

干扰受限的两跳多接入信道的中断概率分析

苏玉萍, 李 颖, 刘 雷

(西安电子科技大学通信工程学院, 陕西西安 710071)

摘 要: 在频谱资源重复利用的背景下, 干扰受限的两跳多接入信道的中断性能是亟待解决的难题之一. 针对目的端干扰受限的情形, 本文给出了该信道在放大转发模式下的中断概率闭式解. 根据中断事件的定义将中断概率分解为两部分: 一部分是中继节点发生中断的概率, 另一部分是中继节点未发生中断, 但中继节点到目的节点的传输发生了中断的概率. 通过对第二部分中断概率进行合理的近似, 推导出整个系统中中断概率的闭式解, 为系统的实际设计提供了理论基础. 仿真结果表明, 所给出的估计闭式解与蒙特卡洛仿真结果相吻合, 验证了此估计解的精确性.

关键词: 两跳多接入信道; 干扰受限系统; 中断概率; 放大转发

中图分类号: TN925 + .1 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2015)12-2414-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.12.011

Outage Probability Analysis of Interference-Limited Two-Hop Multiple-Access Channel

SU Yu-ping, LI Ying, LIU Lei

(School of Telecommunications Engineering, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

Abstract: Due to the frequency reuse, the outage performance of the interference-limited two-hop multiple access-channel (TH-MAC) has become one of the problems to be solved. With interference-limited destination, the outage probability of the amplify-and-forward (AF) TH-MAC is derived in closed form. Firstly, the outage probability is divided into two parts: one is the probability that an outage happens at the relay; the other is the probability that outage does not happen at the relay, but happens at the destination. Then, based on rational approximation for the second part of the outage probability, a closed form outage probability is derived for the channel, and it provides a theoretical framework for the practical system design. Numerical results show that the approximation fits well with the Monte Carlo results, which validates the accuracy of the approximation.

Key words: two-hop multiple-access channel (TH-MAC); interference-limited system; outage probability; amplify-and-forward (AF)

1 引言

利用中继节点帮助源节点转发数据信息, 可获得额外的分集增益^[1]. 在噪声受限的假设下, 各种中继网络的容量区域和性能已得到深入研究^[2-5]. 随着无线通信技术的发展, 频谱资源短缺和重复利用的现象日益严重, 导致共信道干扰 (Co-Channel Interference, CCI) 成为影响系统性能的一个重要因素^[6], 干扰受限中继系统因而成为通信领域中一个新的研究热点^[7-11].

文献[7~9]从不同角度研究了单用户两跳干扰受限中继系统的中断概率. 其中, 文献[7]和[8]分别考虑中继节点受干扰和目的节点受干扰的情形, 文献[9]研

究了中继节点和目的节点同时受干扰的情形. 文献[10]和[11]研究了干扰受限的双向中继信道 (Two-Way Relay Channel, TWRC) 的中断性能. 其中, 在用户节点受干扰的情形下, 文献[10]研究了译码转发 (Decode-and-Forward, DF) 模式下 TWRC 的中断概率及渐近性能. 在用户节点和中继节点同时受干扰的情形下, 文献[11]给出了放大转发 (Amplify-and-Forward, AF) 模式下 TWRC 的中断概率闭式解.

在无线网络中 (如蜂窝系统, 无线传感网络, 卫星通信系统等), 两跳多接入信道 (Two-Hop Multiple-Access Channel, TH-MAC) 是一种重要的通信模型. 在干扰受限的情形下, TH-MAC 的中断性能是亟待解决的难题

之一.本文针对目的端干扰受限的情形,研究了 TH-MAC 在 AF 模式下的中断性能.与单用户两跳中继系统^[8]和 TWRC^[11]不同,TH-MAC 中的目的节点须译出两个用户的信息,采用的是联合译码,导致其中断概率的精确闭式解难以求解.为此,我们根据中断事件的定义将中断概率分解为两部分:一部分是中继节点发生中断的概率,另一部分是中继节点未发生中断,但中继节点到目的节点的传输中发生了中断的概率.然后,通过对第二部分中断概率进行合理的近似,推导出整个系统中断概率的闭式解.仿真结果表明,本文给出的估计闭式解与蒙特卡洛仿真结果相吻合.文中的估计闭式解不仅提供了 TH-MAC 在慢衰落情况下的理论性能,也为系统的实际设计(如功率分配等)提供了重要的理论依据.

2 系统模型

干扰受限的 TH-MAC 模型如图 1 所示,其中,源节点 S_1 和 S_2 通过中继节点 R 向目的节点 D 发送信息,目的节点 D 受到 N 个干扰源的干扰.假设每个节点配置单根天线,中继节点采用等时隙的半双工 AF 策略,且中继节点已知源节点至中继节点的信道系数,目的节点 D 已知全局信道状态信息.需要指出的是,为保证 D 获得全局信道状态信息,中继节点需要将其获得的 h_1 , h_2 发送给目的节点 D .由于本文讨论的中断概率是针对慢衰落信道或者准静态衰落信道,因此 R 向 D 发送信道信息所用的开销在可控的范围内.考虑到系统的性能主要由干扰所限制,我们忽略目的节点 D 处的噪声,仅考虑干扰源的影响.

