一类四元零相关区非周期互补序列集构造法

李玉博,许成谦,刘 凯
(燕山大学信息科学与工程学院,河北秦皇岛 066004)

摘 要: 零相关区非周期互补序列集在多载波码分多址通信系统中有着重要应用.已有的四元零相关区非周期互补序列集构造方法都是基于二元或四元零相关区互补序列集,得到的序列集参数受到初始互补序列集参数的限制.该文给出了一种构造法,利用四元正交序列集来构造四元非周期互补序列集.本文方法得到的序列集参数达到理论界限,并且零相关区长度可以灵活设定以满足不同的应用场合.另外给出了两类基于二元正交矩阵的四元正交序列集的构造方法,得到的四元正交序列集可以用于构造四元零相关区非周期互补序列集.二元正交矩阵存在数目很多,因此本文方法可以为多载波码分多址系统提供大量四元非周期互补序列集.

关键词: 四元序列; 非周期互补序列; 零相关区; 正交序列
中图分类号: TN911.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2015)09-1800-05
电子学报 URL: http://www.ejournal.org.cn **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.09.018

A Construction of Quaternary Aperiodic Complementary Sequence Sets with Zero Correlation Zone

LI Yu-bo, XU Cheng-qian, LIU Kai
(*School of Information Science and Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao, Hebei* 066004, *China*)

Abstract: Zero correlation zone (ZCZ) aperiodic complementary sequence sets (ZACS) are widely used in multi-carriers code division multiple access (CDMA) communication systems. The known constructions of quaternary ZACSs are all based on binary or quaternary ZACSs, and the parameters of the quaternary ZACSs constructed by these methods are restricted by the parameters of initial ZACSs. This paper proposed a construction of quaternary ZACS based on quaternary orthogonal sequence sets. The quaternary ZACSs constructed in this paper are optimal with respect to the bound, and the length of ZCZ can be flexibly chosen for many applications. Moreover, two constructions of quaternary orthogonal sequence sets are proposed based on binary orthogonal matrices. Since there are a large number of available binary orthogonal matrices, the proposed construction can produce a lot of quaternary ZACSs for multi-carriers CDMA systems.

Key words: quaternary sequence; aperiodic complementary sequences; zero correlation zone (ZCZ); orthogonal sequences

1 引言

互补序列[1]是一类具有理想相关性能的序列,已被广泛应用到通信等领域.如多载波码分多址(CDMA, Code-Division Multiple Access)系统采用完全互补序列做为用户地址码[2,3].每个用户分配一个互补序列,不同子序列通过不同子载波调制发送,接收端将各个子载波信号相叠加以恢复用户信号.而 Golay 互补对被用于正交频分复用(OFDM, Orthogonal Frequency Division Multiplexing)系统降低系统的峰均比[4].互补序列根据相关函数定义不同分为非周期互补序列和周期互补序列.在通信系统中,非周期互补序列具有更大的用途.由互补序列集的理论界限[5]可知,一个互补序列集中互补序列个数不超过每个互补序列所包含子序列的数目,这限制了系统中所能容纳的用户数量.为了扩展序列数量,学者们提出了零相关区(ZCZ)周期互补序列集(ZPCS, ZCZ Periodic Complementary Sequence Set)[6]和 ZCZ 非周期互补序列集(ZACS, ZCZ Aperiodic Complementary Sequence Set)[7].根据 ZCZ 互补序列集的理论界[8]可知,ZCZ 互补序列集与正交互补序列集相比具有更多的序列个数,从而可以增加实际通信系统中的用户数量.ZCZ 互补序列可以应用到准同步多载波 CDMA 系统中,在消除干扰的

收稿日期:2014-03-25;修回日期:2014-08-25;责任编辑:覃怀银
基金项目:国家自然科学基金(No.61172094, No.61501395);河北省自然科学基金(No.F2014203059);河北省高等学校科学技术研究项目(No.QN2014027, No.ZD2014024);燕山大学博士基金(No.B788);燕山大学青年教师自主研究计划项目(No.13LGB018)

同时可以支持更多的通信用户. 文献[9]利用布尔函数构造了具有较大零相关区的偶周期二元 ZCZ 非周期互补序列对. 文献[10]构造了一类具有灵活子序列数目的 ZCZ 周期互补序列集. 四元序列对应着通信系统中的四相频移键控(QPSK)调制方式,有方便应用的优点,因此四元序列的研究成为扩频序列设计的热点. 目前已经有一些四元 ZCZ 周期互补序列集[11~13]构造方法. 另外还有四元 ZCZ 阵列集[14]以及四元低相关区序列集[15],然而四元 ZCZ 非周期互补序列集的构造方法较少,远远不能满足应用的需求.

