

基于 EMD 方差特性的混沌信号自适应去噪算法

张 强^{1,2}, 行鸿彦^{1,2}

(1. 南京信息工程大学气象灾害预报预警与评估协同创新中心, 江苏南京 210044;
2. 南京信息工程大学江苏省气象探测与信息处理重点实验室, 江苏南京 210044)

摘 要: 本文利用经验模态分解算法(EMD),研究了不同状态下混沌信号的方差特性,提出了一种 EMD 分解层数自适应的去噪算法.该算法根据固有模态函数(IMF)方差最大值对应层数与总分解层数的关系,能够自适应选择需处理的 IMF 层数,并结合提升小波在更新和预测方面的优势综合去噪,分别以 Lorenz、Chen 系统(加入 10% - 100% 的高斯白噪声)和实测的 IPIX 雷达数据作为混沌背景噪声进行了实验研究.结果表明:在不同程度的低噪声($\leq 30\%$)环境下,与传统小波阈值去噪等方法相比,其均方误差降低了 30% 以上,信噪比提高了 1.5db - 3.5db,并能有效地去除海杂波噪声,提高混沌背景下的微弱信号检测效果.

关键词: 经验模态分解; 混沌; 方差特性; 提升小波; 自适应去噪

中图分类号: TN 911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2015)05-0901-06

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.05.100

Adaptive Denoising Algorithm Based on the Variance Characteristics of EMD

ZHANG Qiang^{1,2}, XING Hong-yan^{1,2}

(1. Collaborative Innovation Center on Forecast and Evaluation of Meteorological Disasters, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing Jiangsu 210044, China;
2. Key Laboratory for Aerosol-Cloud-Precipitation of China Meteorological Administration, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing Jiangsu 210044, China)

Abstract: This paper studies the variance characteristics of chaotic signal in different conditions and puts forward an adaptive denoising algorithm on account of EMD decomposition layers, by using the Empirical Mode Decomposition (EMD). The arithmetic can adaptively select the IMF layer which needs to be processed, based on the relationship between the maximum variance corresponding layers and the total number of decomposition layers of intrinsic mode function (IMF), and it also can make intergrated denosing by making use of the lifting wavelet's advantages in the field of updating and predicting. It carried out the experimental study, based on the chaotic background noise from Lorenz and Chen System (adding 10%-100% white gaussian noise) and the measured IPIX radar data. The result shows that: under varying degrees of low noise ($\leq 30\%$), it decreases the error of mean square by at least 30% compared with the methods such as traditional wavelet threshold denoising, and the signal to noise ratio has increased by 1.5db - 3.5db, and can effectively reduce the sea clutter noise to increase the detection effect under the background of chaos.

Key words: empirical mode decomposition; chaos; variance characteristics; lifting wavelet; adaptive denoising algorithm

1 引言

混沌是指非线性确定系统产生的不规则运动^[1],混沌系统产生的混沌信号具有功率宽带性和伪随机性,广泛地存在于气象、水文、电子等多个领域^[2~4],如雷达海杂波和舰船辐射信号等.实测的混沌信号在传输、收集

的过程中难免会受到噪声的干扰,严重影响了混沌时间序列的预测^[5],以及混沌相关参数的计算^[6],给混沌数据的分析研究带来了极大的困难.另一方面,由于混沌信号具有类似噪声的频带特性,传统的频谱分析方法并不适用,所以研究混沌信号的去噪方法具有重要的理论和实际意义.

当前,基于影子定理的滤波方法^[7],局部投影法^[8]和小波阈值法^[9]的混沌去噪性能已被证实.基于影子定理的滤波方法需要大量的系统模型先验知识^[7],实用性不高.局部投影法依赖于邻域选取,群落的大小对算法性能影响很大^[8],邻域半径和邻域点不易确定.小波阈值法计算量小,但小波基和分解层数的选择仍没有一个确定的方法^[9],导致其难以推广.经验模态分解^[10]方法(Empirical Mode Decomposition, EMD)作为一种新型的非线性非平稳信号处理方法,在不需要预先设定基函数的基础上,根据信号自身的特征进行平稳化处理,该方法能够将复杂的信号序列分解为有限个简单的固有模态函数(Intrinsic Mode Function, IMF),这些 IMF 分量具有不同的尺度特征,便于后续处理,已较多地应用于机械、医学、图像处理等领域^[11~14].之前研究大多采用设置阈值的方法去噪,并没有充分利用算法本身的自适应性,混沌信号的去噪性能没有明显提升.

