

一种联合酉空时星座图的分类解调算法

韩东升^{1,2}, 杨 维², 谢映海²

(1. 华北电力大学电气与电子工程学院, 河北保定 071003; 2. 北京交通大学电子信息工程学院, 北京 100044)

摘 要: 本文提出了一种基于排列法和旋转法联合生成的酉空时星座图设计新方法, 该方法可为酉空时信号提供性能较好的星座图. 同时, 针对这种联合星座图给出了一种新型的分类解调算法, 该算法可以以很低的错误概率识别出发射信号的类型, 从而通过分类来缩小最大似然原则下的星座点搜索范围, 在提高误码率性能的同时也降低了复杂度. 理论分析和仿真结果都表明, 与一些单一方法生成的星座图相比, 本文所提出新型联合星座图在误比特率性能和解调算法复杂度上都有较大的改善.

关键词: 酉空时星座图; 排列法; 旋转法; 联合; 分类

中图分类号: TN929.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2015)04-0730-08

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.04.015

A Classification Demodulation Algorithm of Joint Unitary Space-Time Constellations

HAN Dong-sheng^{1,2}, YANG Wei², XIE Ying-hai²

(1. School of Electrical and Electronic Engineering, North China Electric Power University, Baoding, Hebei 071003, China;

2. School of Electronic and Information Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: In the paper, we propose a new design of unitary space-time constellations which is generated based on a combination of permutation method and rotation method. This method can provide better performance for the unitary space-time constellation signal. At the same time, for this joint constellation, a new classification demodulation algorithm is given. This algorithm can recognize the class of transmission signal with very low error probability and reduce the research range under the maximum-likelihood algorithm, so both the error performance and the complexity of constellations can be improved. Theoretical analysis and simulation results all show that the performances of proposed constellations are better than some other constellations which are designed by only one method while the complexity of demodulation is reduced greatly.

Key words: unitary space-time constellation; permutation method; rotation method; joint; class

1 引言

在无线衰落环境下, 采用多天线技术的 MIMO 系统具备特别高的信道容量, 也能有效地提高系统在衰落信道下的性能增益, 因此被看做是下一代移动通信系统的主要物理层技术之一. 然而, 目前大部分的无线通信过程都需要估计信道信息, 随着天线数量或者移动速度的增加, 系统对信道情况的估计将变得更加复杂困难, 甚至可能出现无法估计的情况.

为解决这个问题, 文献[1]提出了酉空时调制的概念, 并证明了在发射天线和接收天线都不知道信道衰落

系数的前提下, 通过发射在时间上相互正交的酉空时信号来同时获得空间分集和时间分集, 可以获得较高的信道容量和较低的误比特率. 文献[2~15]则分别对这种调制方式所涉及的各个方面展开了进一步的研究和拓展.

酉空时调制的理论体系已经基本成熟, 目前的一个焦点就是设计出高性能的酉空时星座图. 由于酉空时信号空间的高度复杂性, 通过遍历潜在信号空间来确定星座图是不现实的. 文献[2]提出了一种旋转设计方法, 它通过对一个原始矩阵进行不同角度的旋转来获得所需的酉空时星座图, 且利用计算机搜索来完成优化系数的

计算工作,生成的星座图误码率性能较好,但其解调算法复杂度很高,大大地限制了其在实际领域上的应用.文献[10]通过减低星座点之间的成对信号错误概率(PER)给出了另外一种酉空时星座图的优化计算算法,也可以得到误码率性能较好的星座图,但其所需计算量很大,难以获得数目较大的高维星座图,且解调算法复杂度也很高.文献[4,6,8,12]分别给出了其他的一些星座图设计方法,这些方法都是通过星座点的一些特殊代数结构来简化解调工作的计算过程,从而减低复杂度.但是由于不存在优化过程,其误码率性能一般都劣于文献[2,10]中的星座图.

为此,本文提出了一种基于排列法与旋转法联合的星座图设计方法,为酉空时信号提供数目较大的星座图.由于排列法生成的星座图中代表各星座点的都是稀疏矩阵,与旋转法生成的能量均匀分布星座图有着明显差异.利用这种差异,本文给出了一种新型的分类解调算法,算法以很低的错误概率识别出发射星座点的类型,通过分类来缩小最大似然原则下的星座点搜索范围,在提高误码率性能的同时也大幅减少解调工作的计算量.理论分析和仿真结果都表明,比起一些单一方法生成的星座图,这种联合类型的星座图在误比特率性能和解调算法复杂度上都有一定的改善.

2 系统模型

考虑一个 MIMO 系统,发射与接收天线数分别为 M 和 N ,每根天线的平均发射功率相等.不同收发天线之间的子信道互相独立,子信道为在发射每 T 个符号间隔内衰落系数保持恒定的瑞利平坦衰落信道,信道衰落系数是相互独立的符合零均值的复高斯分布 $CN(0, 1)$ 的随机变量.发送端以每个 T 符号为一组,在每个分组周期内, M 根发射天线上的发射信号 \mathbf{S} 为一个 $T \times M$ 维矩阵, N 根接收天线上的接收信号 \mathbf{X} 为一个 $T \times N$ 维矩阵,而 \mathbf{H} 代表一个 $M \times N$ 维信道衰落矩阵,加性噪声项 \mathbf{W} 为一个 $T \times N$ 维的噪声矩阵,其元素都是相互独立的符合零均值的复高斯分布 $CN(0, 1)$ 的随机变量, ρ 是每根接收天线的信噪比,它们之间共同满足下列 MIMO 方程:

$$\mathbf{X} = \sqrt{\frac{\rho}{M}} \mathbf{S} \mathbf{H} + \mathbf{W} \quad (1)$$

