

基于帕德近似法模拟一般色散媒质电波传播的 ADE-FDTD-CPML 统一实现方案

刘广东

(阜阳师范学院物理与电子工程学院,安徽阜阳 236037)

摘要: 为方便一站式处理常见几类各向同性、线性、无磁耗电色散媒质的电波传播问题,提出了一种 ADE-FDTD-CPML 统一实现方案:一是问题空间和吸收边界的统一处理;二是色散特性的统一建模:适用的媒质类型可以是单一的 Havriliak-Negami(H-N)媒质、Davidson-Cole(D-C)媒质、Cole-Cole(C-C)媒质、Debye 媒质、常规媒质或其任意组合;媒质属性可以是单极或多极的、有电耗的或无电耗的.该方案利用帕德(Padé)近似法,导出了一组整数阶辅助微分方程(ADEs),既克服了时域描述时遇到的分数阶导数困难,又展现了通用性好、复杂度低等优势.几个一维、三维算例解析、数值结果之间的对比,初步证实了统一实现方案的可行性和有效性.

关键词: 色散媒质; 时域有限差分法; 卷积完全匹配层; 帕德近似法

中图分类号: O441.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2015)07-1382-06

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.07.020

Unified Implementation of ADE-FDTD-CPML Scheme Based on Padé Approximant Method for Simulation of EM Wave Propagation in General Dispersive Media

LIU Guang-dong

(School of Physics and Electronic Engineering, Fuyang Normal College, Fuyang, Anhui 236037, China)

Abstract: A unified ADE-FDTD-CPML scheme is proposed for one-stop simulation of electromagnetic (EM) wave propagation in different electrically dispersive media with isotropic, linear and nonmagnetic properties. This unification is manifested from two aspects. One aspect is unified FDTD treatment of problem space and its absorbing boundaries, the other is unified implementation of frequency-dependent properties for several types of media such as single Havriliak-Negami (H-N), Davidson-Cole (D-C), Cole-Cole (C-C), Debye dispersive media, ordinary media or their arbitrary combination, which are lossless or lossy with single pole or multiple relaxation times. The main difficulty in the presented scheme is appearance of fractional derivatives. This difficulty is overcome by using the Padé approximant method, resulting in a set of auxiliary differential equations (ADEs) of integer order. The feasibility, validity, good generality and low complexity of the scheme is preliminarily demonstrated by the comparisons between analytic and calculated results from several one-dimensional (1-D) and three-dimensional (3-D) examples.

Key words: frequency-dependent media; finite-difference time-domain (FDTD) method; convolutional perfectly matched layer (CPML); Padé approximant method

1 引言

实验测量表明:自然界中多种媒质属于色散媒质;它们的色散特性也不尽相同,尚未发现统一的规律^[1].迄今,已提出几种经验模型描述这些特性,其中较著名的有:用于人体组织、土壤等媒质的 Debye 模型^[1,2];用

于等离子体、金属等媒质的 Drude 模型^[1,3];用于光学材料的 Lorentz 模型^[1,4];用于生物组织、高分子材料等媒质的 Cole-Cole(C-C)模型^[5-7];用于甘油、丙二醇等媒质的 Davidson-Cole(D-C)模型^[8];用于聚合物的 Havriliak-Negami(H-N)模型^[9].按照电磁参数的频率相关性,可将这些媒质概括为两大类型:第一大类(Debye、Drude、

Lorentz)媒质的复介电常数是 $j\omega$ (其中 j 表示虚数单位, ω 表示角频率) 整数次幂的函数; 第二大类 (C-C、D-C、H-N) 媒质的复介电常数是 $j\omega$ 分数次幂的函数^[8].

为了引入媒质的色散特性, 近几年来, 时域有限差分 (Finite-Difference Time-Domain, FDTD) 法的建模对象已从常规媒质扩展到色散媒质^[10,11]. 针对前述的第一大类媒质, 已提出好几种 FDTD 方案, 主要思路有: 引入辅助微分方程 (Auxiliary Differential Equation, ADE)^[1]、利用递归卷积 (Recursive Convolution, RC)^[1,11]、定义移位算子 (Shift Operator, SO)^[1,12] 等. 然而, 分数阶导数仍是 FDTD 建模第二大类媒质面临的主要困难^[8]. 为此, Rekanos 等人利用帕德 (Padé) 近似法^[13], 提出了处理单极第二大类媒质的系列 FDTD 方案, 巧妙克服了前述困难, 一维仿真结果初步证实了这些方案的可行性^[5,6,8,9]; 刘广东等人给出了建模三维 C-C 媒质的 FDTD 改进方案^[7].

