

Si 和 SiGe 三极管 Early 效应模型及在 电路仿真器中的应用综述

徐小波^{1,2}, 张 林¹, 王晓艳¹, 谷文萍¹, 胡辉勇³, 葛建华²

(1. 长安大学电子与控制工程学院, 道路交通检测与装备工程技术研究中心, 陕西西安 710064;

2. 西安电子科技大学综合业务网理论与关键技术国家重点实验室, 陕西西安 710071;

3. 西安电子科技大学微电子学院, 宽禁带半导体材料与器件重点实验室, 陕西西安 710071)

摘 要: Early 效应作为表征双极器件关键性能的因素之一, 影响输出跨导、传输电流、基区渡越时间、电流增益、扩散电容等器件特性. 本文从 Early 效应的基本定义出发, 综述了 Early 电压的起源, 模型的发展及其在 Si 和 SiGe 电路仿真器中的应用. 具体为: (1) 综述了 Si 三极管中的基本模型及在 SPICE 中处理过程, 然后针对 SPICE 的缺陷, 描述了 VBIC 模型中针对 Early 效应的改进. (2) 由于 SPICE 和 VBIC 不能有效描述 SiGe HBT 中基区 Ge 组分引入. 本文基于 SiGe HBT 标准化模型 Mextram、HICUM 对 SiGe HBT 的建模思想, 综述了将其用于建立 Early 电压模型的方法. (3) 总结了现有主流模型对 Early 效应的建模方法及优缺点.

关键词: Early 效应; 三极管; SPICE; 积分电荷控制关系

中图分类号: TN32 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2016)07-1763-09

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2016.07.035

Review on Early Effect Model of Si and SiGe Transistors and Applications to Circuit Simulators

XU Xiao-bo^{1,2}, ZHANG Lin¹, WANG Xiao-yan¹, GU Wen-ping¹, HU Hui-yong³, GE Jian-hua²

(1. Road Traffic Detection and Equipment Engineering Research Center, School of
Electronic and Control Engineering, Chang'an University, Xi'an, Shaanxi 710064, China;

2. National Key Lab. on ISN, Xidian University Xi'an, Shaanxi 710071, China;

3. Key Laboratory for Wide Band-Gap Semiconductor Materials and Devices, School of
Microelectronics, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

Abstract: As a key factor representing the bipolar transistor characteristics, the Early effect influences the output transconductance, the transfer current, the base transit time, the current gain, the diffusion capacitance, and so on. In this paper, we begin with the primary definition of the Early effect, overview the origin of the Early voltage, the development of the model, and the applications to Si and SiGe circuit simulators, with details as follows: (1) Summarize the basic Early effect model of the Si bipolar transistor, and the introduction into SPICE, then describe the improvement of VBIC model in view of limitations of SPICE. (2) As SPICE and VBIC are unable to describe the introduction of Ge profile into the base, we review the modeling methods of the Early voltage with SiGe HBTs, based on the modeling ideas of Mextram and HICUM, two SiGe HBT standard models. (3) Sum up the strengths and weaknesses of present models for the Early effect.

Key words: Early effect; bipolar transistor; SPICE; integral charge control relation (ICCR)

1 引言

对于硅 (Si) 和硅锗 (SiGe) 三极管, 输出跨导、传输

电流、基区渡越时间、电流增益、扩散电容等等, 这些表征器件核心性能的参数都与 Early 效应有关. 发射结和集电结外加偏压引起对应空间电荷区宽度变化, 导致

准中性基区变宽或变窄,产生基区宽度调变效应.该效应由 Early, J. M. 于 1952 年开始研究^[1], Early 首次证明,在 $I_c \sim V_{CE}$ (集电极电流 ~ 集电极-发射极压降) 特性曲线中,不存在零斜率 dI_c/dV_{CE} , 因此,由于基区宽度调制,输出电阻不会取无穷大.由于 Early 本人的工作,不管是零斜率还是它的物理基础(基区宽度调制)都被统称为 Early 效应.

