

基于二阶广义全变差的多帧图像超分辨率重建

任福全¹, 邱天爽¹, 韩 军², 金 声³

(1 大连理工大学电子信息与电气工程学部, 辽宁大连 116024; 2. 大连现代高技术集团有限公司, 辽宁大连 116025;
3. 澳大利亚纽卡索大学信息技术学院, 纽卡索, 2300)

摘 要: 图像超分辨率重建是图像处理领域的重要问题. 本文将二阶广义全变差用于基于正则化的多帧图像超分辨率重建问题, 构建了基于二阶广义全变差正则项的图像超分辨率模型. 为了更好地保持重建图像的边缘和细节, 采用图像空域自适应正则化参数, 并针对该重建模型的非光滑性, 给出了基于半二次正则化和交替方向法的求解算法. 实验结果表明该模型和数值算法能够较好地提高图像的分辨率, 同时可以较好地保持图像的细节信息.

关键词: 超分辨率重建; 二阶广义全变差; 自适应正则化参数; 半二次正则化; 交替方向法

中图分类号: TN 911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2015)07-1275-06

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.07.004

Multiframe Image Super Resolution Based on Second Order Total Generalized Variation

REN Fu-quan¹, QIU Tian-shuang¹, HAN Jun², JIN Sheng³

(1. Faculty of Electrical and Electronic Engine, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, China;
2. Dalian Modern High Technology Group Ltd, Dalian, Liaoning 116025, China;
3. School of Information Technology, University of Newcastle, Newcastle 2300, Australia)

Abstract: Super resolution is a very important issue in the field of image processing. In this paper, Second order total general variation (TGV) is used to solve a reconstruction based multi-frame images super resolution problem. A second order total general variation based super resolution model is built in the paper. In order to preserve the edges and detail information, a spatial adaptive regularization parameter of the image is applied. For solving the non-smooth problem, a half quadric and alternating direction based numerical algorithm is proposed. Experiments verified that the proposed model and numerical algorithm can effectively increase the resolution of an image, and they can preserve the texture and detail information.

Key words: super resolution; second order total generalized variation; adaptive regularization parameter; half-quadratic regularization; alternating direction method.

1 引言

超分辨率图像重建主要是利用一幅或多幅低分辨率图像来重建原始高分辨率图像的过程, 其开创性工作由 Tsai 和 Huang 在 1984 年提出. 该技术被广泛应用于遥感、医学、军事、民用安防等领域. 常用的超分辨率方法有基于重构的算法和基于学习的算法. 基于学习的超分辨率算法需要大量的训练样本进行学习, 构建高频样本库^[1]或冗余完备字典^[2-4]以获取大量的高频细节, 弥补图像采集过程中丢失的细节信息. 基于重构的超分辨率重建技术主要是依据退化模型, 结合图像先验信息的正则项约束, 采用迭代计算等数值算法获取高分辨率的清晰图像^[5]. 本文主要研究基于重构的超分辨率问题.

图像的退化模型描述了理想重建图像与低分辨率

图像之间的关系, 是图像基于重构超分辨率的基础. 给定一定场景的 p 幅低分辨率图像, 可以认为它们是由一幅高分辨率图像经过一系列的降质过程产生的, 降质过程包括几何运动、模糊、降采样及噪声等. 式(1)给出了超分辨率问题的退化模型:

$$f_k = DHW_k u + n_k, k = 1, \dots, K \quad (1)$$

其中 u 为所求高分辨率图像, f_k 为第 k 幅观测图像, H 为模糊算子, W_k 为第 k 幅图像的几何形变, D 为降采样算子, n_k 项为加性噪声.

当退化模型式(1)中 n_k 为高斯白噪声时, 可以得到式(1)的最小二乘估计

$$\tilde{u} = \arg \min_u \sum_{k=1}^K \|f_k - DHW_k u\|_2^2 \quad (2)$$

由于噪声, 降采样等因素的存在, 问题(1)的求解

是不适定的,式(2)中估计图像 $\tilde{\mathbf{u}}$ 与真实图像会有较大的偏差.正则项方法是处理上述不适定反问题的有效方法.采用正则项后基于重构的图像超分辨率重建问题可以表示成:

$$\tilde{\mathbf{u}} = \arg \min_{\mathbf{u}} \frac{\lambda}{2} \sum_{i=1}^K \| \mathbf{f}_i - \mathbf{DHW}_k \mathbf{u} \|_2^2 + R(\mathbf{u}) \quad (3)$$

其中, $R(\mathbf{u})$ 表示根据图像先验信息建立的正则项,常用的正则项有全变差(TV)正则项, Tikhonov 正则项, 稀疏性(l_1)正则项等.全变差正则项因其定义简单易于理解和实现,在图像去噪、图像去模糊、超分辨率重建、医学成像^[6]等领域被广泛使用.但由于全变差正则项是基于图像分片常数先验信息的正则项,具有分片常数的特性,往往造成图像的阶梯状效应,使得细节信息方面有较大的缺失,不利于保持重建图像的细节信息.