酉空时调制方式是一种基于 MIMO 系统中的多进制调制方式,它将二进制信息序列映射为酉空时信号,进而达到传输信息的目的.所有的 L 个酉空时信号 \mathbf{S}_l , $l = 1, \dots, L$ 都可以表示成 $\mathbf{S}_l = \sqrt{T} \mathbf{\Phi}_l$, $l = 1, \dots, L$, 其中 $\mathbf{\Phi}_l$ 都是一些 $T \times M$ 维($T > M$) 的列正交酉矩阵,即满足 $\mathbf{\Phi}_l^\dagger \mathbf{\Phi}_l = \mathbf{I}_M$, $l = 1, 2, \dots, L$. 符号 \dagger 表示矩阵的共轭转置

变换, \mathbf{I}_M 表示 M 阶的单位矩阵.在发射天线和接收天线都不知道信道衰落系数的前提下,其属于非相干解调类型的最大似然解调公式为:

$$\begin{aligned} \Phi_{ml} &= \arg \max_{\Phi_l \in \{\Phi_1, \dots, \Phi_L\}} p(\mathbf{X} | \Phi_l) \\ &= \arg \max_{\Phi_l \in \{\Phi_1, \dots, \Phi_L\}} \|\mathbf{X}^\dagger \Phi_l\|_F^2 \end{aligned} \quad (2)$$

这里,符号 $\|\cdot\|_F$ 表示矩阵的 Frobenius 范数.

酉空时星座图的设计是一个优化问题,它主要涉及到误码率性能,频谱效率和计算复杂度这三个方面.如果系统的频谱效率为 R (bps/Hz),则星座图的星座点数目至少为 $L = 2^{RT}$.通过分析如下 PER 的 Chernoff 边界公式^[1]:

$$P_e(l, l') \leq \frac{1}{2} \prod_{m=1}^M \left[1 + \frac{(\rho T/M)^2 (1 - \sigma_m^2(l, l'))}{4(1 + \rho T/M)} \right]^{-N} \quad (3)$$

其中, $\sigma_m(l, l') = \sigma_m(\mathbf{\Phi}_l^\dagger \mathbf{\Phi}_{l'})$, $m = 1, \dots, M$ 是 $M \times M$ 关联矩阵 $\mathbf{\Phi}_l^\dagger \mathbf{\Phi}_{l'}$ 的第 m 个奇异值,文献[2~4]给出了衡量酉空时星座图误码率性能的两个最重要的设计指标:

(1) 信噪比低时定义“分集和” δ , δ 越小性能越好.

$$\delta = \max_{1 \leq l < l' \leq L} \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \sigma_m^2(l, l')} \quad (4)$$

(2) 信噪比高时定义“分集积” ζ , ζ 越大性能越好.

$$\zeta = \min_{1 \leq l < l' \leq L} \left[\prod_{m=1}^M (1 - \sigma_m^2(l, l')) \right]^{1/2M} \quad (5)$$

3 联合酉空时星座图的设计

在给出具体设计方法之前,先对列正交酉矩阵的一个性质进行说明.假定矩阵

$$\mathbf{\Delta} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

是一个列正交酉矩阵,为提升矩阵的维数大小,直接向 $\mathbf{\Delta}$ 的 m 个行向量之间的 $m+1$ 个间隙中插入 m_1 个包含 n 个元素的新行向量,则矩阵的维数为 $(m+m_1) \times n$ 维.显然,如果这些插入的新向量的元素全部为零,则提升维数后的矩阵仍然是一个列正交酉矩阵.

本文联合酉空时星座图的设计利用文献[2]中旋转设计方法来产生一些低维的列正交酉矩阵,然后向这些矩阵添加一些零行向量,最后利用对这两类向量的在矩阵中的位置进行排列来产生大量新的高维列正交酉矩阵.具体过程如下:

(1) 通过旋转法找到 L_1 个 $T_1 \times M$ 维的列正交原始酉矩阵,其表达式如下^[2]:

$$\mathbf{\Phi}_l = \mathbf{\Theta}^{l-1} \mathbf{\Phi}_1, \quad l = 1, \dots, L_1 \quad (6)$$

其中, $\mathbf{\Theta}$ 是一个 $T_1 \times T_1$ 维的对角矩阵,其对角线元素

依次为 $e^{j\frac{2\pi}{L_1}u_1}, e^{j\frac{2\pi}{L_1}u_2}, \dots, e^{j\frac{2\pi}{L_1}u_{T_1}}$, Φ_1 则是为 $T_1 \times T_1$ 维离散傅里叶矩阵 D_{T_1} 中的 M 列元素.

(2) 向这 L_1 个矩阵中分别增添 T_2 个由 M 个零元素组成的零向量, 接着对这两类向量的在矩阵中的位置进行排列, 假定一共有 K 种排列方式, 则可以系统产生 $L = L_1 \times K$ 个 $(T_1 + T_2) \times M$ 维列正交酉矩阵.

下面分单发射天线和多发射天线两种情况, 给出联合酉空时星座图的具体设计方案.

3.1 单发射天线

当 $M=1$ 时, 星座图的设计指标 δ 和 ζ 的本质是完全一样的, 即寻找到 L 个 T 维单位向量并使其相互之间内积的绝对值的最大值尽可能的小. 利用排列知识计算后可知, 在增添零向量和位置排列的过程中有如下的一个结果:

引理 1 如果向一个全部由 m 个非零元素组成的有序数列的 $m+1$ 个间隙中任意插入 m_1 个零元素, 则可以产生 $C_{m+m_1}^m = \frac{(m+m_1)!}{m! m_1!}$ 个由 $m+m_1$ 个元素组成的不同新有序数列.