另外, 为应用这些方案处理辐射、散射等实际问题, 还需要发展相适应的吸收边界条件 (Absorbing Boundary Condition, ABC)^[1]. 对于常规媒质, 已证明完全匹配层 (Perfectly Matched Layer, PML) 具有良好的吸收效果, 然而, 一般不能直接应用于色散媒质^[1]. 近几年来, 对于前述的第一大类媒质, 吸收边界条件取得重要进展: 魏兵等人提出了通用的单轴各向异性完全匹配层 (Uniaxial PML, UPML) 吸收边界^[14], 颢孙旭等人提出通用的伸缩坐标完全匹配层 (Stretched Coordinate PML, SC-PML) 吸收边界^[15], Prokolidis 等人提出卷积完全匹配层 (Convolutional PML, CPML) 吸收边界^[16].

不过, 就笔者所知, 尚未见到面向第二大类色散媒质的 FDTD 统一描述及其 CPML 吸收边界. 为此, 本文提出了一种模拟一般色散媒质电波传播的 ADE-FDTD-CPML 统一实现方案, 其改进之处主要体现在: (1) 从单极色散媒质推广到多极情形; (2) 从无磁媒质推广到有磁情形; (3) 增加了静态电导率项; (4) 增加了三维数值算例检验该方案的性能和精度; (5) 发展了相适应的 CPML 吸收边界.

2 ADE-FDTD 方案

在各向同性、线性、无磁耗的多极电色散 H-N 媒质中, 相对介电常数 $\hat{\epsilon}_r$ (符号顶部加点表示其值为复数, 下文同) 可建模为^[17]

$$\hat{\epsilon}_r(\mathbf{r}, \omega) \triangleq \epsilon_\infty(\mathbf{r}) + \frac{\sigma_s(\mathbf{r})}{j\omega\epsilon_0} + \sum_{w=1}^W \frac{\Delta\epsilon_w(\mathbf{r})}{\{1 + [j\omega\tau_w(\mathbf{r})]^{\alpha_w(\mathbf{r})}\beta_w(\mathbf{r})\}} \quad (1)$$

其中, \mathbf{r} 为位置矢量, $\omega = 2\pi f$, f 为频率, ϵ_0 为真空介电常数, ϵ_∞ 表示光学相对介电常数, $\tau_w, \epsilon_{s,w}, \Delta\epsilon_w = \epsilon_{s,w} - \epsilon_\infty$ 分别表示第 w 极的弛豫时间、静态相对介电常数、

相对介电常数增量, W 表示极数, $\alpha_w (0 \leq \alpha_w \leq 1)$ 和 $\beta_w (0 \leq \beta_w \leq 1)$ 为第 w 极的色散参数, 这里 $w = 1, 2, \dots, W$ (下文同). 该色散模型采用较为通用的形式: (1) 当 $W = 1$ 时简化为单极情形; (2) 当 $W = 1$ 且 $\sigma_s = 0$ 时简化为文献[9]的式(1); (3) 若 $W = 1, \alpha_w = 1$ 且 $\sigma_s = 0$ 时退化为文献[8]的式(1); (4) 若 $\beta_w = 1$ 且 $\sigma_s = 0$ 时退化为文献[6]的式(1); (5) 如果 $W = 1, \beta_w = 1$ 且 $\sigma_s = 0$ 时变为文献[5]的式(1); (6) 如果 $\alpha_w = 1$ 且 $\beta_w = 1$ 时变为 Debye 模型^[1,2]; (7) 假如 $\alpha_w = 1, \beta_w = 1$ 且 $\Delta\epsilon_w = 0$ 时则转化为常规非色散媒质^[1].

一般情况下, 由于 α_w, β_w 并非整数, 直接把 $\hat{\epsilon}_r$ 变换到时域, 将面临分数阶导数的困难. 为此, 首先借助 Padé 近似法^[13], 经过一些类似于文献[8,9]的运算, 式(1)的相对介电常数可近似为

$$\hat{\epsilon}_r(\mathbf{r}, \omega) \approx \epsilon_\infty(\mathbf{r}) + \frac{\sigma_s(\mathbf{r})}{j\omega\epsilon_0} + \sum_{w=1}^W \Delta\epsilon_w(\mathbf{r}) \frac{\sum_{n=0}^N p_n [j\omega\tau_w(\mathbf{r}) - 1]^n}{\sum_{m=0}^M q_m [j\omega\tau_w(\mathbf{r}) - 1]^m} \quad (2)$$

其中, N, M 分别表示分子、分母多项式的阶数 (为使 FDTD 稳定, 需满足 $N \leq M$ ^[9]), p_n, q_m 分别表示分子、分母多项式的系数, 可通过求解线性方程组获得^[7~9].