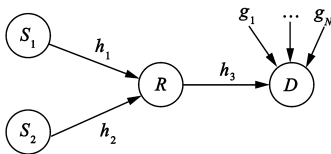


图1 干扰受限的两跳多接入信道模型

半双工假设下,两个源节点与目的节点的通信需要两个时隙完成.在第一时隙内,源节点 S_1 和 S_2 分别发送信号 x_1 和 x_2 ,中继节点 R 的接收信号为

$$y_R = h_1 x_1 + h_2 x_2 + n_R \quad (1)$$

其中 h_1 和 h_2 分别是 S_1 和 S_2 到 R 的信道衰落系数,我们假设 h_1 和 h_2 是相互独立的瑞利衰落且满足 $E\{|h_i|^2\} = \Omega_i, i = 1, 2$, 这里 $E\{\cdot\}$ 表示数学期望. $n_R \sim \text{CN}(0, \sigma_R^2)$ 是中继节点 R 处的噪声.源节点 S_i 的平均发送功率为 $E\{|x_i|^2\} = P_i, i = 1, 2$.

在第二时隙内,中继节点 R 对接收信号进行放大处理,并将得到的信号转发至目的节点 D , D 接收到的信号为

$$y_D = h_3 G(h_1 x_1 + h_2 x_2 + n_R) + \sum_{i=1}^N g_i s_i \quad (2)$$

其中, h_3 为 R 与 D 之间的瑞利衰落系数,且满足 $E\{|h_3|^2\} = \Omega_3$, G 为 R 处的放大系数; $s_i, i = 1, 2, \dots, N$ 是第 i 个干扰源的发送信号且有 $E\{|s_i|^2\} = P_{L,i}$; g_i 是第 i 个干扰源到 D 的瑞利衰落系数,且满足 $E\{|g_i|^2\} = 1$.

为满足 R 处的功率约束,选择放大系数 G 为^[12]

$$G = \sqrt{\frac{P_R}{|h_1|^2 P_1 + |h_2|^2 P_2 + \sigma_R^2}} \quad (3)$$

其中 P_R 为中继节点 R 的平均发送功率.

由式(2)可知,在 AF 模式下,源节点 S_1, S_2 到目的节点 D 的传输等价为一个多址接入信道 (Multiple-Access Channel, MAC), 其中, S_1 到 D 的等价信道系数为 $h_3 G h_1$, S_2 到 D 的等价信道系数为 $h_3 G h_2$, D 处的加性噪声为 $h_3 G n_R + \sum_{i=1}^N g_i s_i$. 因此,我们定义 D 处的信干噪比 (SINR) 为:

$$\gamma_{1D} = \frac{|h_1|^2 |h_3|^2 P_R P_1}{|h_3|^2 P_R \sigma_R^2 + (|h_1|^2 P_1 + |h_2|^2 P_2 + \sigma_R^2) \sum_{i=1}^N |g_i|^2 P_{L,i}} \quad (4)$$

$$\gamma_{2D} = \frac{|h_2|^2 |h_3|^2 P_R P_2}{|h_3|^2 P_R \sigma_R^2 + (|h_1|^2 P_1 + |h_2|^2 P_2 + \sigma_R^2) \sum_{i=1}^N |g_i|^2 P_{L,i}} \quad (5)$$

$$\gamma_{\text{MAC}} = \frac{|h_1|^2 |h_3|^2 P_R P_1 + |h_2|^2 |h_3|^2 P_R P_2}{|h_3|^2 P_R \sigma_R^2 + (|h_1|^2 P_1 + |h_2|^2 P_2 + \sigma_R^2) \sum_{i=1}^N |g_i|^2 P_{L,i}} \quad (6)$$

其中, γ_{1D} 和 γ_{2D} 分别表示 S_1 和 S_2 到 D 的 SINR, γ_{MAC} 表示 S_1 和 S_2 到 D 总的 SINR. 令 $\bar{g} \triangleq \sum_{i=1}^N |g_i|^2 P_{L,i}$, $Z_0 \triangleq |h_3|^2 P_R / \bar{g}$, $Z_1 \triangleq |h_1|^2 P_1 / \sigma_R^2$ 和 $Z_2 \triangleq |h_2|^2 P_2 / \sigma_R^2$, 则式(4)~(6)可重新表示为:

$$\gamma_{1D} = \frac{Z_0 Z_1}{Z_0 + Z_1 + Z_2 + 1} \quad (7)$$

$$\gamma_{2D} = \frac{Z_0 Z_2}{Z_0 + Z_1 + Z_2 + 1} \quad (8)$$

$$\gamma_{\text{MAC}} = \frac{Z_0 Z_1 + Z_0 Z_2}{Z_0 + Z_1 + Z_2 + 1} \quad (9)$$

3 中断概率

假设 TH-MAC 中的所有链路为准静态衰落信道,即信道衰落系数在 L 个符号长度内保持不变,且每隔 L

个符号长度随机变化一次. 首先, 我们由定义给出 TH-MAC 中断概率的表达式. 然后, 通过合理近似和假设得出中断概率的闭式解.

