

# 一种小波自适应阈值全频降噪方法

董文永<sup>1</sup>, 丁红<sup>2,3</sup>, 董学士<sup>1</sup>, 王豫峰<sup>1</sup>

(1. 武汉大学计算机学院, 湖北武汉 430072; 2. 武汉理工大学光纤传感技术与信息处理教育部重点实验室, 湖北武汉 430070;  
3. 广西科技师范学院物理与信息科学系, 广西柳州 545004)

**摘要:** 目前的基于小波阈值降噪方法往往假设信号的噪声分布在高频段, 因此大部分方法只对高频段进行降噪, 而忽略了低频段噪声对信号的影响. 在现实的应用中, 复杂的噪声并不满足该假设条件, 也即复杂噪声不仅分布在信号的高频段, 而且低频段的噪声同样不容忽视. 针对上述问题, 论文提出了一种全新的解决方案: 小波自适应阈值全频降噪方法. 在该方法中, 根据不同类型的噪声随小波分解层数、噪声强度等因素变化规律, 提出了一种新的自适应阈值确定方法; 然后利用小波去相关性方法来检测信号受到的最主要的噪声干扰; 最后结合噪声类型检测方法, 检测信号中所隐含的最接近的噪声类型, 选取合适的阈值确定方法, 对信号的低频和低频同时进行降噪. 论文的实验结果表明: (1) 当信噪比较低时, 采用全频降噪方法对大部分类型的噪声而言均优于传统方法, 并且全频降噪方法仅需要信号分解到 1~2 层即可取得良好效果; (2) 当信噪比较高时, 全频阈值降噪技术的降噪效果和传统方法一致, 但所需小波的分解层数少于传统方法.

**关键词:** 小波分解; 自适应降噪; 全频段降噪

**中图分类号:** TP802 + .6      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2015)12-2374-07

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>      **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.12.005

## An Adaptive Wavelet Threshold De-Noising both in Low and High Frequency Domains

DONG Wen-yong<sup>1</sup>, DING Hong<sup>2,3</sup>, DONG Xue-shi<sup>1</sup>, WANG Yu-feng<sup>1</sup>

(1. Computer School, Wuhan University, Wuhan, Hubei 430072, China;

(2. A Key Laboratory of Fiber Optic Sensing Technology and Information Processing (Wuhan University of Technology),  
Ministry of Education, Wuhan, Hubei 430070, China;

3. Department of Mathematics and Computer Science, Guangxi Science & Technology Normal University, Liuzhou, Guangxi 545004, China)

**Abstract:** It always tends to assume that the noise contained in signal spread over high frequency domain in the traditional wavelet threshold de-noising techniques. However, it doesn't hold for different noise categories, and threshold de-noising methods in most literatures rarely mention the noise influence spread over low frequency domain. Thus, a new framework for noise reduction base on full frequency domain using wavelet decomposition and noise-type detection are proposed. In this framework, the noise type is firstly to be detected by analyzing autocorrelation coefficient for different noise, and then noise reduction is performed both in low and high frequency domain. The experimental results show that: (1) when signal-to-noise ratio is low, our method not only always achieves better de-noising performance, but needs fewer decomposition layers than the traditional methods; (2) when the signal-to-noise ratio is high, our method can obtain the same performance as the traditional methods, but our method needs less decomposition layers.

**Key words:** wavelet decomposition; adaptive de-noising; de-noising in whole bands

## 1 引言

在信号、图像的采集和传输过程中, 往往会被噪声所污染, 在一定程度上影响了人们对物理过程真实变化的认识<sup>[1,2]</sup>. 对信号、图像进行降噪处理, 能有效地提高数据的可靠性、数据分析的精确度以及数据的预测效果

等<sup>[3]</sup>. 数据降噪实际上就是要在降低噪声水平和保留数据特性之间作权衡. 传统的滤波方法在消除噪声的同时, 容易丢失数据的高频特征, 甚至会严重扭曲数据. 小波变换以其良好的时频域局部化特性和多分辨率分析能力, 在一定程度上克服了传统方法的局限<sup>[4~8]</sup>. 小波阈值降噪最早由 Donoho<sup>[9]</sup> 等人提出, 目前已经成为主

流的降噪方法,其基本思想是根据信号和噪声在不同分辨率下的分布特征的差异信息来滤除噪声,能有效地解决降噪和信号特征丢失之间的矛盾<sup>[8~15]</sup>.

小波阈值降噪只强调高频段的降噪而忽略了低频段的噪声,其理由是:信号的能量主要集中在低频区域,而噪声能量集中在高频部分.目前的小波阈值降噪存在如下缺点:(1)忽略了低频部分噪声对信号的影响;(2)没有考虑最优阈值取决于噪声类型.针对这些问题,Mallat 在早期的研究中曾指出低频段的噪声对信号降噪同样有影响<sup>[8]</sup>.更何况噪声种类较多,噪声在不同频段的能量分布差别很大,例如:紫噪声经过小波分解后的能量主要集中在高频区域,红噪声经过小波分解后的能量主要集中在低频区域;白噪声的能量分布一般处于紫噪声和红噪声之间.因此我们在进行指小波阈值降噪时,仅对高频系数进行小波阈值降噪,其过程与效果对不同类型噪声差别甚大.

