

多子阵互耦影响下的非圆信号自校正算法

尹洁昕, 吴 瑛, 王 鼎

(解放军信息工程大学信息工程学院, 河南郑州 450002)

摘 要: 针对多子阵互耦影响下的非圆信号波达方向(Direction-Of-Arrival, DOA)估计问题, 给出了一种针对最大非圆率信号的互耦自校正算法. 该算法利用均匀线阵互耦矩阵的带状、对称 Toeplitz 性和多子阵互耦矩阵的块状对角特性, 能够与传统的互耦秩减估计器一样避免多维搜索和迭代运算. 并且通过结合信号的非圆特性来扩展数据模型, 使得其估计精度较传统的互耦秩减估计算法有明显提升, 可分辨信源数也有所增加. 对该算法的理论性能进行研究, 分析了其对未知参数的可辨识性必要条件, 并基于最大非圆率信号模型给出了相应的克拉美罗界(Cramér-Rao Bound, CRB). 仿真结果表明, 该算法较传统的互耦秩减估计算法在低信噪比、小快拍数下有更强的鲁棒性.

关键词: 多子阵; 互耦; 波达方向估计; 最大非圆率信号; 克拉美罗界

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2015)09-1696-09

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.09.004

Auto-Calibration Method for Noncircular Sources in the Presence of Mutual Coupling of Multiple Subarrays

YIN Jie-xin, WU Ying, WANG Ding

(Communication Engineering College, PLA Information Engineering University, Zhengzhou, Henan 450002, China)

Abstract: The direction-of-arrival (DOA) estimation method for noncircular sources with maximum noncircularity rate in multiple subarrays is proposed when there exists mutual coupling between sensors of each subarray. Based on the banded and symmetric Toeplitz character of the coupling matrix of uniform linear arrays (ULAs) and the block diagonal character of the coupling matrix of multiple subarrays, the proposed method can avoid multidimensional search and iterative computation like the conventional rank reduction estimator (RARE). We extend the data model by using the noncircular feature of the sources, and thus the proposed method outperforms the conventional RARE in terms of estimation accuracy and the number of sources that can be distinguished. The performance study provides a necessary condition for unique estimation, and the expression of noncircular Gaussian Cramér-Rao bound (CRB) matrix for DOAs is presented. The simulation results illustrate that the proposed algorithm is more robust than the conventional RARE with respect to lower signal-to-noise ratio and fewer number of samplings.

Key words: multiple subarrays; mutual coupling; DOA estimation; noncircular signal with maximum noncircularity rate; CRB

1 引言

空间谱估计侧重于研究空间多传感器阵列所构成的处理系统对感兴趣的信号的空间参数的多种参数进行准确估计的能力, 其主要目的是估计信号的空域参数或波达方向^[1](Direction-Of-Arrival, DOA). 由于非圆信号是现代通信系统中的常用信号(常见的有 BPSK、AM、PAM 和 MASK 等调制信号), 近年来, 利用信号非圆特性提高空间谱测向性能的算法得到大量研究^[2-4]. 这些算法的分辨力和测角精度都较之传统的 MUSIC、ESPRIT 等算法有明显提高, 但是它们都假设阵中各个天线单元是理想

工作而互不干扰的. 然而, 阵元间的互耦效应在阵列天线的实际工作中常常不可避免, 这会使得非圆信号超分辨率算法的性能急剧下降, 甚至失效.

互耦效应与阵列的电磁特性密切相关, 较为复杂, 所以阵列的互耦补偿与校正成为阵列技术领域中的一个重要研究方向. 文献[5, 6]分别采用矩量法和时域有限差分法(Finite-Difference Time-Domain, FDTD)对互耦进行电磁计算, 然后用该互耦系数的计算值来实现互耦补偿. 但是它们对互耦的测量和计算精度有时难以满足实际工程需要, 并且测量值会随着周围环境和电磁参数的变化而改变, 因而现在常用的另一类抑制互耦的方法

是把互耦校正问题转化为参数估计问题来处理,其中自校正方法能够实现对阵列误差参数以及波达方向的联合在线估计^[7].在互耦影响的自校正算法中,秩减估计器(Rank Reduction Estimator, RARE)由于其无需任何阵列误差参数信息,估计精度高、分辨力强,且算法的运算量较小,可避免高维非线性优化搜索等优点,近年来被广泛应用.文献[8~10]分别就共形天线阵列、平面阵、均匀直线阵提出了互耦自校正的 RARE 算法.对于多子阵阵列,不但可以在不增加硬件及软件复杂度的情况下,对子阵进行稀疏设置来扩展阵列孔径,而且利用特殊子阵的结构还能简化算法^[11],所以越来越多的学者关注于研究多子阵阵列的互耦自校正问题.文献[12~14]利用均匀线阵互耦矩阵的带状、对称 Toeplitz 性,提出了基于“十字型”、“L型”、“Y型”阵列的估计互耦矩阵与 DOA 的 RARE 算法.文献[15]利用多子阵互耦矩阵的块状对角特性,根据秩减原理提出了一种多子阵解耦波达方向估计算法.

基于以上研究现状,考虑利用信号的非圆特性,即椭圆协方差矩阵不为零,相当于增加可利用信息,进而可以进一步提升校正精度或者处理更多维数的未知参量.本文提出了一种针对最大非圆率信号的多子阵阵列互耦条件下的自校正方法,该算法利用均匀线阵互耦矩阵的带状、对称 Toeplitz 性以及多子阵互耦矩阵的块状对角特性并结合信源的非圆特性,建立了扩展的秩减估计模型,实现了对波达方向和互耦系数的“去耦合”估计,无需迭代或者多维搜索.

衡量算法性能的重要参照来源于对其性能的理论分析,本文对算法参数的可辨识条件进行了分析,并推导了最大非圆率信号的 DOA 估计的克拉美罗界(Cramér-Rao Bound, CRB).

2 数学符号说明

这里对本文中将要使用的数学符号进行说明:(1) $[\cdot]^*$ 、 $[\cdot]^T$ 、 $[\cdot]^H$ 分别表示矩阵或者向量的共轭、转置、共轭转置;(2) $\text{blkdiag}[\cdot]$ 表示由矩阵或矢量作为对角元素构成的块状对角矩阵;(3) $\text{diag}[\cdot]$ 表示由矢量中的元素构成的对角矩阵;(4) $\text{vec}[\cdot]$ 表示矩阵的矢量化;(5) \otimes 表示矩阵的 Kronecker 乘积;(6) $E[\cdot]$ 为求期望符号;(7) $\text{rank}\{\cdot\}$ 表示矩阵的秩;(8) $\det[\cdot]$ 表示方阵的行列式;(9) $\text{Re}\{\cdot\}$ 、 $\text{Im}\{\cdot\}$ 分别表示取矩阵或者矢量的实部、虚部.

3 信号模型及非圆信号的互耦自校正算法

3.1 非圆信号

若随机信号 s 与其的任意旋转具有相同的一阶和二阶统计特性,即 s 具有旋转不变性,则称之为圆信

号,反之为非圆信号.直观来讲,若 s 为圆性复随机矢量,则有 $E[s] = \mathbf{0}$,协方差矩阵 $E[ss^H] \neq \mathbf{0}$ 而椭圆协方差矩阵 $E[ss^T] = \mathbf{0}$ ^[16];若 s 为非圆信号,则有 $E[ss^H] \neq \mathbf{0}$ 且 $E[ss^T] \neq \mathbf{0}$.因此,有关非圆信号的算法可以通过利用椭圆协方差矩阵不为零的特点,相当于成倍增加有效的阵元个数.

