

基于生态种群捕获竞争模型的多目标 Memetic 优化算法

张世文, 李智勇, 林亚平

(湖南大学信息科学与工程学院, 湖南长沙 410082)

摘要: 本文针对复杂多目标优化问题 Pareto 前沿搜索难度大的特点, 设计了一种结合多种群间捕获竞争、强化学习机制的多种群 Memetic 学习策略与进化计算模型. 受种群进化、捕食种群与被捕食群体间的竞争等生态学原理的启发, 提出了一种基于生态种群捕获竞争模型的多目标 Memetic 优化算法 (Multi-Objective Memetic Algorithm based on Ecological Population Preying-competition Model, ECPM-MOMA). ECPM-MOMA 算法设计并运用了捕获竞争、强化学习算子进行全局搜索, 在种群进化过程中结合了 Memetic 搜索算子进行局部搜索. 理论分析与实验结果表明, 本文所提出的算法具有良好的收敛性能和分布特征, 生态种群捕获竞争策略与进化计算模型对于解决复杂多目标优化问题是有效的.

关键词: 多目标优化; 捕获竞争; 进化算法; Memetic 计算

中图分类号: TP301 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2015)08-1488-11

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.08.004

A Multi-Objective Memetic Optimization Algorithm Based on Ecological Population Preying-Competition Model

ZHANG Shi-wen, LI Zhi-yong, LIN Ya-ping

(School of Information Science and Engineering, Hunan University, Changsha, Hunan 410082, China)

Abstract: Aiming at the difficulty of searching Pareto front for complex multi-objective optimization, a Memetic learning strategy which combines many of population preying-competition mechanism with reinforcement learning mechanism and evolutionary computation model was designed. Inspired by ecological principle, such as the population evolution and the competition between predator populations and prey populations, a multi-objective Memetic optimization algorithm (multi-objective Memetic algorithm based on ecological population preying-competition model, ECPM-MOMA) was proposed. In ECPM-MOMA, Preying-competition and Reinforcement Learning operator was designed and applied for global search. Memetic search operator was also applied for local search in the population evolution process. Experimental results show that the proposed algorithm has better convergence performance and distribution characteristics. The ecological preying-competition strategy and evolutionary computation model is effective for solving complex multi-objective optimization problems.

Key words: multi-objective optimization; preying-competition; evolutionary algorithm; Memetic computation

1 引言

在科学研究和工程实践中, 常常遇到同时优化两个或两个以上目标的优化问题, 即多目标优化问题 (Multi-objective Optimization Problem, MOP)^[1,2]. 多目标优化问题 (MOP) 的多个目标之间往往具有相互冲突, 相互制约的特性, 不存在单目标优化问题意义上的全局最优解, 多目标优化问题的最优解是一组非支配解 (non-dominated

solutions) 或 Pareto 最优解 (pareto optimal solutions), 多目标优化算法的主要目的是寻求一组 Pareto 最优解集合 (Pareto Set, PS), 使得这些 Pareto 最优解在目标空间 Pareto 前端 (Pareto Front, PF) 具有更好的多样性、均匀性、逼近性^[2], 因此多目标优化问题的求解往往比较复杂.

传统的解决多目标优化问题的方法的大体思想是将多目标优化问题转换成单目标优化问题. 自 1985 年

Schaffer 提出了矢量评估遗传算法 (Vector-Evaluated Genetic Algorithm, VEGA) 开启了用进化算法处理 MOP 的研究^[3]。20 世纪 90 年代以来, 国内外学者相继提出了一些经典解决方法, 其中最重要的研究成果包括: 1994 年 Srinivas 提出的基于非支配解排序个体选择策略的 NSGA^[4]。Zitzler 于 1999 年提出了 SPEA^[5], 首次提出采用外部归档集的方法保留当前 Pareto 最优解, 并于 2002 年提出了改进的 SPEAII^[6]; Knowles 提出 PESA-II^[7]。2002 年, Deb 等学者提出的非常经典的算法 NSGAII^[8], 与 NSGA 相比计算效率大大提高。这些算法目前已成为该领域内经典算法, 但是对于复杂的多目标优化问题的求解, 上述解决方法还存在着收敛能力不足, 计算效率不高的特点, 求解问题的能力还有待进一步的提高。探索出一种新的收敛能力更强、分布性更好的算法具有十分重大的意义。

近年来, 一些新的进化范例被引进多目标优化计算, 使得该领域的研究更加深入, 如 Li^[9] 等将博弈理论引入进化算法提出了基于静态贝叶斯博弈的多目标优化算法。Coello Coello 等基于粒子群优化提出了 Multi-Objective Particle Swarm Optimization (MOPSO)^[10]。Oftade 等基于群动物狩猎行为提出了一种新的元启发式搜索算法, 即狩猎搜索算法^[11]。Li^[12] 等将差分进化机制引入到多目标进化算法中来解决具有复杂 Pareto 最优解集的多目标优化问题。Gong 等人基于人工免疫机制, 提出了 Non-dominated Neighbor Immune Algorithm (NNIA)^[13] 算法, 随后有许多学者对人工免疫计算进行了研究^[13-15]。解决复杂多目标优化问题的关键在于寻求一种收敛能力更强、分布好的多目标优化算法。本文在协同进化理论的基础上提出了基于生态种群捕获竞争模型的多目标 Memetic 算法 (Multi-Objective Memetic Algorithm Based on Ecological Population Preying-competition Model, ECPM-MOMA)。理论分析和实验表明该算法具有较好的优化性能。

2 相关理论

2.1 协同进化理论与 Memetic 计算

2.1.1 面向多目标优化的协同进化机制

在自然界中, 不同物种之间的捕食、共生、寄生等协同机制影响着物种的进化。目前, 协同进化机制已经被成功引入到进化算法中^[16-18]。协同进化进化算法可以分为竞争协同进化算法^[16] 和合作协同进化算法^[18], 近年来, 一些学者相继提出了一些以协同进化理论为基础的进化算法, Potter 提出了用于函数优化问题的协同进化遗传算法 (Cooperative Co-evolutionary Genetic Algorithm, CGGA)^[18]。曹先彬等人^[19] 提出了基于生态竞争模型的协同进化算法。

2.1.2 基于 Memetic 计算框架的多目标进化优化

研究者们根据 Dawkins 的进化理论与文化进化思想融入到生物进化领域, 提出 Memetic Algorithm (MA, 文化基因算法), 形成了进化计算的新分支—Memetic 计算 (Memetic Computation, MC)^[20]。近年来, 国内外的学者对 Memetic 算法的研究逐渐深入, Memetic 计算发展成为全局-局部搜索策略协同进化等新的进化计算模型和新的进化范例^[21], Tang 提出了一种多样性自适应的 Memetic 算法用来解决大规模的组合优化问题^[22], Nguyen 提出了一种可能的 Memetic 框架^[23]。

2.2 生态种群捕获竞争模型

本文在模拟环境生态系统进化的基础上, 从多目标进化优化的特点出发, 设计了一种基于多个进化子种群、Pareto 最优解集之间竞争、协作机制的生态种群捕获竞争模型 (Ecological Population Preying-Competition Model, EPCM)。并以该模型为基础, 对应于繁殖、变异、竞争和选择四个生物进化要素, 我们在普通进化算法算子的基础上提出三个操作算子。三个算子的定义如下:

定义 1 强化学习算子 (Reinforcement Learning Operate, RL)

设有两个父代种群, 其中一个种群为 Pareto 最优解集。假设当前种群为 $P(t)$, 当前 Pareto 最优解集为 $Q(t)$, 对 $P(t)$ 中任何一个个体 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 都可以学习 $Q(t)$ 中的优秀个体 $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ 产生一个新个体, 而同一种群中的个体 x 和 y 之间也可以进行相互学习, 从而产生下一代新种群, 其学习的方式可以如下: 对于从两个种群中随机选出的任意的两个个体 x 和 y , 按照下列方式生成子个体 c_1 和 c_2 :

$$\begin{cases} c_{1,i} = [(1 + \beta)x_i + (1 - \beta)y_i] / 2 \\ c_{2,i} = [(1 - \beta)x_i + (1 + \beta)y_i] / 2 \end{cases}, 1 \leq i \leq n \quad (1)$$

其中 β 为随机变量, 在每一维上都需要重新生成, 方式如下:

$$\beta = \begin{cases} (2u)^{\frac{1}{\eta+1}}, u \leq 0.5 \\ (2(1-u))^{\frac{1}{\eta+1}}, u > 0.5 \end{cases} \quad (2)$$

在式(2)中, u 是均匀分布于区间(0,1)上的随机数, η 是交叉参数, 为常数。此算子与 SBX 交叉操作类似但也有区别, SBX 是一种通用的交叉操作, 不关注父代个体解的质量和来源。

定义 2 捕获竞争算子 (Preying-competition Operate, PC)

假设种群 $P^a(t)$ 、 $P^b(t)$ 都有 M 个个体, 如果满足条件 $x \in P^a(t)$, $\exists y \in P^b(t)$, $y > x$, 则表示个体 y 捕获到了个体 x , 可看作个体 y 捕食掉了个体 x , 其中 $>$ 表示支配关系, 即 y 个体所对应的所有目标分量都不比 x

差,且至少有一个目标分量比 x 要好. 如果满足 $y \in P^b(t)$, $\exists x \in P^a(t)$, $x > y$, 则表示个体 x 捕获到了个体 y , 可看作个体 x 捕食掉了个体 y . 将 $P^b(t)$ 种群中的每一个个体 y 同 $P^a(t)$ 种群中的所有个体参与捕获竞争, 如果 y 捕获到种群 $P^a(t)$ 中的某一个个体 x , 则用 y 替换 x , 混合后得到一个新的种群 $P^c(t) = \{I_1, I_2, \dots, I_N\}$ ($N \geq M$), 这个新种群中的所有个体在按某种竞争选择操作选择最好的 M 个个体得到一个新的种群 $P^d(t+1) = \{I_1, I_2, \dots, I_M\}$. 捕获竞争算子是两个种群通过删除支配解和丢弃相同解后再合并的操作, 不仅仅是种群删除支配解后再合并的操作.

定义3 Memetic 搜索算子(Memetic Search, MS)

设当前种群 $P(t)$ 有 M 个体, 种群中的任一个个体 $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$, Memetic 搜索算子产生新个体 s 如下:

$$s_i = \begin{cases} x_i + U_i * (x_i - x_k), & \alpha \leq 0.5 \\ x_i, & \alpha > 0.5 \end{cases} \quad (3)$$

其中 $i \in \{1, 2, \dots, m\}$, $k \in \{1, 2, \dots, M\}$, k 为随机生成且 $k \neq i$, U_i 是均匀分布于 $[-1, 1]$ 之间的随机数, α 是均匀分布于区间 $[0, 1]$ 上的随机数. 它跟蜂群算法中采蜜蜂的搜索算子^[24]类似.

本文所提出的生态模型生态种群捕获竞争模型 (Ecological population Preying-Competition Model, EPCM), 如图 1 所示:

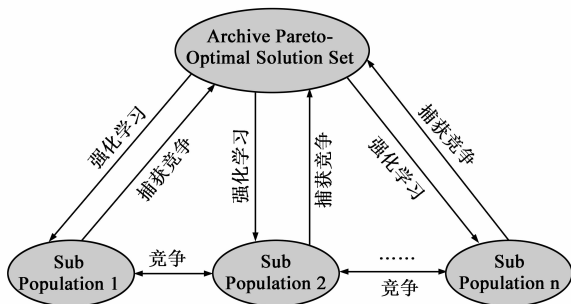


图1 生态种群捕获竞争模型

在生态种群捕获竞争模型中, 种群个体所处的生态环境可以从两个层次上来看: 一个是种群外局部环境, 另一个种群内局部环境, 我们可以将生态种群划分为若干个子种群, 其子种群的初始数量和规模可以设定, 每一个子种群进行繁殖、变异、竞争和选择, 使子种群收敛, 每个子种群在进化的过程中不仅可以通过强化学习算子学习种群内优秀的个体的性状, 也可以学习其他子种群中的优秀个体的性状进行繁殖, 这样提高了种群自身的收敛速度和收敛能力, 同时每个子种群中的个体不仅参与自己种群内部的竞争选择, 还要参与种群之间的捕获竞争, 种群之间的捕获竞争可以

消除结果集中重复个体产生, 增加种群的有效多样性, 而且所得到的个体都是非支配的, 这给种群提供了进化的动力, 加速了子种群向 Pareto 前沿的进化, 促进了整个种群收敛.

3 基于生态种群捕获竞争模型的多目标 Memetic 算法

3.1 多目标 Memetic 算法描述

本文将整个种群划分为两个相等的子种群, 其中一个作为精英集, 一个作为非精英集, 也可以将整个种群划分为多个相等的子种群, 一个作为精英集, 其余的作为非精英结合. 为了算法描述的方面, 我们以两个子种群为例来描述算法, 在算法的描述中, 我们用 $P(0)$ 表示非精英集, 用 $A(0)$ 表示精英集合, 所提出的基于生态种群捕获竞争模型的多目标 Memetic 算法流程如下:

Step 1 初始化种群 $P(0)$, 并初始化一个外部归档集 $A(0)$ 用于存储算法发现的非支配精英个体, 迭代次数 $t = 0$;

Step 2 种群 $P(t)$ 中的个体利用强化学习算子学习种群 $A(t)$ 中的个体, 产生下一代新种群 $P'(t)$.

Step 3 种群 $A(t)$ 中的个体利用 Memetic 算法产生下一代新种群 $A'(t)$ 并跟 $A(t)$ 进行种群内捕获竞争得到新的种群 $A''(t)$, 令 $t = t + 1$;

Step 4 种群 $P'(t)$ 内的个体和种群 $P(t)$ 内的个体进行种群间的捕获竞争操作得到新的种群 $P(t+1)$.

Step 5 种群 $A''(t)$ 中的个体和种群 $P(t+1)$ 中的个体进行种群之间的捕获竞争得到新的种群 $A(t+1)$.

Step 6 判断是否满足终止条件, 如果满足则输出归档集 $A(t+1)$ 中的最终解, 算法结束, 否则转到 Step 2.