本文以 IMF 分量能量为角度,结合经验模态分解分量的方差特性,提出一种最优分解层数的自适应选择算法,利用提升小波的优势,进一步提升算法的去噪性能,对三种混沌信号进行去噪仿真实验,为算法的去噪效果和推广性提供参考.

2 经验模态分解理论

EMD 分解信号基于三条假设^[10]:

(1) 信号最少包含两个极值点,即极大值与极小值.

(2) 特征时间尺度定义为相邻极值点之间的时间间隔.

(3) 假设信号没有极值点仅存在拐点,可以将信号微分一次或几次而获得极值点,对微分后的数据进行分解,最后通过积分还原原始分量.

固有模态函数(IMF)需要满足两个条件^[10]:

(1) 局部极大值和极小值的点数与零点个数相等或相差 1,即信号升降必然经过坐标轴.

(2) 任何时间点,上下两条包络线的均值要接近于零,即 IMF 分量具有良好的对称性,有点类似于正弦波,但其周期和振幅并不固定.

图 1 为 EMD 的具体分解步骤,各个 IMF 分量 $c_i(t)$ 则表征了信号从高频到低频的分布,单调的 $r_i(t)$ 为残余项,代表了信号中的平均趋势.可知 EMD 分解实质上是一种平稳的筛选过程,得到的高频分量便成了去噪的关键部分.

3 基于 EMD 方差特性的自适应去噪算法

设纯净的混沌信号为 $s(t)$,长度为 n ,加入白噪声 $d(t)$ 的含噪信号为 $x(t)$,即为:

$$x(t) = s(t) + d(t) \quad (1)$$

经 EMD 分解得到的 IMF 分量按频率由高到低分布,对大多数被噪声污染的信号,其主要能量集中在低频段,随着频率的增加,其所含能量越少.因而需要对前几层 IMF 进行消噪处理,分解层数的选择是决定降噪效果的关键.之前的研究大多将第一层 IMF 分量去掉,而将后几层分量进行还原,去噪效果难以满足要求,原因是第一层分量包含着少量的有用信号,而一小部分的噪声存在于后几层分量.

3.1 最优分解层数的自适应选择

由 EMD 分解算法可知,每一层 IMF 分量是通过包络线剔除得到的,关键部分在于三次样条插值函数的平滑、拟合.假设含噪信号 $x(t)$ 满足三次样条函数的构造条件,将信号区间分为 n 段,每个小区间 $[t_j, t_{j+1}]$ ($j = 0, 1, \dots, n-1$):

$$x_j(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 \quad (2)$$

其中:系数 a 待定,在满足边界微分条件的情况下,最终得到区间函数表达式:

$$x_j(t) = M_j \frac{(t_{j+1} - t)^3}{6h_j} + M_{j+1} \frac{(t - t_j)^3}{6h_j} + (y_j - \frac{1}{6} M_j h_j^2) \frac{t_{j+1} - t}{h_j} + (y_{j+1} - \frac{1}{6} M_{j+1} h_j^2) \frac{t - t_j}{h_j} \quad (3)$$

式中: $M_j = x''(t_j)$, $M_{j+1} = x''(t_{j+1})$, $y_j = x(t_j)$, $y_{j+1} = x(t_{j+1})$, $h_j = x_{j+1} - x_j$.

在求解系数的过程中,白噪声被一、二阶微分函数所滤除,随着分解层数的增加,白噪声的成分越来越少.下面我们从信号方差的角度来考虑,由于三次样条差值函数的“极力”平滑,将原本粗糙的噪声信号变得平稳,附着在纯净信号的低幅值噪声被很好的滤除.我们推测,由于噪声的影响,会给三次样条插值函数带来干扰,尤其对 IMF 低阶分量的频率和幅值产生影响.图 2 为三种混沌信号经 EMD 分解后 IMF 分量方差与分解尺度的对比图.由于篇幅有限,这里主要给出了 Lorenz、Chen 系统和实测 IPIX 海杂波信号, Lorenz 与 Chen 系统均采用 10001 ~ 13000 的数据点,保证系统完全进入混沌状态,并加入 10% 的白噪声进行对比.实测数据采用 McMaster 大学的 IPIX 雷达 269# 距离单元的海杂波数据(VV 极化),由于实测海杂波数据本身含有噪声,这里用小波阈值法进行初步去噪,再与原数据进行对比.