2 基于二阶广义全变差正则项的超分辨率重建

2.1 广义全变差(TGV)

广义全变差(Total General Variation, TGV)是 Kristian 等^[7]提出的正则项,作为全变差正则项的拓展和延伸, TGV 可以有效地避免 TV 正则项的阶梯状效应,并能较好地保持图像边缘和细节,被应用于图像去噪^[7]与 MRI 成像^[8,9]等问题的研究,取得了非常优异的效果.

设 Ω 是 \mathbf{R}^2 中的一个开区域, $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_p)_{p=0, \dots, P-1}$ 为权重参数,则连续图像 $u \in L^1_{loc}$ 的权重 $\boldsymbol{\alpha}$ 的 P 阶广义全变差定义为

$$\begin{aligned} TGV_{\boldsymbol{\alpha}}^P(u) = \sup_{\mathbf{v}} \left\{ \int_{\Omega} u \operatorname{div}^P \mathbf{v} \, dx \mid \mathbf{v} \in C_c^P(\Omega, \operatorname{Sym}^P(\mathbf{R}^2)), \right. \\ \left. \| \operatorname{div}^P \mathbf{v} \|_{\infty} \leq \alpha_p, p = 0, 1, \dots, P-1 \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $\operatorname{Sym}^P(\mathbf{R}^2)$ 表示 P 阶对称张量空间, div^P 为 P 阶对称散度算子.文献[8]证明了当式(4)中取 $P=1, \alpha = \alpha_0 = 1$ 时,式(4)等价于全变差 TV 的对偶定义式.当取 $P=2$ 时,即二阶广义全变差可以等价的描述为^[8]:

$$TGV_{\boldsymbol{\alpha}}^2(\mathbf{u}) = \min_{\mathbf{v}} \alpha_0 \| \nabla \mathbf{u} - \mathbf{v} \|_1 + \alpha_1 \| \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) \|_1$$

其中, $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) = \frac{(\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T)}{2}$ 为 \mathbf{v} 的对称化导数, \mathbf{u} 和 \mathbf{v} 分别表示图像 u 和 v 的离散向量化.与 TV 正则项相比, $TGV_{\boldsymbol{\alpha}}^2$ 相当于图像一阶全变差与二阶全变差的混合正则项,可以根据图像空域细节和边缘的情况,自适应的调节其取值,充分利用一阶全变差与二阶全变差各自的优势,从而可以有效地避免 TV 正则项的阶梯效应并保持图像的边缘和纹理信息.

2.2 二阶广义全变差正则项超分辨率重建模型

根据上述 TGV 定义以及超分辨率重建模型(2),可以得出基于二阶 TGV 正则项的图像超分辨率模型:

$$\tilde{\mathbf{u}} = \arg \min_{\mathbf{u} \in \mathbf{R}^{M \times N}} \left\{ \frac{\lambda}{2} \sum_{k=1}^K \| \mathbf{f}_k - \mathbf{DHW}_k \mathbf{u} \|_2^2 + TGV_{\boldsymbol{\alpha}}^2(\mathbf{u}) \right\} \quad (5)$$

其中 λ 为正则项参数.本文应用基于空域局部方差估计子得到的空域自适应参数作为模型正则项参数,能够更好地去除图像噪声和模糊并有效地保持超分辨率重建图像的细节.本文中采用的重建模型描述如下:

$$\tilde{\mathbf{u}} = \arg \min_{\mathbf{u} \in \mathbf{R}^{M \times N}} \left\{ \sum_{k=1}^K \| \boldsymbol{\Lambda}(\mathbf{D}^T \mathbf{f}_k - \mathbf{D}^T \mathbf{DHW}_k \mathbf{u}) \|_2^2 + TGV_{\boldsymbol{\alpha}}^2(\mathbf{u}) \right\} \quad (6)$$

其中矩阵 $\boldsymbol{\Lambda}$ 是由正则化参数 $(\lambda_{m,n})_{M \times N}$ 构成对角线的对角矩阵,即 $\boldsymbol{\Lambda} = \operatorname{diag}(\boldsymbol{\lambda})$. \mathbf{D}^T 为降采样算子 \mathbf{D} 的共轭算子, $\mathbf{D}^T \mathbf{D}$ 即为投影算子 \mathbf{P}_{Ω_D} , Ω_D 为降采样点所在位置构成的空间.

2.3 数值算法

本节研究模型(6)的数值算法,整理模型(6)得:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{u}} = \arg \min_{\mathbf{u}} \left\{ \sum_{k=1}^K \| \boldsymbol{\Lambda}(\mathbf{D}^T \mathbf{f}_k - \mathbf{D}^T \mathbf{DHW}_k \mathbf{u}) \|_2^2 + TGV_{\boldsymbol{\alpha}}^2(\mathbf{u}) \right\} \\ = \arg \min_{\mathbf{u}, \mathbf{v}} \left\{ \sum_{k=1}^K \| \boldsymbol{\Lambda}(\mathbf{D}^T \mathbf{f}_k - \mathbf{D}^T \mathbf{DHW}_k \mathbf{u}) \|_2^2 \right. \\ \left. + \alpha_0 \| \nabla \mathbf{u} - \mathbf{v} \|_1 + \alpha_1 \| \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) \|_1 \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

