

基于稳定的时域积分方程方法对多天线 辐射问题和互耦问题的研究

胡金花^{1,2}, 陈明生^{1,2}, 孔 勳^{1,2}, 沈 晶², 吴先良^{1,2}

(1. 安徽大学计算智能与信号处理教育部重点实验室, 安徽合肥 230039; 2. 合肥师范学院电子信息工程学院, 安徽合肥 230601)

摘 要: 为有效地改善时间步进算法(MOT)的后时稳定性, 引入类椭球波函数(APSWF)做为该算法的瞬态基函数. 然而, 基于此类瞬态基函数推导得到的系统具有非因果特性, 因而必须使用外推方法以恢复时间步进算法的时间步进特性. 采用所提出的方法对多天线结构进行数值仿真, 获得其瞬态电流响应、回波损耗、耦合系数以及方向图等重要参数, 实现了对天线辐射问题和互耦问题的分析与研究, 同时也验证了本文所提出方法的有效性和精确性.

关键词: 时间步进算法(MOT); 类椭球波函数(APSWF); 多天线

中图分类号: TN011 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2015)03-0620-05

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.03.032

Investigation on the Radiation and Mutual Coupling Problems of Multi Antennas Based on a Stable Time Domain Integral Equation Method

HU Jin-hua^{1,2}, CHEN Ming-sheng^{1,2}, KONG Meng^{1,2}, SHEN Jing², WU Xian-liang^{1,2}

(1. Key Lab of Ministry of Education of Intelligent Computing & Signal Processing, Anhui University, Hefei, Anhui 230039, China 2. School of Electronics and Information Engineering, Hefei Normal University, Hefei, Anhui 230601, China)

Abstract: In order to improve the late-time stability of the marching-on-in time (MOT) method, the approximate prolate spheroidal wave functions (APSWFs) are proposed and used as the temporal basis functions. Unfortunately, the system derived from these temporal basis functions is noncausal. To overcome this problem, the extrapolation scheme should be included to recover the possibility of time marching. Then, in the numerical simulations of multi antennas, several important parameters such as the transient surface current responses, return-loss, coupling coefficients, and directivities are obtained. Based on these parameters, the analysis of the radiation and mutual coupling problems is performed. Moreover, numerical results also demonstrate the efficiency and accuracy of the proposed method.

Key words: marching-on-in time(MOT); approximate prolate spheroidal wave function(APSWF); multi antennas

1 引言

随着宽带无线通信技术、窄脉冲雷达技术、电磁兼容/电磁干扰(Electromagnetic Compatibility / Electro magnetic Interference, EMC/EMI)等技术的迅猛发展, 细线天线与线型结构上的电磁脉冲响应受到人们越来越多的关注. 而研究和分析细线天线的特性可以分为频域和时域两种方法: 频域方法需要在天线工作频段内对多个频率点进行逐个扫描(扫频计算), 工作量大, 效率较低; 而采用时域方法分析此类问题时, 通过一次数值计算得到的时域数据结果经过快速傅里叶变换(Fast Fourier Transform, FFT)后即可获得宽频带范围内的信息. 与频

域方法相比, 时域方法可以有效地减少计算量、缩短计算时间、提高分析此类问题的效率.

时域分析方法主要有时域有限差分(Finite Difference Time Domain, FDTD)^[1,2]、时域有限元(Finite Element Time Domain, FETD)^[3]以及时域积分方程(Time Domain Integral Equation, TDIE)^[4~10]方法, 其中时域积分方程方法可以高效而精确的求解电磁散射和辐射问题. 求解时域积分方程最常用的方法是时间步进算法(Marching-on-in Time, MOT), 该算法综合了时域有限差分方法和矩量法的优点: 时间步进求解, 无需设置吸收边界条件, 仅需对目标表面进行离散等. 然而, 时间步进算法存在后时不稳定性和高内存需求等问题.

