基于PMC模型的条件故障诊断

郭 晨[1,3]，梁家荣[2]，冷 明[3]
（1. 广西大学电气工程学院，广西南宁，530004；2. 广西大学计算机与电子信息学院，广西南宁，530004；
3. 井冈山大学电子与信息工程学院，江西吉安，343009）

摘 要： 系统级故障诊断是保证复杂多处理器系统可靠性的一种重要的手段，PMC模型是一种重要的系统级故障诊断模型. 本文通过对PMC模型的 t 条件可诊断性进行分析和论证，首次给出了互测PMC模型的 t 条件可诊断的充要条件. 并通过构建条件故障模式方程组，然后利用自然连接和笛卡尔积等关系代数对条件故障模式方程组进行求解，进而首创了一种便捷的条件故障模式算法. 本文最后根据互测PMC模型的 t 条件可诊断的充要条件进一步给出了一种新型的 t 条件可诊断判定算法，该算法简单有效.

关键词： 条件故障诊断；PMC模型；条件故障模式；t 条件可诊断
中图分类号： TP301 **文献标识码：** A **文章编号：** 0372-2112 (2015)11-2331-07
电子学报 URL： http://www.ejournal.org.cn **DOI：** 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.11.028

The Conditional Fault Diagnosis of PMC Model

GUO Chen[1,3], LIANG Jia-rong[2], LENG Ming[3]
(1. *School of Electrical Engineering, Guangxi University, Nanning, Guangxi* 530004, *China*;
2. *School of Computer and Electronic Information, Guangxi University, Nanning, Guangxi* 530004, *China*;
3. *School of Electronic and Information Engineering, Jinggangshan University, Ji'an, Jiangxi* 343009, *China*)

Abstract: System-level fault diagnosis is an important means to ensure the reliability of a complex multiprocessor system. The PMC model is regarded as an important system-level diagnosis model. By analyzing and demonstrating the properties of t-conditional diagnosable system under the PMC model, this paper first introduces a necessary and sufficient condition of t-conditional diagnosable system under the PMC model, constructs conditional fault model equations, and then solves the conditional fault model equations by using relational algebra such as natural join and cartesian product, so that a fast and convenient conditional fault model algorithm is proposed. Finally, according to the necessary and sufficient condition of t-conditional diagnosable system under the PMC model, this paper proposes a new t-conditional diagnosable decision algorithm which is simple and effective.

Key words: conditional fault diagnosis; the preparata metze chien (PMC) model; conditional fault model; t-conditional diagnosable

1 引言

由于半导体技术的不断发展,使得一个大型的数字系统可以包括成百上千个处理器单元.在这么一个规模庞大的多处理器系统的运行过程中出现一些故障处理器是不可避免的.为了维护多处理器系统的运行可靠性就需要对系统进行故障检测.由于系统的处理器规模过于庞大,用传统的通过激励的方式要检测这么一个系统非常困难,也没有现实的操作可能.

为了处理这个问题,1967年Preparata等人提出了一个称之为"系统级故障诊断"概念和框架模型[1],也就是人们常称的PMC(Preparata Metze Chien)模型.在PMC模型基础上Barsi等人又提出了BGM模型[2],BGM模型有着更为复杂的结构,BGM模型认为,一个错误结点处理器总是会被检测为错误的,而不管测试结点处理器的正确与否.此外文献[3]提出了一种称之为比较诊断模型的故障模型,比较诊断模型是通过比较处理器来比较两个接受相同任务的结点处理器的结果的方式来进行诊断.比较诊断模型主要分为MM[3]和MM*[4]两种,其中MM*模型是MM模型的一种特例.然而就可操作性、易理

收稿日期:2014-05-04;修回日期:2014-08-13;责任编辑:蓝红杰
基金项目:国家自然科学基金(No.61363002);国家科技支撑计划项目(No.2012BAC11B03);江西省科技支撑项目(No.20123BBG70221,No.20132BBE50048);江西省自然科学基金(No.20132BAB201035);江西教育厅科学技术研究项目(No.GJJ13540,No.GJJ2474)

解和使用广泛层面而言 PMC 模型优于其它诊断模型.

1998 年文献[5]中提出了"相互测试的系统级故障诊断"的概念,文献[6]又给出了互测 PMC 模型的方程诊断方法,这种方法具有较强的通用性.之后文献[7]又引入"直和"的概念对高维 PMC 模型进行降维诊断处理.

针对大规模的多处理器系统中每个结点的所有邻接结点一般不会同时出现故障的情况,文献[8]提出了"条件容错",基于条件容错的思想文献[9]提出了"条件诊断模型"和"t 条件可诊断"的概念.接下来 PMC 模型的各种规则网络的条件诊断度[9~12]以及 MM 模型下的各种规则网络的条件诊断度[13~15]被相继求出.