现有的阈值选取方法主要有:固定阈值、Stein 无偏似然估计阈值、Heursure 阈值、极大极小阈值等.但这些阈值主要针对白噪声或变化规律类似于白噪声的噪声,如蓝噪声、紫噪声等,对于变化规律与白噪声相差较大的噪声,不一定适合.为了克服这些缺陷,论文首次尝试对信号进行全频段降噪,也即:对信号小波分解的低频系数、高频系数同时降噪(Low and High frequency domain De-noising, LHD),并与仅对传统阈值降噪方法(仅对高频系数进行降噪、High frequency De-noising, HD)进行对比实验研究.全频段阈值降噪方法的思路如下:首先检测信号受污染的噪声类型,然后根据噪声类型自适应选择合适的阈值,进而对信号的全频段进行降噪.实验结果表明,当噪声强度大于有用信号时,LHD

方法降噪的最佳效果要优于 HD,并且所需要的分解层数也小于仅对 HD;当噪声强度等于有用信号时,白噪声、色噪声、随机噪声、粉红噪声、红噪声 LHD 的最佳效果要优于 HD,其分解尺度也小于 HD;当噪声强度小于有用信号时,LHD 同样优于 HD,但随着 SNR 的增大这种明显的优势逐渐降低,但从最佳分解尺度来看,LHD 均优于 HD.最后,论文将上述结论应用于径流数据和图像数据的降噪,取得了令人满意的效果.

## 2 全频降噪的必要性分析

本文对七类常见信号噪声,即:白噪声、色噪声、随机噪声、粉红噪声、红噪声、蓝噪声和紫噪声进行分析.

### 2.1 不同类型噪声的功率谱分布特点

我们使用韦尔奇方法(Welch's method)估计各类噪声的功率谱,结果如图 1 所示.由图 1 可见,白噪声、随机噪声的功率谱基本为一常数;色噪声的功率谱在某一频率范围内基本为一常数;粉红噪声和红噪声的功率主要分布在中低频段,且在某一频率范围内,随着频率的增加,其功率密度下降曲线为  $1/f$ ;蓝噪声和紫噪声是在有限频率范围内,功率密度随频率的变化曲线可用对数函数描述.对不同类型的噪声而言,功率谱随频率变化特点是不一样的,因此在进行小波阈值降噪时不区分噪声类型的阈值选取方法是不科学的.同时,由于粉红噪声和红噪声的功率随频率的增大逐渐减小,在低频处进行降噪应能取得较好效果;而蓝噪声和紫噪声随频率的增大逐渐增大在高频处进行降噪应能取得较好效果.

