathbf{N}}, \sigma_{u_0}^2), \quad i=1, 2, \dots, N$$

(2) 当 $k \geq 1$ 时刻实现状态的递推估计:

① PF 的时间更新:

结合式(27)实现 k 时刻用于非线性状态估计的粒子 $\{\mathbf{x}_k^{\mathbf{N},i}\}_{i=1}^N$ 的采样.

② 结合式(15)实现虚拟量测集 $\{z_{k,m}\}_{m=1}^M$ 的构建,进而利用量测提升策略下权重的一致性优化方法实现 $\hat{\omega}_k^i$ 的评估.

③ PF 的量测更新:

对 $\hat{\omega}_k^i$ 进行归一化处理,依据粒子数目和归一化后的粒子重要性权重完成重采样过程,进而利用重采样后的粒子集 $\{\mathbf{x}_k^{\mathbf{C},j}\}_{j=1}^N$,结合式(28)求解 k 时刻非线性状态估计值 $\hat{\mathbf{x}}_{k/k}^{\mathbf{N}}$.

④ 结合式(29)构建线性分量的滤波实现中量测估计值 $\hat{z}_k$.

⑤ KF 的时间更新:

结合式(30)和(31)求解线性状态一步预测值 $\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^{\mathbf{C}}$.

⑥ KF 的量测更新:

结合式(32)(33)和(34)求解 k 时刻线性状态估计值 $\hat{\mathbf{x}}_{k/k}^{\mathbf{C}}$.

⑦ 状态重构:

结合式(35)求解当前时刻系统状态估计值 $\hat{\mathbf{x}}_{k/k}$.

⑧ 令 $k = k + 1$,转到步骤①

4 仿真实验与分析

为验证算法的可行性和有效性,仿真场景设定为

利用单站两坐标雷达量测实现对 X - Y 平面上运动目标状态的估计. 依据目标跟踪系统状态演化的动力学特性, 目标运动方程和量测方程如下:

$$\mathbf{x}_{k+1}^{\mathbf{N}} = \mathbf{A}_k^{\mathbf{N}} \mathbf{x}_k^{\mathbf{N}} + \mathbf{A}_k^{\mathbf{C}} \mathbf{x}_k^{\mathbf{C}} + \mathbf{u}_k^{\mathbf{N}}$$
$$\mathbf{x}_{k+1}^{\mathbf{C}} = \mathbf{F}_k^{\mathbf{N}} \mathbf{x}_k^{\mathbf{N}} + \mathbf{F}_k^{\mathbf{C}} \mathbf{x}_k^{\mathbf{C}} + \mathbf{u}_k^{\mathbf{C}}$$

$\mathbf{z}_k = [\sqrt{(x_k)^2 + (y_k)^2} \quad \tan^{-1}(y_k/x_k)]^T + \mathbf{v}_k$ 其中, $\mathbf{x}_k^{\mathbf{N}} = [x_k \quad y_k]$, $\mathbf{x}_k^{\mathbf{C}} = [\dot{x}_k \quad \dot{y}_k]$, x_k 、 $\dot{x}_k$ 、 y_k 和 $\dot{y}_k$ 分别表示目标状态在 X 轴和 Y 轴方向上的位置分量和速度分量. $\mathbf{A}_k^{\mathbf{N}} = \mathbf{I}$, $\mathbf{A}_k^{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \sin(\omega\tau)/\omega & -(1 - \cos(\omega\tau))/\omega \\ (1 - \cos(\omega\tau))/\omega & \sin(\omega\tau)/\omega \end{bmatrix}$, $\mathbf{F}_k^{\mathbf{N}} = \begin{bmatrix} 0 & \cos(\omega\tau) \\ 0 & \sin(\omega\tau) \end{bmatrix}$, $\mathbf{F}_k^{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} 0 & -\sin(\omega\tau) \\ 0 & \cos(\omega\tau) \end{bmatrix}$, $\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, 转弯角速度 $\omega = 0.02\text{rad/s}$, 采样间隔 $\tau = 1\text{s}$, 系统噪声 $\mathbf{u}_k^{\mathbf{N}}$ 和 $\mathbf{u}_k^{\mathbf{C}}$ 采用均值为零, 方差为 $0.25\mathbf{I}$ 的高斯白噪声; 量测