就故障诊断而言,一个$(t+1)$可诊断系统,明显要比一个 t 可诊断系统更具可操作性.因此研究一个 t 可诊断系统具备何种条件就能递进成为$(t+1)$可诊断系统就具有重要学术意义和实际价值.受文献[9]的启发,考虑任意结点的所有邻接结点中都至少有一个正确结点的 t 可诊断系统(本文称之为 t 条件可诊断系统)就成为自然的想法,它对研究 t 可诊断与$(t+1)$可诊断的关系以及了解诊断系统的拓扑结构无凝是有着积极的意义.因此开展 t 条件可诊断系统的研究对丰富和发展互连网络系统的故障诊断理论有着重要的学术意义和应用价值.

本文针对 PMC 模型的条件诊断进行研究,通过对 t 条件可诊断的一系列性质进行分析和论证,首次提出互测 PMC 模型的 t 条件可诊断的充要条件.并通过建立条件故障模式方程组然后利用关系代数对条件故障模式方程组进行求解的方式得出条件故障模式集合.文章最后根据互测 PMC 模型的 t 条件可诊断的充要条件,提出一种新型的基于互测 PMC 模型的 t 条件可诊断判定算法.

2 预备知识

一个包括 n 个单元的多处理器系统 S,可以用一个有向图 $G(V,E)$来表示,其中 V 集合表示处理器单元的集合,$|V|=n$,E 表示系统 S 中测试边的集合,$(u,v)\in E$ 表示存在着从 u 结点到 v 结点的测试,测试的结果用一位二进制数表示,如果 u 结点测试 v 结点的结果是错误的,表示为 $\sigma(u,v)=1$,否则表示为 $\sigma(u,v)=0$.当测试结点是正确的时候测试结果是可信的,而当测试结点是错误时,测试结果是不可靠的.所有边的测试结果组成的集合称为"症侯"(syndrome),用 σ 来表示.

t 可诊断系统[1]指的是在一个有着 n 个结点的系统中,只要故障结点数不超过 t 个,所有的故障结点可以不被替换地被全部检测出来.t 可诊断系统具有以下两个引理.

引理 1[1] 对于具有 n 个结点的系统,如果系统是 t 可诊断系统,那么 $n\geq 2t+1$.

引理 2[16] 在不允许结点互测的条件下,系统是 t 可诊断系统当且仅当每一个结点至少会被其它 t 个结点测试.

定义 1[17] 对于图 $G(V,E)$的某一个症候 σ,F 是 V 的一个子集,$F\subseteq V$,如果对于任意的一个结点 $u\in V-F$,当且仅当 $v\in F$ 时有$\sigma(u,v)=1$,则称 F 是与症侯 σ 相一致的故障模式,简称故障模式,同时也称 σ 为与 F 相一致的症候.

由定义 1 可知,一个给定的故障模式 F,与之相一致的症候 σ 可能存在多个,记:$\sigma(F)=\{\sigma|\sigma$ 是与故障模式 F 相一致的症候$\}$.

定义 2[9] 对于 t 可诊断系统的两个不相同的故障模式 V_f 和 V_f',有 $|V_f|$、$|V_f'|\leq t$,且 $V_f\neq V_f'$,如果有 $\sigma(V_f)\cap\sigma(V_f')\neq\varnothing$,则称故障模式 V_f 和 V_f' 是不可区分的,否则称 V_f 和 V_f' 是可区分的.

引理 3[16] 系统是 t 可诊断系统当且仅当每一对故障模式 V_f 和 V_f',$|V_f|$、$|V_f'|\leq t$,至少有一个属于 $V-V_f-V_f'$ 的结点到 $V_f\Delta V_f'$($V_f\Delta V_f'=(V'_f-V'_f)\cup(V'_f-V'_f)$)的某个结点有边连接,如图 1 所示.

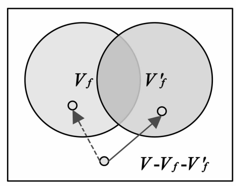

图1 故障模式V_f和V'_f示意图

定义 3[9] t 条件可诊断系统是指满足以下两个条件的系统:

(a)系统满足条件诊断的要求,即要求每一个结点至少有一个邻接结点是正确的.

(b)当故障结点数小于 t 时,可一步找出所有的故障结点.

定义 4 条件故障模式指的是满足条件诊断的故障模式.

显然系统的条件故障模式必然是系统的故障模式,而系统的故障模式只有在满足条件诊断的情况下才是条件故障模式,条件故障模式集合包含于故障模式集合.