对于非圆信号 s ,其椭圆协方差与协方差之间满足

$$E[s^2] = \rho e^{j\phi} E[|s|^2] \quad (1)$$

式中, ρ 为信号的非圆率,取值为 $0 \leq \rho \leq 1$, ϕ 为信号的非圆相角.若信号的非圆率 $\rho = 1$,则称之为最大非圆率信号,常见的最大非圆率信号有 BPSK、AM、MASK 等调制信号.本文的算法针对最大非圆率信号进行研究,并假设信源相互独立.

3.2 互耦影响下的多子阵阵列的信号扩展模型

假设阵列由 P 个互不重叠的子阵构成,每个子阵由 M_p ($p = 1, 2, \dots, P$) 个各向同性的阵元均匀直线排列,即该阵列阵元数共有 $M = \sum_{p=1}^P M_p$ 个.设相邻阵元间隔为 d ,以某个子阵阵元为参考原点,以该子阵所在方向为标称方向,建立多子阵阵列的坐标系如图 1 所示.

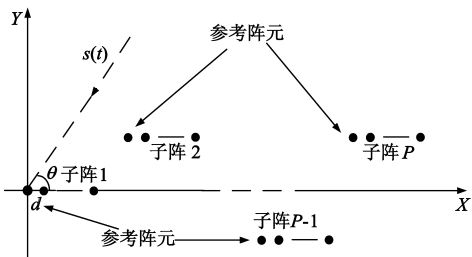


图1 多子阵结构示意图

设第 p 个子阵的流型矢量为 $\mathbf{a}_p(\theta)$, 则该多子阵阵列的流型矢量为

$$\mathbf{a}(\theta) = [\mathbf{a}_1^T(\theta), \mathbf{a}_2^T(\theta), \dots, \mathbf{a}_P^T(\theta)]^T \quad (2)$$

式(2)为阵列流型精确已知情况下的表达式,当阵元间发生电磁耦合效应时,需要对阵列的流型矢量进行修正.由于足够远的两阵元间的互耦系数几乎为 0,假设两个子阵间的距离较远,因此认为子阵与子阵间不存在互耦,只有子阵阵元间存在互耦效应.设 \mathbf{C}_p ($p = 1, 2, \dots, P$) 表示第 p 个子阵的互耦矩阵,则第 p 个子阵的流型矢量可以修正为

$$\mathbf{b}_p(\theta, \mathbf{C}_p) = \mathbf{C}_p \mathbf{a}_p(\theta) \quad (3)$$

继而多子阵阵列的流型矢量变为

$$\mathbf{b}(\theta, \mathbf{C}) = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \mathbf{a}_1(\theta) \\ \mathbf{C}_2 \mathbf{a}_2(\theta) \\ \vdots \\ \mathbf{C}_P \mathbf{a}_P(\theta) \end{bmatrix} = \mathbf{C} \mathbf{a}(\theta) \quad (4)$$

式中, $\mathbf{C} = \text{blkdiag}[\mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2, \dots, \mathbf{C}_P] \in \mathbf{C}^{M \times M}$ 为多子阵阵列

的互耦矩阵。

对于 N 个远场窄带信号入射的情况,在考虑子阵阵元间互耦影响时, M 个阵元在特定时刻 t 接收到的信号矢量表示为:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{B}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (5)$$

其中, $\mathbf{x}(t)$ 为阵列的 $M \times 1$ 维快拍数据矢量, $\mathbf{s}(t)$ 为空间信号源的 $N \times 1$ 维快拍数据矢量, $\mathbf{n}(t)$ 为阵列的 $M \times 1$ 维快拍复圆高斯噪声矢量,与信号不相关. \mathbf{B} 为误差阵列的 $M \times N$ 维流型矩阵,即

$$\mathbf{B} = [\mathbf{b}(\theta_1, \mathbf{C}), \mathbf{b}(\theta_2, \mathbf{C}) \cdots, \mathbf{b}(\theta_N, \mathbf{C})] = \mathbf{C}\mathbf{A} \quad (6)$$

其中, $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2) \cdots \mathbf{a}(\theta_N)]$ 为原始的阵列流型矩阵, $\theta_n (n=1, 2, \cdots, N)$ 表示第 n 个信号源的波达方向参数. 结合信源的非圆特性,将接收到的快拍信号扩展为:

$$\mathbf{y}(t) = [\mathbf{x}^T(t), \mathbf{x}^H(t)]^T \quad (7)$$

其中, $\mathbf{x}(t)$ 的表达见式(5),其协方差矩阵写为:

$$\mathbf{R}_x = \mathbf{E}[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)] = \mathbf{B}\mathbf{R}_s\mathbf{B}^H + \sigma_n^2\mathbf{I}_M \quad (8)$$

式中, σ_n^2 为噪声功率, \mathbf{R}_s 为非圆信号源 $\mathbf{s}(t)$ 的协方差矩阵. 对于最大非圆率信号,将式(5)代入 $\mathbf{x}(t)$ 的椭圆协方差矩阵定义式,并令 $\rho = 1$,有

$$\mathbf{R}_x^e = \mathbf{B}\mathbf{A}_\phi\mathbf{R}_s\mathbf{B}^T \quad (9)$$

其中, $\mathbf{A}_\phi = \text{diag}[e^{j\phi_1}, e^{j\phi_2}, \cdots, e^{j\phi_N}]$.

因而扩展后信号 $\mathbf{y}(t)$ 的协方差矩阵 \mathbf{R}_y 可表达如下:

$$\mathbf{R}_y = \mathbf{E}[\mathbf{y}(t)\mathbf{y}^H(t)] = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_x & \mathbf{R}_x^e \\ \mathbf{R}_x^{e*} & \mathbf{R}_x^* \end{bmatrix} = \mathbf{B}_{\text{NC}}\mathbf{R}_s\mathbf{B}_{\text{NC}}^H + \sigma_n^2\mathbf{I}_{2M} \quad (10)$$

其中, $\mathbf{B}_{\text{NC}} = [\mathbf{B}^T \quad \mathbf{A}_\phi^H\mathbf{B}^H]^T$ 为最大非圆率信号模型下的流型矩阵,继而相应的流型矢量为

$$\mathbf{b}_{\text{NC}}(\theta_n, \phi_n, \mathbf{C}) = \begin{bmatrix} \mathbf{b}(\theta_n, \mathbf{C}) \\ \mathbf{b}^*(\theta_n, \mathbf{C})e^{-j\phi_n} \end{bmatrix}, n=1, 2, \cdots, N \quad (11)$$

对扩展的协方差矩阵 \mathbf{R}_y 进行特征值分解,特征值满足下式^[1]:

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_N > \lambda_{N+1} = \cdots = \lambda_{2M} = \sigma_n^2 \quad (12)$$

将特征矢量矩阵分为两部分:一是与大特征值对应的信号子空间 $\mathbf{U}_s = [\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \cdots, \mathbf{e}_N] \in \mathbf{C}^{2M \times N}$,二是与小特征值对应的噪声子空间 $\mathbf{U}_n = [\mathbf{e}_{N+1}, \mathbf{e}_{N+2}, \cdots, \mathbf{e}_{2M}] \in \mathbf{C}^{2M \times (2M-N)}$. 继而得到噪声子空间的正交投影矩阵为:

$$\mathbf{\Pi}_{\text{NC}}^\perp = \mathbf{I}_{2M} - \mathbf{U}_s\mathbf{U}_s^H = \mathbf{U}_n\mathbf{U}_n^H \in \mathbf{C}^{2M \times 2M} \quad (13)$$

本文针对非圆信号的互耦自校正算法就是基于该扩展噪声子空间与扩展信号子空间的正交性来实现的.