### 2.2 七类噪声随小波分解尺度的能量分布特点

使用 `coif1` 小波对七类噪声进行多尺度分解,计算

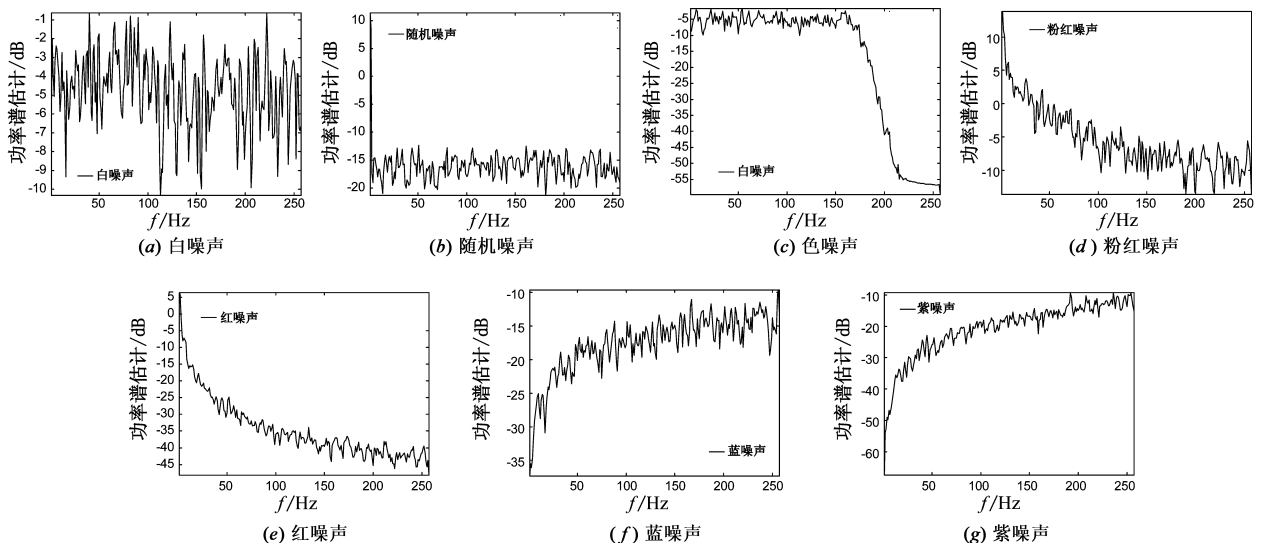


图1 七类噪声功率谱分布图

各类噪声在不同尺度的能量变化情况. 能量计算公式为

$$E(x) = \sum_{t=1}^m (f_x(t))^2 \quad (1)$$

式中,  $E$  为能量,  $x$  为小波分解尺度,  $f_x(t)$  为小波分解  $x$  尺度下的子序列. 计算结果如图 2 所示.

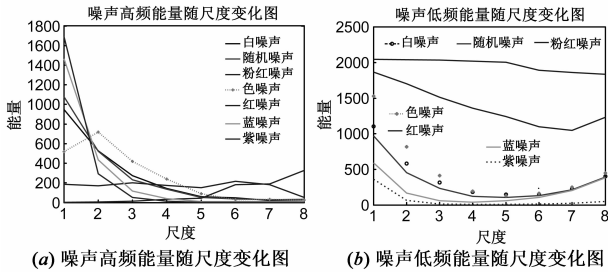


图2 七类噪声能量随小波分解尺度变化图

能量随小波变换的高频部分变化图(图 2(a))显示: 白噪声、色噪声、随机噪声、蓝噪声和紫噪声五种噪声, 随着尺度的增大, 噪声能量呈指数递减; 而红噪声和粉红噪声, 在高频部分能量较小, 且随尺度的增大变化缓慢. 由此可得: 前五种噪声分解尺度越大可取得越好的高频降噪效果. 但尺度越大, 对有用信号的损失也会越大. 而粉红噪声和红噪声在高频部分的能量始终较小, 因此在高频部分对其进行降噪, 效果不会明显.

从能量随小波变换的低频部分变化图(图 2(b))可见: 对于白噪声、色噪声、随机噪声、蓝噪声和紫噪声五种噪声, 噪声能量随尺度的增加开始逐渐减小. 因此, 对于这五种噪声, 当分解尺度较大时可取得最佳降噪效果. 对于粉红噪声和红噪声, 可明显看出其在低频能量约为高频的 10 倍. 因此这两种信号的降噪应以低频为主.

### 3 不同噪声阈值自适应确定方法

降噪过程中小波阈值的选取直接影响着降噪效果. 阈值一般随着小波分解层数的变化而变化, 其幅度取决噪声的强度, 且依赖于不同噪声类型. 通过观察不同类别噪声随着小波分解尺度变化, 本文选取的逼近函数为:

$$\lambda_x = \sigma \sqrt{\frac{ax^2 + bx + c}{m_x}} \quad (2)$$

其中  $\lambda_x$  为小波分解的第  $x$  层阈值,  $\sigma$  为噪声强度估计,  $m_x$  为小波分解的第  $x$  层系数个数,  $a$ 、 $b$  和  $c$  是待定参数. 由于后续的全频降噪方法涉及到每一层分解的低频和低频部分, 这两部分的阈值选取有明显的差异, 因此, 我们针对高频和低频部分分别拟合其阈值变化函数. 针对上述噪声类型, 拟合的结果如表 1 所示.

表 1 不同噪声类型的低频高频部分阈值函数

噪声类型		阈值函数
白噪声	高频	$\lambda_x = \sigma \sqrt{\frac{35.84x^2 - 444.5x + 1348}{m_x}}$
	低频	$\lambda_x = \sigma \sqrt{\frac{46.72x^2 - 504.7x + 1413}{m_x}}$
随机噪声	高频	$\lambda_x = \sigma \sqrt{\frac{37.73x^2 - 456.3x + 1363}{m_x}}$
	低频	$\lambda_x = \sigma \sqrt{\frac{72.12x^2 - 636.9x + 1561}{m_x}}$
色噪声	高频	$\lambda_x = \sigma \sqrt{\frac{11.66x^2 - 204.5x + 880.7}{m_x}}$
	低频	$\lambda_x = \sigma \sqrt{\frac{65.21x^2 - 729.3x + 2071}{m_x}}$
粉红噪声	高频	$\lambda_x = \sigma \sqrt{\frac{-0.05978x^2 - 8.462x + 191.1}{m_x}}$
	低频	$\lambda_x = \sigma \sqrt{\frac{6.081x^2 - 244.2x + 2096}{m_x}}$
红噪声	高频	$\lambda_x = \sigma \sqrt{\frac{0.1522x^2 + 9.285x - 12.87}{m_x}}$
	低频	$\lambda_x = \sigma \sqrt{\frac{-0.961x^2 - 8.907x + 2063}{m_x}}$
蓝噪声	高频	$\lambda_x = \sigma \sqrt{\frac{60.99x^2 - 701.4x + 1858}{m_x}}$
	低频	$\lambda_x = \sigma \sqrt{\frac{23.55x^2 - 270.2x + 713.9}{m_x}}$
紫噪声	高频	$\lambda_x = \sigma \sqrt{\frac{71.93x^2 - 807.8x + 2059}{m_x}}$
	低频	$\lambda_x = \sigma \sqrt{\frac{16.95x^2 - 174.3x + 425.1}{m_x}}$