定义 5[17] 对于系统 $G(V,E)$,$u\in V$,定义 $\Gamma(u)=\{v\in V|(u,v)\in E\}$,$\Gamma^{-1}(u)=\{v\in V|(v,u)\in E\}$.类似的,对于 $X\subset V$ 定义 $\Gamma(X)=\{\bigcup_{v\in X}\Gamma(v)\}-X$,$\Gamma^{-1}(X)=\{\bigcup_{v\in X}\Gamma^{-1}(v)\}-X$.

定义 6[5] 互测故障诊断模型指的是对于有向图 $G(V,E)$,如果任意 $u,v\in V$,$(u,v)\in E$,那么必有$(v,$

$u)\in E$ 的诊断模型. 互测 PMC 故障诊断模型简称为互测 PMC 模型.

根据互测 PMC 模型的性质可以确定任意两个结点在不同取值下的测试结果，见表 1.

表 1　互测 PMC 模型两个结点不同取值的测试结果

u	v	$\sigma(u,v)$	$\sigma(v,u)$
0	0	0	0
0	1	1	0 或 1
1	0	0 或 1	1
1	1	0 或 1	0 或 1

3　t 条件可诊断的性质分析

t 条件可诊断是在 t 可诊断的基础加上了条件诊断的约束，使得可能出现的故障模式大大减少. t 条件可诊断与 t 可诊断的最大区别在于它们的诊断度，而诊断度的大小反映的是系统最大诊断能力的重要指标，诊断度越大就表现出系统的可靠性越强.

定理 1　系统是 t 条件可诊断系统当且仅当所有条件故障模式都是两两可区分.

证明　必要性：反证法，参照文献[16]中定理 2 的证明方法，假设对于一个 t 条件可诊断系统存在着 V_f 和 V_f' 两个不相同且不可区分的条件故障模式，$|V_f|$、$|V_f'|\le t$，由于 V_f 和 V_f' 是不可区分，那么 $\sigma(V_f)\cap\sigma(V_f')\neq\varnothing$，说明存在一个测试症候 σ 使得 V_f 和 V_f' 都是与之相一致的条件故障模式(图 2 给出了一个这样的测试症候 σ)，从而表明系统不是 t 条件可诊断系统，这与假设矛盾.

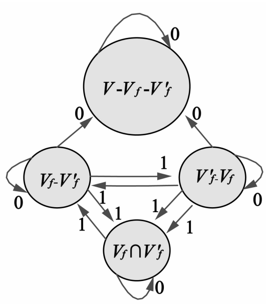

图2　与V_f和V'_f都相一致的症候示意图

充分性：反证法，假设系统所有的条件故障模式都是两两可区分，而系统不是 t 条件可诊断系统. 由于系统不是 t 条件可诊断系统，则存在某个症候 σ 及与该症候相一致的两个不相同的条件故障模式 V_f 和 V_f'，使得不存在着一个从结点 $u\in V-V_f-V_f'$ 到 $v\in V_f\Delta V_f'$ 的边，那么这就意味着条件故障模式 V_f 和 V_f' 不可区分，这与所有条件故障模式都两两可区分的假设相矛盾，证毕.

对于 t 条件可诊断系统，假设 V_f 和 V_f' 是与某个症候 σ 相一致的两个不相同的条件故障模式，记：$V_f\neq V_f'$，$|V_f|$、$|V_f'|\le t$. 设定 4 个结点子集 V_1、V_2、V_{f1} 和 V_{f2}，定义如下：$V_{f1}=V_f\cap V_f'$ $V_{f2}=V_f\cap\overline{V_f'}$ $V_1=V_f'\cap\overline{V_f}$ $V_2=\overline{V_f}\cap\overline{V_f'}$ $V_f=V_{f1}\cup V_{f2}$ $V_f'=V_1\cup V_{f1}$，如图 3 所示.

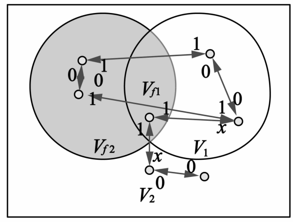

图3　V_1、V_2、V_{f1}、V_{f2}结点集合示意图

定理 2　如果系统不是 t 条件可诊断系统，则存在某一症候 σ 及与该症候相一致的两个不同的条件故障模式 V_f 和 V_f'，V_f 和 V_f' 不可区分，如图 3 所示，系统具有以下性质：

(a) $\forall u,v\in V_1$(或 $\forall u,v\in V_{f_2}$)，$(u,v)\in E\Rightarrow\sigma(u,v)=0$.

(b) $\forall u\in V_1,\forall v\in V_{f_2},(u,v)\in E\Rightarrow\sigma(u,v)=1$；$(v,u)\in E\Rightarrow\sigma(v,u)=1$.

(c) $\forall u,v\in V_2,(u,v)\in E\Rightarrow\sigma(u,v)=0$.