2　基本概念

定义 1[1]　设 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 是 2 个长度为 N 的复数序列,分别表示为 $\boldsymbol{a}=(a(0),a(1),\cdots,a(N\text{-}1))$ 和 $\boldsymbol{b}=(b(0),b(1),\cdots b(N\text{-}1))$. 序列 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 的非周期相关函数 $C_{a,b}(\tau)$ 定义为

$$C_{a,b}(\tau)=\begin{cases}\sum\limits_{t=0}^{N-1-\tau}a(t)b(t+\tau)^*, & 0\leqslant\tau\leqslant N-1\\ \sum\limits_{t=0}^{N-1+\tau}a(t-\tau)b(t)^*, & 1-N\leqslant\tau<0\\ 0, & |\tau|\geq N\end{cases}$$

其中 $b(\cdot)^*$ 表示复数共轭. 若 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$,则称为非周期自相关函数,若 $\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{b}$,称为非周期互相关函数. 设 $R_{a,b}(\tau)$ 表示序列 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 的周期互相关函数,则有:

$$R_{a,b}(\tau)=C_{a,b}(\tau)+C_{a,b}(\tau-N)$$

定义 2　设一个 $N\times N$ 阶矩阵, $\boldsymbol{H}=[h_{k,t}]_{N\times N}$,令 $\boldsymbol{h}_k=(h_{k,0},h_{k,1},\cdots,h_{k,N-1})$ 表示矩阵的第 k 行, $0\leqslant k\leqslant N-1$. 如果矩阵中任意两行 $\boldsymbol{h}_{k_1}$ 与 $\boldsymbol{h}_{k_2}$ 互相关函数函数满足 $R_{h_{k_1},h_{k_2}}(0)=0$,则称矩阵 $\boldsymbol{H}$ 为正交矩阵.

定义 3[2]　设 $A=\{\boldsymbol{A}_0,\boldsymbol{A}_1,\cdots,\boldsymbol{A}_{M\text{-}1}\}$ 表示一个含有 M 个序列的序列集,其中每个序列 $\boldsymbol{A}_m=(\boldsymbol{A}_{m,0},\boldsymbol{A}_{m,1},\cdots,\boldsymbol{A}_{m,N-1})$ 包含 N 个长度为 L 的子序列 $\boldsymbol{A}_{m,n}=(a_{m,n}(0),a_{m,n}(1),\cdots,a_{m,n}(L-1))$. 如果序列相关函数满足:

$$C_{A_{m_1},A_{m_2}}(\tau)=\sum_{n=0}^{N-1}C_{A_{m_1,n},A_{m_2,n}}(\tau)=\begin{cases}NL, & m_1=m_2,\tau=0\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

则称序列集 $\boldsymbol{A}$ 为非周期互补序列集,表示为 ACS(M,N,L). 式中用 $C_{A_{m_1},A_{m_2}}(\tau)$ 表示两个互补序列的互相关函数,如果 $m_1=m_2$,则用 $C_{A_{m_1}}(\tau)$ 表示互补序列的自相关函数. $C_{A_{m_1,n},A_{m_2,n}}(\tau)$ 表示两个子序列的非周期互相关函数.