3.3 扩展的互耦秩减估计器

根据互耦效应的特性,通常可以用一个带状对称 Toeplitz 矩阵^[15]来对均匀线阵的互耦系数矩阵建模,并将 \mathbf{C}_p 用其第一个元素 $[\mathbf{C}_p]_{1,1}$ 归一化,则 \mathbf{C}_p 满足

$$\begin{cases} [\mathbf{C}_p]_{i,j} = [\mathbf{C}_p]_{|i-j|+1,1}, \\ [\mathbf{C}_p]_{i,1} = 0, i > K_p, \\ [\mathbf{C}_p]_{1,1} = 1, \end{cases} \quad (14)$$

其中, K_p 为 \mathbf{C}_p 中第一列(行)中不为零的元素个数,称之为第 p 个子阵的互耦自由度,表示只有相邻 K_p 个阵元之间存在着互耦效应.

考虑到 \mathbf{C}_p 的带状对称 Toeplitz 性,可以将第 p 个子阵的流型矢量分解为

$$\mathbf{b}_p(\theta, \mathbf{C}_p) = \mathbf{b}_p(\theta, \mathbf{c}_p) = \mathbf{T}_p(\theta)\mathbf{c}_p \quad (15)$$

其中, $\mathbf{c}_p \in \mathbf{C}^{K_p \times 1}$ 为互耦系数矩阵 \mathbf{C}_p 的第一列前 K_p 个元素组成的矢量,即均匀线阵的互耦可以用 K_p 维的矢量 \mathbf{c}_p 唯一表征, $\mathbf{T}_p(\theta) \in \mathbf{C}^{M_p \times K_p}$ 是只与信源方位有关的矩阵,具体表达式为

$$\mathbf{T}_p(\theta) = \mathbf{T}_p^{(1)}(\theta) + \mathbf{T}_p^{(2)}(\theta) \quad (16)$$

其中,

$$[\mathbf{T}_p^{(1)}(\theta)]_{i,j} = \begin{cases} a_p(i+j-1), i+j \leq M_p+1 \\ 0, \text{ else} \end{cases} \quad (17)$$

$$[\mathbf{T}_p^{(2)}(\theta)]_{i,j} = \begin{cases} a_p(i-j+1), i \geq j \geq 2 \\ 0, \text{ else} \end{cases} \quad (18)$$

继而多子阵阵列的流型矢量能够分解为如下形式:

$$\mathbf{b}(\theta, \mathbf{c}) = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \mathbf{a}_1(\theta) \\ \mathbf{C}_2 \mathbf{a}_2(\theta) \\ \vdots \\ \mathbf{C}_P \mathbf{a}_P(\theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_1(\theta) \mathbf{c}_1 \\ \mathbf{T}_2(\theta) \mathbf{c}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{T}_P(\theta) \mathbf{c}_P \end{bmatrix} \quad (19)$$

式中, $\mathbf{c}_p (p=1, 2, \cdots, P)$ 均为首一矢量,因此上式能够进一步变形为

$$\mathbf{b}(\theta, \mathbf{c}) = \mathbf{T}(\theta)\mathbf{c} \quad (20)$$

其中,

$$\mathbf{T}(\theta) = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_1^{(1)}(\theta) & \bar{\mathbf{T}}_1^{(1)}(\theta) & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{t}_2^{(1)}(\theta) & \mathbf{0} & \bar{\mathbf{T}}_2^{(1)}(\theta) & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{t}_P^{(1)}(\theta) & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \bar{\mathbf{T}}_P^{(1)}(\theta) \end{bmatrix} \in \mathbf{C}^{M \times (K-P+1)} \quad (21)$$

$$\mathbf{c} = [\mathbf{c}_1^T, [\mathbf{c}_2^T]_{2:K_2}, \cdots, [\mathbf{c}_P^T]_{2:K_P}]^T \in \mathbf{C}^{(K-P+1) \times 1} \quad (22)$$

上式中, $K = \sum_{p=1}^P K_p$, $\mathbf{t}_p^{(1)}(\theta)$ 表示 $\mathbf{T}_p(\theta)$ 的第一列, $\bar{\mathbf{T}}_p^{(1)}(\theta)$ 表示 $\mathbf{T}_p(\theta)$ 除去其第一列后的矩阵, \mathbf{c} 为用来表征多子阵阵列互耦系数的矢量.

将式(20)代入式(11)中,非圆信号的阵列流型矢量能够表示为

$$\mathbf{b}_{\text{NC}}(\theta_n, \phi_n, \mathbf{c}) = \begin{bmatrix} \mathbf{T}(\theta_n) \mathbf{c} \\ \mathbf{T}^*(\theta_n) \mathbf{c}^* e^{-j\phi_n} \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{T}}(\theta_n) \boldsymbol{\eta}_n, n=1, 2, \cdots, N \quad (23)$$

其中, $\tilde{\mathbf{T}}(\theta_n) = \text{blkdiag}[\mathbf{T}(\theta_n), \mathbf{T}^*(\theta_n)] \in \mathbf{C}^{2M \times 2(K-P+1)}$ 只

与信源方位有关, $\boldsymbol{\eta}_n = [\mathbf{c}^T, e^{-j\phi_n} \mathbf{c}^H]^T \in \mathbf{C}^{2(K-P+1) \times 1}$ 包含了非圆信号的相关信息以及多子阵阵列的互耦参数.

根据子空间正交原理^[1], 有

$$\mathbf{b}_{\text{NC}}^H(\theta_n, \phi_n, \mathbf{c}) \boldsymbol{\Pi}_{\text{NC}}^\perp \mathbf{b}_{\text{NC}}(\theta_n, \phi_n, \mathbf{c}) = 0, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (24)$$

式中, $\boldsymbol{\Pi}_{\text{NC}}^\perp$ 由式(13)给出. 将式(23)代入上式中, 有

$$\boldsymbol{\eta}_n^H \mathbf{Q}(\theta_n) \boldsymbol{\eta}_n = 0 \quad (25)$$

其中,

$$\mathbf{Q}(\theta_n) = \tilde{\mathbf{T}}^H(\theta_n) \boldsymbol{\Pi}_{\text{NC}}^\perp \tilde{\mathbf{T}}(\theta_n) \quad (26)$$

由于向量 $\boldsymbol{\eta}_n \neq \mathbf{0}$, 且 $\mathbf{Q}(\theta_n)$ 为半正定矩阵, 则与式(25)等价的条件是矩阵 $\mathbf{Q}(\theta_n)$ 奇异或出现秩损现象. 即有下式成立:

$$D(\theta_n) = \det[\mathbf{Q}(\theta_n)] = 0 \quad (27)$$

文献[17]已经证明在利用最大非圆率信号扩展数据模型的协方差矩阵下, 正交投影矩阵 $\boldsymbol{\Pi}_{\text{NC}}^\perp$ 可以分解如下形式:

$$\boldsymbol{\Pi}_{\text{NC}}^\perp = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Pi}_1^\perp & \boldsymbol{\Pi}_2^\perp \\ \boldsymbol{\Pi}_2^{\perp*} & \boldsymbol{\Pi}_1^{\perp*} \end{bmatrix} \quad (28)$$

