

分布式子带自适应滤波算法

倪锦根, 马兰申

(苏州大学电子信息学院, 江苏苏州 215006)

摘 要: 为了解决分布式最小均方算法在输入信号相关性较高时收敛速度较慢、分布式仿射投影算法计算复杂度较高等问题, 本文提出了两种分布式子带自适应滤波算法, 即递增式和扩散式子带自适应滤波算法. 分布式子带自适应滤波算法将节点信号进行子带分割来降低信号的相关性, 从而加快收敛速度. 由于用于子带分割的滤波器组中包含了抽取单元, 所以分布式子带自适应滤波算法和对应的分布式最小均方算法的计算复杂度相近. 仿真结果表明, 与分布式最小均方算法相比, 分布式子带自适应滤波算法具有更好的收敛性能.

关键词: 自适应信号处理; 自适应网络; 子带自适应滤波

中图分类号: TN911.72 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2015)11-2225-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.11.013

Distributed Subband Adaptive Filtering Algorithms

NI Jin-gen, MA Lan-shen

(School of Electronic and Information Engineering, Soochow University, Suzhou, Jiangsu 215006, China)

Abstract: To address the problem of slow convergence rate of the distributed least mean square algorithms for highly correlated input signals and the problem of high computational complexity of the distributed affine projection algorithms, this paper proposes two distributed subband adaptive filtering algorithms, i. e., the incremental and diffusion subband adaptive filtering algorithms. The distributed subband adaptive filtering algorithms partition the signals of nodes to reduce their correlation so that their convergence rate can be increased. The computational complexities of the distributed subband adaptive filtering algorithms are close to those of their corresponding distributed least mean square algorithms due to decimation operations included in the filter banks used for subband partition. Simulation results show that the distributed subband adaptive filtering algorithms exhibit good performance as compared to the corresponding distributed least mean square algorithms.

Key words: adaptive signal processing; adaptive networks; subband adaptive filtering

1 引言

分布式网络在分布式压缩感知、分布式机器学习、灾难预警、目标定位、动物群体运动模拟等领域具有重要作用. 分布式网络是由分散在一块区域上的多个节点构成的通信网络, 而每个节点具有特定的信息处理能力. 目前, 分布式网络的应用范围非常广泛, 如对等计算网络、无线传感器网络、云计算网络等. 自适应网络是对具有自适应信号处理能力的分布式网络的总称, 不表示某一类具体的物理网络. 能够对接收到的数据进行分析 and 推理, 从而自适应地获得某个感兴趣参量估计值的分布式网络, 都可以称为自适应网络. 具体而言, 在自适应网络中, 需要对某个未知向量 \mathbf{w}_o 进行估计, 该未知向量满足约束方程 $d_n(l) = \mathbf{u}_n^T(l) \mathbf{w}_o + \eta_n(l)$, 其中 $\mathbf{u}_n(l)$

$= [u_n(l), u_n(l-1), \dots, u_n(l-M+1)]^T$ 为节点 n 的输入向量, $d_n(l)$ 为节点 n 的含噪观测值, $\eta_n(l)$ 为加性噪声, M 为输入向量的长度, 且 $n \in \{1, 2, \dots, N\}$. 分布式估计方法通过节点输入向量和含噪观测值以及网络节点之间的通信来迭代逼近未知向量 \mathbf{w}_o . 分布式估计方法的性能依赖于各节点之间的协作模式, 即自适应网络的拓扑结构. 目前, 自适应网络的协作模式主要分为三类, 即递增式、扩散式和概率扩散式^[1]. 图 1 为递增式和扩散式自适应网络的协作模式示意图, 本文主要讨论基于这两种协作模式的分布式估计问题. 在图 1(a) 所示的递增式自适应网络中, 信息按顺序从一个节点传递到与之相邻的下一个节点, 因此, 这种协作模式的特点是所需的通信量较低, 但节点之间必须构建一条环形路径; 在图 1(b) 所示的扩散式自适应网络中, 各个节点与

