

MIMO 单载波分数阶傅里叶域均衡系统及最优阶次选择方法

陈恩庆, 楚彩虹, 王忠勇

(郑州大学信息工程学院, 河南郑州 450001)

摘 要: 单载波频域均衡(SC-FDE)技术可以有效地克服无线传输中的多径衰落, 而多输入多输出(MIMO)能大大提高频谱利用率. 两者的结合已成为下一代无线通信系统上行链路的传输方案. 然而, 当无线信道是快速时变时, MIMO SC-FDE 系统的频域信道矩阵将为非对角矩阵, 形成严重的频域子信道间干扰, 使系统性能急剧下降. 针对这一问题, 本文采用在分数阶傅里叶域均衡代替传统频域均衡, 提出 MIMO 单载波分数阶傅里叶域均衡(MIMO SC-FrFDE)系统. 通过选择合适的分数阶傅里叶变换阶次, 实现分数阶傅里叶域信道矩阵的近似对角化. 仿真结果表明, 在快速时变信道下, 本文提出的 MIMO SC-FrFDE 系统比传统 MIMO SC-FDE 具有更好的误码率性能.

关键词: 分数阶傅里叶变换; MIMO 单载波; 最优分数阶傅里叶变换阶次

中图分类号: TN911.23

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112 (2014)11-2253-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2014.11.019

MIMO Single-Carrier Fractional Fourier Domain Equalization System and Optimal Order Selection Algorithm

CHEN En-qing, CHU Cai-hong, WANG Zhong-yong

(School of Information Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou, Henan 450001, China)

Abstract: Single-carrier frequency domain equalization (SC-FDE) is an effective technique to cope with multi-path fading. Multi-input Multi-output (MIMO) can greatly improve the spectrum utilization. The combination of these two techniques has become the uplink transmission scheme for the next generation wireless communication. Whereas, the performance of MIMO SC-FDE system would degrade a lot under fast time-varying channels because of severe subchannel interference. To solve this problem, we propose the MIMO single-carrier fractional Fourier domain equalization system (MIMO SC-FrFDE). The equalization is done in the fractional Fourier domain instead of Fourier domain. Through selecting the optimal fractional Fourier transform order, the fractional Fourier domain channel matrix can be approximately diagonalized. Simulation results show that our proposed system can improve the performance compared with the MIMO SC-FDE system in fast time-varying channels.

Key words: fractional Fourier transform; MIMO single-carrier; optimal fractional Fourier transform order

1 引言

MIMO 技术采用多根发射和接收天线, 可以充分利用空域信道资源, 在不提高发射功率和带宽的前提下, 极大地提高系统的信道容量和频谱利用率^[1-3]. 此外, 单载波频域均衡(SC-FDE)系统可以很好地消除多径传输影响, 而且具有比正交频分复用(OFDM)系统更低的峰均功率比^[4]. 因此, SC-FDE 和 MIMO 的结合已被采纳为新一代无线通信 LTE-advanced 系统的上行链路传输标准. 然而在未来的城市智能交通系统、高速列车通信

系统及卫星通信系统等应用场合, 通信收发双方的相对移动速度非常快, 将产生较大的多普勒频移, 给接收端性能带来很大影响. 因此, 研究高速移动情况下的无线通信技术具有较大的实用价值.

目前的 MIMO SC-FDE 系统接收端在频域进行均衡. 当信道在一个块周期内是不变的或者是慢时变, 频移均衡可以获得良好的性能. 但是, 当信道在一个块周期内具有时变性, 其频域信道矩阵不再是对角阵^[5], 非对角部分会产生严重的子信道间干扰^[6], 系统的性能下降. 文献[7]首次将分数阶傅里叶变换应用到多载波系

统中.文献[8]将分数阶傅里叶变换应用到单载波系统,但并未对时变信道下的单载波分数阶傅里叶域均衡系统(SC-FrFDE)进行讨论.针对快速时变信道,本文在接收端采取分数阶傅里叶变换代替傅里叶变换实现分数阶傅里叶域均衡,并对均衡的复杂度进行了分析,给出了与时变信道相匹配的最优分数阶傅里叶变换阶次,通过选择最优分数阶傅里叶变换阶次,可以有效地减少子信道间干扰的影响,从而提高系统误码率性能.

分数阶傅里叶变换是一种新兴时频分析工具^[9],并且其可以采用快速算法实现,运算量与普通的快速傅里叶变换相近^[10],因此近年来在光学、通信、雷达信号处理等领域受到越来越多的关注和广泛应用^[11,12].如果将信号的傅里叶变换看成是信号在从时间轴逆时针旋转 90 度得到的频率轴上的表示,那么分数阶傅里叶变换可以看做是信号在从时间轴逆时针旋转任意角度得到的 u 轴上的表示,因此它是傅里叶变换的一种广义形式^[13],具有比傅里叶变换更加适合处理时变信号和系统的特性.

2 离散分数阶傅里叶变换

2.1 分数阶傅里叶变换

$x(t)$ 是时域信号, p 阶的分数阶傅里叶变换定义为:

$$X_p(u) = \{F_p[x(t)]\}(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) K_p(u, t) dt \quad (1)$$

其中

$$K_p(u, t) = \begin{cases} \delta(t - u), & p = 4n \\ A_p \cdot \exp \left[j\pi \begin{pmatrix} u^2 \cot\left(\frac{\pi}{2}p\right) \\ -2ut \csc\left(\frac{\pi}{2}p\right) \\ +t^2 \cot\left(\frac{\pi}{2}p\right) \end{pmatrix} \right], & p \neq 2n \\ \delta(t + u), & p = 4n \pm 2 \end{cases} \quad (2)$$

在这个表达式中, $A_p = \sqrt{1 - j\cot(\pi p/2)}$. 分数阶傅里叶变换是周期性的,周期为 4,所以分数阶傅里叶变换阶次限定为 $[-2, 2]$,在本文中,不考虑 $p = 2n$. 另外, $F_p[x(t)](u) = F_{p+2}[x(t)](-u)$,所以可假设 $p \in (0, 2)$ ^[14].