从图 2 发现,对比纯净的 Lorenz、Chen 信号,含噪混沌信号表现为方差最大值对应层数的延后和分解层数的增加.初步推测为噪声不仅增加了极大、极小值点数,而且使得原有信号极大值、极小值的幅值发生了改变,从而影响了三次样条差值的拟合效果.

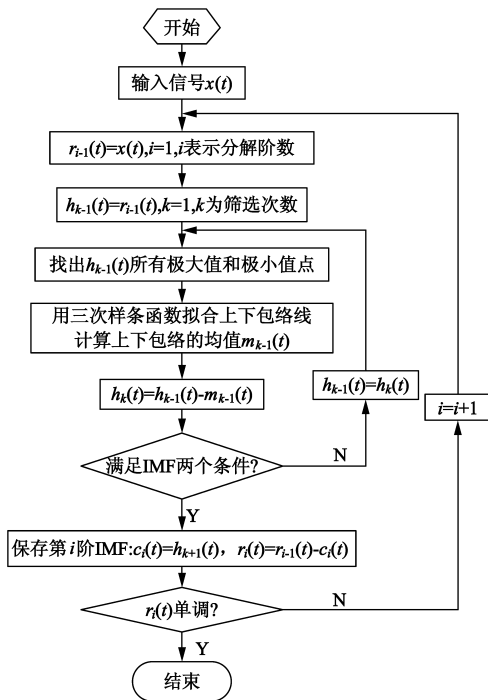


图1 EMD分解流程

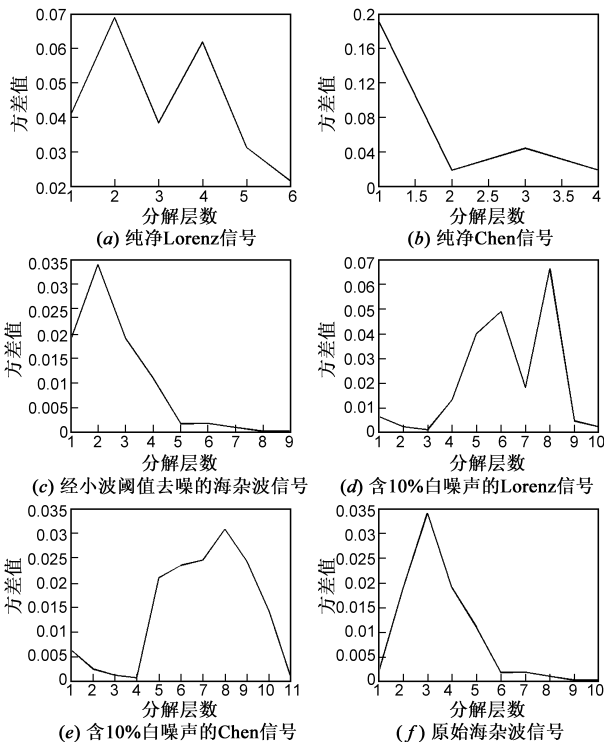


图2 混沌信号经EMD分解后IMF分量方差与分解尺度关系图

实测海杂波信号去噪前后的对比很好地印证了上述推测,图2(c)的 IMF 方差最大值对应的层数要比图2(f)靠前一位,分解层数则少一层.因为采用了小波阈值方法来近似海杂波纯净信号,去噪前后的 IMF 方差

最大值对应层数和整体分解层数变化不大,也反映出小波阈值去噪的局限.

结合前述的理论知识与对比结果,我们认为降噪的过程实际上为方差最大值对应层数的前推和分解层数的减少,因而本文以 IMF 分量方差最大值作为参考值,提出了分解层数的自适应算法,具体步骤见图 3.