其相连的所有节点进行信息交换,因此,这种协作模式的通信量大于递增式自适应网络需要的通信量,但该模式能够充分利用其相连节点的信息。

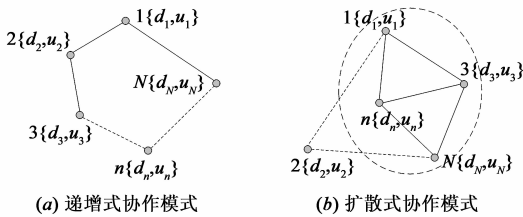


图1 自适应网络的两种协作模式

近年来,学者们对分布式估计算法进行了深入研究.文献[2]首先将最小均方算法(简记为LMS)引入基于递增式协作模式的自适应网络,提出了递增式最小均方算法(简记为ILMS).文献[3,4]将最小均方算法引入基于扩散式协作模式的自适应网络,提出了扩散式最小均方算法(简记为DLMS).此外,学者们还提出了解决自适应网络中存在的特定问题的算法,如文献[5,6]分别提出了基于稀疏系统和基于信息论的分布式算法.当输入信号相关性较高时,节点输入信号相关矩阵的特征值扩散度较大,而较大的特征值扩散度使得滤波器的每个权值对应的收敛时间常数不一致,从而降低了递增式和扩散式最小均方算法的收敛速度.为此,文献[7,8]提出了收敛更快的递增式和扩散式仿射投影算法(分别简记为IAPA和DAPA),但这两种算法都以仿射投影算法^[9]为基础,其计算复杂度远高于递增式和扩散式最小均方算法的计算复杂度。

本文将文献[10]中的归一化子带自适应滤波器(简记为NSAF)引入自适应网络,提出了两种分布式子带自适应滤波算法,即递增式和扩散式子带自适应滤波算法(分别简记为INSAF和DNSAF).仿真结果表明,在相关信号输入下,递增式和扩散式子带自适应滤波算法的收敛速度分别快于递增式和扩散式最小均方算法的收敛速度.由于分布式子带自适应滤波算法包含了抽取环节,因而其计算复杂度和分布式最小均方算法相近。

2 分布式子带自适应滤波算法

分布式估计的收敛速度受滤波器结构和算法影响.前已述及,当输入信号相关性较高时,递增式和扩散式最小均方算法的收敛速度较慢.信号相关性的强弱在频域中表现为频谱动态范围的大小,相关性越强,频谱动态范围越大.研究表明,信号经过完全重构或近似完全重构滤波器组分割之后,其频谱动态范围会减小,因而分割之后的信号相关性也将降低^[11].如果将完全重构或近似完全重构滤波器组用于图1所示的自适应网络,同样可以提高分布式估计的收敛速度.在传统的子带自适

应滤波器中,每个子带单独使用一个自适应子滤波器.这种结构会在自适应滤波器的输出端产生混叠分量,从而使得自适应滤波器具有较大的稳态失调.为了解决传统的子带自适应滤波器中存在的混叠分量问题, Lee等提出了一种新的子带自适应滤波器结构^[10],并将其称为多带结构^[11].在此结构基础上,学者们提出了多种子带自适应滤波算法^[12~15].本文使用该多带结构对自适应网络中的节点信号进行子带分割。

图2为用于节点 n 的子带自适应滤波器框图.在该图中,输入信号 $u_n(l)$ 和期望响应 $d_n(l)$ 被滤波器组分割,生成子带输入信号 $u_{n,i}(l)$ 和子带期望响应 $d_{n,i}(l)$,其中 $i=0,1,\dots,I-1$, I 为子带数目.子带输入信号 $u_{n,i}(l)$ 通过自适应滤波器,产生子带输出信号 $y_{n,i}(l)$.抽取器对子带输出信号 $y_{n,i}(l)$ 和子带期望响应 $d_{n,i}(l)$ 进行 I 倍抽取,生成采样率更低的子带输出信号 $y_{n,i,D}(k)$ 和子带期望信号 $d_{n,i,D}(k)$.子带期望信号与子带输出信号相减,生成子带误差信号 $e_{n,i,D}(k)$.最后,插值器和综合滤波器组将子带误差信号恢复为全带误差信号 $e_n(l)$.分布式子带自适应滤波的目的,是采用自适应网络中的所有子带期望响应和子带输入信号来估计未知向量 w_o 。

2.1 全局最优解

将节点 n 的第 i 个子带输入向量记为^[10]

$$\mathbf{u}_{n,i}(k) = [u_{n,i}(kl), u_{n,i}(kl-1), \dots, u_{n,i}(kl-M+1)]^T \quad (1)$$

定义节点 n 的输入矩阵和期望相应向量分别为

$$\mathbf{U}_n(k) = [u_{n,0}(k), u_{n,1}(k), \dots, u_{n,I-1}(k)] \quad (2)$$

$$\mathbf{d}_n(k) = [d_{n,0,D}(k), d_{n,1,D}(k), \dots, d_{n,I-1,D}(k)]^T \quad (3)$$

则网络全局输入矩阵和期望相应向量可记为

$$\mathbf{U}(k) = [\mathbf{U}_1(k), \mathbf{U}_2(k), \dots, \mathbf{U}_N(k)] \quad (4)$$

$$\mathbf{d}(k) = [\mathbf{d}_1^T(k), \mathbf{d}_2^T(k), \dots, \mathbf{d}_N^T(k)]^T \quad (5)$$

定义自适应网络的全局代价函数为

$$J_{SB}(\mathbf{w}) = E[\|\mathbf{d}(k) - \mathbf{U}^T(k)\mathbf{w}\|^2] \quad (6)$$