3.1 中断事件及中断概率

假设 S_1 和 S_2 的传输速率分别为 R_1 和 R_2 , 且发送信号 x_1 和 x_2 均服从零均值的高斯分布. 根据文献[13]中 MAC 的容量区域, TH-MAC 发生中断时, 速率 R_1 和 R_2 应满足如下关系:

$$\begin{cases} R_1 > \frac{1}{2} \log(1 + \gamma_{1D}) \\ \text{or } R_2 > \frac{1}{2} \log(1 + \gamma_{2D}) \\ \text{or } R_1 + R_2 > \frac{1}{2} \log(1 + \gamma_{\text{MAC}}) \end{cases} \quad (10)$$

令 $R = R_1 + R_2$, 并定义函数 $C_{(x)} \triangleq 2^{2xR} - 1$. 由式(10), 可将 TH-MAC 的中断概率表示为

$$P_{\text{out}} = P(\gamma_{1D} < C_{(\alpha)} \text{ or } \gamma_{2D} < C_{(\bar{\alpha})} \text{ or } \gamma_{\text{MAC}} < C_{(1)}) \quad (11)$$

其中, $\alpha = R_1/R$, $\bar{\alpha} = 1 - \alpha$, 且有 $0 \leq \alpha \leq 1$.

需要注意的是, 当 $\alpha = 0$ 和 $\alpha = 1$ 时, TH-MAC 就退化成了单用户的两跳中继系统. 文献[8]已经讨论了该系统在干扰受限情形下的中断性能, 因此在下面的分析中我们假设 $0 < \alpha < 1$.

3.2 中断概率的估计算法

由于 γ_{1D} 和 γ_{2D} 的概率密度函数不易求解, 很难由式(11)给出中断概率的精确闭式解. 为此, 本小节给出一种估计中断概率的方法, 并求出估计的闭式解.

在第一时隙内, S_1 和 S_2 到 R 的传输是一个传统的 MAC, 且 Z_1 、 Z_2 和 $Z_1 + Z_2$ 是 R 处的瞬时信噪比(SNR). 由式(7)~(9)可知, $\gamma_{1D} < Z_1$, $\gamma_{2D} < Z_2$ 且 $\gamma_{\text{MAC}} < Z_1 + Z_2$, 即 D 处的 SINR 小于 R 处对应的 SNR. 为此, 我们将 TH-MAC 的中断事件分成两部分: 第一部分是在 S_1 和 S_2 到 R 的传输中就已发生中断. 由于 R 处的 SNR 已经低于接收端设定的门限, 而在第二个时隙中 SINR 只可能减小, 故在目的节点必然产生中断. 此类事件发生的概率记为 $P_{\text{out}}^{(1)}$. 第二部分是 S_1 和 S_2 到 R 的传输中没有发生中断, 但在 R 到 D 的传输中发生了中断. 此类事件发生的概率记为 $P_{\text{out}}^{(2)}$.

根据以上分析, 可将中断概率重新表示为:

$$P_{\text{out}} = P_{\text{out}}^{(1)} + P_{\text{out}}^{(2)}$$

其中,

$$P_{\text{out}}^{(1)} = P\{Z_1 < C_{(\alpha)} \text{ or } Z_2 < C_{(\bar{\alpha})} \text{ or } Z_1 + Z_2 < C_{(1)}\}$$

由定义可知, Z_i , $i = 1, 2$ 是服从参数为 $\beta_i = \Omega_i P_i / \sigma_R^2$ 的指数分布, 利用其概率密度函数可直接计算 $P_{\text{out}}^{(1)}$.

类似地, $P_{\text{out}}^{(2)}$ 的表达式为:

$$P_{\text{out}}^{(2)} = P\{(\gamma_{1D} < C_{(\alpha)} \text{ or } \gamma_{2D} < C_{(\bar{\alpha})} \text{ or } \gamma_{\text{MAC}} < C_{(1)}) \text{ and } (Z_1 \geq C_{(\alpha)} \text{ and } Z_2 \geq C_{(\bar{\alpha})} \text{ and } Z_1 + Z_2 \geq C_{(1)})\}$$

对于 $P_{\text{out}}^{(2)}$ 来说, 由于在 S_1 和 S_2 到 R 的传输中没有产生中断, 这说明功率 P_1 和 P_2 都足够大. 显然, 如果 P_R 也足够大, 系统发生中断的概率将会很小. 在极端情况下, 当 P_R 远大于 P_1 和 P_2 时, γ_{1D} 和 γ_{2D} 分别退化为 Z_1 和 Z_2 , 此时 $P_{\text{out}}^{(2)} = 0$. 因此, $P_{\text{out}}^{(2)}$ 对应的中断事件主要发生在 P_1 和 P_2 足够大, 同时 P_R 又比较小的情况下. 基于此, 我们可以忽略式(4)~(6)的分母中与噪声相关的项, 即:

$$\begin{aligned} \gamma_{1D} &\approx \frac{|h_1|^2 |h_3|^2 P_R P_1}{(|h_1|^2 P_1 + |h_2|^2 P_2) \sum_{i=1}^N |g_i|^2 P_{t,i}} \\ &= \frac{Z_1 Z_0}{Z_1 + Z_2} \triangleq \tilde{\gamma}_{1D} \\ \gamma_{2D} &\approx \frac{|h_2|^2 |h_3|^2 P_R P_2}{(|h_1|^2 P_1 + |h_2|^2 P_2) \sum_{i=1}^N |g_i|^2 P_{t,i}} \\ &= \frac{Z_2 Z_0}{Z_1 + Z_2} \triangleq \tilde{\gamma}_{2D} \\ \gamma_{\text{MAC}} &\approx \frac{|h_3|^2 P_R (|h_1|^2 P_1 + |h_2|^2 P_2)}{(|h_1|^2 P_1 + |h_2|^2 P_2) \sum_{i=1}^N |g_i|^2 P_{t,i}} \\ &= Z_0 \triangleq \tilde{\gamma}_{\text{MAC}} \end{aligned}$$