噪声 $\mathbf{v}_k$ 采用均值为零方差为 $\begin{bmatrix} \sigma_{v_k, \gamma}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{v_k, \theta}^2 \end{bmatrix}$ 的高斯白噪声, 其中径向距的 $\sigma_{v_k, \gamma}^2$ 取 0.25km , 方位角的 $\sigma_{v_k, \theta}^2$ 取 0.12° . 目标位置 x_0 和 y_0 初始值设定为 5km 和 3km , 速度初始值 $\dot{x}_0$ 和 $\dot{y}_0$ 设定为 0.1km/s 和 0.15km/s . Monte Carlo 仿真循环次数为 50, 仿真步长为 25, 采样粒子个数 N 取 1000. 仿真实验中给出了 PF、MPF、RMPF 和 RMPF-WCO 滤波结果比较.

图 3 和图 4 中给出了四种算法在水平方向(X 轴)和垂直方向(Y 轴)上位置状态的均方根误差(RMSE)比较. 根据图中给出表征算法滤波精度指标的 RMSE 结果可知: 在滤波精度上, MPF 优于 PF, MPF 与 RMPF 相接近, 而 RMPF-WCO 则同时优于其他 3 种算法. 其主要原因在于 MPF 采用 KF 实现对于线性状态的估计, 避免了粒子受限条件下采用 PF 对线性状态的估计误差, 相对于 PF 提升了滤波精度. 此外, 由于权重一致性优化方法的引入, 使得 RMPF-WCO 的滤波精度得到进一步改善. 权重一致性优化方法对粒子权重的优化效果通过图 5 和图 6 得到直观地反映, 相对于未采用权重一致性优化的 PF、MPF 和 RMPF, 粒子的权重方差无论在重采样前或重采样后均明显优于其他三种算法, 而我们知道粒子的权重方差是对于粒子采样有效性的直接体现. 为进一步对算法的滤波精度和实时性进行直观的定量的比较, 表 1 给出四种算法的 RMSE 均值和算法耗时结果. 由表中给出算法耗时可知, 虽然 MPF 相对于 PF 实际上以计算量为代价换取滤波精度的提升, 对此我们在文中已有分析, 通过优化 MPF 算法的实现结构的合理优化, 在不影响滤波精度的前提下, 简化了 MPF 中线性状态估计中计算量, 使得 RMPF 的实时性明显优于 MPF.