由此可见, 如果对一些低维的单位向量添加零元素后再进行位置的任意排列, 则可以在保证向量的单位长度的同时产生大量新高维单位向量.

当 $T_1 = 2$ 时, 这种类型的 $L = L_1 \times K = L_1 \times \frac{(m+m_1)!}{m! m_1!}$ 个单位向量相互之间做内积运算时只存在下列 3 种情况:

- ① 两个非零元素分别在同一行.
- ② 只有一个非零元素在同一行.
- ③ 两个非零元素全部错开.

因为向量中的两个非零元素都是长度为 $1/\sqrt{2}$ 的复

$$\Omega = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & e^{j\frac{2\pi}{3}} & e^{j\frac{2\pi}{3}} & e^{j\frac{2\pi}{3}} & 0 & 0 & e^{j\frac{4\pi}{3}} & e^{j\frac{4\pi}{3}} & e^{j\frac{4\pi}{3}} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & e^{j\frac{4\pi}{3}} & 0 & 0 & e^{j\frac{2\pi}{3}} & e^{j\frac{2\pi}{3}} & 0 & e^{j\frac{2\pi}{3}} & 0 & 0 & e^{j\frac{4\pi}{3}} & e^{j\frac{4\pi}{3}} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & e^{j\frac{4\pi}{3}} & 0 & e^{j\frac{4\pi}{3}} & 0 & e^{j\frac{2\pi}{3}} & 0 & e^{j\frac{2\pi}{3}} & 0 & e^{j\frac{2\pi}{3}} & 0 & e^{j\frac{4\pi}{3}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & e^{j\frac{4\pi}{3}} & 0 & e^{j\frac{4\pi}{3}} & e^{j\frac{4\pi}{3}} & 0 & 0 & e^{j\frac{2\pi}{3}} & 0 & e^{j\frac{2\pi}{3}} & e^{j\frac{2\pi}{3}} \end{bmatrix} \quad (8)$$

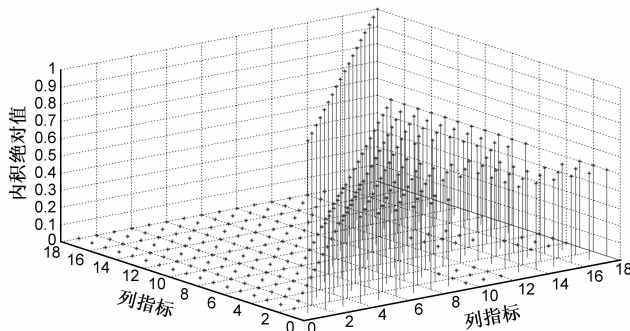


图1 矩阵 Ω 中18个星座点相互之间的关联度, 对角线上的1是每个点和自身的关联度

数, 因此对于②情况, 其内积值的绝对值全部为 0.5, 对于③情况, 显然是相互之间正交, 其内积值全部为 0.

出于对整张星座图的性能的考虑, 在情况①时, 其内积值的绝对值的最大值应该接近 0.5, 通过计算找到下列 3 个原始 2 维单位列向量:

$$\Phi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \Phi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} e^{j\frac{2\pi}{3}} \\ e^{j\frac{4\pi}{3}} \end{bmatrix}, \Phi_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} e^{j\frac{4\pi}{3}} \\ e^{j\frac{2\pi}{3}} \end{bmatrix} \quad (7)$$

(注: $T=2$ 时, 要达到 $\delta \approx 0.5$ 的目标, 这样类型的矩阵至多 3 个).

因此对于任意的 $T (T \geq 2)$ 值, 如果向式(7)的 3 个列向量分别添加 $T_2 = T - 2$ 个零元素后进行位置任意排列, 则可以得到一张含 $L = 3 \times C_T^2 = \frac{3}{2} T(T-1)$ 个星座点, $\delta = 0.5$ 的酉空时星座图. 以 $T=4$ 为例, 可以得到一张 $L=18, \delta=0.5$ 的酉空时星座图, 代表星座点的列向量具体如式(8)所示.

各星座点相互之间的关联度情况如图 1 所示.

可以进一步扩大 T_1 的值以获得更大数目的星座图, 相关分析类似于 $T_1=2$, 这里就不再继续讨论了. 表 1 给出了一些单发射天线旋转法星座图和本文联合酉空时星座图的 δ 指标对比, 可以看出排列法星座图的性能已经十分接近甚至部分已经优于旋转法得到的星座图.

表 1 单发射天线指标 δ 的对比情况

T	旋转法 $\delta^{[2]}$	联合法 δ
4	0.5817 ($L=16$)	0.5 ($T_1=2, L=18$)
6	0.5604 ($L=64$)	0.6667 ($T_1=3, L=180$)
8	0.6434 ($L=529$)	0.6667 ($T_1=3, L=504$)
8	0.7493 ($L=2209$)	0.7567 ($T_1=4, L=3220$)

3.2 多发射天线

不同于上述单发射天线星座图的设计过程,在多发射天线情况下($M \geq 2$),酉空时星座图的设计必须同时考虑指标 δ 和 ζ 的优化设计,尤其是 ζ ,至少要保证星座图达到满分集,即 $\zeta > 0$. 由文献[3]可知,星座图必须满足 $T \geq 2M$ 且保证关联矩阵 $\Phi_l^\dagger \Phi_{l'}, 1 \leq l < l' \leq L$ 的 M 个奇异值都满足 $\sigma_m(\Phi_l^\dagger \Phi_{l'}) \neq 1, m = 1, \dots, M$.