对三极管的有效建模历史从 Ebers Moll^[2] 模型开始,它仅仅包含两个背靠背二极管,并没有针对 Early 效应建模.基于 Ebers Moll 模型原理的 Gummel Poon 模型出现于 1970 年,开始涵盖 Early 效应^[3],并在后续给出了改进^[4],这就是后面电路仿真器 SPICE 中的内嵌模型基础. Gummel 发现,将所有 $I_c \sim V_{CE}$ 特性曲线反向延长,近似相交于一点,该点对应电压值被称为 Early 电压.模型中通过引入归一化基区电荷 q_b 来包括 Early 效应. Lindholm^[5] 于 1971 年, Logan^[6] 于 1972 年给出了基于测试结果 Early 效应经验公式, Clark^[7] 从理论角度建立了物理模型,并给出了公式适用范围.以上所有分析都基于一个前提:基区宽度足够大. 1975 年, Rohr^[8] 从理论上定性分析了窄基区三极管情况,如果基区足够窄,载流子不发生碰撞, $I_c \sim V_{CE}$ 曲线斜率可以为零, Early 效应消失.不过直到今天,由于工艺因素和击穿电压限制,基区中载流子仍然会发生碰撞. 1983 年, Hart^[9] 针对集电结电压变化引起对应耗尽层电容变化,导致 Early 电压不再为常数的情况,引入平均值作为等效 Early 电压.在当时工艺条件下,这是合理的.典型情况下的 Early 效应随集电结电压变化不大,每伏外加偏压引起的 Early 电压变化小于 10%. 1987 年 Herbert 和 Roulston^[10] 提出了可变基区电荷模型,建立了具体的耗尽层电荷变化解析模型. 1991 年 Kuntman^[11] 建立了 Early 电压基于内建电势和电容梯度系数的物理模型,并且引入了与三极管工作点无关的参数,在与 SPICE 兼容的同时,只需要额外一组数据,就可以获得更高的模型精度.几年后, McAndrew^[12,13] 综合考虑了发射结和集电结耗尽层电荷整体同时对 Early 效应的影响,而不是假设发射结电荷变化决定反向 Early 电压,集电结电荷变化决定正向 Early 电压,使模型精度进一步提高.基于 SPICE 在描述三极管上的局限性,1996 各大主流电路设计和制造公司研究人员联合推出了基于 SPICE 的改进模型 VBIC (Vertical Bipolar Intercompany Model)^[14],建立了 Early 电压与电容平滑因子、内建电势、梯度系数、结偏压的关系模型,并优化了耗尽层电容与扩散电容之间的转换.

尽管异质结的概念早在 1951 由 Shockly 提出并定义为由两种不同半导体形成的 pn 结^[15],异质结晶体管 (HBT) 的概念也早在 1957 就被 Kroemer 提出来,并给出一般性设计原则^[16,17],但是受限于薄膜生长技术,直

到 1987 才制造出第一个有用的 SiGe HBT^[18], 1990 年研制出性能超过 Si 三极管 (BJT) 的 SiGe HBT^[19,20], 1994 年第一代 SiGe HBT 技术进入商用^[21], 1995 年出现与互补金属氧化物半导体 (CMOS) 兼容的 SiGe HBT,并产生了第一代 SiGe HBT 双极 CMOS (BiCMOS) 工艺^[22]. 从那以后, SiGe HBT BiCMOS 技术迅速发展.

由于 SiGe HBT 速度更快,性能更好,并且与现有 Si BJT 工艺兼容,现有主流双极或 BiCMOS 电路多数都在基区引入锗 (Ge) 组分,从而采用 SiGe HBT 制造高速芯片.而 SPICE 和 VBIC 都不能有效考虑 Ge 组分对电路电学参数影响,这其中就包括 Early 效应.为有效描述 SiGe HBT 的 Early 效应, 2003 年 Mijalkovic^[23] 通过假设准中性基区边缘权重空穴浓度存在分段指数分布,引入参数(分段考虑,模型相对复杂. 2011 年 Xu^[24] 提出在 Early 效应建模过程中去除耗尽层电荷概念,改用古麦耳数 (Gummel number) 来代替,得到了简单精确的解析模型.主流标准化 SiGe HBT 电路仿真模型 Mextram (Most Exquisite Transistor Model)^[25] 通过传统 Si 器件 Early 电压模型,反向求出近似耗尽层宽度,然后考虑 Ge 组分因素,将模型扩展到 SiGe HBT^[26].

随着芯片尺寸逐年减小,在现代高速电路中,三极管基区宽度越来越窄,导致准中性基区宽度变化对整个基区总电荷影响越来越大,从而对整个三极管的电流、电容、充放电的干扰逐年增大,因此对 Early 效应的研究很有必要.本文拟通过从 Early 电压的基本定义开始,综述 Early 效应在 Si BJT 和 SiGe HBT 的建模差别,以及在相关商用化电路仿真器中的应用,主要为 SPICE、VBIC、Mextram 和 HICUM (High Current Model)^[27].最后总结了现有主流模型对 Early 效应的建模方法及优缺点,为现代双极或 BiCMOS 电路设计提供理论基础.