2.2 离散时间分数阶傅里叶变换(DTFrFT)

假设信号 $x(t)$ 是模拟信号,那么时域采样信号

$$x_s(t) = x(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - n\Delta t) \quad (3)$$

其中, Δt 是时域的采样间隔. 本文中 $\Delta t = 2 \times 10^{-6}$ s.

根据文献[15]中的式(20),采样信号 $x_s(t)$ 的 DT-

FrFT 可以表示为:

$$X_{sp}(u) = \frac{1}{\Delta t} \cdot e^{j(\cot a/2)u^2} \cdot \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} X_p\left(u - n \frac{2\pi \sin a}{\Delta t}\right) \cdot e^{-j(\cot a/2)\left(u - n \frac{2\pi \sin a}{\Delta t}\right)^2} \right] \quad (4)$$

$a = \frac{\pi}{2}p$, 时域采样信号 $x_s(t)$ 的 DTFrFT 是 $X_p(u)$ 的 chirp 周期延拓. 周期为 $2\pi|\sin a|/\Delta t$. chirp 周期延拓不同于传统意义上的周期延拓. 它不仅在幅度上进行周期延拓,还包含了相位的变化. 为了得到离散分数阶傅里叶变换,需要在分数阶傅里叶域进行采样.

2.3 离散分数阶傅里叶变换(DFrFT)

假设在时域和分数阶傅里叶变换域的采样点数分别为 N 和 M . 一般来讲 $M = N$. 分数阶傅里叶域的采样间隔为 $\Delta u = 2\pi \sin a / (\Delta t \cdot N)$.

设 F 为离散分数阶傅里叶变换矩阵,它的第 (m, n) 个元素表示为:

$$F(m, n) = e^{j\cot a \cdot \Delta u^2 \cdot m^2/2} \cdot e^{-j2\pi/N \cdot (mn)} \cdot e^{j\cot a \cdot \Delta t^2 \cdot n^2/2} \quad (5)$$

离散分数阶傅里叶变换的定义式为:

$$X_p = F \cdot x \quad (6)$$

X_p 和 x 分别是分数阶傅里叶域和时域信号. 根据分数阶傅里叶变换的采样理论,信号在时域和分数阶傅里叶域的离散分别造成分数阶傅里叶域和时域的 chirp 周期性延拓. 这个过程可以表示为:

$$X_p(m - N) e^{-j\frac{1}{2}\cot a (m - N)^2 \Delta u^2} = X_p(m) e^{-j\frac{1}{2}\cot a m^2 \Delta u^2} \quad (7)$$

$$x(n - N) e^{j\frac{1}{2}\cot a (n - N)^2 \Delta t^2} = x(n) e^{j\frac{1}{2}\cot a n^2 \Delta t^2} \quad (8)$$

3 MIMO SC-FrFDE 系统

基于分数阶傅里叶变换的 MIMO SC-FrFDE 系统框图如图 1 所示. 发送端和接收端的天线数分别为 N_T 和 N_R , 假设 $N_T \leq N_R$ ^[16,17]. 不失一般性, 本文 $N_T = N_R = 2$. 发送天线的数据组成的向量为 $x = [x_0(0), \dots, x_{N_T-1}(0), \dots, x_0(N-1), \dots, x_{N_T-1}(N-1)]^T$, $x_k(m)$ 为第 k 个天线的第 m 个发送数据. 序列 x 的总长度为 $N_T \times N$. 在本文中, $\{\cdot\}^T, \{\cdot\}^H$ 表示转置和共轭转置. 为减小符号间干扰,需在发送的两个数据块之间加入一定长度的数据作为保护间隔. 在 MIMO SC-FrFDE 系统中,由式(7)、(8)可知,分数阶傅里叶域数据的离散化将造成 chirp 周期性延拓. 记加入的循环前缀为 chirp 循环前缀. chirp 循环前缀部分的数据可以写为:

$$x_k(-N_c + n) = x_k(N - N_c + n) \cdot e^{j\frac{1}{2}\cot a [(N - N_c + n)^2 - (-N_c + n)^2] \Delta t^2} \quad (9)$$

加入 chirp 循环前缀之后的数据为:

$$x_{cp} = [x_0(-N_c), \dots, x_0(0), \dots, x_{N_T-1}(0), \dots,$$

$$x_0(N-1), \dots, x_{N_T-1}(N-1)]^T \quad (10) \quad N_c \text{ 是 chirp 循环前缀的长度.}$$