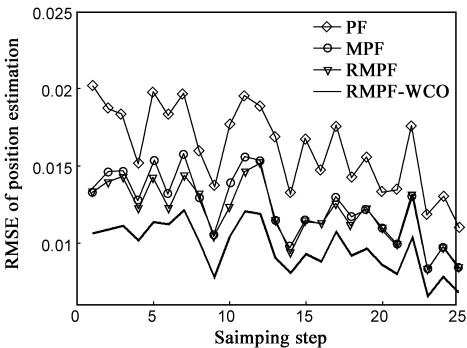


图3 水平方向上RMSE比较

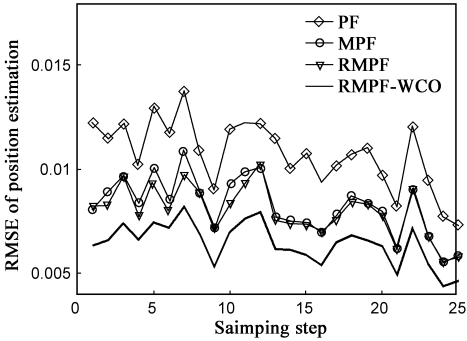


图4 垂直方向上RMSE比较

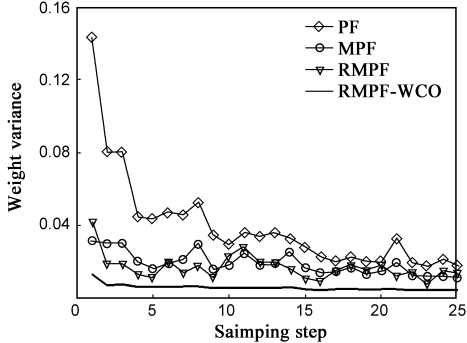


图5 重采样前粒子权重方差

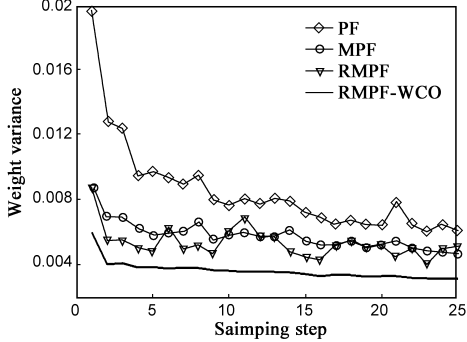


图6 重采样后粒子权重方差

表 1 基于 50 次 Monte Carlo 仿真条件下 RMSE 的均值以及平均运行时间比较

算法	PF	MPF	RMPF	RMPF-WCO
水平方向(km)	0.0162	0.0124	0.0119	0.0096
垂直方向(km)	0.0107	0.0082	0.0079	0.0064
算法耗时(s)	0.3604	0.9153	0.1285	0.2096

5 结论

考虑到随机采样型非线性滤波器在工程应用的实时性和滤波精度需求,如何在粒子数目有限条件下进一步减小算法计算量以及提升估计精度,一直是粒子滤波理论研究的热点.在深入分析 MPF 算法机理的基础上,本文提出了一种基于权重一致性优化的实时 Marginalized 粒子滤波算法,有效兼顾算法计算复杂度和滤波精度两种性能指标.根据 RMPF-WCO 算法构建过程和仿真结果分析,相对现有处理方法,RMPF-WCO 具有以下优点:首先,采用 MPF 算法框架,使得算法能够有效融合 PF 和 KF 在处理非线性状态估计和线性状态估计方面的优势.其次,相对于标准 MPF,通过 MPF 中时间更新和量测更新步骤的结构优化,在保证滤波精度前提下减小了状态线性分量估计中计算复杂度,提高算法工程应用中的实时性.再有,结合系统建模中先验信息(量测噪声统计信息)以及当前时刻量测信息,通过虚拟量测构建以及粒子权重的等权融合方式,改善了依据量测似然度评估粒子权重方式中,量测噪声随机性对于粒子权重度量可靠性和稳定性的不利影响,提升了滤波估计精度.但需要说明的是权重优化过程会带来计算复杂度的增加,因此实际应用中应考虑 RMPF 带来计算量的降低效果之间的有效平衡.此外,由于本文构建的量测提升策略下权重的一致性优化方法不依赖 MPF 结构,可以拓展到现有 PF 及其改进算法.