为进一步说明以上近似的合理性, 我们将概率 $P_{\text{out}}^{(2)}$ 近似前后的蒙特卡洛仿真结果进行了对比. 令 $\sigma_R^2 = 1$, $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3 = 0.8$ 和 $R_1 = R_2 = 1.0$. 令 $\mathbf{P}_1 = (P_{1,1}, \dots, P_{1,N})$ 表示干扰源的功率序列, 这里取 $\mathbf{P}_1 = (1, 2, 3)$, 单位为 J/Symbol. 假设 $P_1 = P_2 = 35\text{dB}$, 表 1 给出了 $P_{\text{out}}^{(2)}$ 的近似值和精确值随 P_R 变化时的对比. 可以看出, 精确值和近似值很接近, 从而说明我们忽略 SINR 分母中的噪声项是合理的.

表 1 概率 $P_{\text{out}}^{(2)}$ 的近似值与精确值对比

P_R (dB)	20	22	24	26	28	30	32	34	36
$P_{\text{out}}^{(2)}$ 精确值	0.6872	0.5643	0.4401	0.3345	0.2428	0.1762	0.1255	0.0857	0.0608
$P_{\text{out}}^{(2)}$ 近似值	0.6852	0.5618	0.4375	0.3317	0.2402	0.1737	0.1228	0.0835	0.0586

定义以下两个事件:

$$A \triangleq \{Z_1 \geq C_{(\alpha)} \text{ and } Z_2 \geq C_{(\bar{\alpha})} \text{ and } Z_1 + Z_2 \geq C_{(1)}\}$$

$$B \triangleq \{\tilde{\gamma}_{1D} < C_{(\alpha)} \text{ or } \tilde{\gamma}_{2D} < C_{(\bar{\alpha})} \text{ or } \tilde{\gamma}_{\text{MAC}} < C_{(1)}\}$$

为简化运算,假设事件 A 和事件 B 相互独立. 虽然它们并不是独立的,但我们通过仿真发现,这里所给的独立性假设对 $P_{\text{out}}^{(2)}$ 的准确度影响不大. 在这一假设下,我们有 $P_{\text{out}}^{(2)} \approx P_A P_B$, 其中 P_A 和 P_B 分别表示事件 A 和事件 B 发生的概率. 由 $P_{\text{out}}^{(1)}$ 的定义可得 $P_{\text{out}}^{(1)} = 1 - P_A$.

综合以上分析,中断概率 P_{out} 可近似为:

$$P_{\text{out}} = P_{\text{out}}^{(1)} + P_{\text{out}}^{(2)} \approx (1 - P_A) + P_A P_B \quad (12)$$

通过对式(12)进行求解,可得以下定理.

定理 1 当 D 处所有干扰源的平均功率各不相等时,即 $P_{1,i} \neq P_{1,j}, i \neq j$, 两跳多接入干扰受限系统在 AF 模式下的中断概率可估计为

$$P_{\text{out}} \approx 1 - G_1(C_{(\alpha)}, C_{(\bar{\alpha})})$$

$$\begin{aligned} & \times \left[\left(\frac{C_{(1)} - C_{(\alpha)}}{b_1 + C_{(1)}} - \frac{a_2}{b_2 + C_{(1)}} \right) \sum_{i=1}^N \frac{A_i^N}{1 + \rho_i C_{(1)}} \right. \\ & + \sum_{i=1}^N \frac{A_i^N a_1}{k_{1,i}} \left(\frac{\rho_i}{k_{1,i}} \ln \left| \frac{\rho_i (b_1 + C_{(1)})}{1 + \rho_i C_{(1)}} \right| - \frac{1}{b_1 + C_{(1)}} \right) \\ & \left. + \sum_{i=1}^N \frac{A_i^N a_2}{k_{2,i}} \left(\frac{\rho_i}{k_{2,i}} \ln \left| \frac{\rho_i (b_2 + C_{(1)})}{1 + \rho_i C_{(1)}} \right| - \frac{1}{b_2 + C_{(1)}} \right) \right] \end{aligned}$$

其中

$$G_1(x, y) =$$

$$\begin{cases} \left[\frac{C_{(1)} - x - y}{\beta_0} + 1 \right] \exp\left(-\frac{C_{(1)}}{\beta_0}\right), \beta_1 = \beta_2 = \beta_0 \\ \lambda_1 \exp\left[-\frac{C_{(1)}}{\beta_1} + \left(\frac{1}{\beta_1} - \frac{1}{\beta_2}\right)y\right] \\ + \lambda_2 \exp\left[-\frac{C_{(1)}}{\beta_2} + \left(\frac{1}{\beta_2} - \frac{1}{\beta_1}\right)x\right], \beta_1 \neq \beta_2 \end{cases}$$