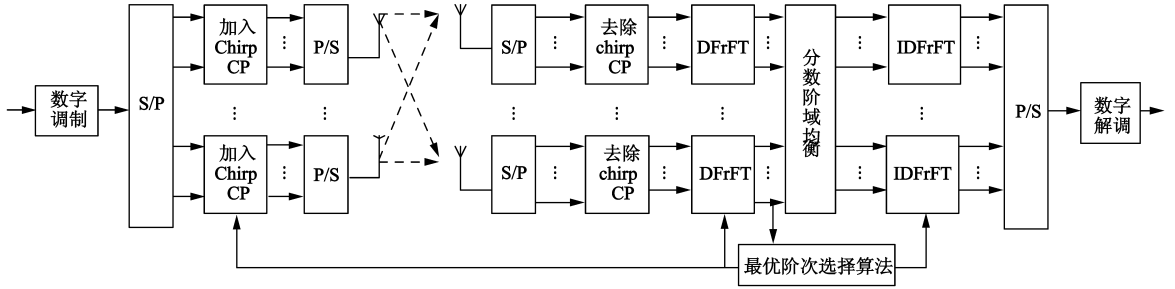


图1 MIMO SC-FrFDE 系统

将加入 chirp 循环前缀的过程用矩阵表示为:

$$\mathbf{x}_{cp} = \mathbf{T}_{cp}^{(N_T)} \cdot \mathbf{x} \quad (11)$$

其中, $\mathbf{T}_{cp}^{(N_T)} = \mathbf{T}_{cp} \otimes \mathbf{I}_{N_T}^{[18]}$, $\otimes$ 表示 Kronecher 积, $\mathbf{I}_{N_T}$ 是一个 $N_T \times N_T$ 维的单位矩阵.

$$\mathbf{T}_{cp} = [\mathbf{0}_{N_c \times (N - N_c)} \quad \mathbf{C}_{N_c \times N_c}; \mathbf{I}_{N \times N}] \quad (12)$$

$\mathbf{0}_{N_c \times (N - N_c)}$ 是一个 $N_c \times (N - N_c)$ 维元素为 0 的矩阵, 且

$$\mathbf{C}_{N_c \times N_c} = \text{diag}[e^{j\frac{1}{2}\cot\alpha[(N - N_c + N)^2 - (-N_c + n)^2]\Delta t^2}] \quad (13)$$

加入 chirp 循环前缀后, 信号发送到无线信道中. 假设不同的发射天线和接收天线之间的信道是相互独立的且为快速时变信道, 信道的长度为 L . 令 $h_{ij}(n, l)$ 表示发送天线 j 和接收天线 i 之间的信道在 n 时刻的第 l 个延迟抽头的冲激响应. 则可得到所有天线 n 时刻的第 l 个延迟抽头的冲激响应 $\mathbf{h}(n, l) =$

$$\begin{bmatrix} h_{00}(n, l) & \cdots & h_{0(N_T-1)}(n, l) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{(N_R-1)0}(n, l) & \cdots & h_{(N_R-1)(N_T-1)}(n, l) \end{bmatrix}. \text{ 因此, 发送}$$

天线和接收天线之间的时域信道转移矩阵可以写为:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}(-N_c, 0) & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \cdots & \mathbf{0} \\ \{\mathbf{h}(-N_c + L - 1, L - 1)\} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \{\mathbf{h}(-N_c + L, L - 1)\} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{h}(N - 1, 0) \end{bmatrix} \quad (14)$$

信号经过信道的过程可以表示为:

$$\mathbf{y}_{cp} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{x}_{cp} + \boldsymbol{\gamma}_{cp} \quad (15)$$

其中, $\boldsymbol{\gamma}_{cp}$ 是均值为 0, 方差为 1 的高斯白噪声. 为了消除 ISI, 在接收端需去除 chirp 循环前缀, 去除的方法和传统的 MIMO SC-FDE 系统是一样, 该过程可以表示为:

$$\mathbf{y} = \mathbf{R}_{cp}^{(N_R)} \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{T}_{cp}^{(N_T)} \cdot \mathbf{x} + \boldsymbol{\gamma} = \bar{\mathbf{H}} \cdot \mathbf{x} + \boldsymbol{\gamma} \quad (16)$$

其中 $\mathbf{R}_{cp}^{(N_R)} = \mathbf{R}_{cp} \otimes \mathbf{I}_{N_R}$, $\mathbf{R}_{cp} = [\mathbf{0}_{N \times N_c} \quad \mathbf{I}_N]$.

在接收端, 假设信道状态信息已知, 并且通过分数阶傅里叶阶次选择算法计算出了最优的分数阶傅里叶变换阶次. 那么类似于传统的 SC-FDE, 对 $\mathbf{y}$ 进行离散分

数阶傅里叶变换, 可将信号由时域转换到分数阶傅里叶域. 这一过程可表示为式(17):

$$\mathbf{Y} = \mathbf{F}^{(N_R)} \cdot \mathbf{y} + \tilde{\boldsymbol{\gamma}} = \mathbf{H}_p \cdot \mathbf{X} + \boldsymbol{\Gamma} \quad (17)$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{H}_p(0, 0) & \cdots & \mathbf{H}_p(0, N-1) \\ \mathbf{H}_p(1, 0) & \cdots & \mathbf{H}_p(1, N-1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}_p(N-1, 0) & \cdots & \mathbf{H}_p(N-1, N-1) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{X}(0) \\ \mathbf{X}(1) \\ \vdots \\ \mathbf{X}(N-1) \end{bmatrix}_{N \times N_T \times 1} + \boldsymbol{\Gamma}$$

$$\mathbf{F}^{(N_R)} = \mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_R}, \mathbf{F}_{-1}^{(N_T)} = \mathbf{F}_{-1} \otimes \mathbf{I}_{N_T} \quad (18)$$

根据离散分数阶傅里叶变换的性质有:

$\mathbf{F}_{-1} = \mathbf{F}^H$, 式中, $\mathbf{Y}$ 、 $\mathbf{X}$ 和 $\boldsymbol{\Gamma}$ 分别是 $\mathbf{y}$ 、 $\mathbf{x}$ 和噪声 $\mathbf{Y}$ 的 DFrFT. $\mathbf{H}_p$ 是分数阶傅里叶域的信道矩阵. $\mathbf{H}_p(k, k) =$

$$\begin{bmatrix} H_p^{00}(k, k) & \cdots & H_p^{0(N_T-1)}(k, k) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ H_p^{(N_R-1)0}(k, k) & \cdots & H_p^{(N_R-1)(N_T-1)}(k, k) \end{bmatrix} \text{ 它的任意}$$

元素 $H_p^{ij}(k, k)$ 表示发送天线 j 和接收天线 i 之间的时变信道在第 k 个子信道处的响应. 将式(17)式展开, 第 k 个子信道的接收信号写为:

$$\mathbf{Y}(k) = \mathbf{H}_p(k, k) \cdot \mathbf{X}(k) + \sum_{m=0, m \neq k}^{m=N-1} \mathbf{H}_p(k, m) \cdot \mathbf{X}(m) + \boldsymbol{\Gamma}(k) \quad (19)$$

通过选择最优分数阶傅里叶变换阶次, 可将 $\mathbf{H}_p$ 近似为块对角矩阵, 即 $\mathbf{H}_p(m, m) \neq \mathbf{0}$, 而 $\mathbf{H}_p(m, n) \approx \mathbf{0}$, ($m \neq n$).

因此, 接收端在最优分数阶傅里叶域有 $\mathbf{Y}(k) \approx \mathbf{H}_p(k, k) \cdot \mathbf{X}(k)$. 根据 MIMO 系统中线性迫零均衡(ZF)准则^[19], 通过如下分数阶傅里叶域均衡

$$\hat{\mathbf{X}}(k) = [\mathbf{H}_p(k, k)^H \cdot \mathbf{H}_p(k, k)]^{-1} \cdot \mathbf{H}_p(k, k)^H \cdot \mathbf{Y}(k) \quad (20)$$

可以获得分数阶傅里叶域的估计信号 $\hat{\mathbf{X}}$. 注意 $\mathbf{H}_p(k, k)$ 需要是列满秩矩阵^[20].

最后, 对 $\hat{\mathbf{X}}$ 进行 IDFrFT, 将信号由分数阶傅里叶域转换到时域, 得到发送信号:

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{F}_{-1}^{(N_r)} \cdot \hat{\mathbf{X}} \quad (21)$$

4 最优分数阶傅里叶变换阶次选择方法

4.1 最优分数阶傅里叶变换阶次选择的准则

当信道是快速时变时, $\bar{\mathbf{H}}$ 无法被传统的傅里叶变换矩阵对角化, $\mathbf{H}_p$ 对角线外的元素是子信道间的干扰. 若将 $N \cdot N_R \times N \cdot N_T$ 维 $\mathbf{H}_p^u$ 定义为

$$\mathbf{H}_p^u = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_p(0,0) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \mathbf{H}_p(N-1, N-1) \end{bmatrix} \quad (22)$$

那么式(17)中的 $\mathbf{H}_p$ 就可以写为:

$$\mathbf{H}_p = \mathbf{H}_p^u + \mathbf{H}_p^{\text{ICI}} \quad (23)$$

将上式代入式(17)可得:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{s}_u + \mathbf{s}_{\text{ICI}} + \mathbf{I} \quad (24)$$

其中, $\mathbf{s}_u = \mathbf{H}_p^u \cdot \mathbf{F}^{(N_r)} \cdot \mathbf{x}$, $\mathbf{s}_{\text{ICI}} = \mathbf{H}_p^{\text{ICI}} \cdot \mathbf{F}^{(N_r)} \cdot \mathbf{x}$ 分别对应有用信号和干扰信号. 为了达到最优的均衡效果, 应尽量增加有用信号的能量而减小干扰信号的能量. 因此最优分数阶傅里叶域应选择为使有用信号和干扰信号具有最大能量比值的分数阶傅里叶域. 即目标函数为:

$$f_{\text{target}}(p) = E[\mathbf{s}_u^H \mathbf{s}_u] / E[\mathbf{s}_{\text{ICI}}^H \mathbf{s}_{\text{ICI}}] \quad (25)$$

因为所传输的数据间是相互独立的并且具有相同的统计特性, 所以 $E[\mathbf{x}^H \mathbf{x}] = \mathbf{I}$, 那么目标函数可以简化为:

$$f_{\text{target}}(p) = \|\mathbf{H}_p^u\|^2 / \|\mathbf{H}_p^{\text{ICI}}\|^2 \quad (26)$$

其中, $\|\cdot\|$ 表示 Frobenius 范数. 最优分数阶傅里叶变换阶次应使目标函数具有最大的值. 即

$$\{p_{\text{opt}}\} = \arg \max_p f_{\text{target}}(p) \quad (27)$$

式(27)就是选择最优分数阶傅里叶变换阶次的准则. 下面给出其具体计算方法.