参考文献

- [1] Cappe O, Godsill S J, Moulines E. An overview of existing methods and recent advances in sequential Monte Carlo[J]. Proceedings of the IEEE, 2007, 95(5): 899 – 924.
- [2] Julier S J, Uhlmann J K. Unscented filtering and nonlinear estimation[J]. Proceedings of the IEEE, 2004, 92(3): 401 – 422.
- [3] Daum F. Nonlinear filters: beyond the Kalman filter[J]. IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine, 2005, 20(8): 57 – 69.
- [4] Arulampalam M S, Maskell S, Gordon N J, Clapp T. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-gaussian bayesian tracking[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 50(2): 174 – 187.
- [5] 王首勇, 于兴伟. 一种基于粒子滤波的雷达目标似然比检测方法[J]. 电子学报, 2010, 38(3): 503 – 506.
Wang Shou-yong, Yu Xing-Wei. A likelihood-ratio detection method of radar target based on particle filtering[J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(3): 503 – 506. (in Chinese)
- [6] Aydogmus O, Talu M F. Comparison of extended-kalman and particle-filter-based sensorless speed control[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2012, 61(2): 402 – 410.
- [7] 胡振涛, 潘泉, 杨峰. 基于广义 UT 变换的交互式多模型粒子滤波算法[J]. 电子学报, 2010, 38(6): 1443 – 1448.
Hu Zhen-tao, Pan Quan, Yang Feng. A novel particle filtering algorithm based on generalized unscented transformation[J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(6): 1443 – 1448. (in Chinese)
- [8] Zia K, Balch T, Dellaert F. MCMC-based particle filtering for tracking a variable number of interacting targets[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2005, 27(11): 1805 – 1819.
- [9] Li F, Shi G M, Qi F, Zhang L. Bandwidth adaption for kernel particle filter[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2011, 22(2): 340 – 346.
- [10] Li H W, Wang J, Su H T. Improved particle filter based on differential evolution[J]. Electronics Letters, 2011, 47(9): 1078 – 1079.
- [11] Yang X. Particle swarm optimisation particle filtering for dual estimation[J]. IET Signal Processing, 2012, 6(2): 114 – 121.
- [12] 张诗桂, 朱立新. 基于变权平均似然函数的粒子滤波改进算法[J]. 探测与控制学报, 2011, 33(1): 46 – 50.
Zhang Shi-gui, Zhu Li-xin. Improved particle filter algorithm based on averaging likelihood functions with diverse proportion[J]. Journal of Detection & Control, 2011, 33(1): 46 – 50. (in Chinese)
- [13] Schon T, Gustafsson F, Nordlund P J. Marginalized particle filters for mixed linear/nonlinear state-space models[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(7): 2279 – 2289.
- [14] Li W, Jia Y. Rao-Blackwellised unscented particle filtering for jump Markov non-linear systems: an H_∞ approach[J]. IET Signal Processing, 2011, 5(2): 187 – 193.
- [15] Karlsson R. Particle filter for positioning and tracking applications[D]. Linköping: Linköping University Press, 2005. 23 – 25.
- [16] Gillijns S, Mendoza O B, Chandrasekar J. et al. What is the ensemble Kalman filter and how well does it work[A]. American Control Conference[C]. Minneapolis, MN, 2006. 4448 – 4453.
- [17] Luo R C. Dynamic multisensor data fusion system for intelligent robots[J]. Journal of Robotics and Automation, 1988, 4(4): 386 – 396.
- [18] Pillai S U, Suel T, Seunghun C. The Perron-Frobenius theorem; some of its applications[J]. Signal Processing Magazine, 2005, 22(2): 62 – 75.

作者简介



胡振涛 男,1979 年 6 月出生于河南永城市,现为河南大学计算机与信息工程学院副教授,硕士生导师.主要研究方向为复杂系统建模与估计、非线性滤波.
E-mail: hzt@henu.edu.cn



金 勇 男,1972 年 11 月出生于河南开封市,现为河南大学计算机与信息工程学院副教授,硕士生导师.主要研究方向为方位估计、雷达波束形成.
E-mail: jy@henu.edu.cn



刘先省 男,1964 年 9 月出生于河南潢川县,现为河南大学计算机与信息工程学院教授,博士生导师.主要研究方向为多源信息融合,传感器管理.
E-mail: liuxianxing@henu.edu.cn



侯彦东 男,1971 年 8 月出生于河南杞县,现为河南大学计算机与信息工程学院副教授,硕士生导师.主要研究方向为多源信息融合、故障诊断.
E-mail: hydong@henu.edu.cn