当根据表达式  $ax^2 + bx + c$  计算数值小于零时, 阈值则取零值. 与传统的小波降噪阈值的确定方法相比, 本文提出的非线性阈值计算方法, 与噪声类型、噪声强度、噪声频率以及小波分解尺度相关, 能有效改善降噪效果, 并更大程度地保留有用信号.

### 4 LHD 算法框架

为了去除分布在整个频域范围内的噪声, 本文提出了全频段小波阈值降噪的算法, 对小波变换后的高低频系数均进行阈值处理, 以提高降噪效果. 全频段小波阈值降噪算法主要包含噪声类型识别、小波阈值降噪以及噪声检验等内容.

#### 4.1 噪声类型识别与噪声检验

噪声序列经 Mallat 变换分解后的系数仍是噪声序列<sup>[8,15]</sup>, 反映在自相关系数关系上应大致相等, 即

$$\frac{\rho_1^2 + \rho_2^2 + \dots + \rho_m^2}{\rho_1'^2 + \rho_2'^2 + \dots + \rho_m'^2} - 1 = 0 \quad (3)$$

其中,  $\{\rho_k, k = 1, 2, \dots, m\}$  是原序列自相关系数,  $\{\rho_k', k = 1, 2, \dots, m\}$  是小波分解去相关后的自相关系数. 自相关系数计算公式如下:

$$\rho_k = \frac{\sum_{n=1}^{N-k} (x_n - \bar{x}_N)(x_{n+k} - \bar{x}_N)}{\sum_{n=1}^N (x_n - \bar{x}_N)^2} \quad (4)$$

式中,  $\bar{x}_N = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n$ . 当  $N$  充分大后,  $\sqrt{N}(\rho_1^2 + \rho_2^2 + \dots + \rho_m^2)$  和  $\sqrt{N}(\rho_1'^2 + \rho_2'^2 + \dots + \rho_m'^2)$  都近似服从  $\chi^2(m)$  分布. 给定显著水平  $\alpha$ , 查自由度为  $F(m, m)$  分布表, 得到临界值  $F_\alpha$ , 当实际计算结果  $> F_\alpha$  时, 则否定原假设.

在小波去相关方法的基础上, 可以对噪声类型进行识别, 并对噪声进行检测. 即将去相关后的估计序列的自相关系数之和与各类噪声的自相关系数之和进行比较, 则结果较大的噪声为原序列所含噪声. 同时, 通过判断各层小波分解系数是否表现噪声特性, 从而可以自适应地确定分解层次. 即, 当在当前尺度下的系数中的噪声相关性小于某一临界值时, 则认为该系数中噪声很弱或者没有, 已没有降噪的必要.

### 4.2 全频降噪流程

全频段小波阈值降噪算法流程图如图 3 所示. 全频段小波阈值降噪主要指 LHD 方法降噪. 全频降噪方法流程(以一维信号为例)如下:

步骤 1: 数据输入并初始化, 计算最大小波分解尺度  $k_{max}$ , 分解尺度变量  $k = 1$ .

步骤 2: 采用小波去相关方法识别数据的噪声类型.

步骤 3: 将数据进行小波分解, 分解尺度为  $k$ .

步骤 4: 提取小波分解的高频系数, 采用本文提出的自适应阈值确定方法计算其阈值, 并进行降噪.

步骤 5: 提取小波分解的低频系数, 采用本文提出的自适应阈值确定方法计算其阈值, 并进行降噪.

步骤 6:  $k = k + 1$ .

步骤 7: 对降噪后的低频系数进行噪声特性检测, 如仍表现噪声特性且分解层数未超最大层, 执行步骤 3; 否则对降噪后的低频和低频系数进行小波重构, 生成数据的最后降噪结果.

## 5 实验验证及其分析

### 5.1 人工信号的实验分析

#### 5.1.1 评价指标

为评价降噪算法的性能, 采用信噪比(SNR)和均方误差(MSE)进行降噪效果评估. 信号的信噪比公式为:

$$R_{SN} = 10 \lg \left[ \frac{\sum_n x^2(n)}{\sum_n [x(n) - \hat{x}(n)]^2} \right] \quad (5)$$

式中,  $R_{SN}$  为信噪比,  $x(n)$  为不含噪声的标准信号,  $\hat{x}(n)$  为含噪声信号.