且有

$$\beta_1 = \frac{\Omega_1 P_1}{\sigma_R^2}, \beta_2 = \frac{\Omega_2 P_2}{\sigma_R^2}, \lambda_1 = \frac{\beta_1}{\beta_1 - \beta_2}, \lambda_2 = \frac{\beta_2}{\beta_2 - \beta_1},$$

$$a_1 = \frac{\beta_2}{\beta_1} C_{(\alpha)}, a_2 = \frac{\beta_1}{\beta_2} C_{(\bar{\alpha})}, b_1 = a_1 - C_{(\alpha)}, b_2 = a_2 - C_{(\bar{\alpha})},$$

$$A_i^N = (P_{1,i})^{N-1} \prod_{j=1, j \neq i}^N (P_{1,i} - P_{1,j})^{-1}, \rho_i = \frac{P_{1,i}}{\Omega_3 P_R},$$

$$k_{1,i} = b_1 \rho_i - 1, k_{2,i} = b_2 \rho_i - 1, i = 1, 2, \dots, N.$$

证明 由式(12),为估计 P_{out} ,我们只需求解 P_A 和 P_B .

令 $f_Z(z)$ 和 $F_Z(z)$ 分别表示变量 Z 的概率密度函数 (Probability Density Function, PDF) 和累积分布函数 (Cumulative Distribution Function, CDF). 由 $Z_i, i = 1, 2$ 的表达式易知它们的 CDF 为

$$F_{Z_i}(z) = 1 - \exp\left(-\frac{z}{\beta_i}\right), z \geq 0 \quad (13)$$

其中, $\beta_i = \Omega_i P_i / \sigma_R^2, i = 1, 2$.

令 $Z_3 = |h_3|^2 P_R$, 则 $Z_0 = Z_3 / \bar{g}$. 由于 Z_3 服从参数为 $\beta_3 = \Omega_3 P_R$ 的指数分布,根据文献[6]可得到变量 \bar{g} 的 PDF 为

$$f_{\bar{g}}(z) = \sum_{i=1}^N \frac{A_i^N}{P_{1,i}} \exp\left(-\frac{z}{P_{1,i}}\right), z \geq 0$$

其中 $A_i^N = (P_{1,i})^{N-1} \prod_{j=1, j \neq i}^N (P_{1,i} - P_{1,j})^{-1}$.

由 Z_3 的 CDF 和 \bar{g} 的 PDF,可得 Z_0 的 CDF 为

$$F_{Z_0}(y) = 1 - \sum_{i=1}^N A_i^N (1 + \rho_i y)^{-1}, y \geq 0 \quad (14)$$

其中 $\rho_i = P_{1,i} / (\Omega_3 P_R)$.

首先,我们计算概率 P_A . 根据式(13)中 Z_1 和 Z_2 的 CDF,可直接得到 $P_A = G_1(C_{(\alpha)}, C_{(\bar{\alpha})})$, 其中函数 $G_1(x, y)$ 的定义见定理 1.

下面讨论概率 P_B 的计算. 令 $X = Z_2 / Z_1$, 由事件 B 的定义, P_B 可重新表示为

$$\begin{aligned} P_B &= P\left\{ \frac{Z_0}{1+X} < C_{(\alpha)} \text{ or } \frac{XZ_0}{1+X} < C_{(\bar{\alpha})} \text{ or } Z_0 < C_{(1)} \right\} \\ &= F_{Z_0}(C_{(1)}) P_Y(C_{(1)}) + \int_{C_{(1)}}^{\infty} F_{Z_0}(y) f_Y(y) dy \end{aligned} \quad (15)$$

其中, $Y = \max\{C_{(\alpha)}(1+X), C_{(\bar{\alpha})}(1+1/X), C_{(1)}\}$, $P_Y(C_{(1)}) = P\{Y = C_{(1)}\}$. 由式(15)可知, P_B 依赖于变量 Z_0 的 CDF 和变量 Y 的 PDF. 由 Y 的表达式可知 $Y \geq C_{(1)}$, 且当 $C_{(\alpha)}(1+X)$ 和 $C_{(\bar{\alpha})}(1+1/X)$ 均小于等于 $C_{(1)}$ 时,有 $Y = C_{(1)}$, 其它情况下 $Y > C_{(1)}$. 因此,我们有 $P_Y(C_{(1)})$

$$\begin{aligned} &= P\left\{ C_{(\alpha)}(1+X) < C_{(1)} \text{ and } C_{(\bar{\alpha})}\left(1 + \frac{1}{X}\right) < C_{(1)} \right\} \\ &= F_X\left(\frac{C_{(1)}}{C_{(\alpha)}} - 1\right) - F_X\left(\frac{C_{(\bar{\alpha})}}{C_{(1)} - C_{(\bar{\alpha})}}\right) \end{aligned} \quad (16)$$

当 $Y > C_{(1)}$ 时,变量 Y 的 CDF 为

$$\begin{aligned} F_Y(y) &= P\left\{ \max\left[C_{(\alpha)}(1+X), C_{(\bar{\alpha})}\left(1 + \frac{1}{X}\right), C_{(1)} \right] < y \right\} \\ &= P\left\{ C_{(\alpha)}(1+X) < y \text{ and } C_{(\bar{\alpha})}\left(1 + \frac{1}{X}\right) < y \right\} \\ &= F_X\left(\frac{y}{C_{(\alpha)}} - 1\right) - F_X\left(\frac{C_{(\bar{\alpha})}}{y - C_{(\bar{\alpha})}}\right), y > C_{(1)} \end{aligned}$$