本文所建模型相关坐标参数如图 1 所示,虚线为平衡态时耗尽区边界,点线表征外加偏压引起对应边界移动. x 轴 0 点设在零偏时发射结耗尽区基区边缘处, W_{b0} 为零偏时准中性基区宽度, X_b 和 X_c 分别为任意偏置下发射结和集电结耗尽区在基区边缘的位置. $Q_b(G_b)$ 和 $Q_{b0}(G_{b0})$ 分别为任意偏压和零偏压下基区电荷(古麦耳数). $Q_e(G_e)$ 和 $Q_c(G_c)$ 分别为发射结和集电结耗尽层电荷(古麦耳数).其中古麦耳数的定义在第三部分.

2 Si 三极管与 SPICE 模型

对 Si BJT 的有效建模要求输出跨导 g_o 模型精确.在小偏置下, g_o 由基区宽度随偏压的变化控制,它是由发射结和集电结边缘的位置改变决定,即 Early 效应.

双极器件的集约模型 (compact model), 如 Gummel Poon (GP) 模型,采用解析表达式描述基区宽度调制效应^[3].作为电路仿真工具如 SPICE 中内嵌 GP 模型,要

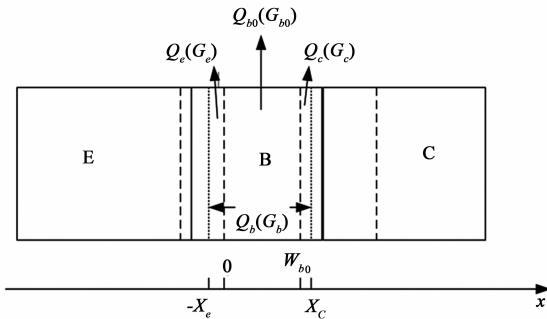


图1 三极管Early电压建模相关坐标

求提供模型参数作为输入. 大多数模型参数都有具体物理意义, 用来描述特定器件特性. 与 Early 效应相关的就是正向与反向 Early 电压. 需要明确的是, 这些参数物理意义明确, 能够与更基础的工艺参数如基区、集电区掺杂浓度密切相关起来. 作为最成熟的半导体材料器件, 针对 Si BJT 的 Early 效应建模多数都在二三十年前^[28-31], 首先来回顾 Early 电压的由来和基本定义, 这有助于后面 SiGe HBT 中 Early 效应的分析. SPICE 模型用常数跨导 g_0 来近似 Early 效应. 尽管这个近似使 Early 电压容易提取, 但是以降低 g_0 建模精度为代价.

在 GP 模型中, Early 电压被转换为归一化基区电荷 q_b 随外加发射结和集电结偏压引起的变化. GP BJT 模型基础为 1970 年的传输电流积分电荷控制 ICCR (Integral Charge Control Relation) 模型^[3], 该表达式的雏形由 Moll 和 Rose^[32] 于 1956 年提出, Ghosh^[33] 于 1967 年改进并提出一个更完整的电流模型, 可惜为数值结果, 不能用于集约模型. 三年后 Gummel 和 Poon 给出了下面的解析公式^[3]

$$I_c = \frac{I_s \left[\exp\left(\frac{V_{be}}{V_T}\right) - \exp\left(\frac{V_{bc}}{V_T}\right) \right]}{q_b} \quad (1)$$

其中 I_c 为集电极电流, I_s 为三极管饱和电流, V_{be} 和 V_{bc} 分别指本征发射结和集电结电压, $V_T = kT/q$ 为热电势, k 为玻尔兹曼常数, T 为绝对温度, q 为电子电荷量. q_b 描述基区宽度调制和大注入对输出电流的影响, q_b 表达式为

$$q_b = \frac{q_1}{2} \left[1 + \left(1 + \frac{4q_2}{q_1^2} \right)^{0.5} \right] \quad (2)$$

q_1 和 q_2 分别为基区宽度调制和大注入相关参数, 不考虑大注入情况下, $q_2 = 0$, $q_b = q_1$, 传输电流公式(1)的分母只剩下 q_1 描述基区宽度调制. q_1 定义式为^[3]

$$q_1 = \frac{Q_b}{Q_{b0}} \quad (3)$$

$$Q_b = q \int_{-X_e}^0 N_B(x) dx + q \int_0^{W_{b0}} N_B(x) dx + q \int_{W_{b0}}^X N_B(x) dx \quad (4)$$