定义 4[6]　对于序列集 A,如果序列相关函数满足:

$$C_{A_{m_1},A_{m_2}}(\tau)=\sum_{n=0}^{N-1}C_{A_{m_1,n},A_{m_2,n}}(\tau)=\begin{cases}LN, & m_1=m_2,\tau=0\\ 0, & m_1=m_2,0<|\tau|<Z\\ 0, & m_1\neq m_2,|\tau|<Z\end{cases}$$

则称序列集 A 为零相关区(ZCZ)非周期互补序列集,表示为 $(M,Z)\mathrm{ACS}_N^L$. 其中 M 表示序列集中 ZCZ 周期互补序列的数目, N 表示每个 ZCZ 周期互补序列包含的子序列数目, L 表示子序列长度, Z 表示零相关区长度.

引理 1[7]　对于一个参数为 $(M,Z)\mathrm{ACS}_N^L$ 的 ZCZ 非周期互补序列集,有下面不等式成立:

$$M\leqslant N\left\lfloor\frac{L}{Z}\right\rfloor$$

当等号成立时,称序列集为参数达到理论界限的最佳 ZCZ 非周期互补序列集.

定义 5[16]　定义一个二元到四元的映射,如:

$$\phi(r,s)=\begin{cases}1, & (r,s)=(1,1)\\ j, & (r,s)=(1,-1)\\ -1, & (r,s)=(-1,-1)\\ -j, & (r,s)=(-1,1)\end{cases}$$

称映射 ϕ 为逆 Gray 映射.

令 $\boldsymbol{r}=(r(t),0\leqslant t\leqslant N-1)$ 和 $\boldsymbol{s}=(s(t),0\leqslant t\leqslant N-1)$ 表示两个长度为 N 的二元序列, $r(t),s(t)\in\{1,-1\}$. 可以构造一个四元序列 $\boldsymbol{q}=(q(t),0\leqslant t\leqslant N-1)$, $q(t)=\phi(r(t),s(t))$,得到的四元序列相关函数与初始二元序列相关函数有如下关系.

引理 2[16]　设 $\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\boldsymbol{b}_1,\boldsymbol{b}_2$ 是 4 个周期为 L 的二元序列, $\boldsymbol{s}_1$ 和 $\boldsymbol{s}_2$ 是两个周期为 L 的四元序列: $s_1(t)=\phi(a_1(t),b_1(t))$, $s_2(t)=\phi(a_2(t),b_2(t))$. 则序列 $\boldsymbol{s}_1$ 和 $\boldsymbol{s}_2$ 的互相关函数为

$$R_{s_1,s_2}(\tau)=\frac{1}{2}[R_{a_1,a_2}(\tau)+R_{b_1,b_2}(\tau)]+\frac{\omega_4}{2}[R_{a_1,b_2}(\tau)-R_{b_1,a_2}(\tau)]$$

其中 ω_4 表示单位圆四次复数根.

3　四元 ZCZ 非周期互补序列集的构造

本节给出一种利用四元正交序列集构造四元 ZCZ 非周期互补序列集的方法.

定理 1　取四元正交序列集 $Q=\{\boldsymbol{q}_0,\boldsymbol{q}_1,\cdots,\boldsymbol{q}_{N-1}\}$,包含 N 个序列,其中每个序列长度为 N,如: $\boldsymbol{q}_k=(q_k(0),q_k(1),\cdots,q_k(N-1))$, $0\leqslant k\leqslant N-1$, $q_k(t)\in\{1,-1,j,-j\}$. 设定整数 Z,满足 $Z|N$,设一个任意整数 K. 令 $M=N/Z$, $L=KZ$. 设 $\boldsymbol{U}=[u_{i,j}]_{L\times L}$ 是一个 $L\times L$ 阶的二元正交矩阵, $u_{i,j}\in\{1,-1\}$. 构造序列集 $S=\{S_0,S_1,\cdots,S_{M'\text{-}1}\}$, $M'=LM$. 具体构造如下:

$S_m=\{s_{m,0};s_{m,1};\cdots;s_{m,N-1}\},0\leqslant m\leqslant M'-1$

$_{m,n}(t)=q_{\lfloor m/L\rfloor\cdot Z+(t\bmod Z)}(n)\cdot u_{(m\bmod L),t},0\leqslant t\leqslant L-1,0\leqslant n\leqslant N-1$

序列集 S 是一个四元 ZCZ 非周期互补序列集,参数为 $(NK,Z)\mathrm{ACS}_N^L$.