假定通过旋转法已经找到了 L_1 个 $T_1 \times M$ ($T_1 \geq 2M$) 维的列正交原始酉矩阵,且它们组成的原始星座图是满分集的,当 $M = 1$ 时,无需考虑分集问题,因此添加零元素后可以任意的进行位置排列. 而 $M \geq 2$ 时,任意的位置排列很可能会导致其所生成的星座图不是满分集的,以下面的两个星座点矩阵为例,

$$\Phi_1 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & i \\ 1 & -i \\ 1 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \Phi_2 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & i \\ 1 & -i \\ 0 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

计算可得 $\Phi_1^\dagger \Phi_2 = \begin{bmatrix} 3/4 & 1/4 \\ 1/4 & 3/4 \end{bmatrix}$, 且它的两个奇异值分别为 $\sigma_1 = 1$ 和 $\sigma_2 = 1/2$. 因此在多天线情况时,我们必须重新考虑零向量和非零向量的位置的排列方式. 由于 $\|\Phi_l^\dagger \Phi_{l'}\|_F = \sqrt{\sum_{m=1}^M \sigma_m^2(l, l')}$, 因此如果 $\|\Phi_l^\dagger \Phi_{l'}\|_F < 1$, 就可以保证矩阵 $\Phi_l^\dagger \Phi_{l'}$ 的 M 个奇异值都是小于 1 的.

定理 1 对于一个满分集的原始星座图,如果保证在排列后,比较其所生成的 L 个新的高维矩阵中的任意两个不同矩阵时仅会出现如下 2 种情况中的一种:

- ① T_1 个非零行向量分别在同一行;
- ② T_1 个非零行向量中不大于 λ ($\lambda \leq \frac{T_1}{M}$) 行分别在同一行.

那么新星座图一定也是满分集的.

证明 为证明新星座图是满分集的,只需证明第 ② 种情况下的两个不同的矩阵相乘后得到的矩阵 $\Phi_l^\dagger \Phi_{l'}$ 的 M 个奇异值都是小于 1 的. 由于原始矩阵的元素全部是一些长度为 $1/\sqrt{T_1}$ 的复数,因此 $\Phi_l^\dagger \Phi_{l'}$ 中的 M^2 个元素的绝对值都不会大于 $\frac{\lambda}{T_1}$ (这里 M^2 个等号不会同时成立), 而 $\lambda \leq \frac{T_1}{M}$, 因此 $\frac{\lambda}{T_1} \leq \frac{1}{M}$, 则 $\|\Phi_l^\dagger \Phi_{l'}\|_F < \sqrt{M^2 \times \frac{1}{M^2}} = 1$. 因此矩阵 $\Phi_l^\dagger \Phi_{l'}$ 中的奇异值都是小于 1 的,所以命题得证.

4 联合酉空时星座图的分类解调算法

假定采用上文所述的联合酉空时星座图设计方案,已有一张大小为 L 的 $T \times M$ 维联合星座图,其中有 L_1 个星座点 $\Omega_1 = \{\Phi_1, \dots, \Phi_{L_1}\}$ 是由排列法产生的,剩余的 L_2 个星座点 $\Omega_2 = \{\Phi_{L_1+1}, \dots, \Phi_L\}$ 则是由旋转法产生的,且这联合产生的 L 个星座点的发送概率都是相同的. 对于上述类型的星座图,如果直接利用式(2)的公式进行解调,由于 Ω_1 和 Ω_2 之间的部分星座矩阵之间的关联度可能会很高,因此导致解调错误率较高. 因此需要找到一种低错误率的预处理算法来识别接收符号的星座点类型,从而有效缩小星座点的搜索范围,达到减低解调错误率和复杂度的双重目的.

假定在发射端发射了一个 $T \times M$ 维的酉空时信号 $S_l = \sqrt{T} \Phi_l, l = 1, \dots, L$, 则其 $T \times N$ 维的接收符号为 $X = \sqrt{\frac{\rho T}{M}} \Phi_l H + W$. 对于针对 X 的类型识别算法,它的错误概率为

$$P_{e_{\Omega_1, \Omega_2}} = \frac{L_1}{L} \Pr\{X \text{ 类型为 } \Omega_2 \mid \Phi_l \in \Omega_1\} + \frac{L_2}{L} \Pr\{X \text{ 类型为 } \Omega_1 \mid \Phi_l \in \Omega_2\} \quad (10)$$

对于一个接收符号而言,如果它的类型判断出现错误,那么其后续的搜索范围必然出现错误,从而导致解调错误,因此必须保证 $P_{e_{\Omega_1, \Omega_2}}$ 的错误等级要远低于后续的最大似然解调算法的误码率等级. 分析两种类型星座图的各自构造特点后可以看出,当 $\Phi_l \in \Omega_1$ 时,其接收符号 X 将出现 T_1 个被噪声污染的行向量 $\alpha_1, \dots, \alpha_{T_1}$, 每个向量中的 N 个元素都是相互独立的且都可以表示成 $\epsilon_n = \sqrt{\rho T / T_1 M} \sum_{m=1}^M h_{nm} Z_m + w_n, |Z_m| = 1, 1 \leq n \leq N$ (注:经过化简可看出,不论 Z_m 值如何变化, ϵ_n 都是一些符合零均值的复高斯分布 $CN(0, \frac{\rho T}{T_1} + 1)$ 的随机变量), 剩余的 T_2 个为纯噪声行向量 $\beta_1, \dots, \beta_{T_2}$, 每个向量中的 N 个元素 η_n 都是一些相互独立的符合零均值的复高斯分布 $CN(0, 1)$ 的随机变量; 而当 $\Phi_l \in \Omega_2$ 时,其接收符号 X 将只有 T 个被噪声污染的行向量 $\gamma_1, \dots, \gamma_T$, 每个向量中的 N 个元素都是相互独立的且都可以表示成 $\kappa_n = \sqrt{\rho / M} \sum_{m=1}^M h_{nm} Z_m + w_n, |Z_m| = 1, 1 \leq n \leq N$ (注:同理, κ_n 也是一些符合零均值的复高斯分布 $CN(0, \rho + 1)$ 的随机变量).