对 $F_Y(y)$ 求导,可得

$$\begin{aligned} f_Y(y) &= \frac{1}{C_{(\alpha)}} f_X\left(\frac{y}{C_{(\alpha)}} - 1\right) \\ &+ \left(\frac{C_{(\bar{\alpha})}}{(y - C_{(\bar{\alpha})})^2}\right) f_X\left(\frac{C_{(\bar{\alpha})}}{y - C_{(\bar{\alpha})}}\right), y > C_{(1)} \end{aligned} \quad (17)$$

由式(16)和(17)知,为求变量 Y 的 PDF,只需求出 $F_X(x)$ 和 $f_X(x)$. 由 CDF 的定义可得

$$F_X(x) = P\left\{\frac{Z_2}{Z_1} < x\right\} = \frac{\beta_1 x}{\beta_2 + \beta_1 x}, x > 0 \quad (18)$$

对 $F_X(x)$ 求导, 可得 X 的 PDF 为

$$f_X(x) = [F_X(x)]' = \frac{\beta_1 \beta_2}{(\beta_2 + \beta_1 x)^2}, x > 0 \quad (19)$$

将式(18)代入式(16), 将式(19)代入式(17), 可得

$$P_Y(C_{(1)}) = \frac{C_{(1)} - C_{(a)}}{b_1 + C_{(1)}} - \frac{a_2}{b_2 + C_{(1)}} \quad (20)$$

$$f_Y(y) = \frac{a_1}{(y + b_1)^2} + \frac{a_2}{(y + b_2)^2}, y > C_{(1)} \quad (21)$$

其中, $a_1 = \frac{\beta_2}{\beta_1} C_{(a)}$, $a_2 = \frac{\beta_1}{\beta_2} C_{(\bar{a})}$, $b_1 = a_1 - C_{(a)}$, $b_2 = a_2 - C_{(\bar{a})}$.

将式(14)、(20)和(21)代入式(15), 可得 P_B 的表达式为

$$P_B = 1 - \left(\frac{C_{(1)} - C_{(a)}}{b_1 + C_{(1)}} - \frac{a_2}{b_2 + C_{(1)}} \right) \sum_{i=1}^N \frac{A_i^N}{1 + \rho_i C_{(1)}} - \sum_{i=1}^N \frac{A_i^N a_1}{k_{1,i}} \left(\frac{\rho_i}{k_{1,i}} \ln \left| \frac{\rho_i (b_1 + C_{(1)})}{1 + \rho_i C_{(1)}} \right| - \frac{1}{b_1 + C_{(1)}} \right) - \sum_{i=1}^N \frac{A_i^N a_2}{k_{2,i}} \left(\frac{\rho_i}{k_{2,i}} \ln \left| \frac{\rho_i (b_2 + C_{(1)})}{1 + \rho_i C_{(1)}} \right| - \frac{1}{b_2 + C_{(1)}} \right) \quad (22)$$

其中, $k_{1,i} = b_1 \rho_i - 1$, $k_{2,i} = b_2 \rho_i - 1$, $i = 1, 2, \dots, N$. 将 P_A 和 P_B 的表达式代入式(12), 即可得到定理 1.

4 仿真结果

令 $\sigma_R^2 = 1$, $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3 = 0.8$ 和 $R_1 = R_2 = 1.0$. 我们针对以下两种场景进行仿真: (I) 两个源节点的发送功率固定, 中继节点处的功率变化; 或者中继节点的功率固定, 两个源节点的功率变化; (II) 源节点和中继节点的功率同时变化. 蒙特卡罗仿真中, 我们取 10^5 个样本点求平均.

图 2 给出了 $P_1 = (1, 2, 3)$ (单位为 J/Symbol) 时概率 $P(A \& B)$ 和 $P_A P_B$ 的对比. 可以看出, 两种概率在场景 (I) 和场景 (II) 下的距离均是很小的, 这也在一定程度上说明近似 $P_{out}^{(2)}$ 时假设事件 A 和事件 B 相互独立是合理的.

为了验证定理 1 给出的中断概率估计闭式解的准确性, 我们在图 3 和图 4 中给出了蒙特卡洛仿真结果和估计值的对比.

图 3 给出了场景 (I) 下的中断概率, 其中“干扰 I”对应的干扰源序列为 $P_1 = (1, 2, 3)$, “干扰 II”对应的干扰源序列为 $P_1 = (3, 6, 9)$, 单位均为 J/Symbol. 符号“蒙特”表示蒙特卡洛仿真结果, 符号“估计”表示中断概率估计值.

(1) 当 $P_R = P_0$ ($P_1 = P_2 = 35\text{dB}$) 且 $P_1 = (1, 2, 3)$ 时,

我们考虑了目的节点处噪声功率对中断概率的影响. 假设目的节点噪声服从均值为 0, 方差为 σ_D^2 的复高斯分布. 当噪声功率为干扰源总功率的 1/10 (即 $\sigma_D^2 = 0.6$ 时) 和 1/5 (即 $\sigma_D^2 = 1.2$ 时) 时, 系统的中断概率与噪声功率为零 (即 $\sigma_D^2 = 0$) 时的中断概率几乎是重合的. 因此, 忽略目的节点处的噪声是合理的.