其次, 定义 W 个辅助的频域电极化强度矢量 $\dot{\mathbf{P}}_w$ 为

$$\dot{\mathbf{P}}_w(\mathbf{r}, \omega) \triangleq \epsilon_0 \Delta\epsilon_w(\mathbf{r}) \cdot \frac{\sum_{n=0}^N p_n [j\omega\tau_w(\mathbf{r}) - 1]^n}{\sum_{m=0}^M q_m [j\omega\tau_w(\mathbf{r}) - 1]^m} \dot{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) \quad (3)$$

接着, 借助傅里叶逆变换 (Inverse Fourier Transform, IFT), 可以得到 W 个对应的时域辅助微分方程 (ADEs) 为

$$\sum_{m=0}^M Z_m \tau_w^m(\mathbf{r}) \frac{\partial^m \mathbf{P}_w(\mathbf{r}, t)}{\partial t^m} = \epsilon_0 \Delta\epsilon_w(\mathbf{r}) \sum_{n=0}^N Y_n \tau_w^n(\mathbf{r}) \frac{\partial^n \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^n} \quad (4)$$

其中

$$Y_n = \sum_{k=n}^N (-1)^{k-n} p_k \frac{k!}{n!(k-n)!} \quad (5)$$

$$Z_m = \sum_{k=m}^M (-1)^{k-m} q_k \frac{k!}{m!(k-m)!} \quad (6)$$

这里, \mathbf{E} 为时域电场强度, t 为时间, 符号! 表示取阶乘运算. 至此, 由于这组方程已包含整数阶的时间偏导数, 易于实现差分离散化: 设在 $t = n\Delta t$ ($n, \Delta t$ 分别表示时间步指标、时间步长) 时刻, 矢量场 \mathbf{F} (适用于 \mathbf{E}, \mathbf{P}_w , 为表达简洁, 省略自变量, 下文同) 简记为 \mathbf{F}^n , 其 m 阶的时间偏导数可通过中心差分近似为^[7]

$$\frac{\partial^m \mathbf{F}^m}{\partial t^m} \approx \frac{1}{\Delta t^m} \sum_{i=-l_m}^{l_m} Q_i^m \mathbf{F}^{m+i} \quad (7)$$

其中, $l_m = \lceil m/2 \rceil$ 表示对 $m/2$ 上取整, Q_i^m 为中心差分参数^[7].

最后,为简化描述,进一步假定:(1) $M = N$ (原因后文给出),则有 $l_M = l_N$; (2) 已知 $n\Delta t$ 时刻的 \mathbf{P}_w 、 \mathbf{E} 和 $(n+1/2)\Delta t$ 时刻的磁场强度矢量 \mathbf{H} . 并引入辅助矢量 Φ_w ^[7], 经过一些计算、整理,前述色散媒质 ADE-FDTD 方案中各场量的更新顺序简述如下:

① 计算 Φ_w

$$\Phi_w = (\zeta_{l_M, w})^{-1} \cdot \sum_{k=-l_M}^{l_M-1} (\theta_{k, w} \mathbf{E}^{n-l_M+1+k} - \zeta_{k, w} \mathbf{P}_w^{n-l_M+1+k}) \quad (8)$$

其中

$$\theta_{k, w} = \epsilon_0 \Delta \epsilon_w \sum_{n=\nu}^N \frac{Y_n \tau_w^n Q_k^n}{\Delta t^n} \quad (9)$$

$$\zeta_{k, w} = \sum_{m=\nu}^M \frac{Z_m \tau_w^m Q_k^m}{\Delta t^m} \quad (10)$$

这里 $k = -l_M, -l_M+1, \dots, l_M$; $\nu = \max\{2|k|-1, 0\}$.