其中, $\boldsymbol{\Pi}_1^\perp$ 为半正定的 Hermitian 矩阵, $\boldsymbol{\Pi}_2^\perp$ 为复对称矩阵^[17]. 将上式代入式(26)中, $\mathbf{Q}(\theta)$ 可以进一步分解为

$$\mathbf{Q}(\theta) = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{11}(\theta) & \mathbf{Q}_{12}(\theta) \\ \mathbf{Q}_{21}(\theta) & \mathbf{Q}_{22}(\theta) \end{bmatrix} \quad (29)$$

式中,

$$\begin{cases} \mathbf{Q}_{11}(\theta) = \mathbf{T}^H(\theta) \boldsymbol{\Pi}_1^\perp \mathbf{T}(\theta), \\ \mathbf{Q}_{12}(\theta) = \mathbf{T}^H(\theta) \boldsymbol{\Pi}_2^\perp \mathbf{T}^*(\theta), \\ \mathbf{Q}_{21}(\theta) = \mathbf{T}^T(\theta) \boldsymbol{\Pi}_2^{\perp*} \mathbf{T}(\theta), \\ \mathbf{Q}_{22}(\theta) = \mathbf{T}^T(\theta) \boldsymbol{\Pi}_1^{\perp*} \mathbf{T}^*(\theta) \end{cases} \quad (30)$$

由于 $\boldsymbol{\Pi}_1^\perp$ 不是未扩展数据模型的正交投影矩阵^[17], 即对于任意 $\theta = \theta_n$ ($n = 1, 2, \dots, N$) 时, 有 $\det[\mathbf{Q}_{11}] \neq 0$, 再由 $\boldsymbol{\Pi}_1^\perp$ 的正定性可知 $\det[\mathbf{Q}_{11}] > 0$. 因此, 根据等式 $\det[\mathbf{Q}] = \det[\mathbf{Q}_{11}] \det[\mathbf{Q}_{22} - \mathbf{Q}_{21} \mathbf{Q}_{11}^{-1} \mathbf{Q}_{12}]$, 可以将优化问题建模如下:

$$\begin{cases} \hat{\theta}_n = \arg \min_{\theta} D(\theta), \quad n = 1, 2, \dots, N \\ D(\theta) = \det[\hat{\mathbf{Q}}_{22} - \hat{\mathbf{Q}}_{21} \hat{\mathbf{Q}}_{11}^{-1} \hat{\mathbf{Q}}_{12}] = \det[\mathbf{T}^T(\theta) \hat{\boldsymbol{\pi}}(\theta) \mathbf{T}^*(\theta)] \end{cases} \quad (31)$$

式中, $\hat{\boldsymbol{\pi}}(\theta) = \hat{\boldsymbol{\Pi}}_1^{\perp*} - \hat{\boldsymbol{\Pi}}_2^{\perp*} \mathbf{T}(\theta) (\mathbf{T}^H(\theta) \hat{\boldsymbol{\Pi}}_1^\perp \mathbf{T}(\theta))^{-1} \cdot \mathbf{T}^H(\theta) \hat{\boldsymbol{\Pi}}_2^\perp$, 其中 $\hat{\boldsymbol{\Pi}}_1^\perp$ 与 $\hat{\boldsymbol{\Pi}}_2^\perp$ 表示由观测数据给出的估计量. 需要说明的是, 上式的估计结果的渐进(快拍数 $L \rightarrow \infty$) 统计特性与基于式(27)为目标函数求出的估计量是等价的^[18]. 因此, N 个信号源的方位估计能够通过对上

述优化函数 $D(\theta)$ 进行一维搜索得到 (N 个极小值点).

接着, 由式(25)与矩阵特征矢量的定义可知, 对矢量 $\boldsymbol{\eta}_n$ 的估计可由 $\mathbf{Q}(\hat{\theta}_n)$ 的最小特征值对应的特征矢量获得, 再根据互耦矩阵的特殊结构, 有 $[\mathbf{c}]_1 = 1$, 则对 $\boldsymbol{\eta}_n$ 的估计为

$$\hat{\boldsymbol{\eta}}_n = \mathbf{e}_{\min}[\mathbf{Q}(\hat{\theta}_n)] \quad \text{且} \quad \mathbf{e}_{\min}(1) = 1, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (32)$$

继而根据 $\boldsymbol{\eta}_n = [\mathbf{c}^T, e^{-j\phi_n} \mathbf{c}^H]^T$, 可知对非圆相角 ϕ_n 的估计可由每个 $\hat{\boldsymbol{\eta}}_n$ 直接求解, 而由于每个 $\boldsymbol{\eta}_n$ 中的互耦参数 c 是相同的, 则对 c 的估计由 $\hat{\boldsymbol{\eta}}_n$ ($n = 1, 2, \dots, N$) 中相应元素的平均值获得, 即:

$$\begin{cases} \hat{\phi}_n = -\arg\left(\frac{1}{K-P+1} \sum_{i=1}^{(K-P+1)} \frac{[\hat{\boldsymbol{\eta}}_n]_{K-P+1+i}}{[\hat{\boldsymbol{\eta}}_n]_i}\right), \quad n = 1, 2, \dots, N \\ \hat{\mathbf{c}} = \frac{1}{2N} \sum_{n=1}^N \left([\hat{\boldsymbol{\eta}}_n]_{1:(K-P+1)} + \frac{[\hat{\boldsymbol{\eta}}_n^*]_{(K-P+2):2(K-P+1)}}{[\hat{\boldsymbol{\eta}}_n^*]_{(K-P+2)}} \right) \end{cases} \quad (33)$$

基于上述思想, 利用最大非圆率信号的数据模型, 不仅将观测数据提升了一倍, 还能够和常规互耦自校正算法一样, 对信源方位和互耦参数进行联合且“去耦合”的估计, 扩展的互耦秩减估计器由式(31)给出.

4 性能分析

4.1 参数的可辨识性必要条件

这里针对本文算法, 给出扩展的互耦秩减估计器对未知参数的可辨识性必要条件: 多子阵阵元总数 M 与互耦自由度以及信源个数之间需要满足以下条件

$$M \geq N/2 + K - P + 1 \quad (34)$$

下面证明该条件的必要性:

用反证法证明 $M \geq N/2 + K - P + 1$. 假设阵元总数 M 不满足 $M \geq N/2 + K - P + 1$, 即有 $2M - N < 2(K - P + 1)$ 成立, 此时根据矩阵秩的性质, 以及 $\text{rank}\{\boldsymbol{\Pi}_{\text{NC}}^\perp\} = 2M - N$ 可知 $\mathbf{Q}(\theta) \in \mathbf{C}^{2(K-P+1) \times 2(K-P+1)}$ 的秩有如下不等式成立 ($\mathbf{Q}(\theta)$ 表达式见式(26)):

$$\begin{aligned} \text{rank}\{\mathbf{Q}(\theta)\} &\leq \min\{2(K-P+1), \text{rank}\{\boldsymbol{\Pi}_{\text{NC}}^\perp\}\} \\ &= 2M - N < 2(K-P+1) \end{aligned} \quad (35)$$

上式说明 θ 取任意值, $\mathbf{Q}(\theta)$ 都会出现秩损现象, 即代价函数 $D(\theta) = 0$, 因而测向失败. 则假设不成立, 条件的必要性得证.