证明 设 $S_{m_1},S_{m_2}\in S$,计算相关函数如下:

$$
\begin{aligned}
C_{S_{m_1},S_{m_2}}(\tau)&=\sum_{n=0}^{N-1}C_{s_{m_1,n},s_{m_2,n}}(\tau)\\
&=\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{t=0}^{L-1-\tau}s_{m_1,n}(t)\cdot s_{m_2,n}(t+\tau)\\
&=\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{t=0}^{L-1-\tau}q_{\lfloor m_1/L\rfloor Z+(t\bmod Z)}(n)q_{\lfloor m_2/L\rfloor Z+(t+\tau\bmod Z)}(n)\\
&\quad\cdot u_{(m_1\bmod L),t}u_{(m_2\bmod L),t+\tau}\\
&=\sum_{t=0}^{L-1-\tau}u_{(m_1\bmod L),t}u_{(m_2\bmod L),t+\tau}\sum_{n=0}^{N-1}q_{m_3}(n)q_{m_4}(n)\\
&=\sum_{t=0}^{L-1-\tau}u_{(m_1\bmod L),t}u_{(m_2\bmod L),t+\tau}R_{q_{m_3},q_{m_4}}(0)
\end{aligned}
$$

其中 $m_3=\lfloor m_1/L\rfloor Z+(t\bmod Z)$, $m_4=\lfloor m_2/L\rfloor Z+(t+\tau\bmod Z)$.分下面情况讨论:(1)若 $m_1=m_2$,则当 $0<\tau\leqslant Z-1$ 时,有 $m_3\neq m_4$,由正交序列性能可得 $R_{q_{m_3},q_{m_4}}(0)=0$,此时有 $C_{S_{m_1},S_{m_2}}(\tau)=0$.(2) 若 $m_1\neq m_2$,当 $0\leqslant\tau\leqslant Z-1$ 时.如果 $\lfloor m_1/L\rfloor\neq\lfloor m_2/L\rfloor$,则 $m_3\neq m_4$,此时有 $R_{q_{m_3},q_{m_4}}(0)=0$,因此有 $C_{S_{m_1},S_{m_2}}(\tau)=0$.如果 $\lfloor m_1/L\rfloor=\lfloor m_2/L\rfloor$,则有 $(m_1\bmod L)\neq(m_2\bmod L)$,此时当 $\tau=0$ 时,有 $\sum_{t=0}^{L-\tau}u_{(m_1\bmod L),t}u_{(m_2\bmod L),t+\tau}=0$,因此 $C_{S_{m_1},S_{m_2}}(\tau)=0$.当 $0<\tau\leqslant Z-1$,可得 $m_3\neq m_4$,同理可得 $C_{S_{m_1},S_{m_2}}(\tau)=0$.可得结论序列集 S 存在一个零相关区,长度为 Z,定理成立.

定理 2 序列集 S 参数达到理论界限,是一个最佳的四元 ZCZ 非周期互补序列集.

证明 对于本文所构造的 ZCZ 非周期互补序列集 $(NK,Z)\mathrm{ACS}_N^L$, $L=KZ$.根据 ZCZ 互补序列集界限,设 M_O 表示 ZCZ 非周期互补序列集中序列数目的理论上限,则有

$$M_o=N\cdot\left\lfloor\frac{L}{Z}\right\rfloor=NK$$

可见,序列集中互补序列数目达到了理论上界,是一个最佳四元 ZCZ 非周期互补序列集.

由定理 1 可知,只要存在一个任意的四元正交序列集,通过本节方法就可以构造出四元 ZCZ 非周期互补序列集,序列集的零相关区长度可以灵活设定.四元正交序列集可以由四元正交矩阵的各行组成,文献[16]利用四元低相关区序列集构造了四元正交矩阵.与二元正交矩阵相比,四元正交矩阵的研究成果不是很多.下节给出两类利用二元正交矩阵和逆 Gray 映射构造四元正交序列集的方法.

4 四元正交序列集的构造

本节利用二元正交矩阵构造四元正交序列集,得到的四元正交序列集是四元 ZCZ 非周期互补序列集构造的基础.