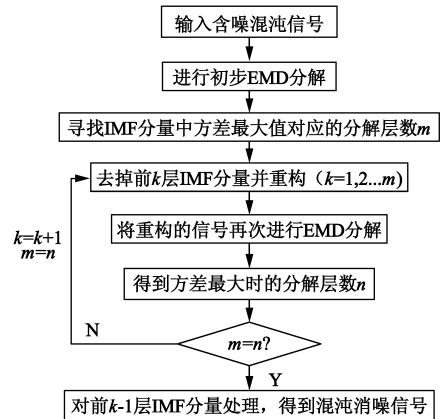


图3 最优分解层数的自适应选择算法

3.2 提升小波对去噪算法的优化

在自适应选择分解层数的基础上,这里引入提升小波来进一步改善去噪的效果.提升小波是一种不依赖傅里叶变换的新双正交小波,其保留了小波多分辨率的特性,同时克服了一代小波的局限性,具有快速实现、内存占用少等优点^[15~17].具体方法步骤为:

(1)通过 EMD 分解层数自适应算法得到需要处理层数 k .

(2)对前 k 层 IMF 分量进行累加求和,得到 $y(t)$:

$$y(t) = \sum_{i=1}^k c_i(t) \quad (4)$$

对 $y(t)$ 进行提升小波阈值处理,为了显示分解层数算法和提升小波的优点,采用 RIGRSURE 量化规则确定阈值大小.

(3)得到消噪后的高频信号 $y'(t)$ 与剩余 IMF 分量相加,重构得到去噪后的信号.即:

$$x'(t) = y'(t) + \sum_{i=k+1}^n c_i(t) \quad (5)$$

4 仿真实验与分析

为了验证本文所提算法的消噪效果,采用了常用的 Lorenz、Chen 混沌系统来检验算法的准确性.混沌数据归一化后分别加入 10%、30%、50% 和 100% 的高斯白噪声,并采用提升小波硬阈值、EMD 硬性方法进行对比,通过峰值误差 (PE)、均方根误差 (RMSE) 和信噪比 (SNR) 作为评价标准.表达式为:

$$PE = \max_{t=1}^N (x(t) - x'(t)) \quad (6)$$

$$\text{RSME} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (x(t) - x'(t))^2} \quad (7)$$

$$\text{SNR} = 10 \log \left(\frac{\sum_{t=1}^N x^2(t)}{\sum_{t=1}^N (x(t) - x'(t))^2} \right) \quad (8)$$

实验 1 对 Lorenz 系统:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \sigma(y - x) \\ \frac{dy}{dt} = \rho x - y - xz \\ \frac{dz}{dt} = -\beta z + xy \end{cases} \quad (9)$$

取 $\sigma = 10, \rho = 28, \beta = 8/3$, 初值 $x = 8, y = 5, z = 10$, 利用四阶 Runger-Kutta 法求得步长为 0.01. 为保证信号完全进入混沌状态, 仍选取混沌信号 10000 后的 3000 个数据点进行试验, 结果见表 1.

表 1 Lorenz 系统消噪效果比较

		提升小波	EMD 硬性	自适应法
10%	PE	0.2696	0.2571	0.1215
	RMSE	0.0651	0.0686	0.0405
	SNR	2.2046	1.9815	5.6938
30%	PE	0.3469	0.5195	0.2389
	RMSE	0.0906	0.1399	0.0623
	SNR	1.1362	0.4771	1.6036
50%	PE	0.6721	1.2987	0.5357
	RMSE	0.1892	0.3497	0.1645
	SNR	0.2607	0.0763	0.3448
100%	PE	1.2234	2.5882	0.9046
	RMSE	0.3665	0.6959	0.2784
	SNR	0.0695	0.0193	0.1204

实验 2 对 Chen 系统:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = a(y - x) \\ \frac{dy}{dt} = (c - a)x - xz + cy \\ \frac{dz}{dt} = xy - bz \end{cases} \quad (10)$$

取 $a = 10, b = 28, c = 8/3$, 初值 $x = 0, y = 1.001, z = 0$, 步长和数据点选择同前, 结果见表 2.

上述两个混沌系统的去噪实验可以看出, 在低噪声水平下, 自适应算法的去噪效果优秀, 在 $\leq 30\%$ 高斯白噪声条件下, SNR 比提升小波法提高 1.5 - 3.5db, RMSE 降低了 30% 以上, 随着噪声强度的增强, Chen 系统的去噪效果要比 Lorenz 好一些. 但在高噪条件下, 出现了严

重失真, 原因在于 EMD 分解出现了严重错误. 此外, 本文还用 Logistic, Rossler 等混沌系统进行去噪, 得到了一致的结果, 不再赘述.