② 更新 $(n+1)\Delta t$ 时刻的 \mathbf{E}

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{n+1} = & \left[\left(\epsilon_0 \epsilon_\infty - \frac{\Delta t \sigma_s}{2} \right) \mathbf{E}^n + \sum_{w=1}^W \mathbf{P}_w^n \right. \\ & \left. - \sum_{w=1}^W \Phi_w + \Delta t \nabla \times \mathbf{H}^{n+\frac{1}{2}} \right] \\ & \div \left[\epsilon_0 \epsilon_\infty + \sum_{w=1}^W \left(\zeta_{l_M, w} \right)^{-1} \theta_{l_M, w} + \frac{\Delta t \sigma_s}{2} \right] \quad (11) \end{aligned}$$

③ 计算 $(n+1)\Delta t$ 时刻的 \mathbf{P}_w

$$\mathbf{P}_w^{n+1} = \Phi_w + (\zeta_{l_M, w})^{-1} \theta_{l_M, w} \mathbf{E}^{n+1} \quad (12)$$

④ 更新 $(n+3/2)\Delta t$ 时刻的 \mathbf{H}

$$\mathbf{H}^{n+3/2} = \mathbf{H}^{n+1/2} - \frac{\Delta t}{\mu_r \mu_0} \nabla \times \mathbf{E}^{n+1} \quad (13)$$

其中, μ_r 表示相对磁导率, 当 $\mu_r = 1$ 时简化为 Rekanos 等人的无磁媒质情形^[5,6,8,9].

前述 ADE-FDTD 方案中, 对每个离散网格, 每个场分量的存储量为 $M(W+1) + W$, 磁场以外的计算时间为 $(2M+1)W + 3$, 当 $W=1$ 时与文献^[9]的结果相同.

3 CPML 吸收边界

对于常规媒质, 在已经提出的几种 PML 吸收边界中, CPML 已被证明具有吸收好、易扩展等优势^[1,14]. 此外, CPML 在处理棱边、角顶等特殊区域较 UPML 更为简洁^[1]. 由于假定前述色散媒质并无磁色散, 因此, 磁场随时间的更新关系与常规媒质完全相同^[16]. 三维直角坐标系下, CPML 中时变电场方程各分量分别修改为

$$\begin{aligned} \epsilon_0 \epsilon_\infty \frac{\partial E_x}{\partial t} + \sigma_s E_x + \frac{\partial \sum_{w=1}^W P_{w,x}}{\partial t} &= \frac{1}{\kappa_y^e} \frac{\partial H_z}{\partial y} \\ &- \frac{1}{\kappa_z^e} \frac{\partial H_y}{\partial z} + \xi_y^e * \frac{\partial H_z}{\partial y} - \xi_z^e * \frac{\partial H_y}{\partial z} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_0 \epsilon_\infty \frac{\partial E_y}{\partial t} + \sigma_s E_y + \frac{\partial \sum_{w=1}^W P_{w,y}}{\partial t} &= \frac{1}{\kappa_z^e} \frac{\partial H_x}{\partial z} \\ &- \frac{1}{\kappa_x^e} \frac{\partial H_z}{\partial x} + \xi_z^e * \frac{\partial H_x}{\partial z} - \xi_x^e * \frac{\partial H_z}{\partial x} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_0 \epsilon_\infty \frac{\partial E_z}{\partial t} + \sigma_s E_z + \frac{\partial \sum_{w=1}^W P_{w,z}}{\partial t} &= \frac{1}{\kappa_x^e} \frac{\partial H_y}{\partial x} \\ &- \frac{1}{\kappa_y^e} \frac{\partial H_x}{\partial y} + \xi_x^e * \frac{\partial H_y}{\partial x} - \xi_y^e * \frac{\partial H_x}{\partial y} \end{aligned} \quad (16)$$

其中, 参数 $\kappa_k^e \geq 1$ (k 表示坐标分量 x 、 y 或 z), $*$ 表示卷积运算, 函数 ξ_k^e 参见文献^[1,16].