上式中 E 为期望算子.若在多带结构中采用无损滤波器组^[11],则未知向量 w_o 可以通过下式求得:

$$\mathbf{w}_o = \arg \min_{\mathbf{w}} J_{SB}(\mathbf{w}) \quad (7)$$

根据自适应滤波理论^[9],式(7)的解为

$$\mathbf{w}_o = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{r} \quad (8)$$

其中 $\mathbf{R} = E[\mathbf{U}(k)\mathbf{U}^T(k)]$ 为自相关矩阵, $\mathbf{r} = E[\mathbf{U}(k)\mathbf{d}(k)]$ 为互相关向量.如果应用式(8)来计算最优解 w_o ,则需要对矩阵进行求逆运算.为了解决上述问题,下面采用迭代法来求解最优值 w_o 。

2.2 全局最优解的迭代逼近

定义节点 n 的代价函数为

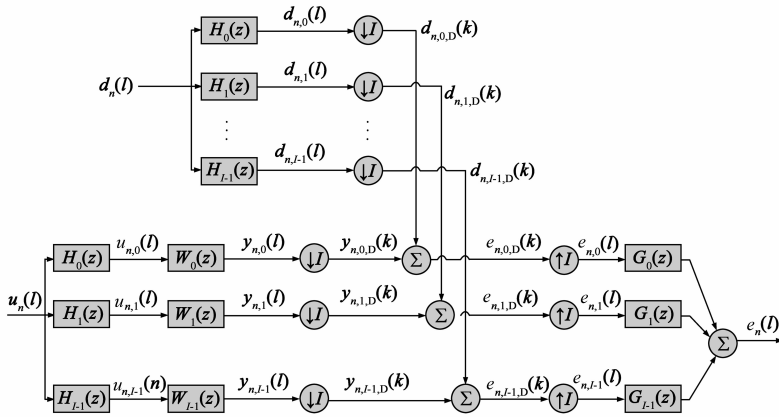


图2 用于节点n的子带自适应滤波器框图

$$J_{SB,n}(\mathbf{w}) = E[\|\mathbf{d}_n(k) - \mathbf{U}_n^T(k)\mathbf{w}\|^2] = \sigma_{d,n}^2 - 2\mathbf{r}_n^T\mathbf{w} + \mathbf{w}^T\mathbf{R}_n\mathbf{w} \quad (9)$$

其中 $\sigma_{d,n}^2 = E[\|\mathbf{d}_n(k)\|^2]$, $\mathbf{r}_n = E[\mathbf{U}_n(k)\mathbf{d}_n(k)]$, $\mathbf{R}_n = E[\mathbf{U}_n(k)\mathbf{U}_n^T(k)]$. 采用牛顿法最小化式(9), 可得如下的迭代公式^[11]

$$\mathbf{w}(k) = \mathbf{w}(k-1) + \mu[\mathbf{R}_n + \alpha\mathbf{I}]^{-1}[\mathbf{r}_n - \mathbf{R}_n\mathbf{w}(k-1)] \quad (10)$$

其中 $\mathbf{w}(k)$ 是网络在 kI 时刻对 \mathbf{w}_0 的估计, \mathbf{I} 为单位矩阵, α 为用来克服数值计算困难的小的正常数. 将式(9)代入式(6), 得

$$J_{SB}(\mathbf{w}) = \sum_{n=1}^N J_{SB,n}(\mathbf{w}) = \sum_{n=1}^N (\sigma_{d,n}^2 - 2\mathbf{r}_n^T\mathbf{w} + \mathbf{w}^T\mathbf{R}_n\mathbf{w}) \quad (11)$$

根据式(9)~(11), 与递增式仿射投影算法^[7]类似, 可采用下式对未知系统进行估计:

$$\mathbf{w}(k) = \mathbf{w}(k-1) + \mu \sum_{n=1}^N [\mathbf{R}_n + \alpha\mathbf{I}]^{-1}[\mathbf{r}_n - \mathbf{R}_n\mathbf{w}(k-1)] \quad (12)$$

计算式(12)需要用到子带信号的统计值, 而通常情况下子带信号的统计值是未知的或者是时变的. 为此, 采用下面的瞬时值来近似代替集平均值^[11]:

$$\mathbf{R}_n \approx \frac{1}{I} \sum_{i=0}^{I-1} \mathbf{u}_{n,i} \mathbf{u}_{n,i}^T = \frac{1}{I} \mathbf{U}_n(k) \mathbf{U}_n^T(k) \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_n &\approx \frac{1}{I} \sum_{i=0}^{I-1} \mathbf{u}_{n,i}(k) d_{n,i,D}(k) \\ &= \frac{1}{I} \mathbf{U}_n(k) \mathbf{d}_n(k) \end{aligned} \quad (14)$$