算法中 Step 4 产生新种群 $P(t+1)$, Step 5 产生新种群 $A(t+1)$. 假设多目标优化问题的决策变量搜索空间为 F , 在整个变量空间中, F 中的个体进行捕获竞争操作后所获得的非支配个体的集合为 $Y^* = PC(F, <)$, 而 EPCM-MOMA 优先搜索的变量空间为 X . 令 $f: X \rightarrow F$ 表示 X 到 F 的映射函数. 对于参与捕获竞争的两个种群 $P(t)$ 和 $P'(t)$, 种群 $P(t)$ 中的个体参与种群 $P'(t)$ 的捕获竞争, 两个种群竞争后的结果可以用如下公式进行表示,

$$PC_f(Y, <) = \{a \in Y \mid Y \in P(t) \cup P'(t), f(a) \in PC(f(P(t) \cup P'(t)), <)\} \quad (4)$$

本文用 RL 表示强化学习算子, PC 表示捕获竞争算子, MS 表示 Memetic 搜索算子, 两种种群参与捕获竞争操作后的结果用 $PC_f(Y, <)$ 进行表示, 则 EPCM-MOMA 算法以及强化学习算子、捕获竞争算子、Memetic 搜索算子算法的伪代码描述见算法 1~4.

算法 1 ECPM-MOMA Algorithm

```

Initialize  $P(0)$  and  $A(0)$  random;
 $t = 0$ ;
While stop condition satisfied
     $P'(t) = \text{RL}(P(t), A(t))$ ;
     $A'(t) = \text{MS}(A(t))$ ;
     $A''(t) = \text{PC}_f(A(t) \cup A'(t), <)$ ;
     $t = t + 1$ ;
     $P(t+1) = \text{PC}_f(P(t) \cup P'(t), <)$ ;
     $A(t+1) = \text{PC}_f(A''(t) \cup P'(t+1), <)$ ;
End

```

算法 2 Reinforcement Learning

```

Input: Population  $P(t), A(t)$ 
Output: Population  $P'(t)$ 
Begin
     $C(t) = P(t) \cup A(t)$ 
    For ( $i = 0; i < P - > \text{popsize}; i + +$ ) do
        Select two parents  $i_a, i_b \in C(t)$ 
         $i_c = \text{Crossover}(i_a, i_b)$ ;
         $i_d = \text{Mutation}(i_c)$ ;
        Add individual  $i_d$  to  $P'(t)$ 
    End For
End

```

算法 3 Preying-competition

```

Input: Population  $P(t), A(t)$ 
Output: Population  $A'(t)$ 
Begin
     $C(t) = A(t)$ 
    For ( $i = 0; i < P - > \text{popsize}; i + +$ ) do
        Select an individual  $i_a \in P(t)$ 
        Flag = ture;
        For ( $j = 0; j < A - > \text{popsize}; j + +$ ) do
            If ( $j_b = i_a$ ) then
                Flag = false;
            end if
        End for
        If (Flag = = true) then
            Add Individual  $i_a$  to  $C(t)$ 
        End if
    End For
    Select best individuals into  $A'(t)$  from  $C(t)$ 
End

```

ECPM-MOMA 算法由多个非精英集种群的强化学习全局搜索和精英集种群的 Memetic 算法局部搜索以及种群之间的捕获竞争协同机制组成。

算法 4 Memetic Search

```

Input: Population  $P(t)$ 
Output: Population  $P'(t)$ 
Begin
    For ( $i = 0; i < P - > \text{popsize}; i + +$ ) do
        Select an individual  $i_a, i_b \in P(t), i_a \neq i_b$ 
         $K = i_a - > \text{dimension}$ ;
        For ( $m = 0; m < K; m + +$ ) do
             $C = \text{random}()$ 
            If  $C > 0.5$  then
                 $i_a - > \text{dimension}(m) = i_a - > \text{dimension}(m) + U(0, 1)$ 
                 $\ast (i_a - > \text{dimension}(m) - i_b - > \text{dimension}(m))$ 
            End if
        End For
        Add individual  $i_a$  to  $P'(t)$ 
    End For
End

```

3.2 算法复杂度分析和收敛性证明**3.2.1 算法复杂性分析**

对于 M 个目标的多目标优化问题,假设种群的大小为 N ,归档集大小也为 N .在考虑最坏的情况下,对 ECPM-MOMA 算法一次迭代过程的复杂度进行分析:

Step 1 中,主要操作为初始化种群 $P(t)$ 和外部归档集 $A(t)$,其时间复杂度为 $O(N)$.

Step 2 中,子种群 $P(t)$ 采用强化学习算子学习归档集中的个体,其时间复杂度为 $O(N)$,最后经过种群内捕获竞争产生新的子种群,时间复杂度为 $O(MN^2)$.

Step 3、Step 4 和 Step 5 中,为了比较个体的优劣还需要计算拥挤距离,其时间复杂度为 $O(MN \log(N))$,为了更新归档集和种群,需要求出种群中个体的被支配个数,时间复杂度为 $O(MN^2)$.

Step 6 中,主要进行迭代次数自增或终止条件判断,操作简单,时间复杂度为 $O(1)$.

因此,本算法一次迭代过程的整体复杂度级别为 $O(MN^2)$,它和 NSGAII 的复杂度在数量级别上相同。

3.2.2 算法收敛性分析

证明一个算法的收敛性,必须要满足两个条件^[25]: (1)种群可以产生搜索空间中的任一个个体;(2)最优的个体能被保存下来.对于多目标优化问题,算法一般只是尽可能的寻找 Pareto 前沿的子集或者近似集合.

假设多目标优化问题的决策变量搜索空间为 F ,在整个变量空间中, F 中的个体进行捕获竞争后所获得的非支配个体的集合为 $Y^* = \text{ND}(F, <)$,而 ECPM-MOMA 优先搜索的变量空间为 X .令 $f: X \rightarrow F$ 表示 X 到 F 的映射函数.对于子空间 $Y \subseteq X$,

$$\text{ND}_f(Y, <) = \{ \mathbf{a} \in Y; f(\mathbf{a}) \in \text{ND}(f(\mathbf{a}), <) \} \quad (5)$$

在本算法中, $P(t)$ 表示第 t 代种群, $A(t)$ 表示第 t 代的归档集. 下面给出收敛性分析.

命题 1 若 \mathbf{x} 为多目标优化问题搜索空间中的任意一个个体, $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$, 其中 x_k 为 0 或 1, $k = 1, 2, \dots, m$. 则 ECPM-MOMA 算法可以保证 $t \rightarrow \infty$, \mathbf{x} 被搜索到的概率 $\Pr(\mathbf{x}) = 1$, 也就是说算法可以搜索空间中的任意一个个体, 具有全局遍历性.

证明 在 ECPM-MOMA 算法中, 种群 $P(t)$ 通过强化学习算子学习归档集 $A(t)$ 中的个体, 按照锦标赛选择的方式, 以 p_ϵ 概率方式选择个体进入到下一代, 为方便起见, 个体 i 其被选入下一代的概率记为 ϵ_i , $0 < \epsilon_i < 1$. 设 ECPM-MOMA 采用单点交叉的方式, 变异概率取 p_m , $0 < p_m < 1$.