收稿日期: 2013-08-28; 修回日期: 2014-07-26; 责任编辑: 梅志强

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(No. 60931002); 国家自然科学基金项目(No. 51477039); 教育部科学技术重点项目(No. 212081); 国家自然科学基金青年科学基金项目(No. 61301062); 安徽高校省级优青年人才基金项目(No. 2012SQRL162ZD); 安徽省学术带头人项目

为了有效地改善时间步进算法的后时稳定性,本文提出以类椭球波函数(APSFW)^[11]做为时间步进算法的瞬态基函数.和其他类型的瞬态基函数相比较,如高阶瞬态基函数^[12]和正弦函数形式的瞬态基函数^[13],类椭球波函数的优势在于它具有有限的带宽和窄时域跨度.采用这类基函数对一带限函数做插值或外推运算,其误差是以指数率形式进行衰减.然而,基于此类瞬态基函数推导得到的系统具有非因果特性,必须使用外推方法以恢复时间步进算法的时间步进特性.使用该精确稳定的时域算法对螺旋偶极子天线以及双八木天线等目标进行数值求解与仿真,获得天线的瞬态电流响应、回波损耗(S_{11})、耦合系数(S_{21})以及方向图等重要参数,同时对线天线的辐射特性和耦合特性进行了分析与研究.

2 理论与公式

2.1 时域积分方程理论(TDIE)

时域电场积分方程(Time-Domain Electric Field Integral Equation, TDEFIE)表达式为:

$$\mathbf{E}_{\text{tan}}^i(\mathbf{r}, t) = \left[\frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S'} \frac{\partial_t \mathbf{J}(\mathbf{r}', \tau)}{R} dS' - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \nabla \int_{S'} \frac{1}{R} \int_0^\tau \nabla' \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}', t) dt dS' \right]_{\text{tan}} \quad (1)$$

或者微分形式的时域电场积分方程:

$$\partial_t \mathbf{E}_{\text{tan}}^i(\mathbf{r}, t) = \left[\frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S'} \frac{\partial_t^2 \mathbf{J}(\mathbf{r}', \tau)}{R} dS' - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \nabla \int_{S'} \frac{1}{R} \nabla' \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}', \tau) dS' \right]_{\text{tan}} \quad (2)$$

为了将积分方程离散,首先需要把表面电流展开为一系列空间基函数和时间基函数乘积的线性组合形式,即表面 S 上任意一点任意时刻的电流展开式可表示为:

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) \approx \sum_{n=1}^{N_n} \sum_{i=0}^{N_t} I_{n,i} f_n^W(\mathbf{r}) T_i(t) \quad (3)$$

式中, $f_n^W(\mathbf{r})$ ^[14]为线空间基函数; $T_i(t) = T(t - i\Delta t)$, $T(t)$ 为时间基函数, Δt 为时间步长, $t \geq 0$; $I_{n,i}$ 是待求解矢量的展开系数; N_t 和 N_n 分别为时间基函数和空间基函数的自由度.空间和时间基函数表达式如下所示:

$$f_n^W(\mathbf{r}) = \begin{cases} \mathbf{S}_n |\mathbf{r} - \mathbf{r}_{n-1}| / |\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_{n-1}|, & \mathbf{r} \in u_n \\ \mathbf{S}_{n+1} (1 - |\mathbf{r} - \mathbf{r}_n| / |\mathbf{r}_{n+1} - \mathbf{r}_n|), & \mathbf{r} \in u_{n+1} \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (4a)$$

$$\mathbf{S}_n = (\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_{n-1}) / |\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_{n-1}| \quad (4b)$$

$$T(t) = \frac{\sin(sw_0 t) \sin\left[a \sqrt{\left(\frac{t}{N\Delta t}\right)^2 - 1} \right]}{sw_0 t \sinh(a) \sqrt{\left(\frac{t}{N\Delta t}\right)^2 - 1}} \quad (5a)$$

$$a = \pi N(s-1)/s \quad (5b)$$

其中, a 是类椭球波函数的时间带宽积, s 是过采样因子, N 为时域跨度系数.

将瞬态表面电流展开式(3)代入至式(2)中,并对式(2)在空间上进行 Galerkin 检验,且在时刻 $t_j = j\Delta t$ 做点匹配检验,可得如下形式的系统方程:

$$\sum_{k=0}^N \mathbf{Z}_{-k} \cdot \mathbf{I}_{j+k} = \mathbf{V}_j - \sum_{k=\max(i-L_{\text{max}}, 1)}^{j-1} \mathbf{Z}_{j-k} \cdot \mathbf{I}_k \quad (j = 1, 2, \dots, N_t) \quad (6)$$