均方误差的公式为

$$R_{MSE} = \left[ \frac{\sum_{i=1}^L \|x(i) - x_c(i)\|^2}{\sum_{i=1}^L \|x(i)\|^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

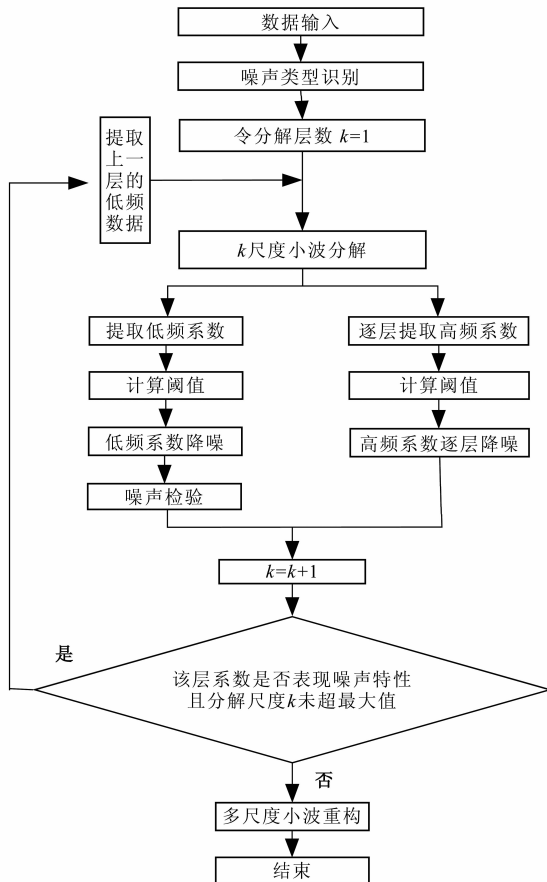


图 3 全频段小波阈值降噪算法流程图

#### 5.1.2 LHD 与 HD 方法的降噪效果

本文对 5 种测试信号, 即 MATLAB 自带的 4 种测试信号( TEST1-TEST4)以及  $\sin(0.03t)$ , 数据长度为 2048, 最大分解尺度为 8. 使用  $\text{coif1}$  小波, 在不同信噪比下(信噪比从 -13 到 76.89), 分别加入七类噪声, 采取本文提出的一元二次函数的阈值确定规则, 在每个小波分解层次上都估计噪声的阈值, 进行降噪. 当测试信号 LHD 方法优于 HD 方法时(信噪比和均方差均优), 在对应的噪声及信噪比上加 1. 具体结果如表 2 所示. 如, 表 2(a) 中, 当信号的信噪比为 -13 时, 对白噪声、随机噪声和有色噪声, LHD 方法优于 HD 方法的各有 5 种测试信号, 小计有效数为 15, 有效率为 100%; 当信号的信噪比为 0 时, 对白噪声、随机噪声和有色噪声, LHD 方法优于 HD 方法的分别有 4, 1, 4 种测试信号, 小计有效数为 9, 有效率为 60%, 等.

由表 2 可见, 当  $SNR > 0$  时, 对七类噪声, LHD 方法降噪效果优于 HD 方法的概率为 100%. 随着信号的信

噪比逐渐增大, LHD 方法降噪效果优于 HD 方法的情形逐渐减少. 但是当信号的信噪比小于 30 时, 对红噪声和粉红噪声, LHD 方法降噪效果优于 HD 方法的情形大于 50%. 这也说明对信号的低频部分降噪的必要性. 同时, 降噪的效果与测试信号本身的性质也密切相关.

表 2 LHD 方法与 HD 方法对各类噪声的降噪效果比较  
(a) 白噪声、随机噪声和色噪声

SNR	WN	RN	CN	小计	有效率
-13	5	5	5	15	100%
0	4	1	4	9	60%
7	1	1	2	4	27%
17	2	1	3	6	40%
27	2	2	1	5	33%
37	1	1	1	3	20%
47	1	0	1	2	13%
57	1	0	1	2	13%
67	0	0	0	0	0%
77	0	0	0	0	0%
87	1	0	0	1	7%

说明: WN-白噪声, RN-随机噪声, CN-色噪声

(b) 粉红噪声和红噪声

SNR	PN	ReN	小计	有效率
-13	5	5	10	100%
0	5	5	10	100%
7	4	4	8	80%
17	4	5	9	90%
27	3	4	7	70%
37	2	2	4	40%
47	2	2	4	40%
57	1	1	2	20%
67	1	1	2	20%
77	1	1	2	20%
87	1	2	3	30%