利用矩阵求逆引理 $(\mathbf{A} + \mathbf{BCD})^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{C}^{-1} + \mathbf{DA}^{-1}\mathbf{B})^{-1}\mathbf{DA}^{-1}$ ^[11], 并将式(13)和(14)代入式(12), 可得

$$\mathbf{w}(k) = \mathbf{w}(k-1) + \mu \sum_{n=1}^N \mathbf{U}_n(k) [\mathbf{U}_n^T(k) \mathbf{U}_n(k) + \delta\mathbf{I}]^{-1}$$

$$\cdot [\mathbf{d}_n(k) - \mathbf{U}_n^T(k)\mathbf{w}(k-1)] \quad (15)$$

其中 $\delta = I\alpha$ 为正则化参数. 根据余弦调制滤波器组的正交性, 有如下的对角化假设^[10]:

$$\mathbf{U}_n^T(k) \mathbf{U}_n(k) = \mathbf{D} \{ \|\mathbf{u}_{n,0}(k)\|^2, \|\mathbf{u}_{n,1}(k)\|^2, \dots, \|\mathbf{u}_{n,L-1}(k)\|^2 \} \quad (16)$$

其中 $\mathbf{D}\{\dots\}$ 表示以 $\{\dots\}$ 为元素的对角矩阵. 将式(16)代入式(15), 可得

$$\begin{aligned} \mathbf{w}(k) = \mathbf{w}(k-1) + \mu \sum_{n=1}^N \left\{ \sum_{i=0}^{L-1} \frac{\mathbf{u}_{n,i}(k)}{\|\mathbf{u}_{n,i}(k)\|^2 + \delta} \right. \\ \left. \cdot [d_{n,i,D}(k) - \mathbf{u}_{n,i}^T(k)\mathbf{w}(k-1)] \right\} \end{aligned} \quad (17)$$

式(17)为全局子带自适应滤波算法的迭代公式. 由该式可见, 对最优值 \mathbf{w}_0 进行迭代逼近需要用到自适应网络内所有节点信息, 因而式(17)仍然是全局的.

2.3 递增式子带自适应滤波算法

在图 1(a) 所示的递增式自适应网络中, 全部节点形成一个通信环. 用 $\mathbf{w}(k-1)$ 表示 $(k-1)I$ 时刻对 \mathbf{w}_0 的全局估计值, $\boldsymbol{\psi}_n(k)$ 表示节点 n 在 kI 时刻对 \mathbf{w}_0 的局部估计值, 并把 kI 时刻的初始迭代值取为 $\boldsymbol{\psi}_0(k) = \mathbf{w}(k-1)$. 根据递增式自适应滤波理论^[2], 网络从第一个节点开始, 每个节点以前一个节点的局部估计值为基础进行迭代, 一直循环到最后一个节点. 该算法的实现步骤如下:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\psi}_0(k) = \mathbf{w}(k-1) \\ \boldsymbol{\psi}_n(k) = \boldsymbol{\psi}_{n-1}(k) + \mu \sum_{i=0}^{L-1} \frac{\mathbf{u}_{n,i}(k)}{\|\mathbf{u}_{n,i}(k)\|^2 + \delta} \cdot [d_{n,i,D}(k) - \mathbf{u}_{n,i}^T(k)\boldsymbol{\psi}_{n-1}(k)] \\ \mathbf{w}(k) = \boldsymbol{\psi}_N(k) \end{cases} \quad (18)$$

式(18)仅仅依靠单个节点获得的信息来进行迭代, 从而实现了分布式估计. 该算法中各节点仅需与其相连的前后两个节点进行通信, 因而节约了通信和能量资源. 但是, 在递增式算法中需要在网络中构建一个通信环,

如果通信环中的某个节点出现故障,整个网络将无法正常工作.在通信量允许适当增大的前提下,该问题可以通过下面提出的扩散式子带自适应滤波算法来解决.