设 $\mathbf{x}' = \{x'_1, x'_2, \dots, x'_m\}$ 和 $\mathbf{x}'' = \{x''_1, x''_2, \dots, x''_m\}$ 为 $P(t)$ 中的任意两个个体. 令 $\mathbf{x}''' = \{x'''_1, x'''_2, \dots, x'''_m\} = \{x'_1 |_\sigma, \dots, x'_{k-1} |_\sigma, x''_k |_\sigma, \dots, x''_m |_\sigma\}$ 为 \mathbf{x}' 和 \mathbf{x}'' 交叉之后的后代, 其中 $x''_k |_\sigma$ 表示 x''_k 以概率 p_m 发生变异, 交叉点为 k . 假设 $x_i = \begin{cases} x'_i, & i < k \\ x''_i, & i \geq k \end{cases}$ 的概率为 τ_i , $0 \leq \tau_i \leq 1$, $i = 1, 2, \dots, m$. 个体 x 和 x''' 第 i 位相同的概率为可以表示:

$$\begin{aligned} \Pr(x_i = x'''_i) &= \tau_i(1 - p_m) + (1 - \tau_i)p_m \\ &= (1 - 2p_m)\tau_i + p_m \end{aligned} \quad (6)$$

因为 $0 < p_m < 1$ 并且 $0 \leq \tau_i \leq 1$, 所以 $\Pr(x_i = x'''_i) \geq p_m$. 所以两个个体 \mathbf{x} 和 \mathbf{x}''' 相同的概率表示为:

$$\Pr(\mathbf{x} = \mathbf{x}''') = \prod_{i=1}^m (\tau_i(1 - p_m) + (1 - \tau_i)p_m) \geq p_m^m \quad (7)$$

所以有:

$$\begin{aligned} \Pr(\mathbf{x} \in P(t+1)) &= \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (\epsilon_j \epsilon_i (\prod_{l=1}^m (\tau_l(1 - p_m) + (1 - \tau_l)p_m))) \\ &\geq n^2 \epsilon_{\min}^2 p_m^m \end{aligned} \quad (8)$$

其中 ϵ_{\min} 是 ϵ_i 中的最小值, 显然 $0 < n^2 \epsilon_{\min}^2 p_m^m < 1$, 令 $\epsilon = n^2 \epsilon_{\min}^2 p_m^m$, 那么:

$$\Pr(\mathbf{x} \in P(t+1)) \geq \epsilon \quad (9)$$

那么截止到第 t 代时, 个体 \mathbf{x} 被搜索过的概率:

$$\Pr(\mathbf{x}) = 1 - \prod_{i=1}^t (1 - \Pr(\mathbf{x} \in P(i))) \geq 1 - (1 - \epsilon)^t \quad (10)$$

当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\lim_{t \rightarrow \infty} (1 - (1 - \epsilon)^t) = 1$, 即 $\Pr(\mathbf{x}) = 1$. 因此, ECPM-MOMA 算法对任意个体 \mathbf{x} 都可以保证概率 $\lim_{t \rightarrow \infty} \Pr(\mathbf{x}) = 1$, 即本算法具有全局遍历性.

命题 2 在 ECPM-MOMA 算法中, 如果 $A(t)$ 规模不受限制, 则算法能以概率 1 收敛于 Pareto 最优解集.

证明 在 ECPM-MOMA 中, 每次种群内的捕获竞争操作过程结束后都需要进行种群之间的捕获竞争更新归档集, 即 $A(t+1) = \text{ND}_f(P(t+1) \cup A(t), <)$. 如果个体 $\mathbf{s} \in F^*$ 被 $P(t)$ 搜索到, 则该个体会保存到 $A(t)$ 中, $A(t)$ 中被支配个体被删除. 又因为对于搜索空间内 $\forall \mathbf{s}$, 满足 $\Pr(\mathbf{s} \in P(t)) \geq \epsilon$, $0 < \epsilon < 1$, 那么也就有 $\forall \mathbf{s}^* \in F^*$,

$$\begin{aligned} \Pr(\mathbf{s}^* \in A(t)) &= 1 - \prod_{i=1}^t (1 - \Pr(\mathbf{s}^* \in P(i))) \\ &\geq 1 - (1 - \epsilon)^t \end{aligned} \quad (11)$$

所以,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Pr(\mathbf{s}^* \in A(t)) \geq \lim_{t \rightarrow \infty} (1 - (1 - \epsilon)^t) = 1 \quad (12)$$

所以当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\forall \mathbf{s}^* \in F^*$, $\Pr(\mathbf{s}^* \in A(t)) \rightarrow 1$. 而此时 $A(t)$ 中被支配解的个体数趋于 0, 也就是说 $A(t)$ 和 F^* 两个集合是相等的. 因此 ECPM-MOMA 算法可以保证以概率 1 收敛到 Pareto 最优解集.

4 实验

4.1 测试函数

表 1 中给出的测试函数全部都是多目标优化领域的经典测试问题, 测试函数表达式如表 1 所示.

4.2 参数设置

本文为了验证 ECPM-MOMA 算法的收敛性、解的分布均匀性等算法性能指标针对表 1 所提出的 12 组测试函数进行了仿真实验测试. 通过对比 ECPM-MOMA 算法和 NSGAI[8]、SPEAI[6]、PESAI[7] 和 MOEA/D-DE[12] 算法的收敛性和分布均匀性指标来验证 ECPM-MOMA 算法的性能. 各个算法参数的取值, 这里的交叉概率、变异概率模拟二进制交叉的分布指数、多项式变异的分布指数, 参数值设置如表 2 所示. 五个算法对于 12 个测试函数, 当函数评价次数达到 50000 次时, 算法停止. 五个算法的参数值设置如表 2 所示. MOEA/D-DE 算法的子问题个数为 100, 邻域大小 T 为 20, 父代个体从邻域中选择的概率 δ 为 0.9, 每个子代个体所能替换的个体的最大数目 n_r 为 2. 差分操作的交叉概率 CR 为 1.0. 缩放因子 F 设置为 0.5.

对于 NSGAI 和 SPEAI 算法, 种群大小设置为 100, ECPM-MOMA 算法, 种群大小为 100, 外部归档集的大小也设置为 100. 对于 PESAI, 内部进化种群的大小和外部集合的大小均设置为 100, 在空间超格机制的划分中, 每一维被划分的数目为 32. 为了评价解的优劣性, 我们采用 Deb 等人提出的 Convergence Metric[26] 表示为 $C(A)$ 和分布均匀性指标“ Δ ”[8]. 这两个指标的定义如下: 收敛性指标 (Convergence Metric): 令 $P^* = \{\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3, \dots, \mathbf{p}_{|p^*|}\}$ 为理想 Pareto 前沿面上的均匀分布的

Pareto 最优解集合, $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{|A|}\}$ 是通过多目标优化算法(EMO)得到的近似 Pareto 最优解集. 对于集

合 A 中的每个解 a_i , 我们可以通过式(13)得到该解距离 P^* 的最小归一化欧式距离:

表 1 测试函数

Name	Problem	Parameter Domains
KUR	$f_1(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n-1} (-10e^{(-0.2 * \sqrt{\frac{x_i^2 + x_{i+1}^2}{n}})})$ $f_2(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n (1 - x_i)^{0.8} + 5 * \sin(x_i)^3$	$\mathbf{x} \in [-5, 5]$ $n = 3$
ZDT1	$f_1(\mathbf{x}) = x_1$ $f_2(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x})[1 - \sqrt{x_1/g(\mathbf{x})}]$ $g(\mathbf{x}) = 1 + 9(\sum_{i=2}^n x_i)/(n - 1)$	$\mathbf{x} \in [0, 1]$ $n = 30$
ZDT2	$f_1(\mathbf{x}) = x_1$ $f_2(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x})[1 - (x_1/g(\mathbf{x}))^2]$ $g(\mathbf{x}) = 1 + 9(\sum_{i=2}^n x_i)/(n - 1)$	$\mathbf{x} \in [0, 1]$ $n = 30$
ZDT3	$f_1(\mathbf{x}) = x_1$ $f_2(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x})[1 - \sqrt{x_1/g(\mathbf{x})} - \frac{x_1}{g(\mathbf{x})}\sin(10\pi x_1)]$ $g(\mathbf{x}) = 1 + 9(\sum_{i=2}^n x_i)/(n - 1)$	$\mathbf{x} \in [0, 1]$ $n = 30$
ZDT4	$f_1(\mathbf{x}) = x_1$ $f_2(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x})[1 - \sqrt{x_1/g(\mathbf{x})}]$ $g(\mathbf{x}) = 1 + 10(n - 1) + \sum_{i=2}^n [x_i^2 - 10\cos(4\pi x_i)]$	$\mathbf{x} \in [0, 1]$ $n = 10$
DTLZ1	$f_1(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} x_1 x_2 \dots x_{M-1} (1 + g(x_M)),$ $f_2(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} x_1 x_2 \dots (1 - x_{M-1}) (1 + g(x_M)),$ \vdots $f_{M-1}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} x_1 (1 - x_2) (1 + g(x_M)),$ $f_M(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} (1 - x_1) (1 + g(x_M)),$ $g(x_M) = 100 [x_M + \sum_{x_i \in x_M} (x_i - 0.5)^2 - \cos(20\pi(x_i - 0.5))]$	$\mathbf{x} \in [0, 1]$ $n = 24$
DTLZ2	$f_1(\mathbf{x}) = (1 + g(x_M)) \cos(x_1\pi/2) \cos(x_2\pi/2) \dots \cos(x_{M-2}\pi/2) \cos(x_{M-1}\pi/2),$ $f_2(\mathbf{x}) = (1 + g(x_M)) \cos(x_1\pi/2) \cos(x_2\pi/2) \dots \cos(x_{M-2}\pi/2) \sin(x_{M-1}\pi/2),$ $f_3(\mathbf{x}) = (1 + g(x_M)) \cos(x_1\pi/2) \cos(x_2\pi/2) \dots \sin(x_{M-2}\pi/2)$ \vdots $f_{M-1}(\mathbf{x}) = (1 + g(x_M)) \cos(x_1\pi/2) \sin(x_2\pi/2),$ $f_M(\mathbf{x}) = (1 + g(x_M)) \sin(x_1\pi/2),$ $g(x_M) = \sum_{x_i \in x_M} (x_i - 0.5)^2$	$\mathbf{x} \in [0, 1]$ $n = 24$

续表

Name	Problem	Parameter Domains
DTLZ3	$f_1(\mathbf{x}) = (1 + g(x_M)) \cos(x_1\pi/2) \cos(x_2\pi/2) \cdots \cos(x_{M-2}\pi/2) \cos(x_{M-1}\pi/2),$ $f_2(\mathbf{x}) = (1 + g(x_M)) \cos(x_1\pi/2) \cos(x_2\pi/2) \cdots \cos(x_{M-2}\pi/2) \sin(x_{M-1}\pi/2),$ $f_3(\mathbf{x}) = (1 + g(x_M)) \cos(x_1\pi/2) \cos(x_2\pi/2) \cdots \sin(x_{M-2}\pi/2)$ \vdots $f_{M-1}(\mathbf{x}) = (1 + g(x_M)) \cos(x_1\pi/2) \sin(x_2\pi/2),$ $f_M(\mathbf{x}) = (1 + g(x_M)) \sin(x_1\pi/2),$ $g(x_M) = 100 \left[x_M + \sum_{x_i \in x_M} (x_i - 0.5)^2 - \cos(20\pi(x_i - 0.5)) \right]$	$\mathbf{x} \in [0, 1]$ $n = 24$
DTLZ4	$f_1(\mathbf{x}) = (1 + g(x_M)) \cos(x_1^\alpha\pi/2) \cos(x_2^\alpha\pi/2) \cdots \cos(x_{M-2}^\alpha\pi/2) \cos(x_{M-1}^\alpha\pi/2),$ $f_2(\mathbf{x}) = (1 + g(x_M)) \cos(x_1^\alpha\pi/2) \cos(x_2^\alpha\pi/2) \cdots \cos(x_{M-2}^\alpha\pi/2) \sin(x_{M-1}^\alpha\pi/2),$ $f_3(\mathbf{x}) = (1 + g(x_M)) \cos(x_1^\alpha\pi/2) \cos(x_2^\alpha\pi/2) \cdots \sin(x_{M-2}^\alpha\pi/2)$ \vdots $f_{M-1}(\mathbf{x}) = (1 + g(x_M)) \cos(x_1^\alpha\pi/2) \sin(x_2^\alpha\pi/2),$ $f_M(\mathbf{x}) = (1 + g(x_M)) \sin(x_1^\alpha\pi/2),$ $g(x_M) = \sum_{x_i \in x_M} (x_i - 0.5)^2, \alpha = 100$	$\mathbf{x} \in [0, 1]$ $n = 24$
DTLZ5	$f_1(\mathbf{x}) = (1 + g(x_M)) \cos(x_1\pi/2) \cos(x_2\pi/2) \cdots \cos(x_{M-2}\pi/2) \cos(x_{M-1}\pi/2),$ $f_2(\mathbf{x}) = (1 + g(x_M)) \cos(\theta_1\pi/2) \cos(\theta_2\pi/2) \cdots \cos(\theta_{M-2}\pi/2) \sin(\theta_{M-1}\pi/2),$ $f_3(\mathbf{x}) = (1 + g(x_M)) \cos(\theta_1\pi/2) \cos(\theta_2\pi/2) \cdots \sin(\theta_{M-2}\pi/2)$ \vdots $f_{M-1}(\mathbf{x}) = (1 + g(x_M)) \cos(\theta_1\pi/2) \sin(\theta_2\pi/2),$ $f_M(\mathbf{x}) = (1 + g(x_M)) \sin(\theta_1\pi/2),$ $\theta_i = \frac{\pi}{4(1 + g(x_M))} (1 + 2g(x_M)x_i), \forall i = 2, 3, \cdots, (M-1)$ $g(x_M) = \sum_{x_i \in x_M} (x_i - 0.5)^2$	$\mathbf{x} \in [0, 1]$ $n = 24$
DTLZ6	$f_1(\mathbf{x}) = (1 + g(x_M)) \cos(x_1\pi/2) \cos(x_2\pi/2) \cdots \cos(x_{M-2}\pi/2) \cos(x_{M-1}\pi/2),$ $f_2(\mathbf{x}) = (1 + g(x_M)) \cos(\theta_1\pi/2) \cos(\theta_2\pi/2) \cdots \cos(\theta_{M-2}\pi/2) \sin(\theta_{M-1}\pi/2),$ $f_3(\mathbf{x}) = (1 + g(x_M)) \cos(\theta_1\pi/2) \cos(\theta_2\pi/2) \cdots \sin(\theta_{M-2}\pi/2)$ \vdots $f_{M-1}(\mathbf{x}) = (1 + g(x_M)) \cos(\theta_1\pi/2) \sin(\theta_2\pi/2),$ $f_M(\mathbf{x}) = (1 + g(x_M)) \sin(\theta_1\pi/2),$ $\theta_i = \frac{\pi}{4(1 + g(x_M))} (1 + 2g(x_M)x_i), \forall i = 2, 3, \cdots, (M-1)$ $g(x_M) = \sum_{x_i \in x_M} (x_i)^{0.1}$	$\mathbf{x} \in [0, 1]$ $n = 24$
DTLZ7	$f_1(\mathbf{x}) = x_1,$ $f_2(\mathbf{x}) = x_2,$ \vdots $f_{M-1}(\mathbf{x}) = x_{M-1},$ $f_M(\mathbf{x}) = (1 + g(x_M)) \cdot h(f_1, f_2, \cdots, f_{M-1}, g(x)),$ $g(x_M) = 1 + \frac{9}{ x_M } \sum_{x_i \in x_M} x_i,$ $h(f_1, f_2, \cdots, f_{M-1}, g) = M - \sum_{i=1}^{M-1} \left(\frac{f_i}{1 + g(\mathbf{x})} (1 + \sin(3\pi f_i)) \right)$	$\mathbf{x} \in [0, 1]$ $n = 24$