(d) $\forall u\in V_2,\forall v\in V_{f_1},(u,v)\in E\Rightarrow\sigma(u,v)=1$.

(e) $\forall u\in V_1,\forall v\in V_{f_1},(u,v)\in E\Rightarrow\sigma(u,v)=1$；$\forall u\in V_{f_2},\forall v\in V_{f_1},(u,v)\in E\Rightarrow\sigma(u,v)=1$.

(f) 对于互测 PMC 模型，V_1 和 V_{f2}集合中的每一个结点都至少要有两个邻接结点，其中必有一个属于 V_1，一个属于 V_{f2}.

(g) 对于互测 PMC 模型，有 $\Gamma(V_{f2}\cup V_1)-V_{f1}=\varnothing$.

(h) 对于互测 PMC 模型，有 $\Gamma(V_2)-V_{f1}=\varnothing$.

(i) V_2 集合不为空，即 $V_2\neq\varnothing$.

(j)对于互测 PMC 模型，V_{f1}集合不为空，即 $V_{f1}\neq\varnothing$.

(k) 对于互测 PMC 模型，V_1 和 V_{f2}集合中必存在一个结点的入度和出度都大于等于 3.

性质(a)用反证法证明，假设对于 $\exists u,v\in V_1$(或 $\exists u,v\in V_{f2}$)，$(u,v)\in E\Rightarrow\sigma(u,v)=1$. 如果 $u,v\in V_1$，那么对于故障模式 V_f，由于 $u\notin V_f$、$v\notin V_f$ 显然有 $\sigma(u,v)|_{V_f}=0$，这与假设相矛盾，所以假设错误. 同理如果 $u,v\in V_{f2}$，那么对于故障模式 V_f'，由于 $u\notin V_f'$、$v\notin V_f'$ 显然有 $\sigma(u,v)|_{V_f'}=0$，这也与假设相矛盾，所以假设错误，性质(a)成立，证毕.

性质(b)利用反证法证明，假设 $\exists u\in V_1$，$\exists v\in V_{f2}$，$(u,v)\in E\Rightarrow\sigma(u,v)=0$. 由于 $u\notin V_f$，$v\in V_f$ 则对

于故障模式 V_f 有 $u=0$、$v=1$,所以有 $\sigma(u,v)=1$,这与假设相矛盾.同理可以证明 $(v,u)\in E\Rightarrow\sigma(v,u)=0$ 也与假设相矛盾,所以性质(b)成立,证毕.

性质(c)利用反证法证明,假设对于 $\exists u,v\in V_2$, $(u,v)\in E\Rightarrow\sigma(u,v)=1$. $u,v\in V_2$ 对于故障模式 V_f 和 V_f' 有 $u\not\in V_f'$、$u\not\in V_f$、$v\not\in V_f'$、$v\not\in V_f$,也就是对于这两种故障模式都有 $u=0$、$v=0$,所以 $\sigma(u,v)=0$,这与假设相矛盾,所以性质(c)成立,证毕.

性质(d)利用反证法证明,假设 $\exists u\in V_2$, $\exists v\in V_{f1}$, $(u,v)\in E\Rightarrow\sigma(u,v)=0$.由于 $u\in V_2$、$v\in V_{f1}$,所以对于两个故障模式 V_f 和 V_f' 有 $u\not\in V_f'$、$u\not\in V_f$、$v\in V_f'$、$v\in V_f$,对于这两种故障模式都有 $u=0$、$v=1$,所以 $\sigma(u,v)=1$,这与假设中的 $\sigma(u,v)=0$ 相矛盾,假设错误,所以性质(d)成立证毕.

性质(e)利用反证法证明,假设 $\exists u\in V_1$, $\exists v\in V_{f1}$, $(u,v)\in E\Rightarrow\sigma(u,v)=0$.由于 $u\in V_1$、$v\in V_{f1}$,所以那么对于故障模式 V_f 而言,有 $u\not\in V_f$、$v\in V_f$,所以有 $u=0$、$v=1$,所以 $\sigma(u,v)=1$,这与假设相矛盾.同理可证 $\exists u\in V_{f2}$, $\exists v\in V_{f1}$, $(u,v)\in E\Rightarrow\sigma(u,v)=0$ 也与条件相矛盾,所以性质(e)成立,证毕.

性质(f)利用反证法证明,假设 V_1 集合中存在一个结点 u, $u\in V_1$, u 只有一个邻接结点 v,由系统不是 t 条件可诊断系统可知不存在着一个从结点 $V-V_f-V_f'$ 到 $V_f\Delta V_f'$ 的边,由于是互测 PMC 模型,所以 u 的邻接结点 v 只能位于 $V_1\cup V_{f1}\cup V_{f2}$ 中,以下分三种情况讨论:

Case 1: 当 $v\in V_1$ 时,对于故障模式 V_f' 有 $v=1$,所以结点 u 唯一的一个邻接结点 v 是错误的,这与条件诊断的要求不相符.