2.4 扩散式子带自适应滤波算法

在图 1(b)所示的扩散式拓扑结构中,每个节点与其相连的多个节点进行通信,因而增加了节点间通信成功的概率.换言之,即使某一节点出现故障,自适应网络仍然可以通过邻域内其他节点进行数据传递.根据扩散式分布式估计理论^[3],网络中的节点 n 首先通过与其相连的节点进行通信,获得所有相连节点在上一时刻对 \mathbf{w}_o 的局部估计值 $\{\boldsymbol{\psi}_j(k-1); j \in N_n\}$,其中 N_n 表示与节点 n 相连的所有节点形成的邻域.然后,该节点将邻域内所有节点的局部估计值 $\{\boldsymbol{\psi}_j(k-1); j \in N_n\}$ 进行联合,得到节点 n 对 \mathbf{w}_o 的中间估计向量 $\boldsymbol{\varphi}_n(k-1)$.最后,以中间估计向量 $\boldsymbol{\varphi}_n(k-1)$ 为基础,计算当前时刻该节点对 \mathbf{w}_o 的估计值 $\boldsymbol{\psi}_n(k)$.实现该算法的公式如下:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varphi}_n(k-1) = f_n(\boldsymbol{\psi}_j(k-1); j \in N_{n,k-1}) \\ \boldsymbol{\psi}_n(k) = \boldsymbol{\varphi}_n(k-1) + \mu \sum_{i=0}^{l-1} \frac{\mathbf{u}_{n,i}(k)}{\|\mathbf{u}_{n,i}(k)\|^2 + \delta} \\ \quad + [d_{n,i,D}(k) - \mathbf{u}_{n,i}^T(k)\boldsymbol{\varphi}_n(k-1)] \end{cases} \quad (19)$$

其中 $f_n(\cdot)$ 表示节点 n 的联合函数,该函数可以根据实际应用场合来选取.如果采用线性组合函数来表示 $f_n(\cdot)$,则有

$$\boldsymbol{\varphi}_n(k-1) = \sum_{j \in N_{n,k-1}} c_{nj} \boldsymbol{\psi}_j(k-1) \quad (20)$$

其中 c_{nj} 为联合参数,且满足 $\sum_{j=1}^N c_{nj} = 1, j \in N_n, \forall n$.因此,可将采用线性组合函数的扩散式子带自适应滤波算法迭代方程写成

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varphi}_n(k-1) = \sum_{j \in N_{n,k-1}} c_{nj} \boldsymbol{\psi}_j(k-1) \\ \boldsymbol{\psi}_n(k) = \boldsymbol{\varphi}_n(k-1) + \mu \sum_{i=0}^{l-1} \frac{\mathbf{u}_{n,i}(k)}{\|\mathbf{u}_{n,i}(k)\|^2 + \delta} \\ \quad \cdot [d_{n,i,D}(k) - \mathbf{u}_{n,i}^T(k)\boldsymbol{\varphi}_n(k-1)] \end{cases} \quad (21)$$

需要指出,无论是扩散式最小均方算法还是扩散式子带自适应滤波算法,对于不同的网络拓扑结构,各个节点的连接方式是不一样的.如果所有节点具有相同的信噪比,则对于某一个节点而言,其连接的节点越多,则其收敛性能会越好,且选定任何拓扑结构都不会改变扩散式子带自适应滤波算法相对于扩散式最小均方算法的性能优势.从理论上解释这也是合理的:一方面,与一个节点相连的节点越多,则该节点可以利用的信息就越多,从而收敛性能就越好;另一方面,扩散

式子带自适应滤波算法的优越性源于自滤波器组对信号的子带分割,而不是源于网络拓扑结构的改变.

2.5 计算复杂度分析

本小结以每输入一个样值时,每个节点平均需要的乘法次数来讨论算法的计算复杂度.在以下分析中,如果遇到某个量除以降采样倍数 I ,则表明该运算是信号经过 I 倍降采样之后进行的.在所有基于子带分割的算法中,每个节点的滤波器组分析和综合信号需要 $3IL$ 次乘法,其中 L 表示分析滤波器(综合滤波器)的抽头数目.因此以下部分出现的 $3IL$ 项,均指这一计算量.关于单个子带自适应滤波器的计算复杂度分析,读者可以参考文献^[13].

在全局子带自适应滤波算法中,信息中心将收到的数据根据式(17)进行全局估计,信息中心完成全局估计需要约 $(2MI/I + 3IL)N = (2M + 3IL)N$ 次乘法,因此,每个节点平均需要约 $2M + 3IL$ 次乘法.在递增式子带自适应滤波算法中,由式(18)可知,每个节点平均也需要约 $2M + 3IL$ 次乘法.在扩散式子带自适应滤波算法中,由式(21)可知,网络中节点 n 进行系数向量联合需要 $\deg(n)M/I$ 次乘法($\deg(n)$ 表示节点的度,即与节点 n 相连的所有节点的数目,且默认为每个节点和自身是相连的),该节点自身更新需要约 $2MI/I + 3IL = 2M + 3IL$ 次乘法,因而,自适应网络中的所有节点共需要约 $(2M + 3IL)N + \sum_{n=1}^N \{\deg(n)M/I\}$ 次乘法,即每个节点平均需要约 $(2M + 3IL) + (1/N) \sum_{n=1}^N \{\deg(n)M/I\}$ 次乘法.