表 2 算法的参数值设置

参数	ECPM-MOMA	NSGAI	SPEAI	PESAI	MOEA/D-DE
交叉概率 p_c	0.9	0.9	0.9	0.9	- - -
模拟二进制交叉的分布指数	20	20	20	20	- - -
变异概率 p_m	1/n	1/n	1/n	1/n	1/n
多项式变异的分布指数	20	20	20	20	20

$$d_i = \min_{j=1}^{1p \times 1} \sqrt{\sum_{m=1}^k \frac{(f_m(\mathbf{a}_i) - f_m(\mathbf{p}_j))^2}{f_m^{\max} - f_m^{\min}}} \quad (13)$$

其中, f_m^{\max} 和 f_m^{\min} 是参考集合 P^* 中第 m 个目标函数的最大值和最小值. 收敛性度量值被定义为集合 A 中所有解的归一化距离的平均值, 即

$$C(A) = \frac{\sum_{i=1}^{|A|} d_i}{|A|} \quad (14)$$

分布均匀性指标“ Δ ”:

$$\Delta = \frac{d_f + d_l + \sum_{i=k}^{N-1} |d_i - \bar{d}|}{d_f + d_l + (N - 1)\bar{d}} \quad (15)$$

其中 d_i 为最优解集中按照某一个目标排序后的相邻两

点间的距离, \bar{d} 为 d_i 的均值, d_f 和 d_l 分别算法所获得的边界解与相应的极端解间的欧氏距离, N 为个体解的数目.

4.3 实验结果分析

按照 4.2 节给出的实验参数设置, 对表 1 给出的 12 个测试问题进行测试, 当函数评价次数达到 50000 次时停止, 每组实验进行 50 次. 统计 ECPM-MOMA 算法和 NSGAI、SPEAI、PESAI、MOEA/D-DE 算法针对每一个测试问题每一次试验得到的 Pareto 解的收敛性指标和解的分布性指标, 我们利用盒图来表示每个算法对于各个测试问题的统计结果. 图 2~图 4 是四种算法求解 12 个测试问题时, 独立运行 50 次得出的收敛性指标的统计盒图.

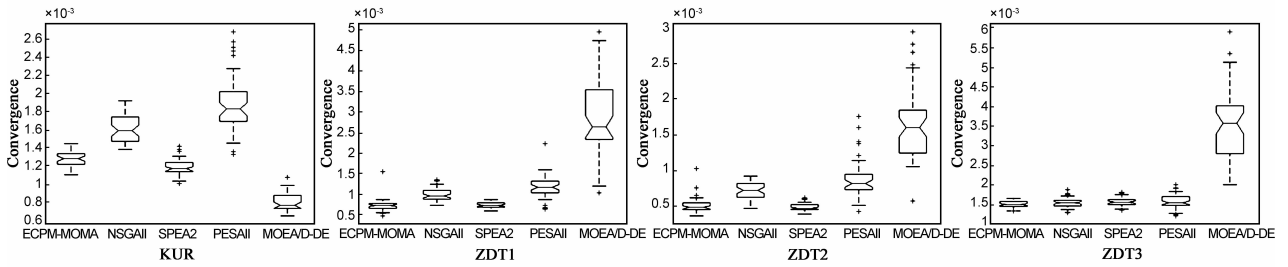


图2 ECPM-MOMA、NSGAI、SPEA2、PESAI求解KUR、ZDT1、ZDT2、ZDT3 问题时50次独立运行得出的收敛性指标的统计盒图

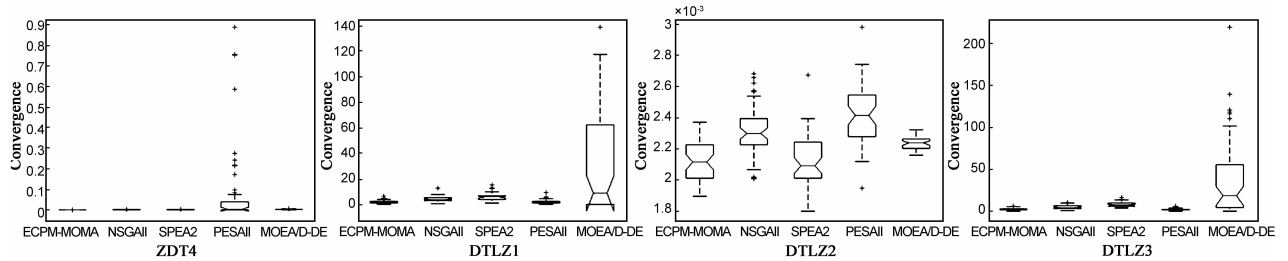


图3 ECPM-MOMA、NSGAI、SPEA2、PESAI求解ZDT4、DTLZ1、DTLZ2、DTLZ3、DTLZ4 问题时50次独立运行得出的收敛性指标的统计盒图