下面计算纯噪声行向量 $\beta_1, \dots, \beta_{T_2}$ 和被噪声污染的行向量 $\gamma_1, \dots, \gamma_T$ 在能量上的差距. 令 $\mathfrak{R} = \sum_{n=1}^N |\eta_n|^2$,

$\xi = \sum_{n=1}^N |\kappa_n|^2$, 则 \Re 和 \Im 都是满足自由度为 $2N$ 的中心 χ^2 分布^[16], 其概率密度函数依次为

$$p_{\Re}(r_1) = \frac{r_1^{N-1} e^{-r_1/2\delta_1^2}}{2^N \delta_1^N \Gamma(N)}, \delta_1 = 1, r_1 \geq 0 \quad (11)$$

$$p_{\Im}(r_2) = \frac{r_2^{N-1} e^{-r_2/2\delta_2^2}}{2^N \delta_2^N \Gamma(N)}, \delta_2 = \sqrt{\rho + 1}, r_2 \geq 0 \quad (12)$$

其中, $\Gamma(\cdot)$ 是 gamma 函数.

令 $\zeta = \Im - \Re$, 则 ζ 的概率分布函数为

$$F_{\zeta}(y) = \iint_{r_2 - r_1 \leq y} p_{\Re\Im}(r_1, r_2) dr_1 dr_2.$$

则 $\zeta \leq 0$ 的概率为

$$\Pr(\zeta = \Im - \Re \leq 0) = F_{\zeta}(0) = \iint_{r_2 - r_1 \leq 0} p_{\Re\Im}(r_1, r_2) dr_1 dr_2.$$

利用变量 \Re 和 \Im 之间的相互独立性, 则有

$$\Pr(\xi \leq 0) = \int_0^{+\infty} \left(\int_0^{r_1} p_{\Im}(r_2) dr_2 \right) p_{\Re}(r_1) dr_1,$$

由于 \Im 的自由度为偶数, 因此有

$$\int_0^{r_1} p_{\Im}(r_2) dr_2 = 1 - e^{-r_1/2\delta_2^2} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1}{k!} \left(\frac{r_1}{2\delta_2^2} \right)^k.$$

所以

$$\begin{aligned} \Pr(\xi \leq 0) &= \int_0^{+\infty} \left(1 - e^{-r_1/2\delta_2^2} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1}{k!} \left(\frac{r_1}{2\delta_2^2} \right)^k \right) \frac{r_1^{N-1} e^{-r_1/2\delta_1^2}}{2^N \delta_1^N \Gamma(N)} dr_1 \\ &= \int_0^{+\infty} \frac{r_1^{N-1} e^{-r_1/2\delta_1^2}}{2^N \delta_1^N \Gamma(N)} dr_1 \\ &\quad - \int_0^{+\infty} \frac{r_1^{N-1} e^{-r_1/2\delta_2^2} e^{-r_1/2\delta_1^2}}{2^N \delta_1^N \Gamma(N)} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1}{k!} \left(\frac{r_1}{2\delta_2^2} \right)^k dr_1 \\ &= 1 - \int_0^{+\infty} \frac{r_1^{N-1} e^{-r_1/2\delta_2^2} e^{-r_1/2\delta_1^2}}{2^N \delta_1^N \Gamma(N)} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1}{k!} \left(\frac{r_1}{2\delta_2^2} \right)^k dr_1 \\ &= 1 - \int_0^{+\infty} \frac{r^{N-1} e^{-r/2} e^{-r/2(\rho+1)}}{2^N (N-1)!} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1}{k!} \left(\frac{r}{2(\rho+1)} \right)^k dr \end{aligned} \quad (13)$$

利用式(13), 图 2 给出了不同接收天线数 ($N=1, \dots, 6$),

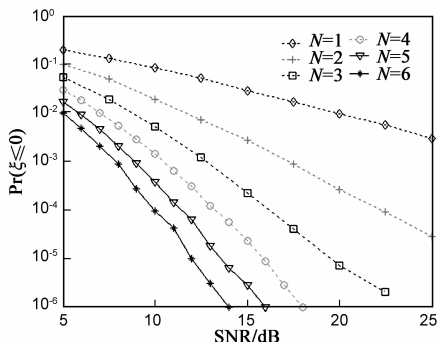


图2 不同接收天线数($N=1, \dots, 6$)情况下 $\Pr(\xi \leq 0)$ 和信噪比 ρ 之间的关系曲线图

$\dots, 6$) 情况下 $\Pr(\xi \leq 0)$ 和信噪比 ρ 之间关系的计算曲线.

从上述结果可以看出, 在信噪比较高和接收天线数较大的情况下, 一个纯噪声行向量的能量基本上是不会超过被噪声污染行向量的能量的. 基于上述分析, 下面给出排列法和旋转法联合产生星座图的分步骤解调算法, 对于其任意的一个接收符号 \mathbf{X} , 解调过程具体如下:

(1) 类型识别算法. 在接收端事先根据通信系统的相关具体参数, 设定一个具体阈值 $\mathbf{C} (\mathbf{C} > 0)$. 随后分别计算符号 \mathbf{X} 中的 T 个行向量的能量, 然后依大小进行排序, 选出排名最后的 T_2 个行向量 $\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_{T_2}$, 再计算它们的能量之和 $\mathbf{Q} = \sum_{l=1}^{T_2} \|\mathbf{X}_l\|_F^2$. 如果 $\mathbf{Q} \leq \mathbf{C}$, 判定发射的星座点属于 Ω_1 , 而如果 $\mathbf{Q} > \mathbf{C}$, 则判定发射的星座点属于 Ω_2 .