4.2 最优阶次 p 的计算

4.2.1 最优阶次的粗搜索

为了简化分析, 在本小节不妨设 $N_R = N_T = 1$. 观察式(5), 可以看出离散分数阶傅里叶变换和传统的离散傅里叶变换相比增加了两个 chirp 信号. 这两个信号的大小将直接影响系统的性能.

$$\begin{aligned} H_p(k, m) &= \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{n=0}^{N-1} h(n, l) \cdot F_p(k, n) \cdot F_{-p}(-l+n, m) \\ &= e^{j\cot a \cdot \Delta t^2 \cdot (k^2 - m^2)/2} \cdot \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ h(n, l) \cdot (e^{-j2\pi \cdot kn/N} \cdot e^{j2\pi \cdot (-l+n)m/N}) \right\} \\ &\quad \cdot (e^{j\cot a \cdot \Delta t^2 \cdot n^2/2} \cdot e^{-j\cot a \cdot \Delta t^2 \cdot (-l+n)^2/2}) \end{aligned} \quad (28)$$

当 $10^{-6} \leq p < 2$ 时, $\Delta t^2 = 4 \times 10^{-12}$, 此时 $e^{j\cot a \cdot \Delta t^2 \cdot n^2/2} \cdot e^{-j\cot a \cdot \Delta t^2 \cdot (N-l+n)^2/2} \approx 1$. $\mathbf{H}_p(k, m) \cdot \mathbf{H}_p(k, m)^H$ 的结果不包含 a . 因此式(26)的计算结果与频域的计算结果相同. 所以 $10^{-6} \leq p < 2$ 的阶次不能体现分数阶傅里叶变

换的优势. 至此可将分数阶傅里叶变换的阶次范围缩小至 $p < 10^{-6}$. 当 $|p|$ 很小时, Δt 、 Δu 也必须很小, 采样点数增加, 这将增加 DFrFT 的运算量^[21]. 因此 p 的取值不能过小.

最大多普勒频移 $f_{d \max} = 1000\text{Hz}$, 表 1 给出了目标函数随分数阶傅里叶变换阶次的变换.

表 1 目标函数随分数阶傅里叶变换阶次的变化

阶次 p	10^{-15}	10^{-14}	10^{-13}	10^{-12}	10^{-11}
$f_{\text{target}}(p)$	2.2	2.2	2.2	2.2	2.3
阶次 p	10^{-10}	10^{-9}	10^{-8}	10^{-7}	10^{-6}
$f_{\text{target}}(p)$	4.0	528.6	153.1	129.8	127.7

从表 1 可以看出当分数阶傅里叶变换阶次 $p < 10^{-9}$ 时, 目标函数的值急剧减小并且, 当 $p = 10^{-9}$ 时, 目标函数的值最大. 因此最优的分数阶傅里叶变换所在的区间可以设为 $[10^{-10}, 10^{-8}]$.

4.2.2 最优阶次的精搜索

(1) 初始化阶段

将最优分数阶傅里叶变换阶次存在的区间设为 $Q(0) = [10^{-10}, 10^{-8}]$. 对区间 $Q(0)$ 划分: $S(0)_i = Q(0)_{\min} + [(Q(0)_{\max} - Q(0)_{\min}) \cdot i] / l, i = 0, 1, \dots, l$, l 表示将区间 $Q(0)$ 划分的段数. $S(0)_i$ 表示区间 $Q(0)$ 的第 i 个点的坐标. 初始时刻的最优阶次 $p_{\text{opt}}(0) = 10^{-9}$.

(2) 递归阶段

(a) $I = 1$

(b) 对于 $\{S(I-1)_0, S(I-1)_1, \dots, S(I-1)_l\}$, 按照式(30) 计算 $\{f_{\text{target}}(S(I-1)_0), f_{\text{target}}(S(I-1)_1), \dots, f_{\text{target}}(S(I-1)_l)\}$.

(c) $p_{\text{opt}}(I) = \arg \max_{S(I-1)_i} \{f_{\text{target}}(S(I-1)_i)\}$. 最优阶次 $p_{\text{opt}}(I)$ 是第 I 次迭代过程中, $\{f_{\text{target}}(S(I-1)_0), f_{\text{target}}(S(I-1)_1), \dots, f_{\text{target}}(S(I-1)_l)\}$ 中的最大值对应的 $S(I-1)_k$.

(d) 若 $p_{\text{opt}}(I) = p_{\text{opt}}(I-1)$, 算法结束; 若 $p_{\text{opt}}(I) \neq p_{\text{opt}}(I-1)$, 算法继续.

(e) 更新 $Q(I) = [Q(I)_{\min}, Q(I)_{\max}]$, $Q(I)_{\min} = S(I-1)_{k-1}$, $Q(I)_{\max} = S(I-1)_{k+1}$.

(f) 对于 $Q(I)$ 所表示的区间, $S(I)_i = Q(I)_{\min} + \frac{(Q(I)_{\max} - Q(I)_{\min}) \cdot i}{l}, i = 0, 1, \dots, l$.

(g) $I = I + 1$, 返回步骤(b).

5 仿真结果

5.1 计算复杂度及收敛性分析

5.1.1 计算复杂度

信号和信道矩阵均为复值, 因此本节的乘法和加

法次数均指复运算. MIMO SC-FrFDE 系统在加入循环前缀、经过信道、去掉循环前缀的计算复杂度和 MIMO SC-FDE 系统是相同的. 不同之处在于进行 DFrFT、分数阶傅里叶域均衡及 IDFrFT 三个步骤. 具体计算如下:

步骤 1 离散分数阶傅里叶变换. 本文采用的离散分数阶傅里叶变换是 Pei 采样型算法. 该方法有一个重要的优点就是计算速度很快, 它所需要的乘积运算量为 $N_R \cdot [2N + (N/2)\log_2(N)]^{[22]}$, 加法次数为 $N_R \cdot [N \log_2(N)]$. 因此它的运算速度与 FFT 相当^[21].