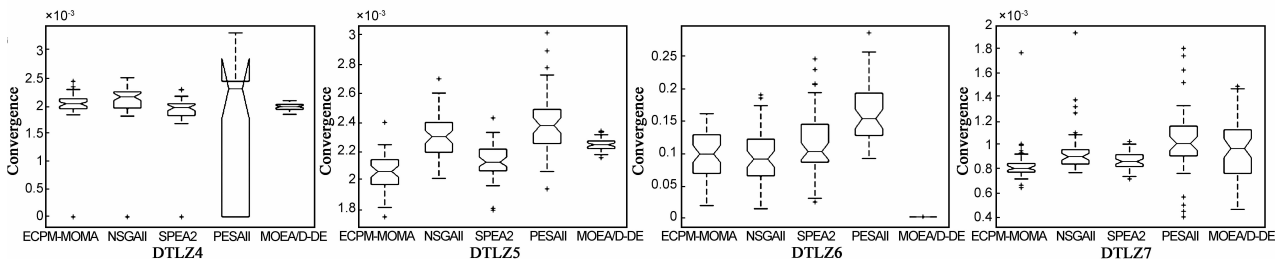


图4 ECPM-MOMA、NSGAI、SPEA2、PESAI求解DTLZ4、DTLZ5、DTLZ6、DTLZ7 问题时50次独立运行得出的收敛性指标的统计盒图

对于图 2 中的 KUR 和 ZDT1、ZDT2、ZDT3 问题,四种算法运行 50 次的结果中,每次得到收敛性指标都小于 10^{-2} ,其中对于 ZDT3 问题,ECPM-MOMA 的求解性能稍微优于其他四种算法. 对于 ZDT1、ZDT2 问题,ECPM-MOMA 的性能和 SPEA2 相当,并优于其他三种算法的性能. 从图 3 可以看出,ECPM-MOMA 算法在求解 ZDT4、DTLZ1 问题时的性能稍微优于其它四种算法,对于 ZDT4 问题,除 PESAI 算法外,其它四种算法的求解性能很接近,都能找到理想的 Pareto 前沿面. 对于 DTLZ2 问题,ECPM-MOMA 算法和 SPEA2 算法在 DTLZ2 问题上求解性能相当,比其他三种算法要好. 对于 DTLZ3 问题,ECPM-MOMA 算法求解性能跟 PESAI 算法效果相当

但优于其它三种算法. 在图 4 中,对于 DTLZ4,DTLZ5,DTLZ7 问题,五种算法几乎每次得到的收敛性指标值都小于 10^{-2} ,ECPM-MOMA 算法对于 DTLZ5 和 DTLZ7 问题其性能优于其他的四种算法,对于 DTLZ4 问题,ECPM-MOMA 性能跟 NSGAI、SPEA2 和 MOEA/D-DE 相当,但与 PESAI 相比稍具优势. DTLZ6 是一个典型的 many-to-one-mapping 测试函数,MOEA/D-DE 求解性能优于其他四种算法,说明其更适合求解复杂的 Pareto Sets 的问题,但 ECPM-MOMA 也取得了满意的性能.

图 5~图 7 给出了四种算法求解 12 个测试函数问题时 50 次独立运行得出的分布均匀性指标“ Δ ”的统计盒图.

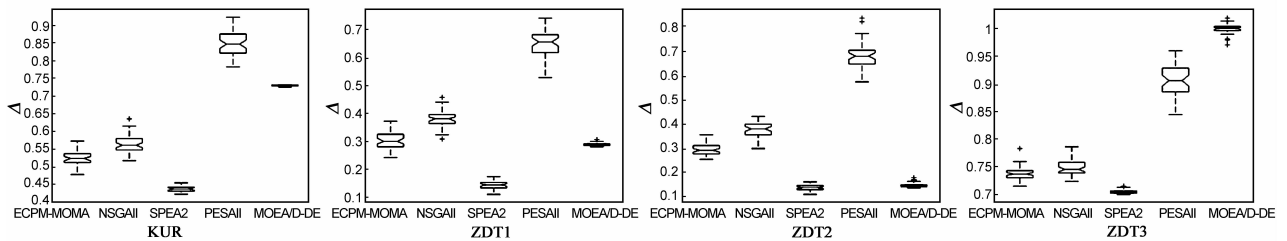


图5 ECPM-MOMA、NSGAI、SPEA2、PESAI求解KUR、ZDT1、ZDT2、ZDT3 问题时50次独立运行得出的分布均匀性指标的统计盒图

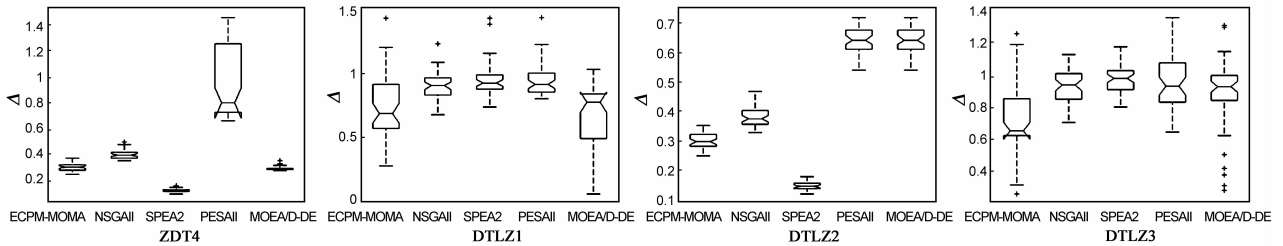


图6 ECPM-MOMA、NSGAI、SPEA2、PESAI求解ZDT4、DTLZ1、DTLZ2、DTLZ3 问题时50次独立运行得出的分布均匀性指标的统计盒图

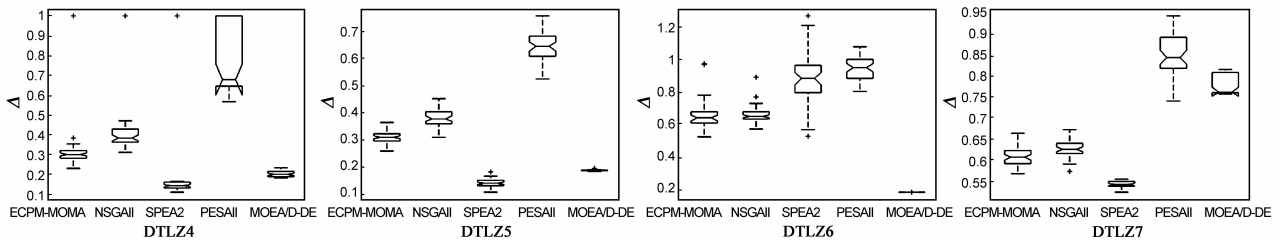


图7 ECPM-MOMA、NSGAI、SPEA2、PESAI求解DTLZ4、DTLZ5、DTLZ6、DTLZ7 问题时50次独立运行得出的分布均匀性指标的统计盒图

从图 6 可以看出,ECPM-MOMA 算法对于 DTLZ1、DTLZ3 测试问题得到的分布均匀性指标结果值优于其他四种算法,从图 5、6、7 中可以看出 SPEA2 算法对 12 测试问题中的 9 个测试问题的分布性指标结果优于其它四种算法. 但是 SPEA2 算法进行环境选择时的时间复杂度很高达到 $O(N^3)$,其中 N 为非支配解的数目,而 ECPM-MOMA 和 NSGAI 算法利用拥挤距离来删除非支配解,最坏的情况下,时间复杂度仅为 $O(N \log(N))$. 除

SPEA2 外,对于 KUR、ZDT3、DTLZ1、DTLZ2、DTLZ3 和 DTLZ7,ECPM-MOMA 算法得到的分布均匀性指标明显优于 NSGAI、PESAI 和 MOEA/D-DE 算法,对于 ZDT1、ZDT4,ECPM-MOMA 算法分布均匀性指标与 MOEA/D-DE 算法相当,但优于 NSGAI、PESAI. 除 SPEA2 外,对于 ZDT2、DTLZ4、DTLZ5 和 DTLZ6,ECPM-MOMA 算法得到的分布均匀性指标整体上比 NSGAI 和 PESAI 算法好,比 MOEA/D-DE 算法稍差,也就是说 ECPM-MOMA 算法能