(2) 最大似然解调算法. 根据步骤 1 的判断结果, 利用式(2)对所属星座图类型中的所有星座点展开最大似然搜索, 从而得到最后的解调结果. (注: 关于阈值 \mathbf{C} 的设定, 主要取决于接收天线数 N , 零行向量的数量 T_2 和信噪比 ρ . 设定时一个基本原则是保证

$$\Pr\left(\sum_{l=1}^{N \times T_2} |Y_l|^2 > \mathbf{C}\right) \ll \min(P_{e\Omega_1}(\rho), P_{e\Omega_2}(\rho)) \quad (14)$$

其中 $Y_l, l=1, \dots, N \times T_2$ 都是一些相互独立的符合零均值的复高斯分布 $CN(0, 1)$ 的随机变量, $P_{e\Omega_1}(\rho)$ 和 $P_{e\Omega_2}(\rho)$ 分别是星座图 Ω_1 和 Ω_2 在信噪比 ρ 下的单独应用时的解调误比特率. 参考图 2 的计算结果可以看出式(14)的原则基本上可以保证类型识别算法的准确性, 从而达到提高联合星座图性能的目的.

5 分类解调算法的性能分析

本节将从理论上研究上述联合酉空时星座图分类步骤解调算法的性能. 通过第一步骤的类型识别算法, 接收端可以以很低的错误概率判断出接收符号的发射星座点类型, 因此缩小了第二步骤的最大似然搜索范围. 这种预处理算法显然可以大幅度提高星座图的性能, 基本上消除了两种类型星座点之间出现解调误判的可能性, 因此在星座图的设计上有了更多的选择. 如果使用单一方法产生整张星座图, 在星座点数目较大的情况下, 不管如何进行优化, 受星座矩阵必须是列正交酉矩阵的限制, 图中不可避免会出现一些相互关联度很大的星座点, 从而恶化了星座图的整体误比特率性能. 而在类型识别算法的帮助下, 我们可以删掉这些对星座图误比特率性能影响最大的星座点, 用另一方法产生的星座点加以代替, 虽然两种类型部分星座点

之间相互关联度可能也会很大,但它们之间基本上是不会产生解调错误的.因此在保证类型识别算法的低错误率的前提下,联合星座图的误比特率为

$$P_{e\Omega} \approx \frac{L_1}{L} P_{e\Omega_1} + \frac{L_2}{L} P_{e\Omega_2} \quad (15)$$

从上式可以看出,在星座图大小一样的情况,联合星座图进一步优化了设计过程,显然可以取得比单一方法生成的传统星座图更好的误比特率性能.

另外,联合星座图在解调算法复杂度上也具有很强的优势.如果星座图是单一方法生成的,则对于其任意一个 $T \times N$ 维的接收符号 \mathbf{X} ,接收机将利用式(2)对所有的 L 个星座点张开最大似然搜索.如果图中的星座矩阵没有特殊的代数结构,如旋转法产生的星座矩阵,则在计算 L 个 $\|\mathbf{X}^\dagger \Phi_l\|_F^2, l=1,2,\dots,L$ 值的过程中,先需计算 $\gamma_l = \mathbf{X}^\dagger \Phi_l, l=1,2,\dots,L$,每个大约需要 $N \times M \times T$ 次乘法和 $N \times M \times (T-1)$ 次加法,而后在计算 $\|\gamma_l\|_F^2$ 过程中每个还需要 $N \times M$ 次乘法和 $N \times M - 1$ 次加法,因此总共大概需要 $L \times N \times M \times (T+1)$ 次乘法和 $L \times N \times M \times T$ 次加法.显然,随着 M, N, L, T 这四个参数值的增加,解调工作所需的计算总量的增长速率是极快的,这将大大限制其高维星座图的实际应用.

联合星座图中的矩阵都含有 T_2 行零向量,零元素在加法和乘法中的特性可以使得在 γ_l 的计算中直接省略掉大量的加法和乘法的基本运算,因此每个 $\|\mathbf{X}^\dagger \Phi_l\|_F^2, l=1,2,\dots,L$ 的计算将大概减少至 $N \times M \times (T_1 + 1)$ 次乘法和 $N \times M \times T_1$ 次加法.

联合星座图的类型识别算法可以利用少量的计算判断出符号 \mathbf{X} 的发射星座点的类型,这将把星座点的搜索范围从 L 个缩小至 L_1 或 L_2 个,因此大幅度降低了解调算法的复杂度.表 2 给出了联合生成的星座图和单一方法生成的没有特殊代数结构的星座图之间的解调算法的复杂度比较.