文献[15]给出了传统互耦自校正算法(未考虑非圆特性)所满足参数可辨识性的必要条件(参见文献[15]), 将它与本文算法参数可辨识性的必要条件(式(34))作对比, 可知本文算法参数可辨识性的必要条件对阵元总数 M 的要求比文献[15]中算法对 M 的要求降低了接近一半, 或者说最大可分辨信源数增加了一倍; 从另一个角度看, 对于相同的子阵数 P, K 的大小直接反应了互耦效应影响范围的大小, 因此对于给定

的信源个数 N 来说,本文算法参数可辨识性的必要条件较文献[15]中的算法放宽了对互耦效应影响范围的限制,即本文算法能够对互耦效应更强的阵列起到自校正作用。

4.2 基于独立最大非圆率信号模型的克拉美罗界

由于本文算法能够对信源方位和互耦系数“去耦合”估计,且自校正算法主要关注于信源方位参数的估计,该小节针对信源方位的估计量,推导基于独立最大非圆率信号模型的克拉美罗界。

为方便推导,将所有未知参量用矢量 Θ 表示,即为

$$\Theta = [\theta^T, \Phi^T, \mu_1^T, \mu_2^T, \dots, \mu_P^T, \mathbf{v}_1^T, \mathbf{v}_2^T, \dots, \mathbf{v}_P^T, \omega^T, \sigma_n^2]^T \quad (36)$$

其中, $\mu_l = \text{Re}\{[c_l]_2, [c_l]_3, \dots, [c_l]_{K_l}\}^T$, $\mathbf{v}_l = \text{Im}\{[c_l]_2, [c_l]_3, \dots, [c_l]_{K_l}\}^T$, $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N]^T$, $\Phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N]^T$, $\omega \in \mathbf{R}^{N \times 1}$ 由 $[R_y]_{i,i}$ ($1 \leq i \leq N$) 构成。

对于复的非圆高斯信号, L 次采样下 FISHER 矩阵的第 k 行,第 l 列元素为^[19]

$$[I_F]_{kl} = \frac{L}{2} (\partial \mathbf{r}_y / \partial \Theta_k)^H (\mathbf{R}_y^{-T} \otimes \mathbf{R}_y^{-1}) (\partial \mathbf{r}_y / \partial \Theta_l) \quad (37)$$

其中, $\mathbf{r}_y = \text{vec}[R_y]$. 由上式可得 FISHER 矩阵为

$$I_F = \frac{L}{2} (\partial \mathbf{r}_y / \partial \Theta^T)^H (\mathbf{R}_y^{-T} \otimes \mathbf{R}_y^{-1}) (\partial \mathbf{r}_y / \partial \Theta^T) \quad (38)$$

进一步,将 $\partial \mathbf{r}_y / \partial \Theta^T$ 分块为

$$\partial \mathbf{r}_y / \partial \Theta^T = [\partial \mathbf{r}_y / \partial \theta^T | \partial \mathbf{r}_y / \partial \alpha^T] \quad (39)$$

其中, $\alpha = [\Phi^T, \mu_1^T, \mu_2^T, \dots, \mu_P^T, \mathbf{v}_1^T, \mathbf{v}_2^T, \dots, \mathbf{v}_P^T, \omega^T, \sigma_n^2]^T$. 将上式代入式(38)中,得到

$$I_F = \frac{L}{2} \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{r}_y}{\partial \theta^T} \right)^H (\mathbf{R}_y^{-T} \otimes \mathbf{R}_y^{-1}) \frac{\partial \mathbf{r}_y}{\partial \theta^T}, \left(\frac{\partial \mathbf{r}_y}{\partial \theta^T} \right)^H (\mathbf{R}_y^{-T} \otimes \mathbf{R}_y^{-1}) \frac{\partial \mathbf{r}_y}{\partial \alpha^T} \\ \left(\frac{\partial \mathbf{r}_y}{\partial \alpha^T} \right)^H (\mathbf{R}_y^{-T} \otimes \mathbf{R}_y^{-1}) \frac{\partial \mathbf{r}_y}{\partial \theta^T}, \left(\frac{\partial \mathbf{r}_y}{\partial \alpha^T} \right)^H (\mathbf{R}_y^{-T} \otimes \mathbf{R}_y^{-1}) \frac{\partial \mathbf{r}_y}{\partial \alpha^T} \end{bmatrix} \quad (40)$$

利用矩阵的求逆公式,获得关于信源方位的克拉美罗界为

$$C_\theta = \frac{2}{L} \left\{ \left(\frac{\partial \mathbf{r}_y}{\partial \theta^T} \right)^H (\mathbf{R}_y^{-T/2} \otimes \mathbf{R}_y^{-1/2}) \times \mathbf{P}_{(\mathbf{R}_y^{-T/2} \otimes \mathbf{R}_y^{-1/2})(\partial \mathbf{r}_y / \partial \alpha^T)} (\mathbf{R}_y^{-T/2} \otimes \mathbf{R}_y^{-1/2}) \left(\frac{\partial \mathbf{r}_y}{\partial \theta^T} \right) \right\}^{-1} \quad (41)$$

其中, $\mathbf{P}_{(\mathbf{R}_y^{-T/2} \otimes \mathbf{R}_y^{-1/2})(\partial \mathbf{r}_y / \partial \alpha^T)}$ 为矩阵 $(\mathbf{R}_y^{-T/2} \otimes \mathbf{R}_y^{-1/2}) (\partial \mathbf{r}_y / \partial \alpha^T)$ 的正交投影算子。

5 数值仿真与结果分析

为了验证本文提出的扩展互耦秩减估计器的优越性,该部分通过数值仿真将文献[14]中的互耦校正算法(未将各个子阵的互耦矩阵归一化处理)与文献[15]中的互耦校

正算法(下文中简称为 RARE(I)与 RARE(II))与本文算法(下文中简称为 NC-RARE)的估计性能进行对比.实验采用 3 个子阵,阵元数分别为 3、4、5,子阵内的阵元间距为 0.5λ (λ 为入射信源波长),设第 p 个子阵的参考阵元坐标为 (x_p, y_p) (如图 1 所示),则各个子阵的参考阵元坐标分别为 $(x_1, y_1) = (0, 0)$, $(x_2, y_2) = (1.5\lambda, -0.7\lambda)$, $(x_3, y_3) = (3.5\lambda, 1\lambda)$. 假设信号源为远场窄带的 BPSK 信号(最大非圆率信号),噪声为高斯白噪声。

实验中的蒙特卡洛仿真次数为 2000 次,对于信源入射角度的估计均方根误差的统计为:

$$\epsilon_\theta = \sqrt{\frac{1}{2000} \sum_{k=1}^{2000} (\theta - \hat{\theta}^{(k)})^2} \quad (42)$$

式中, $\hat{\theta}^{(k)}$ 表示第 k 次仿真的入射角度估计值。

5.1 关于自校正效果的实验仿真

第一组实验中,假设有两个独立的等功率 BPSK 信号(非圆相位分别为 $\pi/3$ 和 $\pi/4$)分别从 40° 与 50° (与线阵夹角)方向同时入射,这里假定 3 个子阵的互耦自由度分别为 1、2、3,互耦系数依次为 $\mathbf{c}_1 = 1$, $\mathbf{c}_2 = [1, 0.2 + 0.14j]^T$, $\mathbf{c}_3 = [1, 0.3065 + 0.3951j, 0.1018 + 0.1721j]^T$, 采样点数为 $L = 200$,分别在信噪比为 0dB、5dB、10dB 下,对 NC-RARE 自校正算法(本文算法)和 MUSIC、NC-MUSIC^[2]测向算法的空间谱图进行对比,结果如图 2 所示: NC-RARE 的空间谱峰随着信噪比的增加而愈加尖锐,而 MUSIC 算法与 NC-MUSIC 算法在阵元间互耦效应存在时,谱峰对应的入射方向不仅与真实入射角度有偏差且峰值衰减较大,两者的空间谱随着信噪比的增加也没有明显改善,说明本文算法较一般的测向算法能够更加有效地抑制阵元间的互耦效应。