其中 N_B 为 x 点处掺杂浓度. 公式第一项和第三项分别为发射结和集电结耗尽层电荷 Q_e 和 Q_c , 分别与反向和正向 Early 效应关联, 第二项为 Q_{b0} . Q_e 和 Q_c 分别可以用对应结耗尽层电容表示, 引入归一化发射结和集电结耗尽层电荷 q_e 和 q_c

$$q_{e(c)} = \frac{Q_{e(c)}}{Q_{b0}} = \frac{1}{Q_{b0}} \int_0^{W_{b0}} C_{je(c)}(V) dV \quad (5)$$

其中 $C_{je(c)}$ 为发射结(集电结)耗尽层电容. 在反向和正向小偏压下, 耗尽层电容近似为常数, 可以取为零偏时的平均值 $C_{je(c)0}$, $Q_e \approx V_{be} C_{je0}$, $Q_c \approx V_{bc} C_{jc0}$, 因此

$$q_{e(c)} = \frac{C_{je(c)0} V_{be(c)}}{Q_{b0}} = \frac{V_{be(c)}}{V_{ar(f)}} \quad (6)$$

其中 $V_{ar(f)}$ 和 V_{ar} 分别为正向和反向 Early 电压, 定义为^[3]

$$V_{ar(f)} = \frac{Q_{b0}}{\frac{1}{V_{be(c)0}} \int_0^{W_{b0}} C_{je(c)}(V) dV} = \frac{Q_{b0}}{C_{je(c)0}} \quad (7)$$

这就是 Gummel 和 Poon 对 Early 电压的原始定义, 即 $C_{jc0} V_{ar} = C_{je0} V_{ar} = Q_{b0}$. 因此小偏置下, 可以近似为

$$q_b = q_1 = 1 + q_e + q_c \quad (8)$$

$$q_1 \approx 1 + \frac{V_{be}}{V_{ar}} + \frac{V_{bc}}{V_{ar}} \quad (9)$$

Early 电压的另一个等价定义基于表达式 $\frac{Q_e}{Q_{b0}} = \frac{V_{be}}{V_{ar}}$, $\frac{Q_c}{Q_{b0}} = \frac{V_{bc}}{V_{ar}}$.

如果采用上面的模型, 集电极电流可以写为

$$I_c = \frac{I_{c0}}{1 + \frac{V_{be}}{V_{ar}} + \frac{V_{bc}}{V_{ar}}} \quad (10)$$

其中 I_{c0} 为不考虑 Early 效应的集电极电流.

在原始 SPICE 模型中, Early 电压被当作常数. 以 V_{ar} 为例, 根据等式, 显然必须假设 C_{je} 为常数. 当发射结反偏, C_{je} 几乎不变, 反向 Early 电压为常数的假设适用, 但是发射结正偏, 将导致很大的误差. 同理, 对于 V_{ar} , 当集电结反偏(器件正向工作模式), C_{jc} 为常数的假设适用, 但是如果集电结正偏(反向或者饱和模式), 对于 q_c 的描述需要更精确的模型, 取决于 q_c 在 q_b 表达式中的重要性.

值得说明的是, 尽管常数 Early 电压假设可能会产生很大的误差, 这个误差在很多时候可以接受. 这是由于 q_c (q_e) 在整个归一化基区电荷 q_b 中通常不是主要组成部分, 不起决定作用. 即 Q_e (Q_c) 一般比 Q_{b0} 小很多, 因此 q_e (q_c) 一般远远小于 1.

进一步, 如果 Early 电压足够大, 即 $|V_{be}| \ll V_{ar}$, $|V_{bc}| \ll V_{ar}$, 那么有^[12]

$$q_1 \approx \frac{1}{\left(1 - \frac{V_{be}}{V_{ar}} - \frac{V_{bc}}{V_{ar}} \right)} \quad (11)$$

等式(11)就是实际应用中的 SPICE Gummel Poon (SGP)模型. 即此时的 V_{ar} 和 V_{af} 为 SPICE 模型中所用的值.