表 2 联合星座图和单一方法星座图之间的解调复杂度比较

方案	乘法次数	加法次数
单一方法星座图	$LNMT(T+1)$	$LNMT$
联合星座图	$\frac{L_1}{L} L_1 NM(T_1+1)$ $+ \frac{L_2}{L} L_2 NM(T_1+1)$	$\frac{L_1}{L} L_1 NMT_1$ $+ \frac{L_2}{L} L_2 NMT$

6 仿真结果

本节通过仿真实验来验证联合星座图在瑞利平坦衰落信道下的通信性能,这里当信噪比为 ρ 时,设定阈值 \mathbf{C} 为

$$\Pr\left(\sum_{l=1}^{N \times T_2} |Y_l|^2 > \mathbf{C}\right) = \min(P_{e\Omega_1}(\rho), P_{e\Omega_2}(\rho))/20 \quad (16)$$

首先仿真 $T=6, L=64, M=1,2$ 星座图,具体参数为:当 $M=1$ 时,联合星座图中的 Ω_1 由式(7)生成,即 $T_1=2, L_1=45$. 而用旋转法生成剩余含 $L_2=19$ 个星座点 Ω_2 ,其六个优化系数依次为 3,7,8,9,15,18;当 $M=2$ 时, Ω_1 中的 9 个 4×2 维原始矩阵的优化系数依次为 1,3,4,6, Φ_1 是由 4×4 维离散傅里叶矩阵的第 1,2 列组成,这里如下的 $K=3$ 种排列方式来满足星座图的满分集要求:

$$\begin{bmatrix} \times_1 & \times_1 & 0 \\ \times_2 & \times_2 & 0 \\ \times_3 & 0 & \times_1 \\ \times_4 & 0 & \times_2 \\ 0 & \times_3 & \times_3 \\ 0 & \times_4 & \times_4 \end{bmatrix} \quad (17)$$

(注:这里符号 $\times_l, l=1,\dots,4$ 分别依次代表原始矩阵的四个行向量.)

剩余的含 $L_2=64-9 \times 3=37$ 个星座点 Ω_2 用旋转法生成,其六个优化系数依次为 1,10,14,25,24,32. Φ_1 是由 6×6 维离散傅里叶矩阵的第 1,2 列组成.

图 3 给出了上述的两张联合星座图和其他一些单一方法生成的星座图之间的误比特率比较曲线 ($N=1$),从中可以看出当 $M=1$ 时,联合星座图的误比特率性能要优于用单一文献[2]的旋转法生成的星座图,在误比特率达到 10^{-3} 时可以获得 2.2dB 左右的性能增益,而在 $M=2$ 时,比起用单一文献[10]中的方法生成的星座图,联合星座图在误比特率达到 10^{-4} 时可以获得 1.4dB 左右的性能增益.另外在解调复杂度上,联合星座图的新型分步骤解调在提高星座图误比特率性能的同时也减低了计算复杂度,利用表 2 的表达式可以计算得出其计算总量的减少幅度依次约为 66% 和 54%.

接着仿真 $T=8, L=256, M=1,2$ 星座图,具体参数为:当 $M=1$ 时,联合星座图中的 Ω_1 也由式(7)生成,即 $T_1=2, L_1=84$. 而用旋转法生成剩余含 $L_2=172$ 个星

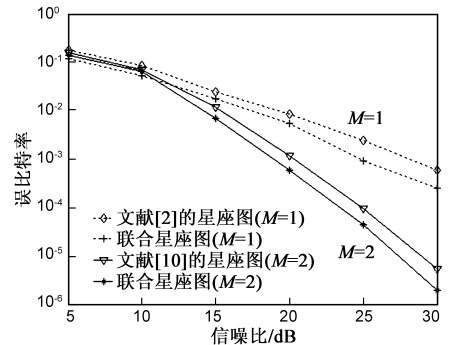


图 3 不同方法得到的星座图的误比特率比较曲线 ($T=6, L=64, M=1,2, N=1$)

座点 Ω_2 , 其 8 个优化系数依次为 8, 35, 64, 90, 121, 138, 156, 171; 当 $M=2$ 时, Ω_1 中 4×2 维原始矩阵同上, 且其共有 $K=14$ 种排列方式, 具体如式(18)所示.

$$\begin{bmatrix} \times_1 & \times_1 & \times_1 & 0 & 0 & 0 & \times_1 & \times_1 & \times_1 & \times_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \times_2 & \times_2 & \times_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \times_1 & \times_1 & \times_1 & \times_1 \\ \times_3 & 0 & 0 & \times_1 & \times_1 & 0 & \times_2 & \times_2 & 0 & 0 & 0 & \times_2 & \times_2 & \times_2 \\ \times_4 & 0 & 0 & \times_2 & \times_2 & 0 & 0 & 0 & \times_2 & \times_2 & \times_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \times_3 & 0 & \times_3 & 0 & \times_1 & \times_3 & 0 & 0 & \times_3 & 0 & 0 & \times_3 & 0 \\ 0 & \times_4 & 0 & \times_4 & 0 & \times_2 & 0 & \times_3 & \times_3 & 0 & \times_3 & \times_3 & 0 & \times_3 \\ 0 & 0 & \times_3 & 0 & \times_3 & \times_3 & \times_4 & 0 & \times_4 & 0 & 0 & \times_4 & 0 & \times_4 \\ 0 & 0 & \times_4 & 0 & \times_4 & \times_4 & 0 & \times_4 & 0 & \times_4 & \times_4 & 0 & \times_4 & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

而用旋转法生成剩余含 $L_2 = 256 - 9 \times 14 = 130$ 个星座点 Ω_2 , 其具体参数见文献[2]的 TABLE II.

图 4 给出了 $T=8, L=256, M=1, 2, N=1$ 时联合星座图和单一用旋转法生成的星座图之间的误比特率比较曲线 ($N=1$), 相关结果类似于图 3, 当 $M=1$ 时, 在误比特率达到 10^{-3} 时联合星座图可以获得 2dB 左右的性能增益, 而在 $M=2$ 时, 在误比特率达到 10^{-4} 时联合星座图可以获得 1.2dB 左右的性能增益. 而在解调复杂度上, 其计算总量的减少幅度依次约为 52% 和 60%.