表 2 Chen 系统消噪效果比较

		提升小波	EMD 硬性	自适应法
10%	PE	0.1852	0.2597	0.1490
	RMSE	0.0595	0.0702	0.0411
	SNR	2.6099	1.7838	5.2062
30%	PE	0.3071	0.7765	0.1619
	RMSE	0.1099	0.2087	0.0600
	SNR	0.7279	0.2017	2.4390
50%	PE	0.5628	1.2941	0.2355
	RMSE	0.1819	0.3479	0.0845
	SNR	0.2655	0.0726	1.2293
100%	PE	1.1140	2.5882	0.3959
	RMSE	0.3628	0.6956	0.1394
	SNR	0.0668	0.0182	0.4520

为了更加直观地体现去噪效果, 本文给出了 Lorenz 系统三种方法的去噪效果对比图, 由于篇幅有限, 仅给出噪声强度为 10% 的去噪效果, 见图 4.

从图 4 可以看出, 提升小波阈值法虽能去除掉信号的高频部分, 但重构的信号并不平滑, 失真问题严重; EMD 硬性去噪是将第一层 IMF 分量去除后再重构, 显然高阶的 IMF 分量仍有较多噪声; 最优分解层数的自适应去噪方法效果比前两种方法要好很多, 但在拐点部分的处理有待改进. 对比图 2(a)、图 2(d) 和图 4(f), 经过自适应去噪后, IMF 分量方差极大值对应层数与总分解层数均仅比纯净 Lorenz 信号多 1, 可见本文所提出的消噪算法去噪效果明显.

实验 3 为了验证本文所提算法的实用价值, 选用 IPIX 雷达 54# 海杂波目标距离单元 2200 个样本点 (VV 极化) 进行实验, 前 1100 个采样点作为训练样本, 另一半作为验证集. 实验组先对海杂波信号去噪, 然后进行单步预测, 而对照组仅使用支持向量机^[18]进行单步预测, 两组实验均通过比对预测误差来判断微弱信号的存在, 并以 RMSE 作为评价标准. 结果如图 5.

比较图 5(a) 与图 (b), 在有目标信号的距离单元中, 对照组的微弱信号完全湮没在噪声当中, 而实验组的预测误差存在明显尖峰, 可以初步判定微弱信号的存在. 经计算, 实验组的 RMSE 为 0.0010, 比对照组的 RMSE (0.0082) 提高近一个量级, 进一步表明最优分解层数的自适应去噪方法能够更好地保留混沌信号的系统特性, 并有效地去除噪声.