对上式所作的近似,可以避免数值问题,如 q_1 改变符号的时候,出现被除数为零的情况. 这在仿真器迭代过程中可能发生,只要反向 Early 电压绝对值足够小,而这在现代 BJT 中很常见. 另外一方面,可以产生常数 Early 电压,这在工业应用上很方便. 简单解释如下:利用等式的近似,集电极电流可以写为

$$I_c = I_s \left[\exp\left(\frac{qV_{bc}}{kT}\right) - \exp\left(\frac{qV_{bc}}{kT}\right) \right] \left(1 - \frac{V_{bc}}{V_{ar}} - \frac{V_{bc}}{V_{af}} \right) \quad (12)$$

在正向工作模式下, g_0 可以表示为

$$\begin{aligned} g_0 &= \left. \frac{dI_c}{dV_{ce}} \right|_{V_{be}=const} = - \left. \frac{dI_c}{dV_{bc}} \right|_{V_{be}=const} \\ &= - \exp\left(\frac{qV_{bc}}{kT}\right) \frac{d}{dV_{bc}} \left[I_s \left(1 - \frac{V_{bc}}{V_{af}} \right) \right] \\ &= \frac{I_s \exp\left(\frac{qV_{bc}}{kT}\right)}{V_{af}} \\ &= \frac{I_{sat}}{V_{af}} \end{aligned} \quad (13)$$

其中 $I_{sat} = I_s \exp(qV_{bc}/kT)$. 等式的几何解释表明 V_{af} 可以从 $I \sim V$ 曲线的反向延长线与 V_{ce} 的交点得到. 如图 2 所示.

在随后 20 多年发展中,SPICE 的使用者发现,随着三极管尺寸减小,很多以前忽略的寄生效应变得越来越重要. 比如随着集成度提高,器件自热效应对性能影响越来越大,而 SPICE 并没有描述自热;再比如,SPICE 中包含发射区、基区和集电区,为三端口模型,而在现代电路中,衬底寄生电流、电压不能忽略. 因此,为了改进 SPICE 模型, AT&T、Texas Instruments、Analog Devices、Hewlett-Packard、Motorolar、Analog、MetaSoftware、National Semiconductor、IBM、Intel/Philips 等公司于 1996 年推出了第一版 VBIC95 模型^[14,34], 由于是作为 SPICE 的替代模型,VBIC 的主体模型与 SPICE 非常类似,为 SPICE 的直接扩展,尽可能在原有模型中引入一些额外的公式或者系数来进行弥补. 这中间就包括针对 Early 电压模型的修正. VBIC 模型在后续几年得到进一步完善^[35,36].

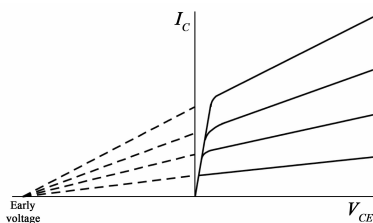


图2 三极管输出特性中的Early效应

在上述 SPICE 模型建立过程中,可以看到,Early 电压的结果包含一个前提:采用零偏压耗尽层电容 C_{j0} 来代替耗尽层电容 C_j ,因此为常数. 由于现代 BJT 中普遍采用窄基区技术实现高速和高增益, q_c (q_e) 在整个归一化基区电荷 q_b 中作用大大增加,即使有效基区宽度发生很小的变化,器件性能也有很大的改变. 因此对 SPICE 中常数 Early 电压模型修正的必要性大增.

在现代应用于 Si BJT 的 VBIC 模型中,Early 效应最重大的改变在于用 C_j 替代 C_{j0} , 获得耗尽层电容模型后,通过 $C_{je} V_{ar} = V_{jc} V_{af} = Q_{j0}$ 给出 Early 电压模型. 同时,为了更符合实际,耗尽层电容也进一步优化如下:

在反向和正向小偏压下,归一化耗尽层电容 c_j 为^[36]

$$\begin{aligned} c_j(V, \phi, m, F_c, A) &= \frac{\partial q_j(V, \phi, m, F_c, A)}{\partial V} \\ &\approx \frac{1}{\left(1 - \frac{V}{\phi}\right)^m} \end{aligned} \quad (14)$$

其中 V 为外加偏压, ϕ 、 m 分别为对应结内建电势和梯度系数, F_c 为结电压与内建电势的比值,反映两者之间的接近程度, A 为耗尽层电容平滑参数. 如果发射结和集电结耗尽层电容平滑参数 $A_{JE} < 0, A_{JC} < 0, c_j$ 将平滑出现最大值,否则 c_j 将线性增加,与 SPICE 吻合.