Case 2: 当 $v\in V_{f1}$ 时,对于故障模式 V_f 和 V_f' 都有 $v=1$,所以结点 u 唯一的一个邻接结点 v 是错误的,这与条件诊断的要求不相符.

Case 3: 当 $v\in V_{f2}$ 时,对于故障模式 V_f 有 $v=1$,所以结点 u 唯一的一个邻接结点 v 是错误的,这与条件诊断的要求不相符.

当 V_1 集合中的结点只有一个邻接结点是不能满足条件诊断的要求.所以 V_1 集合中的结点至少有两个邻接结点.

同理可证当 $u\in V_{f2}$ 时只有一个邻接结点 v 的情况也违背了条件诊断的要求,所以假设错误.

同理当 V_1 中的一个结点 u 的邻接结点有两个或者两个以上时,如果 V_1 中的所有邻接结点都属于 V_f 或者都属于 V_f' 时也与条件诊断的要求相违背,所以性质(f)成立,证毕.

性质(g) 利用反证法证明,假设 $\Gamma(V_{f2}\cup V_1)-V_{f1}\neq\varnothing$,那么必定存在着一个结点 $u\in V_{f2}\cup V_1$,且 u 有一个邻接结点 $v\not\in V_{f2}\cup V_1\cup V_{f1}$,那么必然有 $v\in V_2$,由于存在着 $(u,v)\in E$,同时系统是互测 PMC 模型,那么自然也存在着 $(v,u)\in E$,由 t 条件可诊断系统的引理3可知,如果存在着从 $V-(V_f\cup V_f')$ 到 $V_f\Delta V_f'$ 结点之间的边连接那么条件故障模式 V_f 和 V_f' 是可区分的,这与条件相矛盾.所以假设错误,性质(g)可证,证毕.

性质(h)利用反证法证明,假设 $\Gamma(V_2)-V_{f1}\neq\varnothing$,那么存在从 V_2 到 $V_1\cup V_{f2}$ 的边,所以条件故障模式 V_f 和 V_f' 可区分,这与已知条件相矛盾,所以假设错误,性质(h)命题正确,证毕.

性质(i) 利用反证法证明,假设 V_2 集合为空,即 $V_2=\varnothing$,那么根据定义可知 $V_1\cup V_{f1}\cup V_{f2}=V-V_2$,由于 $V_2=\varnothing$ 所以 $V_1\cup V_{f1}\cup V_{f2}=V$, $|V_1\cup V_{f1}\cup V_{f2}|=n\geq 2t+1$,由于系统是 t 条件可诊断系统,所以有 $|V_{f2}\cup V_{f1}|\leqslant t|V_1\cup V_{f1}|\leqslant t$,那么 $|V_1\cup V_{f1}\cup V_{f2}|\leqslant t<2t+1$,这与推导出来的 $|V_1\cup V_{f1}\cup V_{f2}|=n\geq 2t+1$ 相矛盾,所以性质(i)成立.

性质(j) 利用反证法证明,假设 V_{f1} 集合为空,即 $V_{f1}=\varnothing$,根据定理2的性质(i) $V_2\neq\varnothing$, V_2 集合中存在着结点,再根据定理2的性质(h)可知 $\Gamma(V_2)\subset V_{f1}$,由于 $V_{f1}=\varnothing$,可以推导出 $\Gamma(V_2)=\varnothing$,这表明 V_2 与 $V_1\cup V_{f1}\cup V_{f2}$ 之间都不存在着边的连接,对于互测 PMC 模型而言,由于 $V_2\neq\varnothing$,所以 V_2 与其它集合的结点完全断开,系统不是一个连通图,所以假设错误,性质(j)成立,证毕.

性质(k) 利用反证法证明,由于系统是互测 PMC 模型,所以每一个结点的入度都等于它的出度,假设 V_1 和 V_{f2} 集合不存在入度和出度都大于等于3的结点,也就是所有结点的入度和出度都小于等于2,由于定理2性质(f)已经证明了 V_1 和 V_{f2} 集合中的每一个结点都至少要有两个邻接结点,其中一个位于 V_1,一个位于 V_{f2} 集合.也就是说 V_1 和 V_{f2} 集合中的任意一个结点只有两个结点,一个位于 V_1 集合,一个位于 V_{f2} 集合,如此一来说明 $V_1\cup V_{f2}$ 与 V_{f1} 之间没有边连接,同时根据引理3以及互测 PMC 模型的性质可知 $V_1\cup V_{f2}$ 与 V_2 之间没有边连接,这样的话 $V_1\cup V_{f2}$ 与 V_{f1} 和 V_2 之间都是断开的,系统不是一个连通图,所以假设错误,性质(k)成立,证毕.