其中,

$$\mathbf{Z}_{i,m} = \left\langle \mathbf{f}_m^W(\mathbf{r}), \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S'} \frac{\mathbf{f}_n^W(\mathbf{r}')}{R(\Delta t)^2} T'(i - R/(c\Delta t)) dS' - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \nabla \int_{S'} \frac{\nabla' \cdot \mathbf{f}_n^W(\mathbf{r}')}{R} T(i - R/(c\Delta t)) dS' \right\rangle \quad (7a)$$

$$\mathbf{V}_{j,m} = \left\langle \mathbf{f}_m^W(\mathbf{r}), \partial_t \mathbf{E}^i(\mathbf{r}, t) \right\rangle \Big|_{t=t_j} \quad (7b)$$

$$L_{\text{max}} = \text{Int}(R_{\text{max}}/(c\Delta t) + N) \quad (7c)$$

上式中, N 为类椭球波函数的时域跨度系数, $\langle \cdot \rangle$ 和 $\text{Int}(\cdot)$ 分别为内积算子和取整算子.由式(6)可以看出,第 j 个时间步的电流展开系数值取决于之前采样时间步以及未来采样时间步的电流系数值,因此,该系统为一个非因果系统,必须采用一些特殊的方式,如外推方法来恢复其因果性.

2.2 时域外推和时间步进

假设一频率上限为 w_0 的函数 f ,同时定义三个参数 N_{samp} 、 N_w 和 Δw . N_{samp} 和 N_w 分别为时域和频域的采样点数,且频域采样间隔 $\Delta w = w_0/(N_w - 1)$.时域外推指的是将带限函数在时域采样点 $i\Delta t$ ($i = 1 - N_{\text{samp}}, \dots, 0$)处的值外推得到时间采样点 $j\Delta t$ ($j = 1, \dots, N$)处的值.外推的系统方程是:

$$\sum_{i=1-N_{\text{samp}}}^0 g_j^i \exp(\sqrt{-1} ik\Delta w\Delta t) = \exp(\sqrt{-1} jk\Delta w\Delta t) \quad k = -N_w, \dots, N_w \quad (8)$$

其中 g_j^i 是外推系数,采用最小二乘法求解上述系统方程即可得到该系数值.因而,带限函数 f 在外推时间采样点处的值 $f(j\Delta t)$ ($j = 1, \dots, N$)可通过 g_j^i 表述为:

$$f(j\Delta t) \approx \sum_{i=1-N_{\text{samp}}}^0 g_j^i f(i\Delta t) \quad (9)$$

基于上述时域外推技术,式(6)中第 $j+k$ ($k = 1, \dots, N$)个时间步处的未知电流系数 \mathbf{I}_{j+k} 可表示成:

$$\mathbf{I}_{j+k} \approx \sum_{i=1-N_{\text{samp}}}^0 g_k^i \mathbf{I}_{j+i} \quad (10)$$

将式(10)代入至式(6)中,通过整理可以得到:

$$\tilde{\mathbf{Z}}_0 \mathbf{I}_i = \mathbf{V}_i - \sum_{k=\max(i-L_{\max},1)}^{i-1} \tilde{\mathbf{Z}}_{i-k} \mathbf{I}_k \quad (11a)$$

$$\tilde{\mathbf{Z}}_k = \begin{cases} \mathbf{Z}_k + \sum_{p=1}^N g_p^{-k} \mathbf{Z}_{-p}, & \text{for } 0 \leq k \leq N_{\text{samp}} - 1 \\ \mathbf{Z}_k, & \text{for } k \geq N_{\text{samp}} \end{cases} \quad (11b)$$

式(11a)为时间步进算法的系统方程,其中 t_i 时刻的未知电流系数 \mathbf{I}_i 可以由先前时刻的已知电流系数 $\mathbf{I}_k, k = \max(i - L_{\max}, 1), \dots, i - 1$ 求得. 因此,式(3)中所有时刻的电流展开系数值都可以通过迭代方式求解得到.

3 数值结果

选取激励源(Delta-gap^[15])为调制高斯电磁脉冲,其脉冲波形如下:

$$E(t) = E_0 e^{-[(t-t_p)/\sqrt{2}\sigma]^2} \cos(2\pi f_0 t) \quad (12)$$

其中,幅值 $E_0 = 1.0\text{V/m}$,脉冲宽度 $\sigma = 6.0/(2\pi f_{\text{bw}})$,时延 $t_p = 8\sigma, f_{\text{bw}}$ 为脉冲的频谱宽度, f_0 为入射电磁脉冲的中心频率.