定理 3 取一个 $N\times N$ 阶二元正交矩阵, $\boldsymbol{H}=[h_{k,t}]_{N\times N}$.令 $\boldsymbol{h}_k=(h_{k,0},h_{k,1},\cdots,h_{k,N-1})$表示矩阵的第 k 行, $0\leqslant k\leqslant N-1$.构造四元序列集 $Q^1=\{\boldsymbol{q}_0^1,\boldsymbol{q}_1^1,\cdots,\boldsymbol{q}_{N-1}^1\}$如下:

$$\boldsymbol{q}_k^1=(q_k^1(0),q_k^1(1),\cdots,q_k^1(N-1))$$

$$q_k^1(t)=\phi(h_{k,t},h_{k,t+N/2}),0\leqslant t\leqslant N-1$$

得到的四元序列集 Q^1 是一个正交序列集.

证明 设 $\boldsymbol{q}_{k_1}^1,\boldsymbol{q}_{k_2}^1\in Q^1,0\leqslant k_1\neq k_2\leqslant N-1$.可知有

$$
\begin{aligned}
q_{k_1}^1(t)&=\phi(h_{k_1,t},h_{k_1,t+N/2}),q_{k_2}^1(t)\\
&=\phi(h_{k_2,t},h_{k_2,t+N/2}),0\leqslant t\leqslant N-1
\end{aligned}
$$

计算互相关函数如下:

$$
\begin{aligned}
&R_{q_{k_1}^1,q_{k_2}^1}(0)\\
&=\frac{1}{2}[R_{h_{k_1},h_{k_2}}(0)+R_{h_{k_1},h_{k_2}}(0)]\\
&\quad+\frac{\omega}{2}[R_{h_{k_1},h_{k_2}}(N/2)-R_{h_{k_1},h_{k_2}}(N/2)]\\
&=R_{h_{k_1},h_{k_2}}(0)\\
&=0
\end{aligned}
$$

定理 3 成立.

定理 4 取一个 $N\times N$ 阶二元正交矩阵, $\boldsymbol{H}=[h_{k,t}]_{N\times N}$.令 $\boldsymbol{h}_k=(h_{k,0},h_{k,1},\cdots,h_{k,N-1})$表示矩阵的第 k 行, $0\leqslant k\leqslant N-1$.构造四元序列集 $\boldsymbol{Q}^2=\{\boldsymbol{q}_0^2,\boldsymbol{q}_1^2,\cdots,\boldsymbol{q}_{N-1}^2\}$如下:

$$\boldsymbol{q}_k^2=(q_k^2(0),q_k^2(1),\cdots,q_k^2(N-1))$$

$$q_k^2(t)=\begin{cases}\phi(h_{2k,t},h_{2k+1,t}), & 0\leqslant k\leqslant N/2-1\\ \phi(h_{2k-N+1,t},h_{2k-N,t}), & N/2\leqslant k\leqslant N-1\end{cases}$$

得到的四元序列集 Q^2 是一个正交序列集.

证明 设 $\boldsymbol{q}_{k_1}^2,\boldsymbol{q}_{k_2}^2\in Q^2$,分以下几种情况计算相关函数.当 $0\leqslant k_1\neq k_2\leqslant N/2-1$ 时,计算互相关函数:

$$
\begin{aligned}
&R_{q_{k_1}^2,q_{k_2}^2}(0)\\
&=\frac{1}{2}[R_{h_{2k_1},h_{2k_2}}(0)+R_{h_{2k_1+1},h_{2k_2+1}}(0)]\\
&\quad+\frac{\omega}{2}[R_{h_{2k_1},h_{2k_2+1}}(0)-R_{h_{2k_2+1},h_{2k_1}}(0)]\\
&=0
\end{aligned}
$$

当 $0\leqslant k_1\leqslant N/2-1,N/2\leqslant k_2\leqslant N-1$ 时,计算互相关函数:

$$
\begin{aligned}
& R_{q^2_{k_1},q^2_{k_2}}(0) \\
&= \frac{1}{2}\left[R_{h_{2k_1},h_{2k_2-N+1}}(0)+R_{h_{2k_1+1},h_{2k_2-N}}(0)\right] \\
&\quad +\frac{\omega}{2}\left[R_{h_{2k_1},h_{2k_2-N}}(0)-R_{h_{2k_1+1},h_{2k_2-N+1}}(0)\right] \\
&=0
\end{aligned}
$$

当 $N/2-1\leqslant k_1\neq k_2\leqslant N-1$ 时证明类似.定理 4 成立.