步骤 2 分数阶傅里叶域 ZF 均衡. 第 k 个接收数据的加权矩阵为 $\mathbf{W}_{ZF}(k) = [\mathbf{H}_p(k, k)^H \cdot \mathbf{H}_p(k, k)]^{-1} \cdot \mathbf{H}_p(k, k)^H$. 计算 $\mathbf{H}_p(k, k)^H \cdot \mathbf{H}_p(k, k)$ 、其逆及 $[\mathbf{H}_p(k, k)^H \cdot \mathbf{H}_p(k, k)]^{-1} \cdot \mathbf{H}_p(k, k)^H$ 需要的乘积次数分别为 $N_T^2 \cdot N_R$ 、 N_T^3 、 $N_T^2 \cdot N_R$, 加法次数分别是 $N_T^2 \cdot (N_R - 1)$ 、 $N_T^3 - 2N_T^2 + N_T$ 、 $(N_T - 1) \cdot N_T \cdot N_R$. 最后, 均衡过程 $\hat{\mathbf{X}}(k) = \mathbf{W}_{ZF}(k) \cdot \mathbf{Y}(k)$ 的乘法次数 $N_T \cdot N_R$, 加法次数 $N_T \cdot (N_R - 1)$.

以上只是第 k 个接收数据均衡所需要的计算量, 因数据长度为 N , 所以对于所有接收数据的均衡, 共需 $N \cdot (N_T^3 + 2 \cdot N_T^2 \cdot N_R + N_T \cdot N_R)$ 次乘法和 $N \cdot (N_T^3 + 2N_T^2 N_R - 3N_T^2 - N_T)$ 次加法.

步骤 3 离散逆分数阶傅里叶变换的计算量和离散分数阶傅里叶变换的计算量相同, 这里不再赘述.

表 2 分数阶傅里叶域均衡和频域均衡的计算量比较

		复数乘法	复数加法
分数阶傅里叶域均衡	步骤 1	$N_R \times [2N + (N/2)\log_2 N]$	$N_R \times N \times \log_2 N$
	步骤 2	$N \times (N_T^3 + 2N_T^2 \times N_R + N_T \times N_R)$	$N \times (N_T^3 + 2N_T^2 \times N_R - 3N_T^2 - N_T)$
	步骤 3	$N_R \times [2N + (N/2)\log_2 N]$	$N_R \times N \times \log_2 N$
频域均衡	步骤 1	$N_R \times (N/2)\log_2 N$	$N_R \times N \times \log_2 N$
	步骤 2	$N \times (N_T^3 + 2N_T^2 \times N_R + N_T \times N_R)$	$N \times (N_T^3 + 2N_T^2 \times N_R - 3N_T^2 - N_T)$
	步骤 3	$N_R \times (N/2)\log_2 N$	$N_R \times N \times \log_2 N$

从表 2 可以看出, 对于步骤 1~3, 分数阶傅里叶域和频域所需的加法次数相同. 乘法次数的运算量都在 $N_R \cdot N \log_2 N$ 的级别上, 因此, 针对某一固定分数阶傅里叶变换阶次, MIMO SC-FrFDE 系统的计算复杂度相对于 MIMO SC-FDE 系统并没有明显增加.

5.1.2 收敛性仿真分析

和传统的 MIMO SC-FDE 系统相比, 本文所研究的系统增加了最优分数阶傅里叶变换阶次选择模块, 下面对搜索的收敛性进行仿真分析. 根据第 4.2.2 节所述, l 是将第 l 次迭代后的最优分数阶傅里叶变换区间 $Q(l)$ 划分的段数, 因此, 不同的 l 取值会影响算法的迭代次数.

图 2 显示, 当 $l=3$ 时, 4.2.2 的算法迭代大约 10 次

就可以稳定. 当 $l=5$ 时仅需迭代 6 次就可以比较精确地选择出最优分数阶傅里叶变换阶次.

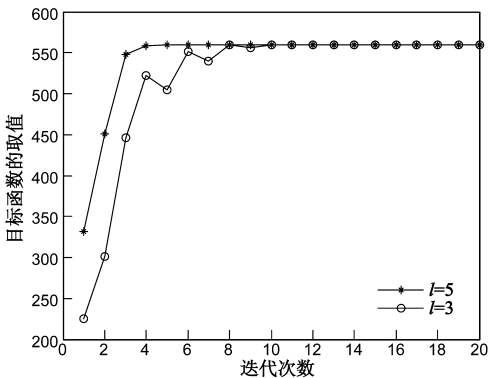


图2 不同 l 下目标函数随迭代次数的变换曲线

5.2 系统的误码率性能仿真

为了验证 MIMO SC-FrFDE 系统以及最优阶次选择算法的有效性, 本文进行了 Monte Carlo 仿真. 离散分数阶傅里叶变换的长度为 $N=64$. 为消除符号间干扰, 加入的 chirp 循环前缀长度为 $N_c=16$, 它大于信道的最大时延扩展. 仿真中所使用的信道参数如表 3. 信道 1 只是 2×2 发送和接收天线之间的一个信道.