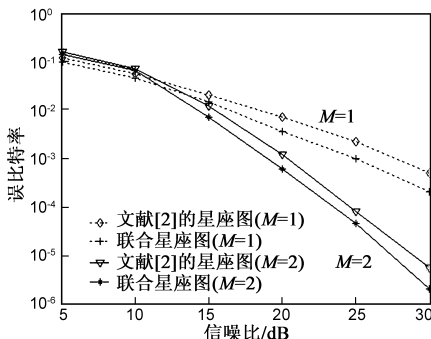


图4 不同方法得到的星座图的误比特率比较曲线 ($T=8, L=256, M=1, 2, N=1$)

7 结论

限制酉空时调制技术发展的因素一是性能优良的星座图的难以获得, 二是随着星座图维数的扩大, 解调算法所需的计算量将以指数速度迅速递增, 从而限制了高维酉空时信号的应用. 而本文给出的联合星座图的设计方法简单易行, 取得了比一些单一方法生成的星座图更好的误比特率性能, 同时其分类骤解调算法可以有效减低复杂度, 因此有较大的应用价值. 在本文中只利用了排列法和旋转法来联合生成星座图, 事实上其它一些方法也可以联合起来, 后面将进一步加以研究.

参考文献

[1] Hochwald B M, Marzetta T L. Unitary space-time modulation

for multiple antenna communications in Rayleigh flat fading [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2000, 46(2): 543 - 564.

- [2] Hochwald B M, Marzetta T L, Richardson T J, et al. Systematic design of unitary space-time constellations [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2000, 46(6): 1962 - 1973.
- [3] Guo Yongliang, You Xiaohu. Impact of channel correlation on performance of unitary space-time codes [J]. Chinese Journal of Electronics, 2011, 20(3): 545 - 549.
- [4] Tarokh V, Kim M. Existence and construction of noncoherent unitary space-time Codes [J]. IEEE Transactions on Inform Theory, 2002, 48(12): 3112 - 3117.
- [5] Brian L Hughes. Optimal space-time constellations from groups [J]. IEEE Transactions on Inform Theory, 2003, 49(2): 401 - 410.
- [6] Zhao W L, Leus G, Giannakis. Algebraic design of unitary space-time constellations [A]. Proceedings of IEEE International Conference on Communications [C]. USA: IEEE, 2003. 3180 - 3184.
- [7] Abarbanel J, Averbuch A, Rosset S, et al. Unitary non-group STBC from cyclic algebras [J]. IEEE Transactions on Inform Theory, 2006, 52(9): 3903 - 3912.
- [8] Niyomsataya T, Miri A, Nevins M. Unitary space-time constellation designs from group codes [J]. IEEE Transactions on Inform Theory, 2007, 53(11): 4322 - 4329.
- [9] Tong H X, Yu F. Constructions of three-transmit-antenna space-time codes [J]. Journal of Systems Science and Complexity, 2007, 20(3): 381 - 385.
- [10] Yi Wu, Ruotsalainen K, Juntti M. Unitary space-time constellation design based on the Chernoff bound of the pairwise error probability [J]. IEEE Transactions on Inform Theory, 2008, 54(8): 3842 - 3850.
- [11] Niyomsataya T, Miri A, Nevins M. An application of the Bruhat decomposition to the design of full diversity unitary space-time codes [J]. IEEE Transactions on Inform Theory, 2009, 55(1): 232 - 244.
- [12] Jeongchang Kim, Kyungwhoon Cheun, Soongyoon Choi. Unitary space-time constellations based on quasi-orthogonal sequences [J]. IEEE Transactions on Communications, 2010, 58(1): 35 - 39.
- [13] 郭永亮, 朱世华, 张国梅. 基于正交空时分组码的酉空时码设计 [J]. 电子学报, 2006, 35(1): 123 - 126.
- Guo Yong-liang, Zhu Shi-hua, Zhang Guo-mei. A unitary space-time code based on orthogonal space-time block code [J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(1): 123 - 126. (in Chinese)
- [14] 李君, 曹海燕, 韦岗. 一种性能更优的差分酉空时码正交旋转信号星座 [J]. 电子学报, 2005, 33(10): 1770 - 1773.
- Li Jun, Cao Hai-yan, Wei Gang. A better orthogonal rotation

constellation for differential unitary space-time modulation [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2005, 33(10): 1770 – 1773. (in Chinese)

- [15] 蓝兴, 马东堂, 魏急波. 空间相关信道下酉空时系统的最大似然多符号差分检测算法[J]. *电子学报*, 2009, 37(9): 1926 – 1930.

Lan Xing, Ma Dong-tang, Wei Ji-bo. Maximum-likelihood multiple symbol differential detection for unitary space-time modulation in spatial correlated channels[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, 37(9): 1926 – 1930. (in Chinese)

- [16] John G Proakis. *Digital Communications*[M]. USA: McGraw-Hill Science/Engineering/Math Press, 2000.

作者简介



韩东升 男, 1980 年 11 月出生, 河北保定人, 博士、讲师、硕士生导师. 2003 年、2012 年分别于华北电力大学、北京交通大学获得工学学士和工学博士学位(硕博连读). 现工作于华北电力大学, 主要从事无线通信领域的研究工作.
E-mail: handongsheng@ncepu.edu.cn



杨维 男, 1964 年 12 月出生, 辽宁阜新人, 博士(后)、教授、博士生导师. 2000 年在中国矿业大学获得博士学位, 2000 – 2002 年在东南大学移动通信国家重点实验室从事博士后研究. 现工作于北京交通大学电子信息工程学院, 主要从事无线通信、无线传感器网络等领域的研究工作.