算例 1 考虑一副长为 0.5m 的螺旋偶极子天线,天线的始端和终端半径均为 0.02m,共缠绕 10 圈,物理结构如图 1 所示.

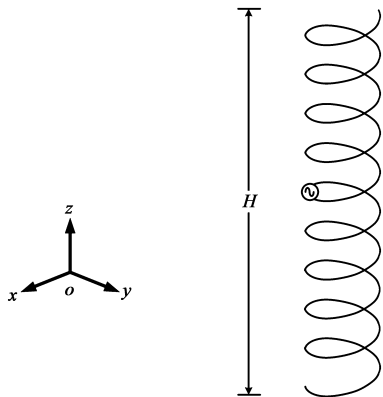


图1 螺旋偶极子天线结构示意图

目标被剖分成 136 条线段,共产生 135 个未知量. 在本算例中选取时间步长 $\Delta t = 0.0556\text{ns}$, Delta-gap 源的参数为: $f_0 = 200.0\text{MHz}$, $f_{\text{bw}} = 400.0\text{MHz}$, 且将此源馈至天线的中端,通过数值仿真可以获得馈电点处的瞬态电流值. 由图 2 可以看出,本文采用的方法具有很好的数值稳定性,即使在后时 $2.4\mu\text{s}$ 处(约 44000 个时间步)仍然是稳定的,而采用高阶瞬态基函数的时间步进算法在 300ns 处就已经出现了严重的振荡现象. 因此,本文采用的方法是有效的. 由计算得到的电流和激励源电压可以计算出天线的回波损耗 (S_{11}) 和 164MHz 时的 E 面方向图,分别如图 3 和 4 所示. 在图 3 和 4 中,本文所采用的方法计算得到的瞬态值经过快速傅里叶变换后

获得的频域结果与采用商业软件 FEKO 直接仿真得出的频域结果进行了比较,两者吻合的很好.

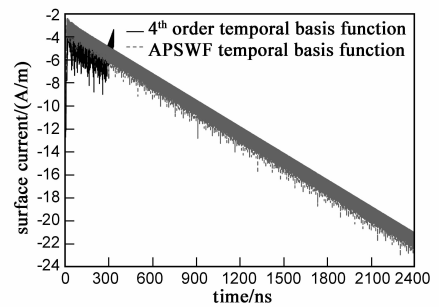


图2 馈电点处的瞬态电流值

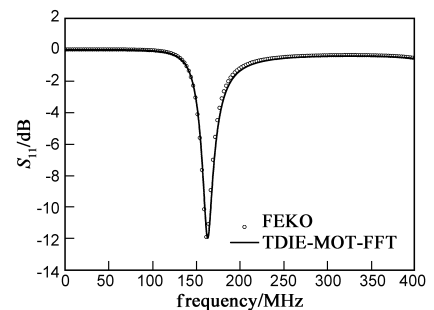


图3 天线的 S_{11} 参数

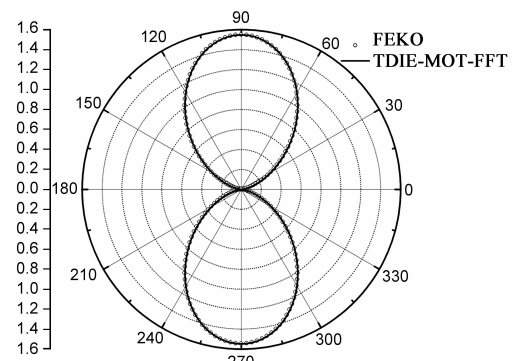


图4 螺旋天线的 E 面方向图

算例 2 考虑两副相同的六单元八木天线阵,其中 R 是反射器, D 是馈源振子, D_1, D_2, D_3 和 D_4 均为引向器. R 与 D, D_1, D_2, D_3 和 D_4 之间的间隔分别为 0.105m, 0.162m, 0.275m, 0.422m 和 0.593m, 各自的长度分别为 0.355m, 0.32m, 0.32m, 0.315m, 0.305m 和 0.3m, 物理结构如图 5 左下角所示.