表 3 信道 1 的仿真参数

Path	Delay (μs)	Power (dB)
1	0	0
2	5	-3
3	9	-6
4	12	-9

图 3 表示在时变信道下, 目标函数随阶次 p 的变化曲线. 最大多普勒频移分别为 1000Hz、500Hz. 最优的分数阶傅里叶变换阶次, 是曲线的峰值所对应的位置. 对于不同的多普勒频移, 计算出的最优的分数阶傅里叶变换阶次是不同的. 并且, 当最大多普勒频移降低时, 信道变化相对缓慢, 子信道间的干扰变小, 有用信号的能量增加. 体现在图中就是, 500Hz 对应的曲线的

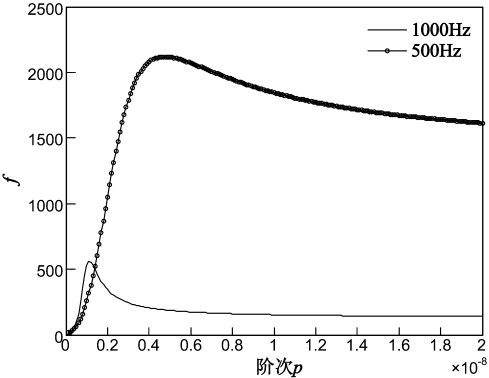


图3 目标函数曲线

峰值大于 1000Hz 的曲线对应的峰值。

图 4 给出了 MIMO SC-FrFDE 系统和 MIMO SC-FDE 系统在不同的多普勒频移下的误码率曲线。从图中可以看出,当多普勒频移较大时,MIMO SC-FrFDE 系统性能比传统的 MIMO SC-FDE 系统性能改善明显。当多普勒频移为 50Hz 时,两个系统的性能基本上一致。此时信道趋于慢时变,信道在一个块周期内近似不变,通过最优阶次选择算法得到的分数阶傅里叶变换阶次趋于 1,单载波分数阶变换系统退化为传统的单载波傅里叶域变换系统,故两者的性能基本一致。

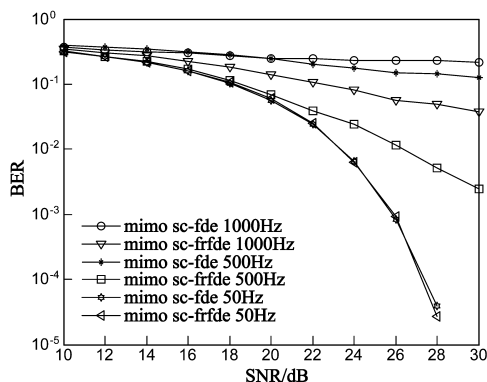


图4 不同多普勒频移下的误码率曲线

当信道的时延扩展小于信号的符号周期的时候,信道是平坦衰落信道。此时信道只有一条路径。图 5 画的是最大多普勒频移为 1000Hz 时,平坦衰落信道的目标函数曲线。从图中可以看出,对于不同的分数阶傅里叶变换阶次,目标函数曲线的值是一样的,即采用任何分数阶傅里叶域均衡的结果都是一样的。当多普勒频移为 500Hz 和 50Hz 时,目标函数曲线仍为一水平直线,这里不再画出。

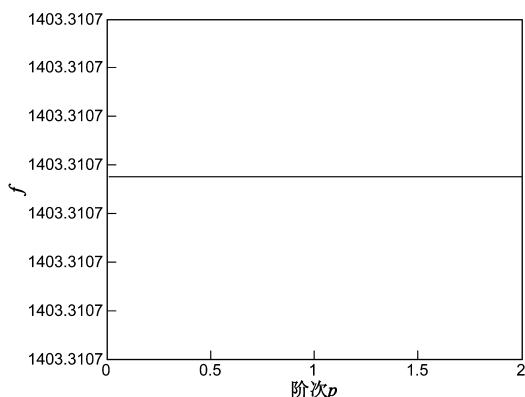


图5 平坦衰落下的目标函数曲线

6 结论

在快速时变信道下,传统的 MIMO SC-FDE 系统的频域信道矩阵的块对角性受到破坏,子信道间存在严

重的干扰。为解决这一问题,本文提出用分数阶傅里叶变换域代替传统的频域进行均衡。为了选择与时变信道最匹配的分数阶傅里叶变换阶次,本文给出了 MIMO SC-FrFDE 系统的最优分数阶傅里叶变换阶次选择方法。仿真结果分析了系统的复杂度和算法的收敛性、系统误码率以及不同多普勒频移下的分数阶变换阶次的目标函数曲线。仿真结果表明,在选出最优分数阶傅里叶变换阶次后,基于某一阶次分数阶傅里叶变换的 MIMO SC-FrFDE 系统的计算复杂度和 MIMO SC-FDE 系统的相当,但是其时变信道下的误码率性能明显优于传统的 MIMO SC-FDE 系统。综上,由于传统傅里叶变换是分数阶傅里叶变换的一个特例,因此基于分数阶傅里叶变换的 MIMO SC-FrFDE 系统比传统 MIMO SC-FDE 系统具有更多的应用灵活性。

参考文献

- [1] 傅海阳,陈技江,曹士珂,贾向东. MIMO 系统和无线信道容量研究[J]. 电子学报, 2011, 39(10): 2221 - 2229.
Fu Hai-yang, Chen Ji-jiang, Cao Shi-ke, Jia Xiang-dong. Study on the MIMO system and wireless channel capacity[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(10): 2221 - 2229. (in Chinese)
- [2] 李丹萍,刘毅,张海林. MIMO SC-FDE 系统的时域信道估计新方法[J]. 通信学报, 2011, 32(2): 144 - 149.
Li Dan-ping, Liu Yi, Zhang Hai-lin. Channel estimation for MIMO SC-FDE systems via time-domain based approaches[J]. Journal on Communications, 2011, 32(2): 144 - 149. (in Chinese)
- [3] 张玲,张贤达. MIMO-OFDM 系统的盲信道估计算法综述[J]. 电子学报, 2007, 35(6A): 1 - 6.
Zhang Ling, Zhang Xian-da. An overview of blind channel estimation algorithms for MIMO-OFDM systems[J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(6A): 1 - 6. (in Chinese)
- [4] Peiran Wu, Schober R, Bhargava V K. Transceiver design for SC-FDE based MIMO relay systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2013, 12(9): 4376 - 4391.
- [5] 李四,归琳,熊箭. 一种快速时变信道下的单载波频域均衡算法[J]. 上海交通大学学报, 2010, 44(9): 1251 - 1255.
Li Si, Gui Lin, Xiong Jian. A frequency domain equalization algorithm for single-carrier systems over fast time-varying channels[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2010, 44(9): 1251 - 1255. (in Chinese)
- [6] 陈恩庆,陶然,张卫强,孟祥意. 一种基于分数阶傅里叶变换的 OFDM 系统及其均衡算法[J]. 电子学报, 2007, 35(3): 409 - 414.
Chen En-qing, Tao Ran, Zhang Wei-qiang, Meng Xiang-yi. The OFDM system and equalization algorithm based on the fractional Fourier transform[J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(3): 409 - 414. (in Chinese)