由于 l_1 范数存在,式(7)是非光滑优化问题,求解具有一定的困难.本文应用半二次正则化和交替方向方法,给出了有效快速求解算法.为了便于计算求解,首先采用半二次正则化方法^[10,11]对式(5)光滑逼近.

$$\mathbf{u}_{\text{opt}} = \arg \min_{\mathbf{u}, \mathbf{v}} \left\{ \sum_{k=1}^K \| \boldsymbol{\Lambda}(\mathbf{D}^T \mathbf{f}_k - \mathbf{D}^T \mathbf{DHW}_k \mathbf{u}) \|_2^2 + \alpha_0 \sum_i \varphi((\nabla \mathbf{u} - \mathbf{v})_i) + \alpha_1 \sum_j \varphi((\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}))_j) \right\} \quad (8)$$

其中下标 i, j 分别表示向量化后 $\nabla \mathbf{u} - \mathbf{v}$ 和 $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v})$ 的第 i, j 位置的元素. $\varphi(t)$ 为 Huber 函数^[12],定义为

$$\varphi(t) = \begin{cases} \frac{|t|^2}{2\alpha}, & \text{if } |t| \leq \alpha \\ |t| - \frac{\alpha}{2}, & \text{if } |t| > \alpha \end{cases}$$

当 $\alpha_i \rightarrow 0, i = 1, 2$, 式(8)与原目标函数(7)同解.由于 Huber 函数可以等价地表示为

$$\varphi(t) = \min_g \frac{1}{2\alpha} |t - g|^2 + |g|_1,$$

所以有

$$\sum_i \varphi((\nabla \mathbf{u} - \mathbf{v})_i) = \min_{\mathbf{w}_1} \frac{1}{2\delta_1} \| \nabla \mathbf{u} - \mathbf{v} - \mathbf{w}_1 \|_2^2 + \| \mathbf{w}_1 \|_1$$

$$\sum_j \varphi((\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}))_j) = \min_{\mathbf{w}_2} \frac{1}{2\delta_2} \| \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) - \mathbf{w}_2 \|_2^2 + \| \mathbf{w}_2 \|_1$$

综上,可得如下优化问题

$$\tilde{\mathbf{u}} = \arg \min_{\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2} \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \left\| \mathbf{A}(\mathbf{D}^T \mathbf{f}_k - \mathbf{D}^T \mathbf{D} \mathbf{H} \mathbf{W}_k \mathbf{u}) \right\|_2^2 \\ & + \frac{a_0}{2\delta_1} \left\| \nabla \mathbf{u} - \mathbf{v} - \mathbf{w}_1 \right\|_2^2 + a_0 \left\| \mathbf{w}_1 \right\|_1 \\ & + \frac{a_1}{2\delta_2} \left\| \varepsilon(\mathbf{v}) - \mathbf{w}_2 \right\|_2^2 + a_1 \left\| \mathbf{w}_2 \right\|_1 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

对式(9)采用交替方向算法求解:

(1) \mathbf{u} -子问题:

$$\mathbf{u}^{s+1} = \arg \min_{\mathbf{u}} \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \left\| \mathbf{A}(\mathbf{D}^T \mathbf{f}_k - \mathbf{D}^T \mathbf{D} \mathbf{H} \mathbf{W}_k \mathbf{u}) \right\|_2^2 \\ & + \frac{a_0}{2\delta_1} \left\| \nabla \mathbf{u} - \mathbf{v}^s - \mathbf{w}_1^s \right\|_2^2 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

对式(10)整理可得

$$\begin{aligned} & \left(\sum_{k=1}^K \mathbf{M}_k^T \mathbf{M}_k + \frac{a_0}{\delta_1} \nabla^T \nabla \right) \mathbf{u}^{s+1} \\ & = \sum_{k=1}^K \mathbf{M}_k^T \mathbf{A} \mathbf{D}^T \mathbf{f}_k + \frac{a_0}{\delta_1} \nabla^T (\mathbf{v}^s + \mathbf{w}_1^s) \end{aligned} \quad (11)$$

其中, $\mathbf{M}_k = \mathbf{A} \mathbf{D}^T \mathbf{D} \mathbf{H} \mathbf{W}_k = \mathbf{A} \mathbf{P}_{\Omega_D} \mathbf{H} \mathbf{W}_k$.

对上述大规模线性方程组(9)采用预处理共轭梯度法(PCG)进行求解,可以较快达到收敛并求得解.

(2) \mathbf{v} -子问题:

$$\mathbf{v}^{s+1} = \arg \min_{\mathbf{v}} \left\{ \frac{a_0}{2\delta_1} \left\| \nabla \mathbf{u}^{s+1} - \mathbf{v} - \mathbf{w}_1^s \right\|_2^2 + \frac{a_1}{2\delta_2} \left\| \varepsilon(\mathbf{v}) - \mathbf{w}_2^s \right\|_2^2 \right\} \quad (12)$$