说明: PN-粉红噪声, ReN-红噪声

(c) 蓝噪声和紫噪声

SNR	BN	VN	小计	BN、VN 有效率
-13	5	5	10	100%
0	1	1	2	20%
7	1	0	1	10%
17	0	0	0	0%
27	0	0	0	0%
37	0	0	0	0%
47	0	0	0	0%
57	0	0	0	0%
67	0	0	0	0%
77	0	0	0	0%
87	0	0	0	0%

注: BN-蓝噪声, VN-紫噪声

### 5.1.3 LHD 和 HD 方法的最佳分解尺度对比

定义信号在不同的小波分解尺度下, 降噪后最大

信噪比对应的分解尺度为最佳分解尺度. 求出所有测试信号在不同信噪比下, 进行 LHD 方法降噪和 HD 方法降噪的最佳分解尺度. 从本实验可总结如下规律: 当噪声强度较小时, LHD 方法的最佳分解尺度明显小于 HD 方法, 而红噪声与粉红噪声最为突出; 随着 SNR 的增大, LHD 方法与 HD 方法的最佳分解尺度均逐渐减小, 直至主要集中于第 1 层.

### 5.1.4 LHD 与小波包降噪实验比较

由 Ronald Coifman 提出的小波包系统允许在高频段进行更精细的分析, 从而提高了信号的时频分辨率. 小波包分解系数的阈值通常要通过实验来确定. 但不同类别噪声在不同频段的能量分布差异较大, 如果对没有噪声或者噪声非常小的小波系数进行降噪, 更容易造成信号受损. 因此, 小波包所增加的高频段的分辨率, 并非对所有信号及噪声在任何条件下的降噪都有效. 将 LHD 方法以及 HD 方法降噪效果与小波包降噪的效果进行比较. 实验结果表明: 当噪声强度大于等于有用信号时, LHD 方法与 HD 方法的降噪效果均优于小波包; 当原含噪信号的信噪比在 0~30 之间时, 对于粉红噪声、红噪声, LHD 方法降噪与 HD 方法降噪优于小波包的有效率超 60%; 当原信号的信噪比大于 30, LHD 方法降噪的有效率降至 40%. 并且, 降噪效果与测试信号也关系密切.

### 5.2 径流数据的实验分析

径流时间序列中主要包含噪声主要为白噪声, 其测量数据的信噪比一般大于 0. 本应用对 2001~2010 年柳江日径流流速时间序列中的噪声进行降噪, 即使用 *coif1* 小波, 小波分解尺度为 2, 采用 LHD 方法.

图 4(a) 为 2001~2010 年柳江日径流流速时间序列, 图 4(b) 为对图 4(a) 径流数据加了高斯白噪声后的时间序列, 图 4(c) 为对图 4(b) 的信号采用 LHD 方法降噪结果, 对低频系数与高频系数同时降噪的效果, 图 4(d) 为对图 4(a) 的信号采用 LHD 方法降噪结果. 对应的信噪比如表 3 所示. 采用 BP 神经网络对上述四种柳江径流流速时间序列分别进行拟合, 并把最后的 365 个样本作为检验样本, 在 BP 模型参数设置保持一致的情况下, 四种序列的拟合与预测结果平均绝对误差如表 3 所示. 由图 4 及表 3 可见, 加上高斯白噪声后, 柳江径流时间序列的拟合及预测效果明显下降. 尽管对加了高斯白噪声的柳江径流时间序列降噪后, BP 模型的预测效果有所提高, 但从图 4(c) 可见, 原时间序列中的极值受到较大压缩, 原时序的有用信息也会受到损失. 对图 4(a) 的信号降噪后, 柳江径流时间序列不仅获得更大的信噪比, 同时也更大程度保留了径流时间序列的有用信息, 从而取得更精确的预测效果.