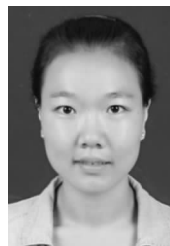
- [7] M Martone. A multicarrier system based on the fractional Fourier transform for time-frequency-selective channels[J]. IEEE Transactions on Communications, 2001, 49(6): 1011 – 1020.
- [8] Huang KeWu, Tao Ran, Wang Yue. Fractional Fourier domain equalization for single carrier broadband wireless systems[J]. Science China (Information Science), 2012, 55(10): 2257 – 2268.
- [9] 陈 ■, 彭钰林, 王舒文, 殷福亮. 从离散到连续——分数阶信号处理的理论、方法与应用[J]. 电子学报, 2012, 40(11): 2282 – 2289.
- Chen Zhe, Peng Yu-lin, Wang Shu-wen, Yin Fu-liang. From discrete to continuous—fractional signal processing theories, methods and applications[J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(11): 2282 – 2289. (in Chinese)
- [10] 王永学, 陈方炯, 韦岗. 基于分数阶傅里叶变换的正交频分复用系统同步分析[J]. 电子学报, 2006, 34(9): 1690 – 1693.
- Wang Tong-xue, Chen Fang-jiong, Wei Gang. Synchronization analysis of OFDM system based on fractional Fourier transform[J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(9): 1690 – 1693. (in Chinese)
- [11] Tang Pengfei, Yuan Bin, Bao Qinglong, Chen Zengping. Design and simulation of digital channelized receivers in fractional Fourier domain[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2013, 24(1): 36 – 43.
- [12] Ahmad Muhammad Ishtiaq, Liu Zhiwen, Xu Yougen. Order selection in fractional Fourier transform based beamforming[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2010, 21(3): 361 – 369.
- [13] 赵兴浩, 陶然, 邓兵, 王越. 分数阶傅里叶变换的快速计算新方法[J]. 电子学报, 2007, 35(6): 1089 – 1093.
- Zhao Xing-hao, Tao Ran, Deng Bing, Wang Yue. New methods for fast computation of fractional Fourier transform[J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(6): 1089 – 1093. (in Chinese)
- [14] Ran Tao, Xiang-Yi Meng, Yue Wang. Transform order division multiplexing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(2): 598 – 608.
- [15] Ran Tao, Bing Deng, Wei-Qiang Zhang, Yue Wang. Sampling and sampling rate conversion of band limited signals in the fractional Fourier transform domain[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(1): 158 – 171.
- [16] B Narasimhan, S Narayanan, H Minn, N Al-Dhahir. Reduced-complexity baseband compensation of joint Tx/Rx I/Q imbalance in mobile MIMO-OFDM[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2010, 9(5): 1720 – 1728.
- [17] Xiong Chunlin, Wang Degang, Wei Jibo. Low complexity semi-blind bayesian iterative receiver for MIMO-OFDM systems over time-varying multi-path channels[J]. Chinese Journal of Electronics, 2010, 19(1): 97 – 102.
- [18] 杨倩, 陶然, 王越, 陈恩庆. 基于分数阶 Fourier 变换的 MIMO-OFDM 系统及最优阶次选择[J]. 中国科学(F辑: 信息科学), 2009, 39(7): 767 – 775.
- [19] Yi Jiang, Varanasi M K, Jian Li. Performance analysis of ZF and MMSE equalizers for MIMO Systems: An in-depth study of the high SNR regime[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2011, 57(4): 2008 – 2026.
- [20] Jacob Benesty, Yiteng (Arden) Huang, Jingdong Chen. A fast recursive algorithm for optimum sequential signal detection in a BLAST system[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2003, 51(7): 1722 – 1730.
- [21] 陶然, 邓兵, 王越. 分数阶傅里叶变换及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2009.
- Tao Ran, Deng Bing, Wang Yue. Fractional Fourier Transform and Its Applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009. (in Chinese)
- [22] S C Pei, J J Ding. Closed-form discrete fractional and affine Fourier transforms[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2000, 48(5): 1338 – 1353.

作者简介



陈恩庆 男, 1977 年 8 月生于天津市, 2000 年获得郑州大学学士学位, 2003 年获郑州大学通信与信息系统硕士学位, 2007 年获得北京理工大学博士学位. 现为郑州大学信息工程学院副教授, 目前主要从事通信信号处理, 时频分析理论, 及多媒体信息处理等领域的研究.

E-mail: enqingchen@gmail.com



楚彩虹 女, 1987 年 12 月出生, 河南鹤壁人. 2012 年本科毕业于郑州大学信息工程学院. 同年进入郑州大学信息工程学院攻读硕士学位, 从事单载波分数阶傅里叶变换的有关研究.

E-mail: strawberry106222@hotmail.com