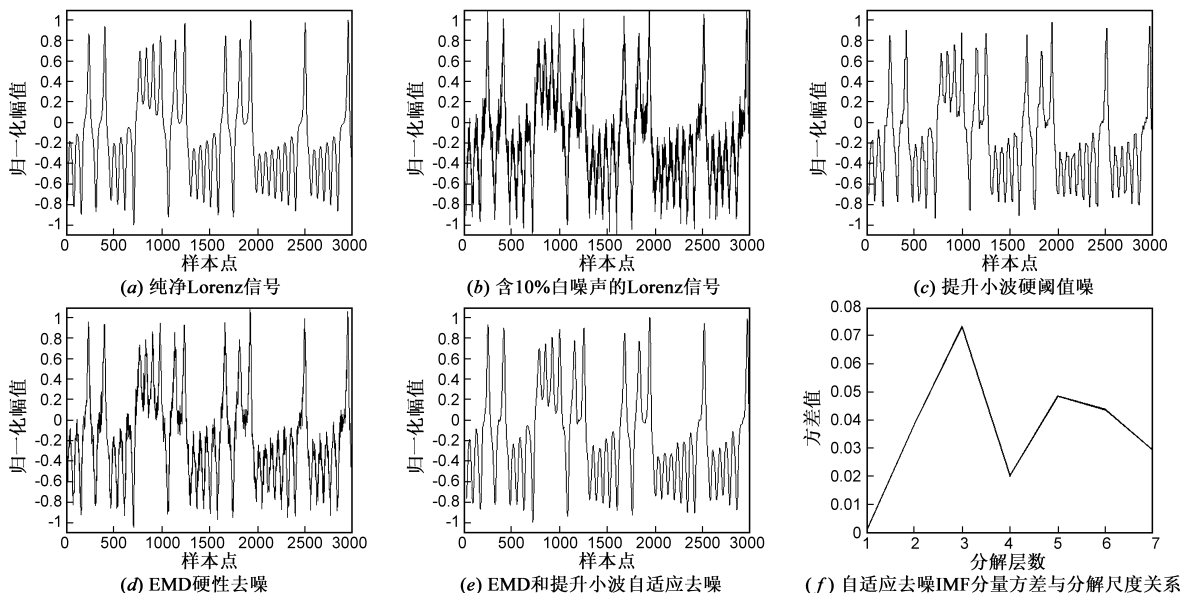


图4 Lorenz信号去噪效果对比图

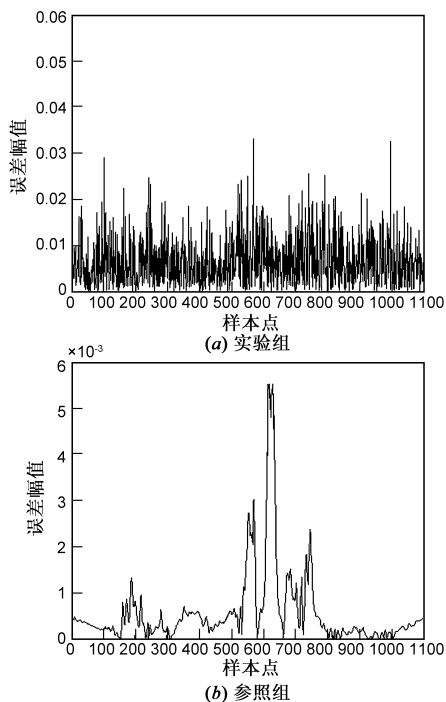


图5 IPIX雷达54#数据预测结果

5 结论

本文通过大量实验,对不同状态下含噪混沌信号的 IMF 分量方差进行分析,结合提升小波的特点,提出了 EMD 分解层数自适应的去噪方法,选用 Lorenz、Chen 混沌系统数据和实测 IPIX 海杂波数据进行去噪实验,得到了以下结论:

(1) 含噪混沌信号的经 EMD 分解后,IMF 分量方差最大值对应的分解层数要比纯净混沌信号靠后,总的

分解层数也会增加,可以根据这一特性来自适应选择需要处理的 IMF 分量层数。

(2) 对 Lorenz、Chen 系统的去噪实验表明,在低噪声条件下,EMD 分解层数自适应的去噪方法能有效地去除混沌系统的噪声,对 PE, SNR 和 RMSE 的提升效果明显。

(3) 海杂波微弱信号检测实验表明,本文所提出的去噪算法能够在保留原有混沌特性的基础上去除噪声,很好地运用在混沌背景下的微弱信号检测。

下一步将继续完善 EMD 分解中存在的端点效应、模式混叠问题,以期在高噪声条件下也能达到良好的去噪效果,并推广到非混沌领域。

参考文献

- [1] Lorenz E N. Deterministic nonperiodic flow[J]. Journal of the atmospheric sciences, 1963, 20(2): 130 - 141.
- [2] Fradkov A L, Evans R J. Control of chaos: methods and applications in engineering[J]. Annual Reviews in Control, 2005, 29(1): 33 - 56.
- [3] Vicha T, Dohnal M. Qualitative identification of chaotic systems behaviours[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2008, 38(1): 70 - 78.
- [4] Koh C L, Ushio T. Digital communication method based on M-synchronized chaotic systems[J]. Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, IEEE Transactions on, 1997, 44(5): 383 - 390.
- [5] 行鸿彦, 徐伟. 混沌背景下微弱信号检测的神经网络方法[J]. 物理学报, 2007, 56(7): 3771 - 3776.