5.2 关于可分辨信源数的实验仿真

该组实验中采样点数为 $L = 200$,信噪比为 15dB. 这里给出 3 种实验条件:条件 1 的 3 个子阵的互耦自由度分别为 1、2、3,互耦系数依次为 $\mathbf{c}_1 = 1$, $\mathbf{c}_2 = [1, 0.2 + 0.14j]^T$, $\mathbf{c}_3 = [1, 0.3065 + 0.3951j, 0.1018 + 0.1721j]^T$, 4 个独立的 BPSK 信号分别从 40° 、 50° 、 65° 与 76° 方向同时入射;条件 2 的 3 个子阵的互耦自由度分别为 2、3、3,互耦系数依次为 $\mathbf{c}_1 = [1, 0.2 + 0.14j]^T$, $\mathbf{c}_2 = [1, 0.30 + 0.24j, 0.2 + 0.14j]^T$, $\mathbf{c}_3 = [1, 0.31 + 0.40j, 0.10 + 0.17j]^T$, 4 个独立的 BPSK 信号分别从 40° 、 50° 、 65° 与 76° 方向同时入射;条件 3 的 3 个子阵的互耦自由度分别为 3、3、3,互耦系数依次为 $\mathbf{c}_1 = [1, 0.25 + 0.16j, 0.2 + 0.14j]^T$, $\mathbf{c}_2 = [1, 0.30 + 0.24j, 0.2 + 0.14j]^T$, $\mathbf{c}_3 = [1, 0.31 + 0.40j, 0.10 + 0.17j]^T$, 6 个独立的 BPSK 信号分别从 30° 、 40° 、 50° 、 65° 、 76° 与 85° 方向同时入射. 在这三组实验条件下,分别作出 NC-RARE、RARE(I)、RARE(II)的空间谱图,如图 3 ~ 图 5 所示。

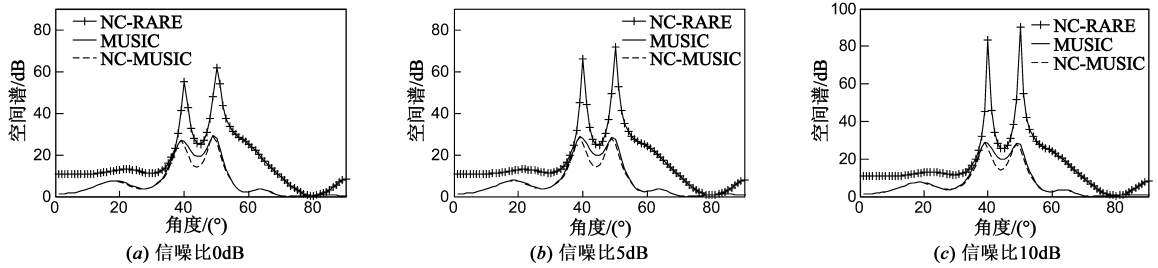


图2 NC-RARE与MUSIC、NC-MUSIC空间谱对比图

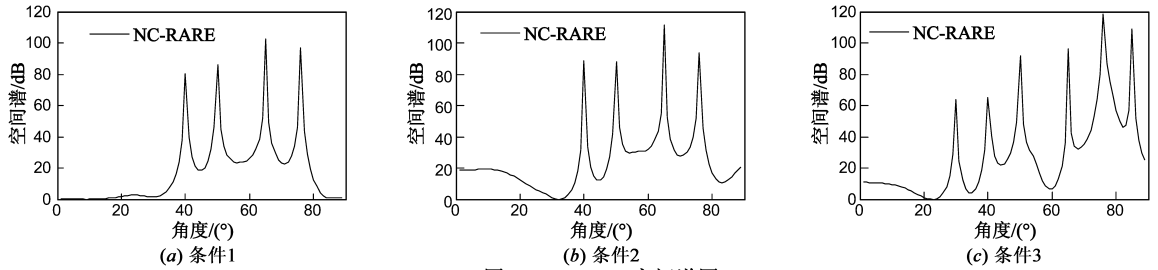


图3 NC-RARE空间谱图

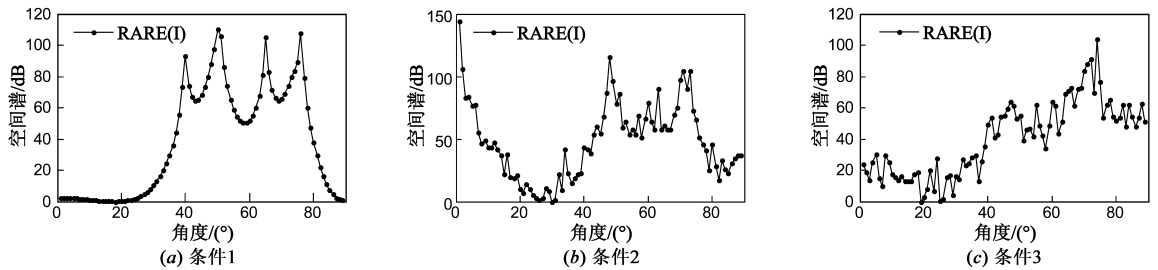


图4 RARE(I)空间谱图

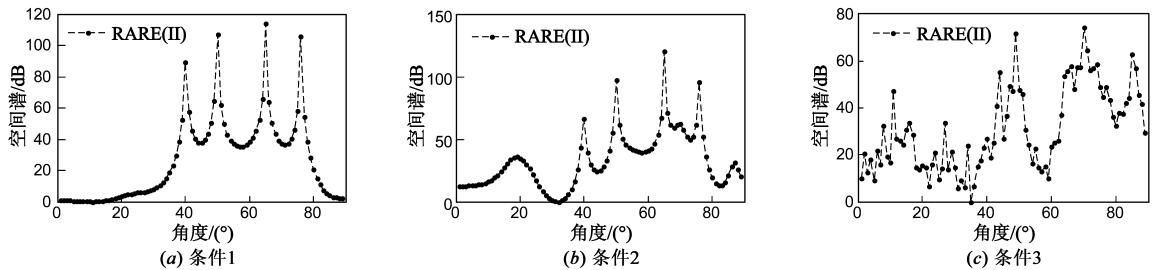


图5 RARE(II)空间谱图

对比以上 9 个空间谱图,不难发现随着互耦自由度的增加,信源个数的增加,本文的 NC-RARE 算法依旧能够分辨出入射信源,而 RARE(II)算法在实验条件 3 下,已经无法完成测向,RARE(I)算法的可分辨信源数更少.该实验结果与 4.1 节中的分析吻合,在利用信号的非圆特性后,相当于虚拟加倍了阵元个数,从而较传统的秩减估计器能够分辨更多的信源个数.