定理3 互测 PMC 模型的诊断系统是 t 条件可诊断系统当且仅当对于任意的两个不相同的条件故障模式 V_f 和 V_f', $V_f\neq V_f'$, $|V_f|$、$|V_f'|\leqslant t$,有 $|\Gamma(F_1\cup F_{f2})-V_{f1}|>0$ 和 $|\Gamma(V_2)-V_{f1}|>0$.

证明 必要性:如果互测 PMC 模型的诊断系统是 t 条件可诊断系统,那么系统的所有条件故障模式都必须两两可区分,所以对于任意的两个不同的条件故障

模式 V_f 和 V_f' 都是可区分的,由故障模式的可区分的定义可知,不存在着一个从结点 $u\in V_2$ 到 $v\in V_1\cup V_{f2}$ 的边连接,由于系统是互测系统,所以也不存在着由 $u\in V_1\cup V_{f2}$ 到 $v\in V_2$ 的边连接,所以 $V_1\cup V_{f2}$ 集合中的结点只能有到 $V_1\cup V_{f2}$ 以及 V_{f1} 的边,所以 $\Gamma(V_1\cup V_{f2})-V_{f1}=\varnothing$.同理由于不存在着一个从结点 $u\in V_2$ 到 $v\in V_1\cup V_{f2}$ 的边,那么从 V_2 出发的边只能到 $V_2\cup V_{f1}$,所以有 $\Gamma(V_2)-V_{f1}=\varnothing$.

充分性:反证法,假设对于互测 PMC 模型的诊断系统的某一个症候有两个不相同的条件故障模式 V_f 和 V_f', $V_f\neq V_f'$, $|V_f|$、$|V_f'|\leqslant t$,存在着 $|\Gamma(V_1\cup V_{f2})-V_{f1}|>0$ 或 $|\Gamma(V_2)-V_{f1}|>0$,系统不是 t 条件可诊断系统.由定理 2 的性质(g)和性质(h)可知系统不是 t 条件可诊断系统,有 $\Gamma(V_{f2}\cup V_1)-V_{f1}=\varnothing$, $\Gamma(V_2)-V_{f1}=\varnothing$.可以推导出 $|\Gamma(V_{f2}\cup V_1)-V_{f1}|=0$ 和 $|\Gamma(V_2)-V_{f1}|=0$,这与已经条件矛盾.所以定理 3 可证,证毕.

4　算法

4.1　条件故障模式算法

条件故障模式算法是利用条件故障模式方程组并结合关系代数中自然连接和笛卡尔积来求得条件故障模式集合的算法,算法分为 3 步骤.

Step 1　根据条件诊断的要求建立起条件故障模式方程组,对于一个具有 n 个结点的系统而言,条件故障模式方程组中包括 n 个方程,每一个结点对应一个方程,以 $u\in V$ 为例,假设 $\Gamma(u)=\{u_1,u_2,\cdots,u_m\}$,$u$ 结点对应的方程表示为 $\prod_{i=1}^{|\Gamma(u)|}u_i=0$.以图 4 为例,建立起的条件故障模式方程组如公式 1 所示,根据方程组中方程的特点可以对方程组进行部分简化处理,公式(1)可简化为公式(2).

$$\begin{cases} b=0\\ ac=0\\ bd=0\\ cef=0\\ dg=0\\ ef=0\\ dg=0 \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{cases} b=0\\ ac=0\\ dg=0\\ ef=0 \end{cases} \tag{2}$$

Step 2　针对条件故障模式方程组的特点,把简化后的每一个方程转换成关系表(二维表)来表达,如果方程为 $x_1x_2\cdots x_m=0$,则表示为 $x_1x_2\cdots x_m$ 中至少有一个结点为 0,基于这个认识可以建立起与方程对应的关系表,关系表共有 2^m-1 个元组构成.

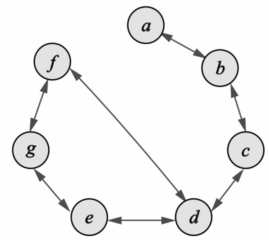

图4　互测PMC模型的条件诊断实例图

表 2　与方程 $x_1x_2\cdots x_m=0$ 对应的关系表

x_1	x_2	$\cdots$	x_m
0	1	$\cdots$	1
1	0	$\cdots$	1
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
1	1	$\cdots$	0

以图 4 为例,针对公式 2 建立的关系表见下表 3.