Xing Hongyan, Xu Wei. The neural networks method for de-

- tecting weak signals under chaotic background [J]. *Physica Sinica*, 2007, 56(07): 3771-3776. (in Chinese)
- [6] 张国山, 牛弘. 一个基于 Chen 系统的新混沌系统的分析与同步[J]. *物理学报*, 2012, 61(11): 1105 - 1105.
Zhang Guoshan, Niu Hong. Analysis and synchronization of a novel chaotic system based on Chen's system[J]. *Physica Sinica*, 2012, 61(11): 1105 - 1105. (in Chinese)
- [7] Bowen R. Markov partitions for Axiom A diffeomorphisms[J]. *American Journal of Mathematics*, 1970, 92(3): 725 - 747.
- [8] Cawley R, Hsu G H. Local-geometric-projection method for noise reduction in chaotic maps and flows[J]. *Physical review A*, 1992, 46(6): 3057.
- [9] Donoho D L. De-noising by soft-thresholding[J]. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 1995, 41(3): 613 - 627.
- [10] Huang N E, Shen Z, Long S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[J]. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1998, 454(1971): 903 - 995.
- [11] 王文波, 张晓东, 汪祥莉. 基于主成分分析的经验模态分解消噪方法[J]. *电子学报*, 2013, 41(7): 1425 - 1430.
Wang Wenbo, Zhang Xiaodong, Wang Xiangli. Empirical mode decomposition de-noising method based on principal component analysis[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2013, 41(7): 1425 - 1430. (in Chinese)
- [12] 杨永锋, 任兴民, 秦卫阳, 等. 基于 EMD 方法的混沌时间序列预测[J]. *物理学报*, 2008, 57(10): 6139 - 6144.
Yang Yongfeng, Ren Xingmin, Qin Weiyang, et al. Prediction of chaotic time series based on EMD method[J]. *Physica Sinica*, 2008, 57(10): 6139 - 6144. (in Chinese)
- [13] 戴舜, 朱方, 徐艳云, 等. 基于 PCA 与 EMD 的超宽带雷达生命信号检测算法[J]. *电子学报*, 2012, 40(2): 344 - 349.
Dai Shun, Zhu Fang, Xu Yanyun, et al. Vital signal detection method based on principal component analysis and empirical mode decomposition for ultra wide band radar[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2012, 40(2): 344 - 349. (in Chinese)
- [14] 曹精明, 邵忍平, 胡文涛. HOC 与 EMD 结合的齿轮损伤检测研究[J]. *仪器仪表学报*, 2011, 32(4): 729 - 735.
Cao Jingming, Shao Renping, Hu Wentao. Gear damage detection based on higher order cumulant combined with empirical mode decomposition[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2011, 32(4): 729 - 735. (in Chinese)
- [15] 刘云侠, 杨国诗, 贾群. 基于双提升小波的自适应混沌信号降噪[J]. *电子学报*, 2011, 39(1): 13 - 17.
Liu Yunxia, Yang Guoshi, Jia Qun. Adaptive noise reduction for chaotic signals based on dual-lifting wavelet transform[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2011, 39(1): 13 - 17. (in Chinese)
- [16] 段晨东, 何正嘉. 一种基于提升小波变换的故障特征提取方法及其应用[J]. *振动与冲击*, 2007, 26(2): 10 - 13.
Duan Chendong, He Zhengjia. Analytical study of synchronous full annual rub motion of flexible stator and rotor system[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2007, 26(2): 10 - 13. (in Chinese)
- [17] 胡晓新, 王岩飞, 秦蕾. 基于提升小波的 SAR 原始数据压缩算法[J]. *电子与信息学报*, 2006, 28(5): 919 - 922.
Hu Xiaoxin, Wang Yanfei, Qin Lei. lifting wavelet for SAR Raw Data Compression[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2006, 28(5): 919 - 922. (in Chinese)
- [18] 行鸿彦, 金天力. 基于对偶约束最小二乘支持向量机的混沌海杂波背景中的微弱信号检测[J]. *物理学报*, 2010, 59(1): 140 - 146.
Xing Hongyan, Jin Tianli. Weak signal estimation in chaotic clutter using wavelet analysis and symmetric LS-SVM regression. *Physica Sinica*, 2010, 59(1): 140 - 146. (in Chinese)

作者简介



张强 男, 1990 年生于山西, 2013 年于南京信息工程大学获得学士学位, 现为南京信息工程大学硕士研究生, 主要研究方向为信号检测与处理.

E-mail: q_zhang1990@163.com



行鸿彦(通信作者) 男, 1962 年生于山西, 1983 年于太原理工大学获得学士学位, 1990 年于吉林大学获得硕士学位, 2003 年于西安交通大学获得博士学位, 现为南京信息工程大学教授, 博导, 主要研究方向为信号检测与处理, 雷电科学与技术, 气象仪器设计与计量等.

E-mail: xinghy@nuist.edu.cn