5.3 关于校正精度的实验仿真

上一组实验结果已显示 NC-RARE 算法的可分辨信源数在三种算法中最多,本组实验将在实验条件 1 的情况下,将三种算法对信源方位的估计精度与独立最大

非圆率信号模型下的克拉美罗界进行比较.这里假设有两个独立的等功率 BPSK 信号(非圆相位分别为 $\pi/3$ 和 $\pi/4$)分别从 40° 与 50° (与线阵夹角)方向同时入射.首先,固定采样点数 $L = 200$,图 6 给出了两个 BPSK 信号的方位估计误差随信噪比的变化曲线;其次,固定信噪比为 0dB,令样本点数从 $L = 100$ 增加到 $L = 1000$,相应的估计结果如图 7 所示;接着以 $L = 200$ 个采样点为样本,在信噪比为 5dB 时,子阵阵元间距在 0.2λ 到 0.5λ 间变化,图 8 给出了该条件下的仿真结果.从实验结果可以看出三种算法中,本文算法的估计精度最高,RARE(II)次之,RARE(I)最低;此外,由于纵坐标是按对

数值等间距标记的,图中显示出在低信噪比、小采样点数、阵元间距较近时,本文算法的精度提升更加明显,而且随着信噪比与采样点数的增加,阵元间距的增大,NC-RARE与相应的克拉美罗界也越来越接近。

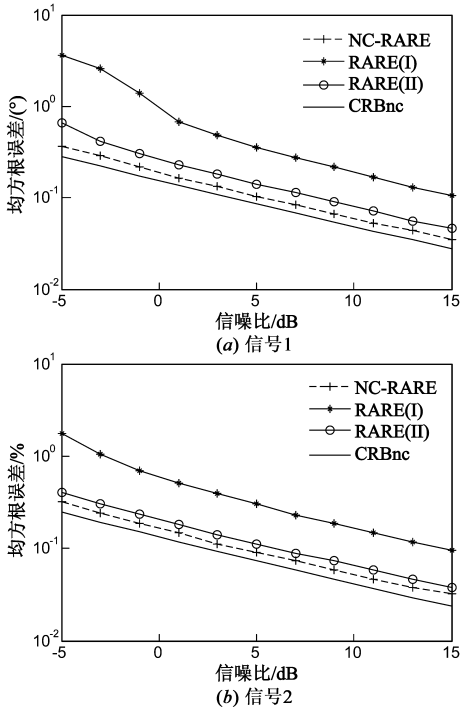


图6 方位估计随信噪比的变化

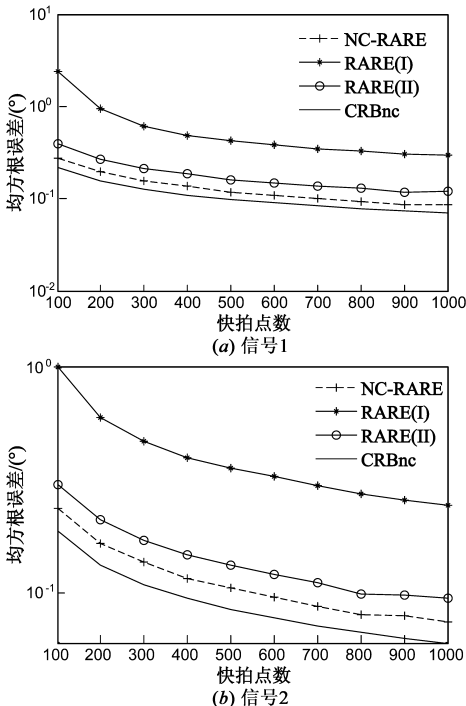


图7 方位估计随快拍点数的变化

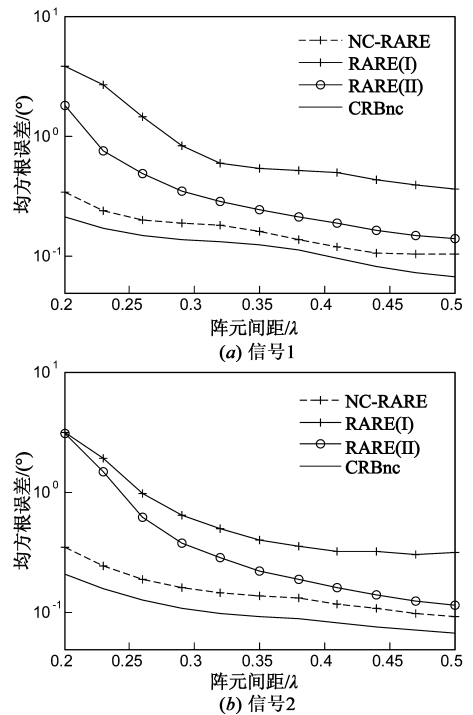


图8 方位估计随阵元间距的变化

最后,令 $L = 200$,信噪比为 5dB,阵元间距为 0.5λ ,分别统计三种算法对两个 BPSK 信号的信源方位估计均方根误差在非圆相角差为 $\Delta\phi = 0.2\text{rad}$, $\Delta\phi = 0.5\text{rad}$, $\Delta\phi = 0.7\text{rad}$ 时,随着入射角度差变化的情况,由于当入射角度差很小时,RARE(I)算法的估计误差较大,图 9

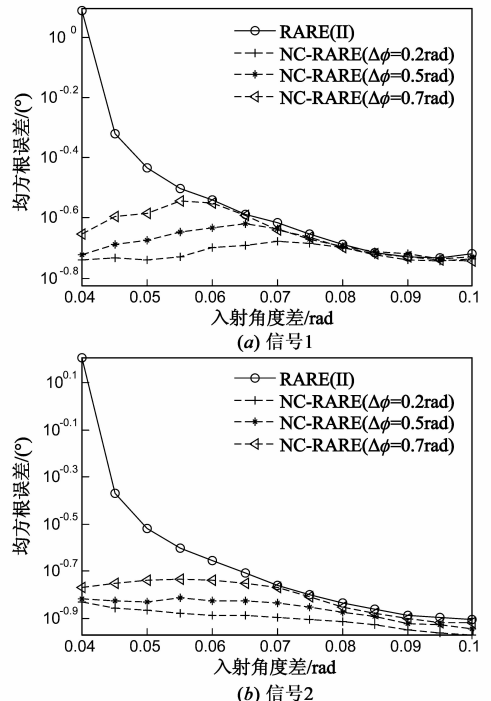


图9 方位估计随入射角度差的变化

只给出了 RARE(II)算法与本文算法的估计结果.实验结果显示 RARE(II)算法的估计误差随角度差的增大而减小,与非圆相角无关;而 NC-RARE 算法的估计误差与入射角度差、非圆相角差均有关系,分析最大非圆率信号模型中扩展后的流型矢量(见式(11)),此时流型矢量的相位信息同时包含了入射角度和非圆相位信息,因而 NC-RARE 算法的估计精度受两者的影响;在任何入射角度差下,NC-RARE 算法的估计误差均小于 RARE(II)算法的,其估计误差的峰值也只是接近小于 RARE(II),在小角度差下,这一性能优势更加明显.在相同的实验条件下,本文还将推导的基于独立最大非圆率信号模型的克拉美罗界与圆信号的克拉美罗界^[15]进行对比,如图 10 所示,它与图 9 的变化趋势相同.可以看出,不仅利用非圆特性的算法(NC-RARE)较传统的算法(RARE(I)与 RARE(II))性能更优,非圆信号的克拉美罗界本身就比圆信号的性能界更低.