在时间复杂度相对较少的情况下得到均匀分布的解。如果不考虑时间复杂度,总体来说,SPEA2 算法得到的分布均匀性指标要优于其它四种算法,在多样性保持方面是最好的,要求低的时间复杂度的前提下,ECPM-MOMA 分布性能优势明显。ECPM-MOMA 算法的对于大多数的测试问题分布性效果很好。

实验结果表明,ECPM-MOMA 算法取得了预期的效果,对于不同类型的 MOP 问题其综合性能优于其他四种对比算法。

5 结论

本文从多目标优化的特点出发,在现代生物进化论的基础上,基于 Memetic 计算框架,设计了一种面向多目标进化优化的通用元启发式 Memetic 学习策略,提出了基于生态种群捕获竞争模型的多目标 Memetic 算法。通过标准的测试函数的测试,其实验结果验证了 ECPM-MOMA 算法具有很好的收敛性和分布性。我们下一步的工作将是进一步改进和完善生态种群捕获竞争模型,探索和研究新的算子来提高算法的收敛性能和种群的多样性,并研究将其应用于动态多目标优化问题中。

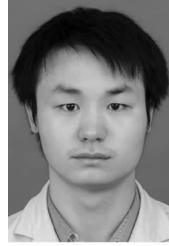
参考文献

- [1] Carlos A, Coello C. Evolutionary multi-objective optimization: A historical view of the field[J]. IEEE Computational Intelligence Magazine, 2006, 1(1): 29 – 36.
- [2] Deb K. Multi-objective Optimization Using Evolutionary Algorithms[M]. New York: Wiley, 2001. 12 – 19.
- [3] Schaffer J D. Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms[D]. Nashville: Vanderbilt University, 1984.
- [4] Srinivas N, Deb K. Multi-objective optimization using non-dominated sorting in genetic algorithms[J]. Evolutionary Computation, 1994, 2(3): 221 – 248.
- [5] Zitzler E, Thiele L. Multi-objective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength Pareto approach[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1999, 3 (4): 257 – 271.
- [6] Zitzler E, Laumanns M, Thiele L. SPEA2: Improving the strength Pareto evolutionary algorithm[R]. Zurich, Switzerland: Swiss Federal Institute of Technology (ETH) Zurich, 2001. 1 – 20.
- [7] Corned W, Knowles J D, Oates M J. PESA-II: region-based selection in evolutionary multi-objective optimization[A]. Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO2001)[C]. San Francisco: Morgan Kaufmann, 2001. 283 – 290.
- [8] Deb K, Pratab A, Agrawal S, et al. A fast and elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182 – 197.
- [9] Li Z, Chen D, Sallam A, et al. Novel multi-objective genetic algorithm based on static bayesian game strategy[A]. Advances in Swarm Intelligence[C]. Berlin: Springer, 2010. 612 – 619.
- [10] Coello C A, Pulido GT, Lechuga M S. Handling multiple objectives with particle swarm optimization[J]. IEEE Transaction on Evolutionary Computations, 2004, 8 (3): 256 – 279.
- [11] Oftadeh R, Mahjoob M J. A new meta-heuristic optimization algorithm: Hunting search[A]. Proceedings of the Fifth International Conference on Soft Computing, Computing with Words and Perceptions in System Analysis, Decision and Control, (ICSCCW 2009)[C]. USA: IEEE, 2009. 1 – 5.
- [12] H Li, Q Zhang. Multi-objective optimization problems with complicated Pareto sets, MOEA/D and NSGA-II[J]. IEEE Transaction on Evolutionary Computation, 2009, 12(2): 284 – 302.
- [13] Gong Maoguo, Jiao Licheng. Multi-objective immune algorithm with non-dominated neighbor-based selection[J]. Evolutionary Computation, 2008, 16(2): 225 – 255.
- [14] 焦李成, 杜海峰. 人工免疫系统进展与展望[J]. 电子学报, 2003, 31(10): 1540 – 1548.
Jiao Li-cheng, Du Hai-feng. Development and prospect of the artificial immunosystem[J]. Acta Electronica Sinica, 2003, 31 (10): 1540 – 1548. (in Chinese)
- [15] 王磊, 刘小勇. 协同人工免疫计算模型的研究[J]. 电子学报, 2009, 37(8): 1739 – 1548.
Wang Lei, Liu Xiaoyong. A study on a coordinative immune computing model[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(8): 1739 – 1548. (in Chinese)
- [16] Stanley K O, Miikkulainen R. Competitive coevolution through evolutionary com-plexification[J]. Journal of Artificial Intelligence Research, 2004, (21): 63 – 100.
- [17] Tan K C, Yang Y J, Goh C K. A distributed cooperative co-evolutionary algorithm for Multi-objective optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2006, 10 (5): 527 – 549.
- [18] Potter M A, De Jong K A. A cooperative coevolutionary approach to function optimization[A]. The Parallel Problem Solving From Nature[C]. Berlin: Springer, 1994. 249 – 257.
- [19] 曹先彬, 罗文坚, 王煦法. 基于生态种群竞争模型的协同进化[J]. 软件学报, 2001, 4(12): 556 – 562.
Cao Xianbin, Luo Wenjian, Wang Xunfa. Co-evolution based on ecological population competition model[J]. Journal of Software, 2001, 4(12): 556 – 562. (in Chinese)
- [20] Hart W E, Krasnogor N, Smith J E. Recent Advance in Memetic Algorithms[M]. Berlin: Springer, 2005.
- [21] Radcliffe N J, Surry P D. Formal Memetic Algorithms[M].

Berlin/Heidelberg: Springer, 1994. 1 – 16.

- [22] J Tang, M H Lim, Ong Y S. Diversity-adaptive parallel memetic algorithm for solving large scale combinatorial optimization problems[J]. *Soft Computing*, 2007, 09(11): 873 – 888.
- [23] Nguyen Q C, Ong Y S, Lim M H. A probabilistic memetic framework[J]. *IEEE Transaction Evolutionary Computation*, 2009, 3(13): 601 – 623.
- [24] D Karaboga, B Basturk. A powerful and efficient algorithm for numerical function optimization: Artificial bee colony (ABC) algorithm[J]. *Journal of Global Optimization*, 2007, 39(3): 459 – 171.
- [25] Li Zhiyong, Rudolph Günter. A framework of quantum-inspired multi-objective evolutionary algorithms and its convergence condition[A]. *Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference* [C]. London: ACM Press, 2007. 7 – 11.
- [26] Deb K, Jain S. Running performance metrics for evolutionary multi-objective optimization[A]. *Proceedings of the Fourth Asia-Pacific Conference on Simulated Evolution and Learning* [C]. Berlin: Spring-Verlag, 2002. 13 – 20.

作者简介



张世文 男, 1987 年出生, 湖南衡阳人. 现为湖南大学计算机科学与技术专业博士研究生, 主要研究方向包括人工智能、进化计算、动态多目标优化、云计算安全、大数据等.

E-mail: shiwenzhang@hnu.edu.cn



李智勇 男, 1971 年出生, 湖南长沙人. 现为湖南大学信息科学与工程学院教授, 博士生导师. 研究方向包括: 动态多目标优化、进化计算、视觉认知计算、高性能计算与云计算等.



林亚平 男, 1955 年出生, 湖南邵阳人. 现为湖南大学信息科学与工程学院教授, 博士生导师. 研究方向包括: 机器学习、图像处理、网络与分布式系统安全、云计算安全与隐私保护等.