递增式最小均方算法的计算复杂度约为 $2M^{[7]}$,而当 M 较大时, $3IL$ 与 $2M$ 相比可以忽略^[10],因此,递增式子带自适应滤波算法与递增式最小均方算法的计算复杂度相近.扩散式最小均方算法的计算复杂度约为 $2M + (1/N) \sum_{n=1}^N \{\deg(n)M\}$,因此,扩散式最小均方算法和扩散式子带自适应滤波算法的计算复杂度高低取决于 M 和 I 的大小.当 M 和 I 的取值都较大时,扩散式子带自适应滤波算法的计算复杂度甚至低于扩散式最小均方算法的计算复杂度,因为扩散式子带自适应滤波算法是在 I 倍降采样之后进行系数向量联合的.此外还可以看出,与递增式子带自适应滤波算法相比,扩散式子带自适应滤波算法中每个节点多出约 $(1/N) \sum_{n=1}^N \{\deg(n)M/(IN)\}$ 次乘法.

3 仿真实验

本文采用仿真实验对分布式估计算法进行验证,实验使用的软件为 MATLAB.实验中采用的自适应网络包含 30 个节点.使用 30 个节点的自适应网络的原因如

下:(1)在自适应网络中,只要采用相同的拓扑结构,所用网络的节点规模不影响分布式子带自适应滤波算法与分布式最小均方算法的性能比较,因为分布式子带自适应滤波算法相对于分布式最小均方算法的性能优势得益于滤波器组对信号的子带分割,而不是因为网络拓扑结构的改变;(2)选择 30 个节点的自适应网络可以清楚地描绘各节点之间的连接关系以及信号和噪声的功率关系;(3)在计算机上对较大规模的自适应网络进行仿真实验是可行的,但由于在计算机上运行程序在本质上是集中式的,节点太多会耗费过多的时间。

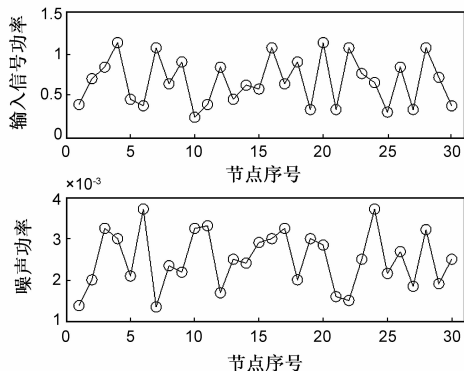


图3 各节点输入信号和噪声的功率

实验以分布式估计算法在网络系统辨识中的应用为例来比较算法的性能. 因为其他应用需要较复杂的变量变换和映射, 在此不再详述, 感兴趣的读者可以参考文献[16~20]. 网络系统辨识的目的, 是根据网络中所有节点接收的数据 $u_n(l)$ 和 $d_n(l)$ 来估计未知系统的系数向量, 该未知系数向量满足约束方程 $d_n(l) = \mathbf{u}_n^T(l) \mathbf{w}_o + \eta_n(l)$, 其中 $u_n(l)$ 由高斯白噪声通过一阶系统 $F(z) = 1/(1 - 0.95z^{-1})$ 产生, 系统噪声 $\eta_n(l)$ 为零均值的高斯白噪声. 不同节点的输入信号和系统噪声均不相关, 各节点输入信号和系统噪声的功率如图 3 所示. 未知系数向量 \mathbf{w}_o 随机生成, 其长度为 100, 所有节点包含的自适应滤波器长度与之相同. 在递增式算法实验中, 30 个节点形成一个通信环; 在扩散式算法实验中, 30 个节点形成图 4 所示的拓扑结构, 联合参数取为 $c_{nj} = 1/\deg(n)$. 每个节点使用的滤波器组均为八子带余弦调制滤波器组^[11]. 采用网络均方偏差来比较不同算法的性能, 其定义为 $MSD = (1/N) \sum_{n=1}^N 20 \log_{10} [\|\boldsymbol{\psi}_n(k) - \mathbf{w}_o\| / \|\mathbf{w}_o\|]$, 单位为分贝 (dB)^[4]. 所有网络 MSD 曲线为 50 次独立实验取集平均的结果。

图 5 为递增式子带自适应滤波算法 (INSAF) 和非联合子带自适应滤波算法 (NSAF) 的网络均方偏差曲线图. 为了比较算法的收敛速度, 在该实验中两种算法的步长均取为 0.5, 从而使两个算法具有相同的稳态失

调. 由该图可知, 在相同稳态失调下, 递增式子带自适应滤波算法的收敛速度快于非联合的子带自适应滤波算法的收敛速度, 这是因为递增式子带自适应滤波算法对每个节点的迭代是基于前一个节点更新后的参数向量基础之上的, 其充分利用了通信环中前面节点的估计结果, 因而能够更快的逼近未知系统。