整个目标被剖分成 98 条线段,共产生 86 个未知量. 在本算例中选取时间步长 $\Delta t = 0.0556\text{ns}$, Delta-gap 源的参数为: $f_0 = 300.0\text{MHz}$, $f_{\text{bw}} = 600.0\text{MHz}$, 且将此源馈至两副天线的馈源振子的中端,通过数值仿真可得到馈电点处的瞬态电流响应,如图 5 所示. 从图 5 可以看出,本文采用的方法具有很好的数值稳定性,即使在后

时 $4.3\mu\text{s}$ 处(约 78000 个时间步)仍然是稳定的.

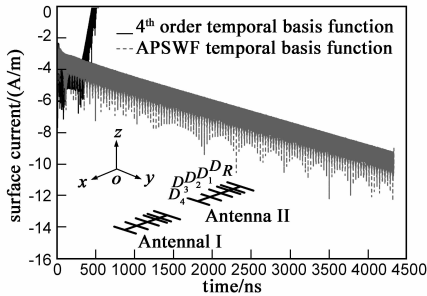


图5 天线I馈电点处的瞬态电流值

由计算得到的电流和激励源电压可以计算出天线 I 的回波损耗 (S_{11}) 和两副天线的耦合系数 (S_{21}), 分别如图 6 和 7 所示. 在图 6 和 7 中, 本文所采用的方法计算得到的瞬态值经过快速傅里叶变换后获得的频域结果与采用商业软件 FEKO 直接仿真得出的频域结果进行比较, 两者吻合的很好. 表 1 列出了 100、200、300、400 和 500MHz 等频点处的 S_{21} 值及其相对误差.

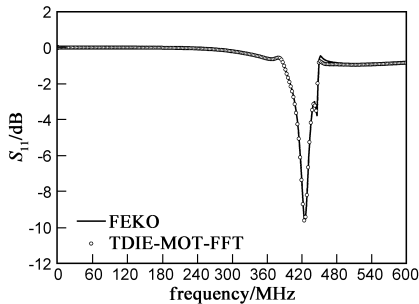


图6 天线的 S_{11} 参数

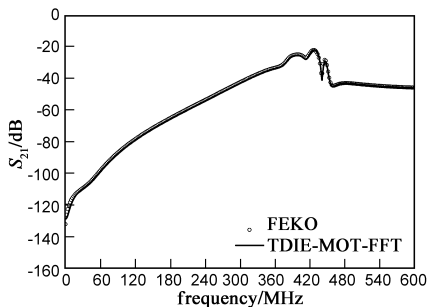


图7 天线的 S_{21} 参数

表 1 算例 2 中 TDIE 方法和软件 FEKO 分别计算得到的 S_{21} 参数及其相对误差 (%)

频点	100MHz	200MHz	300MHz	400MHz	500MHz
TDIE	-85.055	-62.175	-43.337	-25.564	-43.787
FEKO	-84.838	-61.883	-42.993	-25.177	-43.804
相对误差	0.255	0.47	0.794	1.514	0.039

4 结束语

为了有效地改善时间步进算法 (MOT) 的后时稳定性, 本文提出以类椭圆波函数 (APSWF) 作为算法的瞬态基函数. 然而, 基于这类瞬态基函数推导得出的系统是非因果的, 因而必须使用外推方法用于恢复时间步进算法的时间步进特性. 采用该稳定的时域积分方程方法 (TDIE) 对螺旋偶极子天线和双八木天线等目标进行数值求解与仿真, 获得天线的瞬态电流值、回波损耗 (S_{11})、耦合系数 (S_{21}) 以及方向图等重要参数. 从瞬态数值仿真结果可以看出此方法具有很好的数值稳定性, 即使在后时仍然是稳定的. 另一方面, 由频域结果可以得出, 本文采用的方法计算得到的瞬态值经过快速傅里叶变换 (FFT) 后获得的频域结果与采用商业软件 FEKO 仿真得出的频域结果是非常吻合的, 从而验证了本文采用方法的有效性和精确性. 同时, 本文方法具有很强的通用性, 且易于和快速算法 (如时域平面波技术、时域自适应积分方法等) 以及并行技术相结合, 用于分析电大尺寸目标的瞬态辐射和散射问题.