其中 $\mathbf{v} = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2] \in \mathbf{R}^{MN,2}$, $\mathbf{v}_i \in \mathbf{R}^{MN}$, $i = 1, 2$, $\varepsilon(\mathbf{v}) = \mathbf{g} = [\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \mathbf{g}_3, \mathbf{g}_3] \in \mathbf{R}^{MN,4}$, 满足 $\mathbf{g}_1 = \nabla_x \mathbf{v}_1$, $\mathbf{g}_2 = \nabla_y \mathbf{v}_2$, $\mathbf{g}_3 = \frac{1}{2}(\nabla_x \mathbf{v}_2 + \nabla_y \mathbf{v}_1)$. 对式(12)展开整理,可知在图像周期性边界条件的假设下,

$\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ 可以应用快速傅里叶变换 \mathfrak{F} 进行快速求

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1^{s+1} = \mathfrak{F}^{-1} \left\{ \frac{\mathfrak{F} \left[\frac{a_0}{\delta_1} (\nabla_x \mathbf{u}^{s+1} - \mathbf{w}_{1,1}^s) + \frac{a_1}{\delta_2} \nabla_x^T \mathbf{w}_{2,1}^s + \frac{a_1}{\delta_2} \nabla_y^T (\mathbf{w}_{2,3}^s - \frac{1}{2} \nabla_x \mathbf{v}_2^s) \right]}{\mathfrak{F} \left[\frac{a_0}{\delta_1} \mathbf{I} + \frac{a_1}{\delta_2} \nabla_x^T \nabla_x + \frac{a_1}{2\delta_2} \nabla_y^T \nabla_y \right]} \right\} \\ \mathbf{v}_2^{s+1} = \mathfrak{F}^{-1} \left\{ \frac{\mathfrak{F} \left[\frac{a_0}{\delta_1} (\nabla_y \mathbf{u}^{s+1} - \mathbf{w}_{1,2}^s) + \frac{a_1}{\delta_2} \nabla_y^T \mathbf{w}_{2,2}^s + \frac{a_1}{\delta_2} \nabla_x^T (\mathbf{w}_{2,3}^s - \frac{1}{2} \nabla_y \mathbf{v}_1^{s+1}) \right]}{\mathfrak{F} \left[\frac{a_0}{\delta_1} \mathbf{I} + \frac{a_1}{2\delta_2} \nabla_x^T \nabla_x + \frac{a_1}{\delta_2} \nabla_y^T \nabla_y \right]} \right\} \end{cases} \quad (13)$$

其中 \mathfrak{F} 为傅里叶变换算子, \mathfrak{F}^{-1} 为逆傅里叶变换算子, $\mathbf{w}_1 = [\mathbf{w}_{1,1}, \mathbf{w}_{1,2}]$, $\mathbf{w}_2 = [\mathbf{w}_{2,1}, \mathbf{w}_{2,2}, \mathbf{w}_{2,3}, \mathbf{w}_{2,3}]$.

(3) \mathbf{w}_1 -子问题:

$$\mathbf{w}_1^{s+1} = \arg \min_{\mathbf{w}_1} \left\{ \frac{a_0}{2\delta_1} \left\| \nabla \mathbf{u}^{s+1} - \mathbf{v}^{s+1} - \mathbf{w}_1 \right\|_2^2 + a_0 \left\| \mathbf{w}_1 \right\|_1 \right\}$$

求解可得

$$\mathbf{w}_1^{s+1} = \text{shrink}_{\delta_1} (\nabla \mathbf{u}^{s+1} - \mathbf{v}^{s+1}) \quad (14)$$

其中, shrink 算子为非线性收缩算子^[13].

(4) \mathbf{w}_2 -子问题:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_2^{s+1} &= \arg \min_{\mathbf{w}_2} \left\{ \frac{a_1}{2\delta_2} \left\| \varepsilon(\mathbf{v}^{s+1}) - \mathbf{w}_2 \right\|_2^2 + a_1 \left\| \mathbf{w}_2 \right\|_1 \right\} \\ \text{求解可得} \\ \mathbf{w}_2^{s+1} &= \text{shrink}_{\delta_2} (\varepsilon(\mathbf{v}^{s+1})) \end{aligned} \quad (15)$$

算法 1 中给出了求解基于二阶广义全变差超分辨率重建模型(7)的具体算法步骤.

3 空域自适应正则化参数选取

为了能够在有效地去除噪声和抑制模糊影像的同时较好地保持重建图像的细节信息,本文采用文献[15]中的基于图像局部方差估计子正则化参数选取方法.

设 $\mathbf{W}_{i,j}$ 是以 (i, j) 像素点为中心,大小为 $w \times w$ 的窗口. 则定义 $\mathbf{W}_{i,j}$ 上的局部方差估计子 $E_{i,j}^w$ 为

$$E_{i,j}^w = \frac{P^2}{w^2} \sum_{(r,t) \in \mathbf{W}_{i,j}} (z_{r,t} - (\mathbf{R}\mathbf{u})_{r,t})^2 \quad (16)$$

其中, $z_{r,t}$ 是 $\mathbf{z} = \mathbf{D}^T(\mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2, \dots, \mathbf{f}_K)$ 中的元素, $\mathbf{R} = \sum_{k=1}^K \mathbf{D}^T \mathbf{D} \mathbf{H} \mathbf{W}_k$. 显然对于 $z_{r,t}$, 当 $z_{r,t} \in \Omega_D$ 时, $z_{r,t}$ 为高斯随机变量,其均值为 0, 方差为 $(\mathbf{R}\mathbf{u})_{r,t}$. $z_{r,t} \notin \Omega_D$ 时, $z_{r,t} = 0$. 定义随机变量

$$T_{i,j}^w = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{(r,t) \in \mathbf{W}_{i,j}} (z_{r,t} - (\mathbf{R}\mathbf{u})_{r,t})^2, T_{i,j}^w \text{ 服从自由度为 } \frac{w^2}{p^2}$$

χ^2 -分布, 并有 $E_{i,j}^w = \frac{\sigma^2 P^2}{w^2} T_{i,j}^w$.