4 ADE-FDTD-CPML 统一实现方案

分析 CPML 方程式(14)~(16)发现:(1)与截断常规媒质相比, 方程右端完全相同, 便于 CPML 的迭代更新, 其中卷积运算可由递归算法实现^[1]; (2)与毗邻的问题空间 ADE-FDTD 方程相比, 这些方程的左端完全相同, 便于 ADE-FDTD 的迭代更新. 因此, 在提出的 ADE-FDTD-CPML 统一实现方案中, 各场量的更新步骤可总结如下:

① 计算(问题空间 + 吸收边界)的 Φ_w ;

② 更新(问题空间 + 吸收边界) $(n+1)\Delta t$ 时刻的 \mathbf{E} ;

③ 更新(吸收边界) $(n+1)\Delta t$ 时刻的 \mathbf{E} ;

举例来说, 对于 E_x 分量而言, 分别需要对 $(y, z$ 轴方向的四个截断边界区)进行更新, 其中, 对 y 轴(正、负)方向的两个截断边界区, 更新辅助场参数:

$$\begin{aligned} \psi_{xy}^{n+1/2}(i, j, k) &= b_{ey} \psi_{exy}^{n-1/2}(i, j, k) \\ &+ a_{ey} [H_z^{n+1/2}(i, j, k) - H_z^{n+1/2}(i, j-1, k)] \end{aligned} \quad (17)$$

其中 (i, j, k) 表示 Yee 元胞位置, 参数 b_{ey} 、 a_{ey} 参见文献^[1], 则 E_x 按如下方式更新:

$$E_x^{n+1} = E_x^{n+1} + C_{\psi_{exy}} \cdot \psi_{exy}^{n+1/2} \quad (18)$$

其中, 辅助场系数 $C_{\psi_{exy}} = \Delta y \cdot C_{\text{exhz}}$, C_{exhz} 表示问题空间更新 E_x 时 H_z 项的系数(注意: 该区域需要预先更新为 $C_{\text{exhz}} = C_{\text{exhz}}/\kappa_y^e$). z 轴方向的更新可类似地获得.

类似地, 可进行 E_y 、 E_z 分量的更新.

④ 计算(问题空间 + 吸收边界) $(n+1)\Delta t$ 时刻的 \mathbf{P}_w ;

⑤ 更新(问题空间 + 吸收边界) $(n+3/2)\Delta t$ 时刻的

H ;

⑥更新(吸收边界) $(n + 3/2)\Delta t$ 时刻的 H (与截断常规媒质相同^[1])。

5 结果与讨论

由于前述 ADE-FDTD-CPML 统一实现方案中采用了帕德近似法,以下先来检验帕德近似的数值精度。

5.1 帕德近似的精度

为此,定义帕德近似的相对均方(Relative Mean Square, RMS)误差 e 为^[5,8]

$$e(\hat{\epsilon}_r, \dot{\epsilon}_r) \triangleq \sqrt{\frac{\int_{f_L}^{f_H} |\hat{\epsilon}_r - \dot{\epsilon}_r|^2 df}{\int_{f_L}^{f_H} |\dot{\epsilon}_r|^2 df}} \quad (19)$$

其中,媒质相对介电常数的解析值 $\dot{\epsilon}_r$ 和其帕德近似值 $\hat{\epsilon}_r$ 可分别通过式(1)和(2)求得, f_H 、 f_L 分别表示上、下限频率。

算例 1 以文献[9]中的均匀单极 H-N 媒质为测试目标,各模型参数分别为 $W = 1$, $\epsilon_\infty = 2.61$, $\sigma_s = 0.00$ s/m, $\epsilon_{s,1} = 3.88$, $\tau_1 = 39.98$ ps, $\alpha_1 = 0.73$, $\beta_1 = 0.66$ 。上、下限频率分别取为 $f_H = 100$ GHz、 $f_L = 10$ MHz,分母多项式阶数取为 $M = 3, 4, \dots, 10$,分子多项式阶数分别取为 $N = M$ 、 $N = M - 1$ 和 $N = M - 2$ 时,相对均方误差 e 随 M 的变化关系如图 1 所示,其中误差轴采用对数坐标。

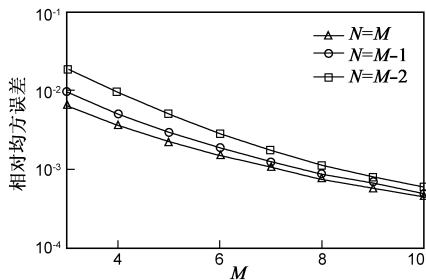


图1 相对均方误差随M的变化关系

由图 1 可知:(1)若取多项式的阶数 M 相同,则当 $N = M$ 时相对均方误差最小,这也是前文选取该条件的依据;(2)随 M 的增加,帕德近似的相对均方误差逐渐减小(然而,实现 FDTD 方案所需的存储量和计算时间也同时增加,建议折中选择多项式阶数)。当 $N = M = 4$ 时,相对均方误差约为 0.0036,与文献[9]中表 I 的结果基本一致,因此,文献[9]的单极情形可视为本文统一方案的一个特例;此外,此时的误差已能满足一般的工程应用需求,因此,后文的 FDTD 方案中,多项式的阶数也默认这组取值。