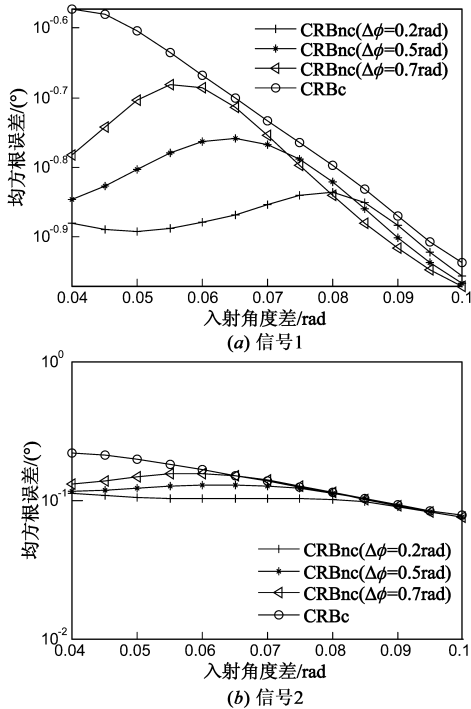


图 10 克拉美罗界随入射角度差的变化

6 结论

本文针对多子阵互耦影响下的非圆信号的 DOA 估计问题,给出了一种扩展的秩减估计器,该算法能够实现最大非圆率信号的信源方位和互耦系数的“去耦合”估计,从而避免多维非线性搜索与迭代.讨论了其对未知参数可辨识的必要条件,继而给出了该算法所能分辨信源数的条件.本文又推导了最大非圆率信号的信源方位估计克拉美罗界,作为衡量算法估计性能的重要参照.

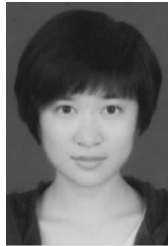
通过实验仿真首先验证了本文算法对互耦效应的校正效果;其次,对比了本文算法与两种传统的秩减估计器^[14,15]在不同互耦自由度,不同入射信源个数情况下的空间谱,验证了本文算法的可分辨信源数大于传统的秩减估计器;最后,将本文算法与两种传统秩减估计器的 DOA 估计误差进行了仿真,结果显示本文算法较传统秩减估计算法在低信噪比、小快拍个数、小阵元间距条件下具有更强的鲁棒性,对两个临近的入射信号也具有更高的估计精度.

参考文献

- [1] 王永良,陈辉,彭应宁,等.空间谱估计理论与算法[M].北京:清华大学出版社,2005.
- [2] Charge P, Wang Y, Saillard J. A noncircular sources direction finding method using polynomial rooting[J]. Signal Processing, 2001, 81(6): 1765 - 1770.
- [3] Harardt M, Romer F. Enhancements of unitary ESPRIT for non-circular sources [A]. ICASSP 2004 (2) [C]. Canada: IEEE, 2004. 101 - 104.
- [4] Delmas J P. Asymptotically minimum variance second-order estimation for noncircular signals with application to DOA estimation[J]. Signal Processing, IEEE Transactions on, 2004, 52(5): 1235 - 1241.
- [5] 伍裕江, 聂在平. 一种新的互耦补偿方法及其理论分析[J]. 电子学报, 2007, 35(3): 492 - 496.
Wu Yu-jiang, Nie Zai-ping. A new mutual coupling compensation method and its theoretical analysis [J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(3): 492 - 496. (in Chinese)
- [6] 郭陈江, 王小平, 丁君. 微带阵列互耦的时域有限差分法(FDTD)仿真[J]. 系统仿真学报, 2009, 21(3): 680 - 683.
Guo Chen-jiang, Wang Xiao-ping, Ding Jun. FDTD analysis of mutual coupling in microstrip array antennas [J]. Journal of System Simulation, 2009, 21(3): 680 - 683. (in Chinese)
- [7] Yin J, Wu Y, Wang D. On 2-D direction-of-arrival estimation performance for rank reduction estimator in presence of unexpected modeling errors[J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2014, 33(2): 515 - 547.
- [8] 王布宏, 郭英, 王永良. 共形阵列天线互耦校正的辅助阵元法[J]. 电子学报, 2009, 36(6): 1283 - 1288.
WANG Bu-hong, GUO Ying, WANG Yong-liang. Mutual coupling calibration for conformal array antenna with instrumental sensors [J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 36(6): 1283 - 1288. (in Chinese)
- [9] Wang B H, Wang Y L, Chen H. Robust DOA estimation and array calibration in the presence of mutual coupling for uniform linear array [J]. Science in China Series F: Information Sciences, 2004, 47(3): 348 - 361.
- [10] Liu C, Ye Z F, Zhang Y F. Auto-calibration algorithm for mu-

- tual coupling of planar array[J]. *Signal Processing*, 2010, 90(3): 784 – 794.
- [11] Pesavento M, Gershman A B, Wong K M. Direction finding in partly calibrated sensor arrays composed of multiple subarrays[J]. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 2002, 50(9): 2103 – 2115.
- [12] Hu X Q, Chen H, Wang Y L, Chen J W. A self-calibration algorithm for cross array in the presence of mutual coupling[J]. *Science China Information Sciences*, 2011, 54(4): 836 – 848.
- [13] 吴彪, 陈辉, 杨春华. 基于 L 型阵列的方位估计及互耦自校正算法研究[J]. *电子学报*, 2010, 38(6): 1316 – 1322.
WU Biao, CHEN Hui, YANG Chun-hua. Study of DOA estimation and self-calibration algorithm for L-shaped array in the presence of mutual coupling [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2010, 38(6): 1316 – 1322. (in Chinese)
- [14] 吴彪, 陈辉, 胡晓琴. 基于 Y 型阵的互耦矩阵与 DOA 的同时估计方法[J]. *通信学报*, 2010, 31(6): 119 – 126.
Wu Biao, Chen Hui, Hu Xiao-qin. Simultaneous estimation of mutual coupling matrix and DOA for Y-shaped array [J]. *Journal on Communications*, 2010, 31(6): 119 – 126. (in Chinese)
- [15] 齐崇英, 王永良, 张永顺. 多子阵互耦条件下的一维波达方向估计及互耦自校正[J]. *电子与信息学报*, 2006, 28(5): 909 – 914.
Qi Chong-ying, Wang Yong-liang, Zhang Yong-shun. One-dimensional DOA estimation and self-calibration algorithm for multiple subarrays in the presence of mutual coupling [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2006, 28(5): 909 – 914. (in Chinese)
- [16] 刘剑, 于红旗, 黄知涛, 周一宇. 模型误差对非圆信号测向 MUSIC 算法性能的影响[J]. *电子学报*, 2008, 36(12): 2280 – 2284.
- Liu Jian, Yu Hongqi, Huang Zhitao. Performance analysis of the MUSIC algorithm for noncircular signals with modeling errors [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2008, 36(12): 2280 – 2284. (in Chinese)
- [17] Abeida H, Delmas J P. MUSIC-like estimation of direction of arrival for noncircular sources [J]. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 2006, 54(7): 2678 – 2690.
- [18] Stoica P, Arye N. MUSIC, maximum likelihood, and Cramer-Rao bound [J]. *Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on*, 1989, 37(5): 720 – 741.
- [19] Delmas J P, Abeida H. Stochastic Cramér-Rao bound for non-circular signals with application to DOA estimation [J]. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 2004, 52(11): 3192 – 3199.

作者简介



尹洁昕 女, 1989 出生于河南郑州, 解放军信息工程大学硕士研究生, 主要研究方向为阵列信号处理. 通信地址: 河南省郑州市金水区俭学街 7 号院信息工程大学(450002).

E-mail: Cindyin0807@163.com

吴瑛 女, 1960 出生于河南郑州, 工学硕士, 解放军信息工程大学教授、博士生导师, 主要研究方向为数字信号处理, 阵列信号处理及其 DSP 实现.

E-mail: hnwuying22@163.com

王鼎 男, 1982 出生于安徽芜湖, 工学博士, 解放军信息工程大学讲师, 主要研究方向为阵列信号处理和无源定位.

E-mail: wang_ding814@aliyun.com