当 \mathbf{u} 是过度平滑的图像时,残差 $z_{r,t} - (\mathbf{R}\mathbf{u})_{r,t}$ 包含细节信息,所以在图像纹理和细节区域,我们希望 $E_{i,j}^w \geq \frac{\sigma^2}{w^2} T_{i,j}^w$. 我们需要找到一个参数 B^w , 使得 $E_{i,j}^w > B^w$ 时,表示 (i, j) 像素点的 $w \times w$ 窗口 $\mathbf{W}_{i,j}$ 包含较多的细节信息,反之,当 $E_{i,j}^w < B^w$ 时,表示在 (i, j) 像素点的 $w \times w$ 窗口 $\mathbf{W}_{i,j}$ 较平坦,纹理细节信息较少,为此我们采用文献[15, 17]中的方法构造 B^w 如下:

$$B^w = \frac{\sigma^2 P^2}{w^2} (E(T_{\max}) + \Theta(T_{\max})) \quad (17)$$

其中, $T_{\max} = \max_{(i,j)} (T_{i,j}^w)$, $E(\cdot)$ 和 $\Theta(\cdot)$ 分别为对随机变量的均值与标准差运算.

然后,我们应用文献[17]中提出的 $\{\hat{\lambda}_{l+1}\}$ 的更新公式来自适应地选取正则化参数 $(\lambda_{l+1})_{i,j}$:

$$\begin{aligned} (\hat{\lambda}_{l+1})_{i,j} &= \rho_l \max \left((\tilde{E}_l^w)_{i,j} + \frac{(\hat{\lambda}_l)_{i,j}}{\rho_l} - \sigma^2, \frac{(\hat{\lambda}_l)_{i,j}}{\rho_l} \right) \\ (\tilde{\lambda}_{l+1})_{i,j} &= \frac{P^2}{w^2} \sum_{(r,t) \in \mathbf{W}_{i,j}} (\hat{\lambda}_{l+1})_{s,t} \\ \lambda_{l+1} &= 2\tilde{\lambda}_{l+1} \end{aligned} \quad (18)$$

其中尺度参数 $\rho_k = \|\lambda_l\|_{\infty} / \sigma$, 并且有

$$(\tilde{E}_l^w)_{i,j} = \begin{cases} (E_l^w)_{i,j}, & \text{if } (E_l^w)_{i,j} \geq B^w \\ \sigma^2, & \text{if } (E_l^w)_{i,j} < B^w \end{cases}$$

算法 1 基于空域自适应加权二阶广义全变差的多帧超分辨率重建算法

初始化: $a_0, a_1, \delta_1^0, \delta_2^0, \mathbf{w}_1^0 = \mathbf{0}, \mathbf{w}_2^0 = \mathbf{0}, \mathbf{u}_0,$

$\text{Max}_1 = 10 \text{ Max}_2 = 50, \varepsilon_1 = 10^{-6}, \varepsilon_2 = 10^{-6}.$

循环 1: 当 $\|\mathbf{u}_l - \mathbf{u}_{l-1}\|_2 / \|\mathbf{u}_l\|_2 \leq \varepsilon_1$ 并且 $l < \text{Max}_1$ 时, 执行第 $l + 1$ 次循环

(A) Set $s = 0, \mathbf{u}^0 = \mathbf{u}_l$

通过式(18)计算 $\lambda_l = [(\lambda_l)_{m,n}]_{M,N}, \Lambda_l = \text{diag}(\lambda_l);$

(B) 循环 2: 当 $\|\mathbf{u}^s - \mathbf{u}^{s-1}\|_2 / \|\mathbf{u}^s\|_2 \leq \varepsilon_2$ 并且 $k < \text{Max}_2$ 时, 执行第 $k + 1$ 次循环:

1. 式(11)计算 $\mathbf{u}^{s+1};$

2. 式(13)计算 $\mathbf{v}^{s+1};$

3. 式(14)计算 $\mathbf{w}_1^{s+1};$

4. 式(15)计算 $\mathbf{w}_2^{s+1};$

结束循环 2 输出 $\mathbf{u}_l = \mathbf{u}^{s+1}$

更新 $\delta_1^{s+1} = 0.7\delta_1^s, \delta_2^{s+1} = 0.7\delta_2^s$

结束循环 1

输出: $\mathbf{u}_{\text{opt}} = \mathbf{u}_{l+1}$

4 实验结果与分析

本节,我们对图 1 中多幅测试图像进行仿真实验(测试图像来自 Berkeley 图像分割图像库),检验本文模型与数值算法的有效性,并以峰值信噪比(PSNR)和结构相似性指标^[18](SSIM)做客观评价指标,与两种常见的多帧图像超分辨率重建算法进行比较,包括基于全变差正则化的超分辨率重建算法^[14],基于复合马尔科夫随机场(CMRF)先验的多帧图像重建算法^[16].其中,基于全变差正则化的超分辨率重建算法采用全变差正则项约束重建图像的结果,并应用 Bregman 迭代算法来求解重建模型,取得较好的重建效果,但是由于全变差正则项的分片常数特性,得到的重建图像往往呈现阶梯效应.基于复合马尔科夫随机场算法应用保持边缘的复合马尔科夫随机场先验构造重建模型的正则项,实现通过超参数实现自适应地约束图像的平滑性,并应用 EM 算法对重建的模型进行求解.该算法从贝叶斯理论的角度研究超分辨重建问题,能够较好地保持图像的边缘.但是重建的图像往往有噪声和伪影的残留.而本文提出的超分辨重建算法应用二阶广义全变差 TGV 作为重建模型的正则项,同时应用基于空域局部方差估计子得到的自适应参数作为本文模型中正则项参数,能够更加有效地保持超分辨率重建图像的细节,进一步的提升重建效果.

实验设置:对参与比较的算法复合马尔科夫随机场先验算法^[16]和 TV^[14]正则项算法,本文在实验中采用循环迭代的方法,得到重建效果最佳的参数,并选择此

时所对应的图像为最终重建图像.图像重建过程中我们假设模糊是已知的,不需要进行模糊估计.



图 1 实验图像

本文 TGV 正则项算法参数设置:实验图像‘Hat’、‘Girl’、‘Leaves’选取参数 $a_0 = 0.06$;‘Zebra’选取 $a_0 = 0.046$;‘Bike’、‘House’、‘Starfish’选取 $a_0 = 0.035$;其他参数统一选为 $a_1 = 2a_0$,窗口大小 $w = 7p, \sigma = 0.75, (m = 1, \dots, M; n = 1, \dots, N)$.

实验一 对四幅实验图像‘Hat’,‘Bike’,‘Girl’,‘Leaves’进行处理.首先对图像进行适当的几何形变,按照退化模型(1)生成具有相对平移关系的 9 帧非冗余低分辨率图像序列:每一帧图像分别相对真实图像分别沿竖直方向与水平方向平移 1 到 3 个像素点,得到 9 幅几何形变图像;然后对上述 9 幅图像进行 5×5 的高斯模糊,模糊核标准差 $\sigma_h = 1.5$,并分别沿图像的水平 and 竖直方向进行 3 倍降采样,最后对图像添加标准差为 $\sigma_N = 5$ 的高斯白噪声.此实验中的模糊矩阵、降采样方式均假设为已知的.使用文献[19]中的经典方法进行运动估计,得到各帧相对于待恢复低分辨率图像的运动矢量,进而得到几何形变矩阵 $\{\mathbf{W}_k\}_{k=1, \dots, K}$.

图 2、图 3 展示了各算法对‘Hat’和‘Bike’两幅图像进行 3 倍超分辨率重建的结果.从图 2(d)、3(d)中可以看出,基于全变差的超分辨率重建算法可以很好地去除重建图像中的噪声并保持重建图像的边缘信息.但是,由于 TV 正则项的分片常数的特性,重建后的图像呈现出分片常数的效果,尤其在图像较平滑的区域,会出现较明显的阶梯状效应,同时产生虚假边缘(如图 2(g)),影响重建图像的视觉效果.从图 2(c)、3(c)可以看到,基于复合马尔科夫随机场先验算法也可以在一定程度上保持图像细节,但是对较小的细节也不能很好地保持,造成较小细节的模糊.另一方面,从实验结果可以看出,重建后图像中的噪声并没有较好地去除,仍有一定量的噪声残留,影响图像重建的效果,重建后的信噪比也低于其他两种算法(见表 1).本文提出的基于 TGV 正则项超分辨率重建算法一方面同 TV 算法类似,可以较好地保持图像的边缘信息;另一方面,可以较好地去除图像中的噪声,并能有效地避免传统的 TV 正则项的分片常数效应,较好地保持了重建图像自然真实的效果,给出更优异的超分辨率重建结果,如图 2(h)图 3(h)的局部放大图像,同时从表 1 的 PSNR 和 SSIM 客观评价指标可以看出 TGV 算法较其它两种算法有不同程度的提升.