5.2 ADE-FDTD-CPML 方案可行性

为了测试本文 ADE-FDTD-CPML 统一实现方案的可行性,再给出两个算例(假定所有媒质均是无磁的,即

$\mu_r = 1$),选择算例基于三点考虑:(1)问题空间涵盖不同物理维度;(2)色散媒质涵盖不同类型;(3)媒质涵盖不同极数。

算例 2 源自文献[6]的一维问题:多极均匀 C-C 媒质(媒质参数分别为 $W = 2$ 、 $\epsilon_\infty = 2$ 、 $\sigma_s = 0$ s/m、 $\epsilon_{s,1} = 30$ 、 $\epsilon_{s,2} = 25$ 、 $\tau_1 = 53$ ps、 $\tau_2 = 2000$ ps、 $\alpha_1 = 0.9$ 、 $\alpha_2 = 0.95$ 、 $\beta_1 = \beta_2 = 1$)充满 $z \geq 0$ 的半空间,其余半空间为真空;一列入射平面波(电场沿 x 方向极化)沿 $+z$ 方向传播,平面波由下述的超宽带(Ultra-WideBand, UWB)调制高斯脉冲源 s 激励产生^[6]

$$s(t) = e^{-a^2(t-4/a)^2} \sin(2\pi f_c(t-4/a)) \quad (20)$$

其中,参数 $a = 1.57 \times 10^{10}$ s⁻¹,中心频率 $f_c = 5$ GHz,该脉冲的频谱主要涵盖了 0.01 GHz 至 10 GHz 的频率范围。

FDTD 离散化的空间、时间步长分别取 $\Delta z = 1.1$ mm、 $\Delta t = 1.77$ ps,离散后问题空间的网格数、时间步数分别取为 $n_z = 200$ 、 $n_t = 1500$ 。问题空间被 5 层 CPML 吸收边界截断。

记 z 、 $z + d$ 分别表示色散媒质中的两个不同位置, FDTD 仿真并存储这两处的时域电场 $E_x(z, t)$ 、 $E_x(z + d, t)$,后处理(傅里叶变换)获得相应的频域电场 $\tilde{E}_x(z, \omega)$ 、 $\tilde{E}_x(z + d, \omega)$,则色散媒质相对介电常数的 FDTD 估计值 $\tilde{\epsilon}_r$ 表示为^[5]

$$\tilde{\epsilon}_r(d, \omega) = -(c_0(\gamma_R + j\gamma_I)/\omega)^2 \quad (21)$$

其中 c_0 表示真空光速,参数 γ_R 、 γ_I 的具体形式参阅文献[5]。

选取 $d = 50\Delta z$ 时,复值相对介电常数实部和负虚部的解析值、Padé 近似值、FDTD 估计值随频率的变化关系如图 2 所示(频率轴采用了对数坐标)。

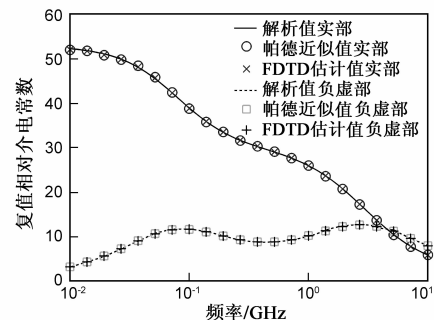


图2 复值相对介电常数随频率的变化关系

从图 2 可以看出:在 UWB 条件下,以一维问题的相对介电常数为测试目标,其 FDTD 估计值、Padé 近似值均和解析值之间差异不大(实际结果显示相对均方误差均小于 1%);再与文献[6]中图 1、图 2 的结果对比发现,二者也基本保持一致,因此,文献[6]的多极情形可视为本文统一方案的又一个特例。

算例 3 选取一个三维问题:计算空气(视为真空)中均匀单极 D-C 介质球的后向雷达散射截面(Radar Cross Section, RCS)^[18],球半径为 50mm,模型参数(源于文献[8])分别为 $\epsilon_\infty = 2, \epsilon_{s,1} = 50, \sigma_s = 0\text{s/m}, \tau_1 = 153\text{ps}, \beta_1 = 0.65$;其余模型参数分别为 $W = 1, \alpha_1 = 1.0$;采用的人射波源与算例 2 相同。