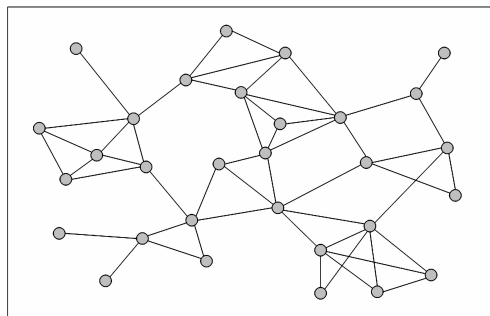


图4 扩散式网络的拓扑结构

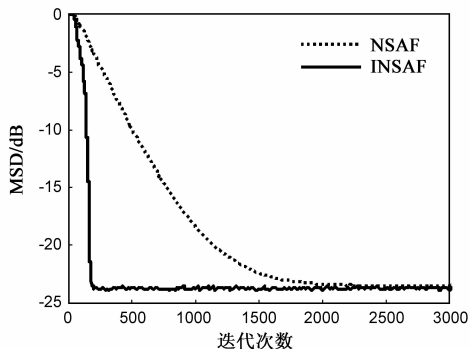


图5 INSAF和NSAF的网络MSD曲线比较

图 6 为递增式子带自适应滤波算法 (INSAF) 和递增式最小均方算法 (ILMS) 的网络均方偏差曲线图. 为了获得相同的稳态失调, 递增式子带自适应滤波算法和递增式最小均方算法的步长分别取为 0.07 和 0.0008. 由该图可知, 在输入信号相关性较高的情况下, 递增式子带自适应滤波算法的收敛速度快于递增式最小均方算法的收敛速度, 这是因为当输入信号相关性较高时, 递增式最小均方算法使得节点的不同系数对应的收敛时间常数相差较大, 而递增式子带自适应滤波算法采用的子带分割技术降低了输入信号的相关性, 从而使不同系数向量对应的收敛时间常数相近。

图 7 为扩散式子带自适应滤波算法 (DNSAF) 与非联合子带自适应滤波算法 (NSAF) 的网络均方偏差曲线图, 两种算法的步长均取为 0.5. 由该图可知, 扩散式子带自适应滤波算法的收敛速度和稳态失调均优于非联合的子带自适应滤波算法的收敛速度和稳态失调, 这是由于扩散式子带自适应滤波算法充分利用了邻域内相连节点更新后的信息, 从而能够更快 (收敛速度快)、

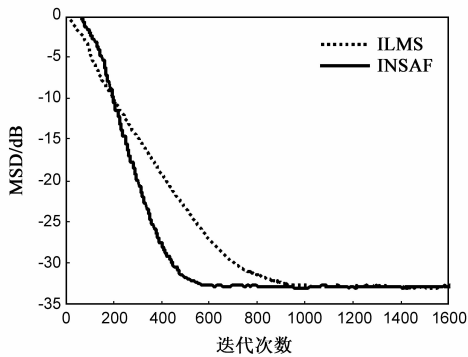


图6 INSAF和ILMS的网络MSD曲线比较

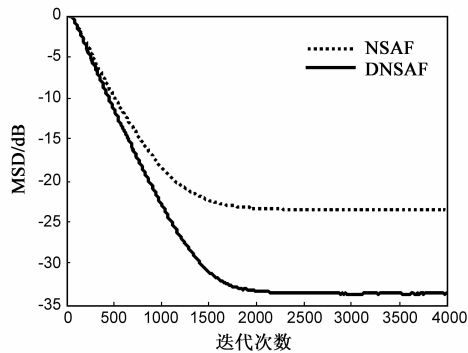


图7 DNSAF和NSAF的网络MSD曲线比较

更准确(稳态失调低)地逼近未知系数向量。

图8为扩散式子带自适应算法(DNSAF)与扩散式最小均方算法(DLMS)的网络均方偏差曲线图。为了获得相同的稳态失调,扩散式子带自适应滤波算法与扩散式最小均方算法的步长分别取为0.037和0.0005。由该图可知,在较高相关性输入信号作用下,扩散式子带自适应滤波算法的收敛速度快于扩散式最小均方算法的收敛速度,这同样得益于滤波器组的子带分割作用(或称为解相关特性^[10])。需要指出,在该实验中,扩散式子带自适应滤波算法可以通过增大步长来加快收敛速度,而扩散式最小均方算法的收敛速度已经很难提高,因为试图通过进一步增大扩散式最小均方算法的步长来加快收敛速度,会引起算法发散。