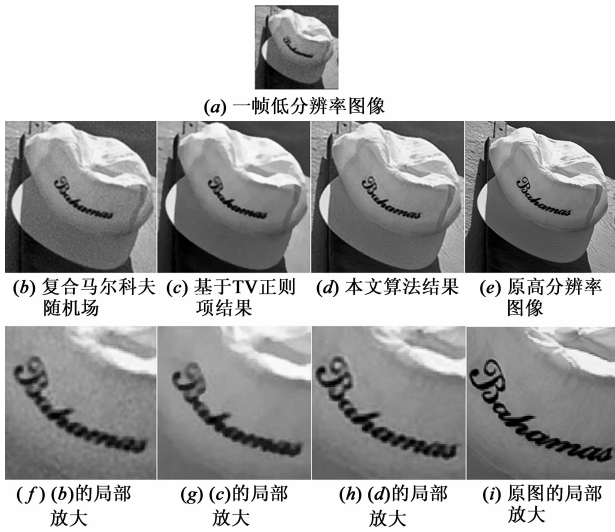


图2

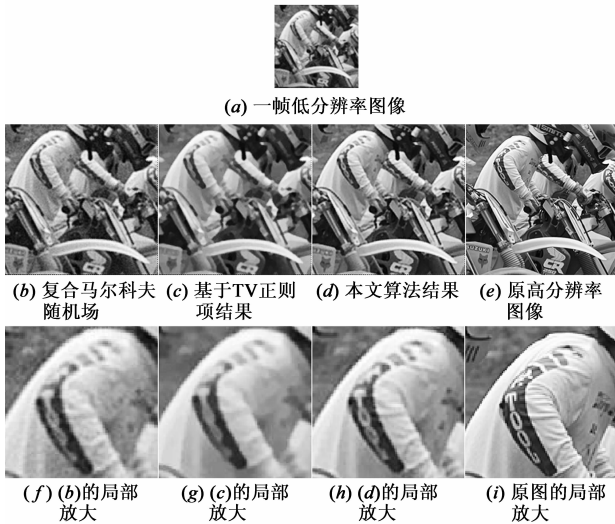


图3

表 1 实验一各算法结果比较 PSNR (dB), SSIM

	Hat		Bike		Girl		Leaves	
	SSIM	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM	PSNR
TV	28.92	0.834	23.37	0.787	27.76	0.756	22.06	0.858
MFR	28.41	0.792	22.46	0.733	27.59	0.711	21.29	0.773
TGV	29.36	0.849	24.15	0.812	28.69	0.783	22.47	0.851

实验二 为了验证本文算法对其他仿射运动情况下,多帧图像超分辨重建的有效性,按如下的方式生成低分辨图像序列:首先将原测试图像‘Zebra’,‘House’和‘Starfish’沿顺时针旋转 $10 \times k$ 度, ($k = 0, 1, \dots, 8$),生成 9 帧高分辨图像序列.然后对上述 9 幅图像进行 5×5 的高斯模糊,模糊核标准差 $\sigma_h = 1.5$,并分别沿图像的水平 and 垂直方向进行 3 倍降采样,最后对图像添加标准差为 $\sigma_N = 5$ 的高斯白噪声.在重建过程中,假设图像序列旋转角度是已估计的,为了符合真实情况,通过在真

实的旋转角度上添加标准差为 1 的高斯随机误差来表示角度的估计值.

通过对图 4 中的细节比较可以发现,本文提出的算法在处理旋转情况下的多帧图像超分辨重建也是有效的,并且取得的重建结果优于其他两种算法,同时从表 2 的 PSNR 和 SSIM 客观评价指标可以看出 TGV 算法的重建效果优于其他两种算法.

参数 a_0, a_1 对结果的影响:在全文的实验中,我们均设 $a_1 = 2a_0$. 则当 $\lambda_{i,j}$ 自适应地给定时, a_0 起到平衡重建误差项与正则约束项的作用. 实验中发现当 a_0 取值较大时,会造成重建图像的过平滑,会丢失一定的细节. a_0 取值过小时,会造成重建图像仍有一定量的噪声残留,如图 5 所示,分别选择不同 a_0 值时,‘Hat’所得图像细节比较.

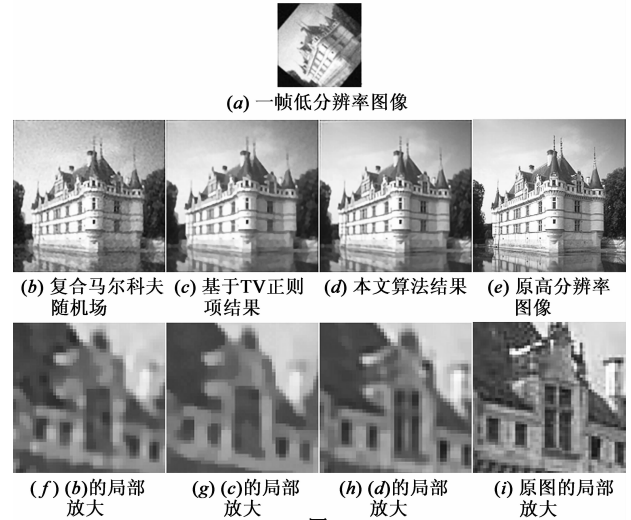


图4

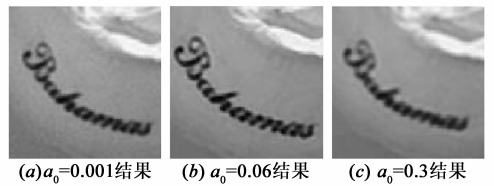


图5

表 2 实验二各算法结果比较 PSNR (dB), SSIM

	Zebra		House		Starfish	
	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM
TV	22.91	0.7452	25.34	0.7995	27.01	0.817
CMRF	22.43	0.7238	24.97	0.7541	26.44	0.779
TGV	23.23	0.7632	25.87	0.8128	27.42	0.827

5 结论

本文利用图像二阶广义全变差,提出了基于二阶广义全变差正则项的图像超分辨率重建模型,并应用图像空域正则化参数给出了相应的数值算法.通过实

验验证并和两种常用的多帧图像超分辨算法进行比较,表明该模型和算法能够较好的重建图像,去除模糊和噪声的影响,同时可以较好地保留图像的纹理细节信息.