以介质球的球心为对称中心, FDTD 离散化的空间网格尺寸、时间步长分别取为 $\Delta = \Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 2\text{mm}, \Delta t = \Delta / (2 \cdot c_0)$, 问题空间离散后获得的网格数、时间步数分别为 $n = 80 \times 80 \times 80, n_t = 1000$, 周围采用 10 层 CPML 吸收边界截断。

一方面,为了检验 CPML 的吸收效果,将在介质球外观察点处(距离吸收边界 2Δ)获得的 E_x 时域波形,分别与改用 10 层 UPML 吸收边界^[1,14](其它条件相同)时获得的时域波形、以及参考解(无吸收边界,通过额外扩大问题空间,以至于电磁波尚未达到空间边界获得^[1,14])的结果对比如图 3 所示。由图 3 可见三者符合较好,这表明 CPML 吸收边界和问题空间 FDTD 统一实现,在降低复杂度的前提下,仍然产生了良好的吸收效果。

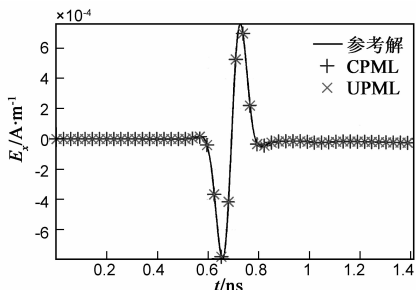


图3 填充介质球时采样点的时域波形

另一方面,为了检验 FDTD 的数值精度,介质球的后向 RCS 随频率的变化关系及其解析值(由 Mie 级数法获得^[18])的结果对比如图 4 所示。

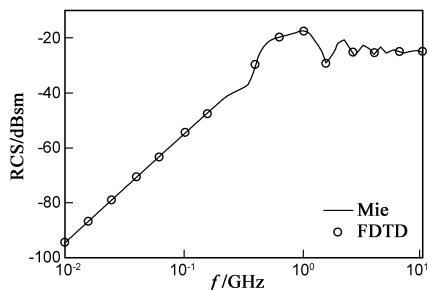


图4 介质球后向RCS随频率的变化关系

通过图 4 发现:在较宽泛的频率范围,以三维吸波介质球的后向 RCS 为测试目标,其 FDTD 估计值和解析值仍然符合较好(结果显示:相对均方误差较一维情形有所增加,原因可能是网格剖分粗糙所致,有望通过先

进网格剖分技术进一步减小误差^[1]。

综合以上几个算例,不难看出:利用前述 ADE-FDTD-CPML 统一方案模拟 UWB 电磁波在 C-C、D-C、H-N 电色散媒质中传播,估计相对介电常数、波形、后向 RCS 所产生的误差,一般的工程应用可以接受.这些仿真结果初步证实:利用该方案模拟一般电色散媒质中的电波传播是可行的。

6 结语

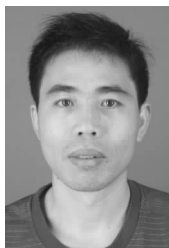
本文提出了一种 ADE-FDTD-CPML 统一实现方案,该方案具有适用范围广、实现复杂度低等优势,可用于统一处理射频、微波、红外和毫米波等工程中一般电色散媒质的电磁问题,媒质可以是一维或多维的、单极或多极的、无耗或有耗的.几个算例的初步结果显示:在超宽带频谱范围,该方案具有较高的数值精度.今后,该方案有望进一步推广到磁色散媒质。

参考文献

- [1] 葛德彪,闫玉波.电磁波时域有限差分法(第三版)[M].西安:西安电子科技大学出版社,2011.
Ge De-biao, Yan Yu-bo. Finite-Difference Time-Domain Method for Electromagnetic Waves (3rd ed)[M]. Xi'an: Xidian University Press, 2011. (in Chinese)
- [2] 刘广东,张业荣.一种处理分层有耗色散介质的时域逆散射方法[J].电子学报,2011,39(12):2856-2862.
Liu Guang-dong, Zhang Ye-rong. An approach to the time-domain inverse scattering problem for the stratified frequency-dispersive lossy media[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(12): 2856-2862. (in Chinese)
- [3] Chun K, Kim H, Kim H, et al. PLRC and ADE implementations of Drude-critical point dispersive model for the FDTD method[J]. Progress in Electromagnetics Research, 2013, 135: 373-390.
- [4] Shahmansouri A, Rashidian B. GPU implementation of split-field finite-difference time-domain method for Drude-Lorentz dispersive media[J]. Progress in Electromagnetics Research, 2012, 125: 55-77.
- [5] Rekanos I T, Papadopoulos T G. An auxiliary differential equation method for FDTD modeling of wave propagation in Cole-Cole dispersive media[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2010, 58(11): 3666-3674.
- [6] Rekanos I T, Papadopoulos T G. FDTD modeling of wave propagation in Cole-Cole media with multiple relaxation times[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2010, 9: 67-69.
- [7] 刘广东,张开银,范士民.一种处理 Cole-Cole 色散媒质的 FDTD 改进方案[J].计算物理,2014,31(2):257-264.
Liu Guang-dong, Zhang Kai-yin, Fan Shi-min. A modified