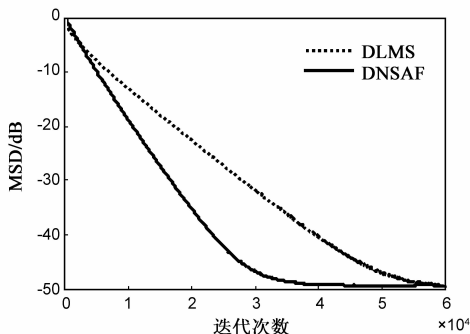


图8 DNSAF和DLMS的网络MSD曲线比较

4 结论

分布式最小均方算法因结构简单、计算复杂度低而获得广泛应用。然而,在输入信号相关性较高的环境中,其收敛速度较慢。分布式仿射投影算法可以加快分布式估计的收敛速度,但是其计算复杂度较高。本文将子带自适应滤波方法引入分布式估计,提出了两种分布式子带自适应滤波算法。分布式子带自适应滤波算法将输入信号进行子带分割,降低了输入信号的相关性,从而获得比分布式最小均方算法更快的收敛速度。输入信号的相关性越强,分布式子带自适应滤波算法的收敛速度优势越明显。由于分布式子带自适应滤波算法中存在降采样环节,因而该算法能够获得和分布式最小均方算法相近的计算量。

参考文献

- [1] Sayed A H, Tu S Y, et al. Diffusion strategies for adaptation and learning over networks[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2013, 30(3): 155 - 171.
- [2] Lopes C G, Sayed A H. Incremental adaptive strategies over distributed networks[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(8): 4064 - 4077.
- [3] Lopes C G, Sayed A H. Diffusion least-mean squares over adaptive networks: formulation and performance analysis[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(7): 3122 - 3136.
- [4] Cattivelli F S, Sayed A H. Diffusion LMS strategies for distributed estimation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(3): 1035 - 1048.
- [5] Liu Y, Li C, Zhang Z. Diffusion sparse least-mean squares over networks[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(8): 4480 - 4485.
- [6] Li C, Shen P, Liu Y. Diffusion information theoretic learning for distributed estimation over network[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(16): 4011 - 4024.
- [7] Li L, Chambers J A, et al. Distributed estimation over an adaptive incremental network based on the affine projection algorithm[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(1): 151 - 164.
- [8] 李雷雷,何剑辉,张勇刚. 分布式网络中的仿射投影自适应算法[J]. 中国传媒大学学报(自然科学版), 2012, 19(2): 34 - 43.
LI Lei-lei, HE Jian-hui, ZHANG Yong-gang. Affine projection algorithms over distributed wireless networks[J]. Journal of Communication University of China (Science and Technology), 2012, 19(2): 34 - 43. (in Chinese)
- [9] Sayed A H. Adaptive Filters[M]. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2008.

- [10] Lee K A, Gan W S. Improving convergence of the NLMS algorithm using constrained subband updates[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2004, 11(9): 736 – 739.
- [11] Lee K A, Gan W S, kuo S M. *Subband Adaptive Filtering Theory and Implementation*[M]. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2009.
- [12] 倪锦根, 商慧亮, 李锋. 归一化子带自适应滤波器步长控制[J]. *电子与信息学报*, 2009, 31(11): 2606 – 2609.
NI Jin-gen, LI Feng, SHANG Hui-liang. Step-size control for the normalized subband adaptive filter[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2009, 31(11): 2606 – 2609. (in Chinese)
- [13] Ni J, Li F. A variable step-size matrix normalized subband adaptive filter[J]. *IEEE Trans on Audio, Speech, and Language Processing*, 2010, 18(6): 1290 – 1299.
- [14] Yang F, Wu M, et al. An improved multiband-structured subband adaptive filter algorithm[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2012, 19(10): 647 – 650.
- [15] Ni J, Chen X, Yang J. Two variants of the sign subband adaptive filter with improved convergence rate[J]. *Signal Processing*, 2014, 96(B): 325 – 331.
- [16] Tu S Y, Sayed A H. Mobile adaptive networks[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2011, 5(4): 649 – 664.
- [17] Quan Z, Zhang W, et al. Optimal spectral feature detection for spectrum sensing at very low SNR [J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2011, 59(1): 201 – 212.
- [18] Shin Y J, Sayed A H, Shen X. Adaptive models for gene networks[J]. *PLoS ONE*, 2012, 7(2): e31657.
- [19] Lorenzo P Di, Barbarossa S, Sayed A H. Distributed spectrum estimation for small cell networks based on sparse diffusion adaptation[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2013, 20(12): 1261 – 1265.
- [20] Lorenzo P Di, Barbarossa S, Sayed A H. Bio-inspired decentralized radio access based on swarming mechanisms over-adaptive networks[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(12): 3183 – 3197.

作者简介



倪锦根 男, 1979 年 11 月生, 江苏省兴化市人. 毕业于复旦大学, 获理学博士学位, 现为苏州大学电子信息学院副教授、硕士生导师, IEEE 会员. 主要研究方向为自适应滤波、分布式估计、滤波器组设计等.

E-mail: jni@suda.edu.cn



马兰申 男, 1988 年 4 月生, 安徽省亳州市人. 现为苏州大学硕士研究生. 研究方向为自适应滤波和分布式估计.

E-mail: malanlong@163.com