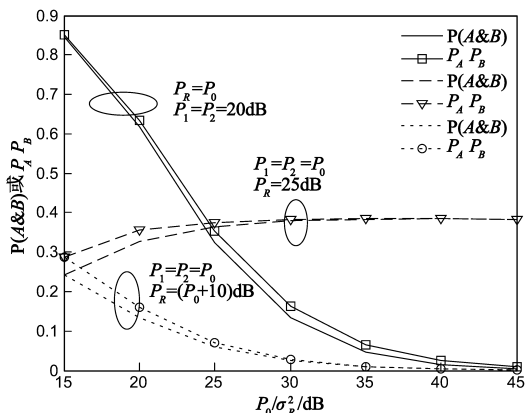


图2 概率 $P(A \& B)$ 和 $P_A P_B$ 的比较

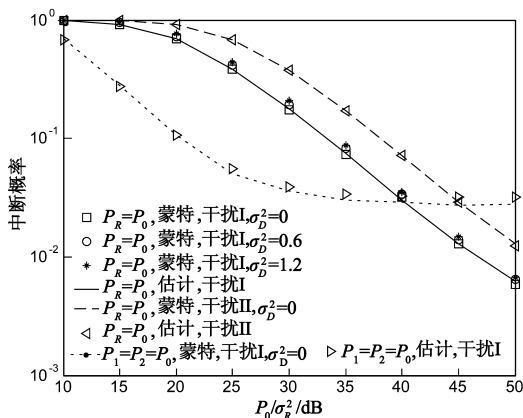


图3 场景(I)下的中断概率

从图 3 还可以看出, 中断概率的估计值与蒙特卡洛仿真的结果在两种干扰源序列下均基本吻合, 且随着 P_R 的增加, 估计值和蒙特卡洛仿真结果之间的差距变小, 这说明 $P_{out}^{(2)}$ 的近似会随着 P_R 的增加而变得更加准确. 考虑 SINR 的表达式 $\gamma_{iD} = Z_i / \{1 + (Z_1/Z_0) + (Z_2/Z_0) + (1/Z_0)\}$, $i = 1, 2$, 在 $P_{out}^{(2)}$ 的近似中我们忽略了分母中的常数项 1 和 $1/Z_0$; 而随着 P_R 的增加, $1/Z_0$ 的值会变小, 因此将 γ_{iD} 估计为 $\tilde{\gamma}_{iD}$ 会变得更加可靠, 从而使 $P_{out}^{(2)}$ 的估计更加准确, 最终导致系统的中断概率估计值和蒙特卡洛结果的差距变小.

另外, 随着干扰源功率的增加 (从干扰 I 到干扰 II), 估计值与蒙特卡洛仿真结果之间的距离没有得到改善. 这是因为在 $P_{out}^{(2)}$ 的近似中, 我们忽略了式(4) ~

(6)分母中的 $|h_3|^2 P_R \sigma_R^2$ 和 $\sigma_R^2 \sum_{i=1}^N |g_i|^2 P_{L,i}$ 随着干扰功率的增加, $\sigma_R^2 \sum_{i=1}^N |g_i|^2 P_{L,i}$ 的值会变大, 由于忽略它而带来的误差也会增加, 从而导致估计值和实际结果之间的距离会变大. 因此, 随着干扰功率的增加, 近似闭式解和仿真结果的距离并不会变小.

(2)当 $P_1 = P_2 = P_0$ 时 ($P_R = 40\text{dB}$), 蒙特卡洛仿真结果与中断概率估计值也是基本一致的, 且随着 P_1 和 P_2 (即 P_0) 的增加, 中断概率趋于一个常数, 这是因为当 P_1 和 P_2 足够大时, 源节点与中继节点之间的链路发生中断的概率很小, 此时系统的中断主要由中继节点到目的节点之间的链路不理想导致. 由于中继节点的发送功率 P_R 是固定的, 因而使得系统的中断概率趋于一个常数.

图 4 给出了场景(II)(取 $P_1 = P_2 = P_0, P_R = P_0 + 10\text{dB}$)下的中断概率. 在假设干扰源的和功率不变的情况下, 仿真了以下三种干扰源序列时的中断概率: $N=3$ 且 $\mathbf{P}_1 = (1, 2, 3)$; $N=2$ 且 $\mathbf{P}_1 = (2.5, 3.5)$; $N=1$ 且 $\mathbf{P}_1 = (6)$. 当目的端噪声功率不为零时, 均取 $\sigma_D^2 = 1.2$ (即等于干扰源总功率的 $1/5$). 可以看出, 三种干扰源序列下, 通过定理 1 估计得到的中断概率均与蒙特卡洛仿真的结果相吻合. 另外, 由图 4 还可看出, 随着干扰源数目的增加, 系统实际的中断概率也随之增加, 但由于干扰源的和功率相等, 系统中断概率变化不大.