表 3　公式 2 对应的关系表

<table>
<tr><th>方程</th><th>关系名</th><th>关系</th></tr>
<tr><td>$b=0$</td><td>X_1</td><td><table><tr><td>b</td></tr><tr><td>0</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>$ac=0$</td><td>X_2</td><td><table><tr><td>a</td><td>c</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>$dg=0$</td><td>X_3</td><td><table><tr><td>d</td><td>g</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>$ef=0$</td><td>X_4</td><td><table><tr><td>e</td><td>f</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr></table></td></tr>
</table>

Step 3　方程组中的方程被转换成若干个关系表之后,如果两个关系表之间有相同的字段,那么用自然连接($\bowtie$)把两个关系进行连接,如果两个关系之间没有相同的字段则用笛卡尔积($\times$)把两个关系进行连接,最终形成的关系表就是条件故障方程组的解.以图 4 为例,最终求出来的条件故障模式为 $X_1\times X_2\times X_3\times X_4$,如下表 4 所示,共有 27 个条件故障模式,所有的条件故障模式中最大的故障数目为 3.

4.2　t 条件可诊断判定算法

t 条件可诊断判定算法是用于判定诊断系统是否为 t 条件可诊断系统,算法分 3 步骤进行.

表 4 图 4 的条件故障模式表

No	a	b	c	d	e	f	g	No	a	b	c	d	e	f	g
1	0	0	0	0	0	0	0	**15**	0	0	1	0	0	1	1
2	0	0	0	0	1	0	0	**16**	1	0	0	0	0	0	1
3	0	0	0	0	0	1	0	**17**	1	0	0	0	1	0	1
4	0	0	1	0	0	0	0	**18**	1	0	0	0	0	1	1
5	0	0	1	0	1	0	0	**19**	0	0	0	1	0	0	0
6	0	0	1	0	0	1	0	**20**	0	0	0	1	1	0	0
7	1	0	0	0	0	0	0	**21**	0	0	0	1	0	1	0
8	1	0	0	0	1	0	0	**22**	0	0	1	1	0	0	0
9	1	0	0	0	0	1	0	**23**	0	0	1	1	1	0	0
10	0	0	0	0	0	0	1	**24**	0	0	1	1	0	1	0
11	0	0	0	0	1	0	1	**25**	1	0	0	1	0	0	0
12	0	0	0	0	0	1	1	**26**	1	0	0	1	1	0	0
13	0	0	1	0	0	0	1	**27**	1	0	0	1	0	1	0
14	0	0	1	0	1	0	1								

Step 1 首先利用条件故障模式算法求出所有条件故障模式.并且要求条件故障模式的最大故障结点数要小于等于 t.之后转入 Step2.

输入:$G(V,E)$
输出:条件故障模式集合

```
CALL conditional fault model algorithm to obtain the set of conditional fault models
    FOR each conditional fault model
    IF |conditional fault model| > t
        THEN delete the conditional fault model
    END IF
END FOR
TURN TO Step 2
```

Step 2 对于条件故障模式集合中的两两条件故障模式,找出满足 V_2 集合不为空且 V_{f1}集合也不为空的所有条件故障模式对,即满足 $V_2 \neq \varnothing$ 和 $V_{f1} \neq \varnothing$.把满足这两个要求的两个条件故障模式代入 Step3.

输入:条件故障模式集合
输出:符合 Step 2 的条件故障模式对

```
FOR every pair of conditional fault models V_f&V_f'
    IF V_2≠∅&V_f1≠∅
        THEN Add (V_f, V_f') to output set
    END IF
END FOR
TURN TO Step 3
```

Step 3 对满足 Step2 的所有条件故障模式对进行 $|\Gamma(V_{f2} \cup V_1) - V_{f1}| > 0$ 和 $|\Gamma(V_2) - V_{f1}| > 0$ 的判定.如果所有条件故障模式对都满足条件,那么系统是 t 条件可诊断系统,否则系统不是 t 条件可诊断系统.

输入:符合 Step 2 的条件故障模式对(V_f, V_f')集合
输出:系统是否为 t 条件可诊断系统

```
FOR every(V_f, V_f')of output set of Step 2
    IF|Γ(V_f2∪V_1) - V_f1| > 0&|Γ(V_2) - V_f1| > 0
        THEN(V_f, V_f')meet the conditions
        ELSE the system is not t - Fault Conditional Diagnosable system then break the loop
    END IF
END FOR
```

举例:以图 4 为例,$t = 3$.

Step 1 利用条件故障模式算法求出条件故障模式集合,见表 4,共 27 个元组.

Step 2 满足 Step 2 条件的条件故障模式对有(14,18)、(14,24)、(14,26)、(15,17)、(15,23)、(15,27)、(17,23)、(17,27)、(18,24)、(18,26)、(23,26).

Step 3 不满足 step 3 的条件故障模式对有(14,24)、(15,27).所以得出图 4 不是 $t(t=3)$条件可诊断系统.