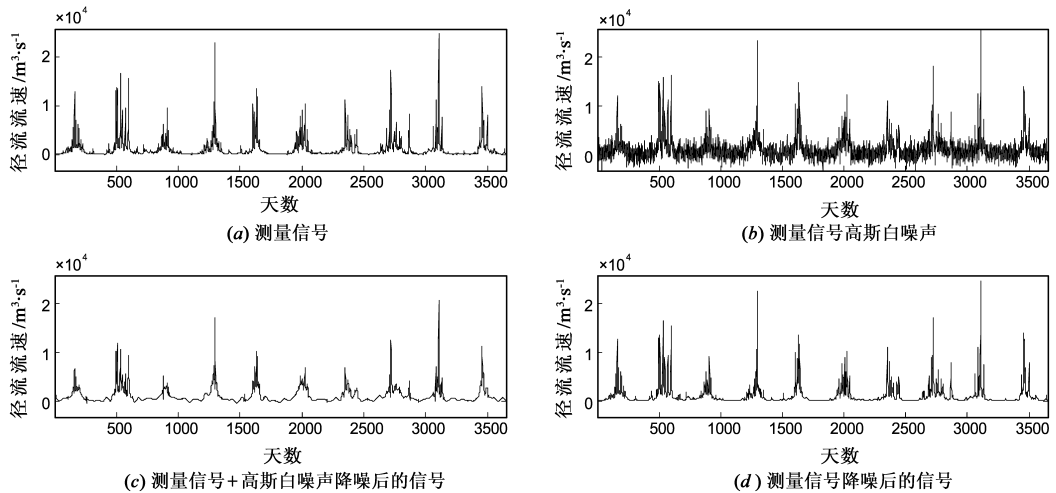


图4 径流信号降噪前后比较

表 3 四种柳江径流流速时间序列的降噪特性比较

	RD	RDN	RDND	RDD
SNR		4.6	7.6	28.6
AE_FI(m³/s)	2864.0	2569.9	2197.1	1360.7
AE_Fo(m³/s)	1716.9	1866.8	1511.1	788.4

说明: RD: 径流数据; RDN: 径流数据 + 高斯白噪声; RDND: 径流数据 + 高斯白噪声降噪后; RDD: 径流数据降噪; AE\_FI: 拟合平均绝对误差; AE\_Fo: 预测平均绝对误差

### 5.3 图像数据的实验分析

本文将图像经小波分解的低频系数纳入降噪范围,将 MATLAB 自带的 board.tif 图像作为测试图像,比较性能参数为 SNR. 采用仅对低频系数进行降噪(即 LD 方法),以及 LHD 方法,效果优于 HD 方法的达 93%. 具体而言,当噪声密度较小时,对图像使用 LD 方法降噪可获得最大信噪比;当噪声密度较大时,对图像使用 LHD 方法降噪效果最好. 这说明,当噪声密度较小时,噪声主要集中于图像小波变换的低频部分,使用 LD 方法就能取得较好的降噪效果;而使用 LHD 方法降噪后信噪比 LD 方法减小,说明高频部分的噪声很少,对其降噪很容易造成图像系数的丢失. 当噪声密度较大时,噪声在图像小波变换的低频部分与高频部分都存在,因此 LHD 方法可获得最大的信噪比.

### 5.4 复杂干扰下 LHD 算法的性能分析

在本文所述的 5 种测试信号中,分别加入 7 类混合噪声,见表 4. 使用 coi1f 小波,采用 LHD 方法进行降噪. 求出所有测试信号分别使用 LHD 方法降噪和 HD 方法降噪的效果对比. 当 LHD 方法优于 HD 方法时(信噪比、均方差均优,且 LHD 方法对应的小波分解尺度小于等于 HD 方法),在对应的噪声及测试信号上标注 1. 实验结果表明,当信号的信噪比较小时, LHD 方法的降噪效果普遍优于 HD 方法;当信号的信噪比较大时,使

用 HD 方法效果更佳. 此外,降噪效果还与测试信号本身关系紧密. 表 5 列出了当信号的信噪比为 30 时降噪效果比较情况.

表 4 混合噪声类型

符号	混合噪声方法	符号	混合噪声方法
mixn1	白噪声 + 随机噪声 + 色噪声	mixn5	mixn1 + mixn3
mixn2	粉红噪声 + 红噪声	mixn6	mixn2 + mixn3
mixn3	蓝噪声 + 紫噪声	mixn7	mixn1 + mixn2 + mixn3
mixn4	mixn1 + mixn2		

表 5 混合噪声小波阈值降噪后信噪比较

	test1	Test2	Test3	Test4	Test5	有效率
mixn1	1	1	1	0	0	0.6
mixn2	1	0	1	1	1	0.8
mixn3	0	0	0	0	0	0
mixn4	1	1	1	0	0	0.6
mixn5	1	1	1	0	0	0.6
mixn6	1	1	1	1	1	1
mixn7	1	1	1	1	0	0.8
有效率	0.86	0.71	0.86	0.43	0.29	0.63

从表 5 可见,与 HD 方法比较, LHD 方法对大部分混合噪声表现出优越的降噪性能,总有效率为 63%. 除对蓝噪声与紫噪声的降噪效果相对较差,对其他混合噪声的降噪中, LHD 方法优于 HD 方法的有效率均达到 60% 以上. 这说明 LHD 方法也适合在复杂干扰下的进行降噪. 需要注意的是,在复杂干扰下,自适应阈值计算出来的是主要噪声类型所对应的阈值.

## 6 结论

本文针对传统阈值降噪方法存在的缺陷,提出了一种自适应全频阈值降噪方法. 该方法相较于传统的方法具备如下创新之处: (1) 阈值的自适应确定方法考虑了小波分解尺度、噪声类型和噪声强度等因素,更符

合实际情况;(2)方法强调整个频段的降噪,降噪效果优于其他方法.实验的结果进一步验证了该方法的有效性、鲁棒性,甚至对复杂的混合噪声场景,也能取得良好的降噪效果,具体体现在:(1)当信噪比较低时,采用全频降噪方法对大部分类型的噪声而言均优于传统方法,并且全频降噪方法仅需要信号分解到1~2层即可取得良好效果;(2)当信噪比较高时,全频阈值降噪技术的降噪效果和传统方法一致,但所需小波的分解层数少于传统方法.