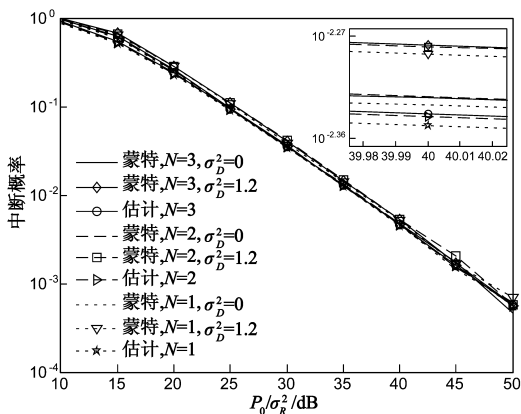


图4 场景(II)在不同干扰源数目下的中断概率

5 结论

本文研究了目的端干扰受限的两跳多接入信道在 AF 模式下的中断概率, 通过对中断事件进行假设和近似, 推导出了中断概率的估计闭式解. 仿真结果表明, 文中给出的中断概率估计闭式解与蒙特卡洛仿真的结果相吻合. 虽然实际系统中目的节点处的噪声功率不等于零, 但仿真结果表明目的节点噪声对中断概率的

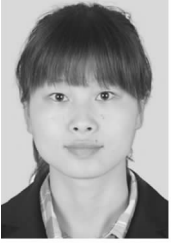
影响很小. 因此, 文中得到的估计闭式解也为实际系统的性能提供了可靠的理论基础. 利用文中的闭式解, 可以对系统的其它性能进行更深入的研究(如分析分集增益, 优化功率分配等).

参考文献

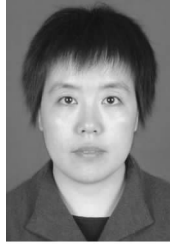
- [1] Laneman J N, Wornell G W. Exploiting distributed spatial diversity in wireless networks[A]. Proceedings of the 38th Allerton Conference on Communication, Control, and Computing [C]. Urbana-Champaign, IL, USA: MIT, 2000. 775 - 785.
- [2] Cover T M, Gamal A E. Capacity theorems for the relay channel[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1979, 25 (5): 572 - 584.
- [3] Kramer G, Gastpar M, Gupta P. Cooperative strategies and capacity theorems for relay networks[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2005, 51(9): 3037 - 3063.
- [4] Sankaranarayanan L, et al. Hierarchical sensor networks: Capacity theorems and cooperative strategies using the multiple-access relay channel model[A]. Proceedings of the 1st IEEE Conference on Sensor and Ad Hoc Communications and Networks [C]. Santa Clara, CA, USA: IEEE, 2004. 191 - 199.
- [5] Kramer G, Gastpar M, Gupta P. Capacity theorems for wireless relay channels[A]. Proceedings of the 41st Allerton Conference on Communication, Control, and Computing [C]. Monticello, IL, USA: Cornell University, 2003. 1074 - 1083.
- [6] Yao Y-D, Sheikh A. Outage probability analysis for microcell mobile radio systems with cochannel interferers in Rician/Rayleigh fading environment[J]. Electronics Letters, 1990, 26 (13): 864 - 866.
- [7] Suraweera H A, Grag H K, et al. Performance analysis of two hop amplify-and-forward systems with interference at the relay [J]. IEEE Communications Letters, 2010, 14(8): 692 - 694.
- [8] Zhong C, Jin S, Wong K-K. Dual-hop systems with noisy relay and interference-limited destination[J]. IEEE Transactions on Communications, 2010, 58(3): 764 - 768.
- [9] Lee D, Lee J H. Outage probability for dual-hop relaying systems with multiple interferers over Rayleigh fading channels [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2011, 60(1): 333 - 338.
- [10] Liang X, Jin S, Wang W, et al. Outage performance for decode-and-forward two-way relay network with multiple interferers and noisy relay[J]. IEEE Transactions on Communications, 2013, 61(2): 521 - 531.
- [11] Mandpura A K, et al. Outage probability of amplify-and-forward two-way cooperative systems in presence of multiple cochannel interferers[A]. Proceedings of 2013 National conference on Communications [C]. New Delhi, India: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc, 2013. 1 - 5.

- [12] Liang X, Jin S, Wang W, et al. Outage probability of amplify-and-forward two-way relay interference-limited systems[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2012, 61(7): 3038 – 3049.
- [13] Cover T M, Thomas J A. Elements of Information Theory [M]. New York: John Wiley & Sons Inc, 1991. 397.

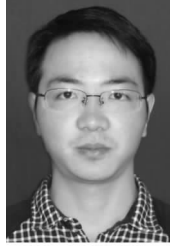
作者简介



苏玉萍 女, 1988 年生于河南延津. 现为西安电子科技大学通信工程学院博士研究生. 主要研究方向为无线多用户中继系统, 协作通信.
E-mail: ypsu@stu.xidian.edu.cn



李 颖 女, 1973 年生于山东菏泽. 现为西安电子科技大学教授、博士生导师. 主要研究方向为无线通信及差错控制编码理论.
E-mail: yli@mail.xidian.edu.cn



刘 雷 男, 1989 年生于江西吉安. 现为西安电子科技大学通信工程学院博士研究生. 主要研究方向为交分多接入系统, 交分多接入中继系统.
E-mail: lliu_0@stu.xidian.edu.cn