5　构造方法比较与实例

目前已经有很多四元 ZCZ 周期互补序列集构造法,然而四元 ZCZ 非周期互补序列集构造法很少.下面表 1 对比了目前已有的几类四元 ZCZ 非周期互补序列集构造方法.

表 1　几类四元 ZCZ 非周期互补序列集比较

构造方法	序列集参数	初始序列	ZCZ 长度可否灵活设定	参数是否达到理论界
文献[11]	$(T,Z)\mathrm{ACS}_M^N$	二元 ZCZ 非周期互补序列集 $(T,Z)\mathrm{ACS}_M^N$	否	$T=M\lfloor N/Z\rfloor$ 时,达到理论界
文献[12]方法 1	$(2M,Z)\mathrm{ACS}_{2P}^{2N}$	四元 ZCZ 非周期互补序列集 $(M,Z)\mathrm{ACS}_P^N$	否	不能达到理论界
文献[12]方法 2	$(M,2Z)\mathrm{ACS}_{2P}^{2N}$	四元 ZCZ 非周期互补序列集 $(M,Z)\mathrm{ACS}_{2P}^N$	否	$M=2P\lfloor N/Z\rfloor$ 时,达到理论界
本文定理 1	$(NK,Z)\mathrm{ACS}_N^{KZ}$	四元正交序列集 (N,N)	是	达到理论界

文献[12]基于四元 ZCZ 非周期互补序列集,利用迭代的方法构造了两类四元 ZCZ 非周期互补序列集.文献[11]基于二元 ZCZ 非周期互补序列集,利用逆 Gray 映射构造了四元 ZCZ 非周期互补序列集.由于二元和四元 ZCZ 非周期互补序列集存在数目很少,因此这些方法受到很大的限制.并且得到的四元 ZCZ 非周期互补序列集参数受到初始序列集参数的制约,只有当初始 ZCZ 非周期互补序列集参数达到理论界限时,得到的四元 ZCZ 非周期互补序列集才是最佳的.本文方法基于四元正交序列集构造了一类参数达到理论界限的四元 ZCZ 非周期互补序列集,并且序列集的零相关区长度 Z 在满足 $Z|N$ 条件下可灵活设定,N 为子序列数目.

例 1　取两个 4×4 阶二元正交矩阵如下:

$$
\boldsymbol{H}=\begin{bmatrix}1, & 1, & 1, & 1\\ 1, & 1, & -1, & -1\\ 1, & -1, & 1, & -1\\ 1, & -1, & -1, & 1\end{bmatrix},
$$

$$
\boldsymbol{U}_1=\begin{bmatrix}1, & -1, & -1, & -1\\ -1, & 1, & -1, & -1\\ -1, & -1, & 1, & -1\\ -1, & -1, & -1, & 1\end{bmatrix}
$$

按照定理 3,利用正交矩阵 $\boldsymbol{H}$ 可得四元正交序列集如下:$Q^1=\{\boldsymbol{q}_0^1,\boldsymbol{q}_1^1,\boldsymbol{q}_2^1,\boldsymbol{q}_3^1\}$.

$$
\begin{aligned}
&\boldsymbol{q}_0^1=(1,1,1,1),\boldsymbol{q}_1^1=(j,j,-j,-j),\boldsymbol{q}_2^1\\
&\quad=(1,-1,1,-1),\boldsymbol{q}_3^1=(j,-j,-j,j)
\end{aligned}
$$

设定零相关区长度为 $Z=2$,利用 Q^1 和矩阵 $\boldsymbol{U}_1$,由定理 1 构造得四元 ZCZ 非周期互补序列集 S.下面用用 $\{0,1,2,3\}$ 分别表示复数 $\{1,\mathrm{j},-1,-\mathrm{j}\}$.