## 参考文献

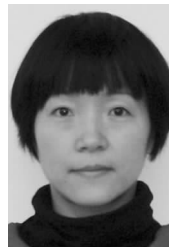
- [1] 马淑芬,吴嗣亮.有色噪声中谐波频率的频域非线性预滤波估计方法[J].电子学报,2000,28(6):44-47.  
MA S F, WU S L. Sinusoid frequency estimation in colored noise based on nonlinear prefiltering in frequency domain[J]. Acta Electronica Sinica, 2000, 28(6): 44-47. (in Chinese)
- [2] Ramadan Z M. Efficient restoration method for images corrupted with impulse noise[J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2012, 31(4): 1397-1406.
- [3] Ramadan Z M. Monochromatic-based method for impulse noise detection and suppression in color images[J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2013, 32(4): 1859-1874.
- [4] 陶维亮,等.基于小波模极大值移位相关的光谱去噪方法[J].光谱学与光谱分析,2009,29(5):1241-1245.  
Tao W L, et al. A de-noising algorithm for absorption spectra by wavelet transform modulus maxima shift-related filter[J]. Spectroscopy and Spectral Analysis, 2009, 25(9): 1241-1246. (in Chinese)
- [5] 曲巍巍,高峰.基于噪声方差估计的小波阈值降噪研究水[J].机械工程学报,2010,46(2):28-35.  
Qu W W, Gao F. Study on wavelet threshold de-noising algorithm based on estimation of noise variance[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(2): 28-35. (in Chinese)
- [6] Sang Y F. A practical guide to discrete wavelet decomposition of hydrologic time series[J]. Water resources management, 2012, 26(11): 3345-3365.
- [7] Sang Y F, Wang D, Wu J C. Entropy-based method of choosing the decomposition level in wavelet threshold de-noising[J]. Entropy, 2010, 12(6): 1499-1513.
- [8] Mallat S, Hwang W L. Singularity detection and processing with wavelets[J]. Information Theory, IEEE Transactions on, 1992, 38(2): 617-643.
- [9] Donoho D L, Johnstone J M. Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage[J]. Biometrika, 1994, 81(3): 425-455.
- [10] Mallat S G. Multiresolution approximations and wavelet orthonormal bases of  $L_2(\mathbb{R})$ [J]. Transactions of the American Mathematical Society, 1989, 315(1): 69-87.
- [11] 王维,等.小波阈值降噪算法中最优分解层数的自适应确定及仿真[J].仪器仪表学报,2009,30(3):526-530.  
Wang W, Zhang Y T, Ren G Q. Adaptive selection and simulation of optimal decomposition level in threshold de-noising algorithm based on wavelet transform[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2009, 30(3): 526-532. (in Chinese)
- [12] 苏睿,王仲奇. $\gamma$ 能谱小波降噪控制研究[J].原子能科学技术,2014,48(7):1309-1313.  
Su R, Wang Z Q. Research of wavelet de-noising control for  $\gamma$  spectrum[J]. Atomic Energy Science and Technology, 2014, 48(7): 1311-1316. (in Chinese)
- [13] 胡振邦,许睦旬,姜歌东,等.基于小波降噪和短时傅里叶变换的主轴突加不平衡非平稳信号分析[J].振动与冲击,2014,33(5):20-23.  
Hu Z B, Xu M X, Jiang G D, et al. Analysis of non-stationary signal of a sudden unbalanced spindle based on wavelet noise reduction and short-time Fourier transformation[J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 33(5): 20-23. (in Chinese)
- [14] Donoho D L, Johnstone I M. Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage[J]. Journal of the American Statistical Association, 1995, 90(432): 1200-1224.
- [15] Mallat S, Zhong S. Characterization of signals from multiscale edges[J]. IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence, 1992, 14(7): 710-732.

## 作者简介



**董文永** 男,1973年生于河南南阳,计算机软件与理论博士,现为武汉大学计算机学院教授、博士生导师.长期从事系统科学、仿真与控制、演化计算、并行计算、机器学习、数据挖掘等方面的工作.

E-mail: dwy@whu.edu.cn



**丁红(通信作者)** 女,1973年生于广西融安,武汉理工大学信息工程学院博士生,副教授,研究方向为智能计算、数据挖掘.

E-mail: dhong20123@163.com

**董学士** 男,1985年出生于山东日照,武汉大学计算机学院博士生,研究方向为机器学习、智能计算等.

E-mail: dxs\_cs@163.com

**王豫峰** 男,1982年生于山东平度,武汉大学计算机学院博士生,研究方向为机器学习、演化计算.

E-mail: shandian9876@163.com