5 结束语

条件故障诊断是一种符合实际情况的故障诊断模型,它大大减少了故障模式的规模,使得条件故障模式的求解变得可行而有意义,在此情况下本文首次提出一种通过建立条件故障模式方程组然后把方程组转换成关系表并引入关系代数进行求解的条件故障模式算法,算法简单快速.

同时本文对 PMC 模型下的条件故障诊断具有的特性进行了分析和论证,综合这些性质本文首次提出了互测 PMC 模型的 t 条件可诊断的充要条件.并在条件故障模式算法的基础上提出了一种基于互测 PMC 模型的 t 条件可诊断判定算法,该算法简单有效.

参考文献

[1] F P Preparata,G Metze,R T Chien.On the connection assignment problem of diagnosable systems[J].IEEE Trans Electronic Computers,1967,16(12):848 – 854.

[2] Barsi F,Grandoni F,Maestrini P.A theory of diagnosability of digital systems[J].IEEE Transactions on Computers,1976,25(6):585 – 593.

[3] M Malek.A comparison connection assignment for diagnosis of multiprocessor systems[A].Proc.Seventh Int'l Symp Computer Architecture[C].New York:ACM,1980,31 – 35.

[4] J Maeng,M Malek.A comparison connection assignment for self-diagnosis of multiprocessor systems[A].Proceeding of

11th International Symposium on Fault-Tolerant Computing [C]. Portland: IEEE Computer Society, 1981. 173 – 175.

[5] 张大方,江招生.基于集团的系统级故障诊断研究[J].计算机学报,1998,21(4):308 – 314.

Zhang Da-fang, Jiang Zhao-sheng. The research of the system-level fault diagnosis based on the body[J]. Chinese J. Computers, 1998, 21(4): 308 – 314. (in Chinese)

[6] 宣恒农,张大方,张明.PMC 故障模型的方程诊断[J].电子学报,2003,31(5):694 – 697.

Xuan Heng-nong, Zhang Da-fang, Zhang Ming. The equation diagnosis on PMC fault model[J]. Acta Electronica Sinica, 2003, 31(5): 694 – 697. (in Chinese)

[7] 宣恒农,韩忠愿,张大方.基于互测 PMC 模型的故障诊断方法及其应用[J].电子学报,2007,35(5):987 – 990.

Xuan Heng-nong, Han Zhong-yuan, Zhang Da-fang. The fault diagnosis algorithm and it's application about PMC model based on ex-test[J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(5): 987 – 990. (in Chinese)

[8] A H Esfahanian. Generalized measures of fault tolerance with application to N-cube networks [J]. IEEE Transactions on Computers, 1989, 38(11): 1586 – 1591.

[9] P LLai, J M Tan, CP Chang, LH Hsu. Conditional diagnosability measures for large multiprocessor systems[J]. IEEE Transactions on Computers, 2005, 54(2): 165 – 175.

[10] Q Zhu. On conditional diagnosability and reliability of the BC networks[J]. Journal of Supercomputing, 2008, 45(2): 173 – 184.

[11] Xu M, Thulasiraman K, Hu X D. Conditional diagnosability of matching composition networks under the PMC model[J]. IEEE Trans Circuits and Systems-II: Express Briefs, 2009, 56(11): 875 – 879.

[12] N W Chang, S Y Hsieh, Conditional diagnosability of augmented cubes under the PMCmodel[J]. IEEE Transactions on Dependable and Secure Computing, 2012, 9 (1): 46 – 60.

[13] Ming Chien Yang. Conditional diagnosability of matching composition networks under the MM model[J]. Information Sciences, 2013, 233(1): 230 – 243.

[14] Sun Yuan Hsieh, Chi Ya Kao. The conditionaldiagnosability of k-ary n-cubes underthe comparison diagnosis model[J]. IEEE Transactions on Computers, 2013, 62(4): 839 – 843.

[15] E Yang, X Yang, Q Dong. Conditional diagnosability of hypermeshes under the comparison model[J]. Inf Process Letter. 2011, 111(4): 188 – 193.

[16] S L Hakimi, AT Amin. Characterization of connection assigment of diagnosable systems[J]. IEEE Transactions on Computers, 1974, 23(1): 86 – 88.

[17] Kyung-Yong Chwa, S L Hakimi. On faultidentification in diagnosable systems [J]. IEEE Transactions on Computers, 1981, 30(6): 414 – 422.

作者简介

郭　晨　男,1979 年出生于江西泰和,广西大学电气工程学院博士研究生,副教授.研究方向为故障诊断、网络分析与控制.

梁家荣(通信作者)　男,1966 年生于广西玉林,广西大学计算机与电子信息学院教授,博士生导师.研究方向为网络分析与控制.
E-mail: 13977106752@163.com