$$S=\{S_0,S_1,S_2,S_3,S_4,S_5,S_6,S_7\}$$

$S_0=\{(0323);(0323);(0121);(0121)\}$;

$S_1=\{(2123);(2123);(2321);(2321)\}$

$S_2=\{(2303);(2303);(2101);(2101)\}$;

$S_3=\{(2321);(2321);(2123);(2123)\}$

$S_4=\{(0323);(2101);(0121);(2303)\}$;

$S_5=\{(2123);(0301);(2321);(0103)\}$

$S_6=\{(2303);(0121);(2101);(0323)\}$;

$S_7=\{(2321);(0103);(2123);(0301)\}$.

可以验证序列集 S 是一个四元 ZCZ 非周期互补序列集,参数为 $(8,2)\mathrm{ACS}_4^4$.

例 2　同样利用例 1 中的正交矩阵 $\boldsymbol{H}$,另取二元正交矩阵 $\boldsymbol{U}_2$ 如下:

$$
\boldsymbol{U}_2=\begin{bmatrix}1, & 1, & 1, & -1\\ 1, & 1, & -1, & 1\\ 1, & -1, & -1, & -1\\ -1, & 1, & -1, & -1\end{bmatrix}
$$

由定理 4 构造得四元正交序列集 $Q^2=\{\boldsymbol{q}_0^2,\boldsymbol{q}_1^2,\boldsymbol{q}_2^2,\boldsymbol{q}_3^2\}$.

$$
\begin{aligned}
&\boldsymbol{q}_0^2=(1,1,\mathrm{j},\mathrm{j}),\boldsymbol{q}_1^2=(1,-1,\mathrm{j},-\mathrm{j}),\\
&\boldsymbol{q}_2^2=(1,1,-\mathrm{j},-\mathrm{j}),\boldsymbol{q}_3^2=(1,-1,-\mathrm{j},\mathrm{j})
\end{aligned}
$$

设定零相关区长度为 $Z=2$,利用 Q^2 和矩阵 $\boldsymbol{U}_2$,由定理 1 构造得四元 ZCZ 非周期互补序列集 S.下面用 $\{0,1,2,3\}$ 分别表示复数 $\{1,\mathrm{j},-1,-\mathrm{j}\}$.

$$S=\{S_0,S_1,S_2,S_3,S_4,S_5,S_6,S_7\}$$

$S_0=\{(0002);(0200);(1113);(1311)\}$;

$S_1=\{(0020);(0222);(1131);(1333)\}$;

$S_2=\{(0222);(0020);(1333);(1131)\}$;

$S_3=\{(2022);(2220);(3133);(3331)\}$;

$S_4=\{(0002);(0200);(3331);(3133)\}$;

$S_5 = \{(0020);(0222);(3313);(3111)\}$;

$S_6 = \{(0222);(0020);(3111);(3313)\}$;

$S_7 = \{(2022);(2220);(1311);(1113)\}$.

序列集 S 是一个四元 ZCZ 非周期互补序列集,参数为$(8,2)ACS_4^4$.

6 结束语

本文构造了一类参数达到理论界限的四元 ZCZ 非周期互补序列集,且相关区长度 Z 在满足 $Z|N$ 条件下可灵活设定,N 为子序列数目.ZCZ 非周期互补序列包含了 ZCZ 周期互补序列,因此在实际通信系统中具有更大的用途.与已有的方法相比,本文方法得到的四元 ZCZ 非周期互补序列集具有更好的参数,在任何情况下都能达到理论界限.由于二元正交矩阵大量存在,例如存在任意 $2^n \times 2^n(n \geq 2)$阶的二元 Hadamard 矩阵,因此利用本文方法可以构造出大量的四元正交序列集,从而进一步得到大量四元 ZCZ 非周期互补序列集.

参考文献

[1] Tseng C C, Liu C L. Complementary sets of sequences[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1972, IT-18(5): 644 – 652.

[2] H H Chen, J F Yeh, N Seuhiro, A multi-carrier CDMA architecture based on orthogonal complementary codes for new generations of wideband wireless communications[J]. IEEE Communication Magzine, 2001, 39(10): 126 – 135.