参考文献

- [1] W T Freeman, et al. Example-based super-resolution[J]. IEEE Computer Graphics and Applications, 2002, 22(2): 56 – 65.
- [2] Weisheng Dong, Lei Zhang, et al. Image deblurring and super-resolution by adaptive sparse domain selection and adaptive regularization[J]. IEEE Trans on Image Processing, 2011, 20(7): 1838 – 1857.
- [3] J Yang, J Wright, et al. Image super-resolution as sparse representation of raw image patches[A]. IEEE CVPR[C]. Anchorage, AK, 2008. 1 – 8.
- [4] 练秋生, 张伟. 基于图像块分类稀疏表示的超分辨率重构算法[J]. 电子学报, 2012, 40(5): 920 – 925.
Lian Qiu-sheng, Zhang Wei. Image super-resolution algorithms based on sparse representation of classified image patches[J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(5): 920 – 925. (in Chinese)
- [5] 韩玉兵, 束锋, 孙锦涛, 等. 基于 MG-CG 算法的图像超分辨率重建[J]. 电子学报, 2007, 35(7): 1394 – 1397.
Han Yu-bing, Shu Feng, Sun Jin-tao, et al. Image super-resolution reconstruction based on MG-CG algorithm[J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(7): 1394 – 1397. (in Chinese)
- [6] 童基均, 刘进, 蔡强. 基于全变差的加权最小二乘法 PET 图像重建[J]. 电子学报, 2013, 41(4): 787 – 790.
Tong Ji-jun, Liu Jin, Cai Qiang. The PET image reconstruction based on weighted least-squares and TV penalty[J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(4): 787 – 790. (in Chinese)
- [7] Kristian Bredies, Karl Kunisch, Thomas Pock. Total generalized variation[J]. SIAM J Imaging Sci, 2010, 3(3): 492 – 526.
- [8] Florian Knoll, Kristian Bredies, Thomas Pock, et al. Second order total generalized variation (TGV) for MRI[J]. Magnetic Resonance in Medicine, 2011, 65(2): 480 – 491.
- [9] Tuomo Valkonen, Kristian Bredies, Florian Knoll. Total generalized variation in diffusion tensor imaging[J]. SIAM J Imaging Sci, 2013, 6(1): 487 – 525.
- [10] Ran He, Wei-shi Zheng, et al. Half-quadratic minimization for robust sparse representation[J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2013, 36(2): 261 – 275.
- [11] Bo Zhao, Justin P Haldar, et al. Image reconstruction from highly underdamped (k, t)-space data with joint partial separability and sparsity constraints[J]. IEEE Trans on Med Imaging, 2012, 31(9): 1809 – 1820.

- [12] A Guitton, W W Symes. Robust and stable velocity analysis using the Huber function[J]. Seg Technical Program Expanded Abstracts, 1999, 18(1): 1166 – 1169.
- [13] A T Puig, A Wiesel, A O Hero. Multidimen-signal shrinkage thresholding operator and group LASSO penalties [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2011, 18(6): 363 – 366.
- [14] A Marquina, S J Osher. Image super-resolution by TV-regularization and Bregman iteration[J]. J Sci Comput, 2008, 37(3): 367 – 382.
- [15] Kristian Bredies, Yiqiu Dong, Michael Hintermüller. Spatially dependent regularization parameter selection in total generalized variation models for image restoration[J]. International Journal of Computer Mathematics, 2013, 90(1): 109 – 123.
- [16] Atsunori Kanemura, Shin-ichi Maeda, Shin Ishii. Edge-preserving Bayesian image super resolution based on compound Markov random fields[J]. Lecture Notes in Computer Science, 2007, 4669: 611 – 620.
- [17] Yiqiu Dong, Michael Hintermüller, et al. Automated regularization parameter selection in multi-scale total variation models for image restoration[J]. International Journal of Computer Mathematics, 2011, 40(1): 82 – 104.
- [18] Z Wang, A C Bovik, H R Sheikh, E P Simoncelli. Image quality assessment: from error visibility to structural similarity[J]. IEEE Trans on Image Processing, 2004, 13(4): 600 – 612.
- [19] J R Bergen, P Anandan, K J Hanna, et al. Hierarchical model-based motion estimation[A]. Proc Eur Conf Computer Vision [C]. Springer-Verlag, 1992. 237 – 252.

作者简介



任福全 男, 1984 年生于辽宁营口. 现为大连理工大学博士研究生. 研究方向为图像与视频处理, 压缩感知.

E-mail: renfu_quan@hotmail.com



邱天爽(通信作者) 男, 1954 年生, 江苏海门人. 现为大连理工大学教授, 博士生导师. 研究方向为非平稳非高斯信号处理、射频与通信信号分析与处理、生物医学信号处理.

E-mail: qiu_tsh@dlut.edu.cn