- FDTD scheme for wave propagation in general Cole-Cole dispersive media[J]. Chinese Journal of Computational Physics, 2014, 31 (2): 257 - 264. (in Chinese)
- [8] Rekanos I T. FDTD schemes for wave propagation in Davidson-Cole dispersive media using auxiliary differential equations [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2012, 60 (3): 1467 - 1478.
- [9] Rekanos I T. FDTD modeling of Havriliak-Negami media[J]. IEEE Microwave and Wireless Components Letters, 2012, 22 (2): 49 - 51.
- [10] Ai Xia, Tian Yuan, Cui Zhi-wei, et al. A dispersive conformal FDTD technique for accurate modeling electromagnetic scattering of THz waves by inhomogeneous plasma cylinder array [J]. Progress in Electromagnetics Research, 2013, 142: 353 - 368.
- [11] 王飞, 魏兵. 电各向异性色散介质电磁散射时域有限差分分析的半解析递推卷积方法[J]. 物理学报, 2013, 62 (4): 044101.
Wang Fei, Wei Bing. Semi-analytical recursive convolution algorithm in the finite-difference time domain analysis of anisotropic dispersive medium[J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(4): 044101. (in Chinese)
- [12] 魏兵, 董宇航, 王飞, 等. 基于移位算子时域有限差分的色散薄层节点修正算法[J]. 物理学报, 2010, 59(4): 2443 - 2450.
Wei Bing, Dong Yu-hang, Wang Fei, et al. A modificatory algorithm for electrically thin dispersive layers based on shift operator finite-difference time-domain method[J]. Acta Physica Sinica, 2010, 59(4): 2443 - 2450. (in Chinese)
- [13] Baker G A, Graves-Morris P. Padé Approximants[M]. New York: Cambridge University Press, 1996.
- [14] 魏兵, 李小勇, 王飞, 等. 一种色散介质 FDTD 通用吸收边界[J]. 物理学报, 2009, 58(9): 6174 - 6178.
Wei Bing, Li Xiao-yong, Wang Fei, et al. A finite difference time domain absorbing boundary condition for general frequency-dispersive media [J]. Acta Physica Sinica, 2009, 58 (9): 6174 - 6178. (in Chinese)
- [15] 颀孙旭, 马西奎. 一种适用于任意阶空间差分有限差分方法的色散介质通用吸收边界条件算法[J]. 物理学报, 2012, 61(11): 110206.
Zhuan Sun-xu, Ma Xi-kui. An absorbing boundary condition for general dispersive medium and general FDTD spatial scheme[J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(11): 110206. (in Chinese)
- [16] Prokolidis K P, Zografopoulos D C. A unified FDTD/PML scheme based on critical points for accurate studies of plasmonic structures[J]. Journal of Lightwave Technology, 2013, 31(15): 2467 - 2476.
- [17] Havriliak S, Negami S. A complex plane representation of dielectric and mechanical relaxation processes in some polymers [J]. Polymer, 1967, 8(4): 161 - 210.
- [18] 魏兵, 葛德彪, 王飞. 一种处理色散介质问题的通用时域有限差分方法[J]. 物理学报, 2008, 57(10): 6290 - 6297.
Wei Bing, Ge De-biao, Wang Fei. A general method for finite difference time domain modeling of wave propagation in frequency-dispersive media [J]. Acta Physica Sinica, 2008, 57 (10): 6290 - 6297. (in Chinese)

作者简介



刘广东 男, 1972 年生于江苏灌云. 阜阳师范学院物电学院副教授、工学博士. 研究方向为微波医学成像.

E-mail: liu_guang_dong@126.com