[3] Meng Wei-xiao, Sun Si-yue, Chen Hsiao-hwa, et al. Multi-user interference cancellation in complementary coded CDMA with diversity gain[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2013, 2(3): 303 – 306.

[4] Liu Zi-long, Li Ying, Guan Yong-liang. New constructions on general QAM golay complementary sequences. IEEE Transactions on Information Theory, 2013, 59(11): 7684 – 7692.

[5] Liu Zi-long, Guan Yong-liang, Mow Wai-ho. A tighter correlation lower bound for quasi-complementary sequence sets[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2014, 60(1): 388 – 396.

[6] Tu Yi-feng, Fan Ping-zhi, Hao Li, et al. A simple method for generating optimal Z-periodic complementary sequence set based on phase shift[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2010, 17(10): 891 – 893.

[7] Fan Ping-zhi, Yuan Wei-na, Tu Yi-feng. Z-complementary binary sequences[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2007, 14(8): 509 – 512.

[8] Feng Li-fang, Fan Ping-zhi, Zhou Xian-yang. Lower bounds on correlation of Z-complementary code sets[J]. Wireless Personal Communications, 2013, (2013): 1475 – 1488.

[9] Liu Zi-long, Parampalli Udaya, Guan Yongliang. On even-periodic binary z-complementary pairs with large ZCZs[J]. IEEE Signal Procession Letters, 2014, 21(3): 284 – 287.

[10] Li Yu-bo, Xu Cheng-qian, Jing Nan, Liu Kai. Constructions of z-periodic complementary sequence set with flexible flock size[J]. IEEE Communications Letters, 2014, 18(2): 201 – 204.

[11] Zeng Fan-xin, Zeng Xiao-ping, Zhang Zhen-yu, et al. New construction method for quaternary aperiodic, periodic, andz-complementary sequence sets[J]. Journal of Communications and Networks, 2012, 14(3): 230 – 236.

[12] Li Xu-dong, Fan Ping-zhi, Tang Xiao-hu, et al. Quadriphase z-complementary sequences[J]. IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, 2010, E93-A(11): 2251 – 2257.

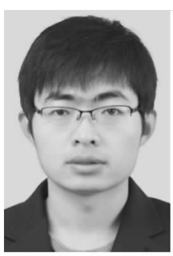
[13] Zeng Fan-xin, Zeng Xiao-ping, Zhang Zhen-yu, et al. Quaternary periodic complementary/z-complementary sequence sets based on interleaving technique and gray mapping[J]. Advance in Mathematics of Communications, 2012, 6(2): 237 – 247.

[14] 李玉博,许成谦,李刚,刘凯.四元二维零相关区阵列集构造法[J].电子学报,2012,40(10):2047 – 2051.
Li Yu-bo, Xu Cheng-qian, Li Gang, Liu kai. Construction of quaternary two dimensional array sets with a zero correlation zone[J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(10): 2047 – 2051. (in Chinese)

[15] 李玉博,许成谦,李刚,刘凯.交织法构造四元低相关区序列集[J].电子学报,2014,42(4):690 – 695.
Li Yu-bo, Xu Cheng-qian, Li Gang, Liu kai. Construction of quaternary low correlation zone sequence sets based on interleaving technique[J]. Acta Electronica Sinica, 2014, 42(4): 690-695. (in Chinese)

[16] Jin-Ho Chung, Kyeongcheol Yang. New design of quaternary low-correlation zone sequence sets and quaternary Hadamard matrices[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2008, 54(8): 3733 – 3737.

作者简介



李玉博 男,1985 年生,河北衡水人,博士.2007 年毕业于燕山大学电子信息工程专业,现为燕山大学电子与通信工程系讲师,主要研究方向为扩频序列设计.

E-mail: liyubo6316@ysu.edu.cn

许成谦(通信作者) 男,1961 年生,陕西城固人.1997 年获北京邮电大学信号与信息处理专业博士学位.现为燕山大学教授、博士生导师.主要研究方向为编码理论、密码学、信号设计等.

E-mail: cqxu@ysu.edu.cn