参考文献

- [1] 杨利霞, 王伟君, 王刚. 基于拉式变换原理的三维磁化等离子体电磁散射 FDTD 分析[J]. 电子学报, 2009, 37(12): 2711 - 2715.
Yang L X, Wang Y J, Wang G. A 3D FDTD implementation of electromagnetic scattering by magnetized plasma medium based on laplace transfer principle[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(12): 2711 - 2715. (in Chinese)
- [2] 吴博, 王辉, 黄志祥, 吴先良. 三维 FDTD 方法中高效平面波源的引入[J]. 电子学报, 2014, 42(6): 1086 - 1089.
Wu B, Wang H, Huang Z X, Wu X L. Efficient plane wave injection for 3D FDTD method [J]. Acta Electronica Sinica, 2014, 42(6): 1086 - 1089. (in Chinese)
- [3] Sharbaf A A, Shirazi R S. An unconditionally stable hybrid FETD-FDTD formulation based on the alternating-direction implicit algorithm[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2010, 9: 1174 - 1177.
- [4] Cools K, Andriulli F P, Olyslager F, Michielssen E. Time domain calderón identities and their application to the integral equation analysis of scattering by PEC objects part I: preconditioning[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2009, 57(8): 2352 - 2364.
- [5] Zhu M D, Zhou X L, Yin W Y. An adaptive marching-on-in-order method with FFT-based blocking scheme[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2010, 9: 436 - 439.
- [6] Xue M F, Yin W Y. Wideband pulse responses of fractal monopole antennas under the impact of an EMP [J]. IEEE

- Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2010, 52(1): 98 – 107.
- [7] Shi Y, Xia M, Chen R, Michielssen E, Lu M. Stable electric field TDIE solvers via quasi-exact evaluation of MOT matrix elements[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2011, 59(2): 574 – 585.
- [8] 赵延文, 聂在平, 徐建华, 武胜波. 精确稳定求解时域电场积分方程的一种新方法[J]. 电子学报, 2006, 34(6): 1104 – 1108.
- Zhao Y W, Nie Z P, Xu J H, Wu S B. A new method for stable and accurate solution of time-domain electric field integral equation[J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(6): 1104 – 1108. (in Chinese)
- [9] 任仪, 赵延文, 聂在平. 基于高阶叠层矢量基函数的时域电磁场积分方程方法[J]. 电子学报, 2008, 36(3): 516 – 519.
- Ren Y, Zhao Y W, Nie Z P. Time-domain integral equations using higher order hierarchical vector basis functions[J]. Acta Electronica Sinica, 2008, 36(3): 516 – 519. (in Chinese)
- [10] 赵庆广, 赵延文, 毕海燕, 聂在平. 利用时间步进算法精确稳定求解时域积分方程[J]. 电子学报, 2008, 36(6): 1135 – 1139.
- Zhao Q G, Zhao Y W, Bi H Y, Nie Z P. Accurate and stable solution of time-domain integral equation using marching-on-in-time method [J]. Acta Electronica Sinica, 2008, 36(6): 1135 – 1139. (in Chinese)
- [11] Knab J J. Interpolation of bandlimited functions using the approximate prolate series[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1979, 25(6): 717 – 720.
- [12] Yilmaz A E, Jin J M, Michielssen E. Time domain adaptive integral method for surface integral equations[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2004, 52(10): 2692 – 2708.
- [13] Jiang G X, Zhu H B, Ji G Q, Cao W. Improved stable scheme for the time domain integral equation method[J]. IEEE Microwave and Wireless Components Letters, 2007, 17(1): 1 – 3.
- [14] Ji Z, Sarkar T K, Jung B H, Chung Y S, Salazar-Palma M, Yuan M. A stable solution of time domain electric field integral equation for thin-wire antennas using the Laguerre polynomials[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2004, 52(10): 2641 – 2649.
- [15] Junker G P, Kishk A A, Glisson A W. A novel delta gap source model for center fed cylindrical dipoles [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1995, 43(5): 537 – 540.

作者简介



胡金花 女, 1984 年 10 月出生于安徽芜湖. 2006 年于安徽大学获得学士学位. 现于安徽大学攻读博士学位, 主要研究方向为电磁场数值计算、电波传播以及电磁兼容等方面的研究与应用.

E-mail: ahdxhjh305505@163.com



陈明生 (通信作者) 男, 1981 年出生于安徽南陵. 博士, 合肥师范学院电子信息工程学院教授, 安徽大学博士生导师. 研究方向为电磁散射与目标识别、电磁场数值方法以及小波信号处理.

E-mail: chenms@ustc.edu.cn