图 3 给出了耗尽层电容在 SPICE 和 VBIC 的中的差别^[37]. VBIC 中,外加结偏压超过内建电势后,电容固定为常数,不再变化,更好的描述了耗尽层电容和扩散电容之间的转换.

显然,VBIC 模型通过用偏置密切相关的耗尽层电容模型取代了零偏时的固定耗尽层电容值,使 Early 电压结果不再为常数,而是同样受偏置电压影响. 该模型结果与实际器件测试结果符合更好^[38].

由于 VBIC 模型在 SGP 模型的基础上作了诸多改进,仿真精度大为提高. 实际上,VBIC 兼容 SGP 模型,参数如果取缺省值就简化为 SGP 模型,因此 VBIC 取代 SPICE 成为 BJT 模型的一种新工业标准. 但如果将模型直接用于 HBT 器件并不是非常合适. 尽管也有将 VBIC

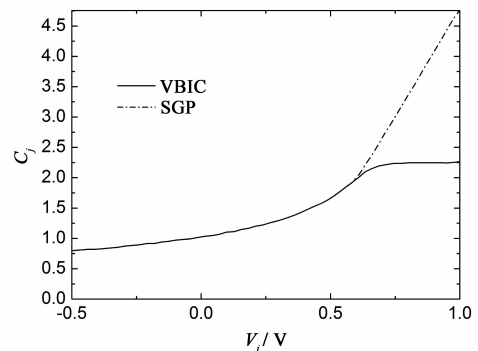


图3 SGP和VBIC归一化耗尽层电容比较^[37]

应用于 SiGe HBT 的情况^[39-42],但是模型仍然存在问题有待解决.比如:VBIC 模型中没有考虑 HBT 中热电阻与温度的不同关系^[43];发射结和集电结电流项中的理想因子与温度的关系等等.当然也包括没有考虑到 Early 效应在 SiGe HBT 中的变化,电流对异质结中耗尽层电容的调节作用没有相关体现.

下面将仔细分析 SiGe HBT 中的 Early 电压模型.

3 SiGe HBT 与 Mextram、HiCUM 模型

现有的大多数仿真器基于 SGP 模型或者其改进型,对于 SiGe HBT,基区中 Ge 的加入导致 SGP 模型不能充分描述 Early 效应^[44]. SPICE 模型将 Early 电压当作常数,后续改进版本 VBIC 模型克服了这个限制,但是没有考虑基区 Ge 引入对 Early 效应的影响^[14],针对 SiGe HBT 的 Early 效应描述相对粗糙.

在 Si 的 SGP 模型中,集电极电流通过积分电荷控制关系 ICCR 描述,引入假设一定偏压下基区电荷与基区古麦耳数成正比.对于 SiGe 晶体管,如果 Ge 组分在基区存在分布梯度,基区带隙不再一致,因此导致基区电荷不再与古麦耳数成比例.忽略扩散电容和大注入效应,集电极电流可以表示为^[43]

$$I_c = \frac{I_s \left[\exp\left(\frac{V_{bc}}{V_T}\right) - \exp\left(\frac{V_{bc}}{V_T}\right) \right]}{\frac{G_b}{G_{b0}}} \quad (15)$$

$$G_b = \int_{-x}^0 \frac{N_B(x) n_{i0}^2}{D_n(x) n_i^2(x)} dx + \int_0^{w_{b0}} \frac{N_B(x) n_{i0}^2}{D_n(x) n_i^2(x)} dx + \int_{w_{b0}}^x \frac{N_B(x) n_{i0}^2}{D_n(x) n_i^2(x)} dx \quad (16)$$

G_{b0} 为上式第二项,第一项和第三项分别为 G_e 和 G_c ,因此 $G_b = G_e + G_{b0} + G_c$. D_n 是 SiGe 基区少子扩散系数, n_{i0} 为 Si 本征载流子浓度, $n_i(x)$ 是依赖于 Ge 组分的本征浓度.

类比 Si BJT 中 Early 电压的建模思想, G_b/G_{b0} 可以重写为^[23,45]

$$\frac{G_b}{G_{b0}} = 1 + \frac{V_{bc}}{V_{ar}} + \frac{V_{bc}}{V_{af}} \quad (17)$$

$$V_{ar(j)} = G_{b0} \left(\frac{\partial G_{e(c)}}{\partial V_{bc(c)}} \right)^{-1} \Big|_{V_{bc(c)}=0} \quad (18)$$

应该看到,如果 $n_i(x)$, $D_n(x)$ 为常数,古麦耳数 G 与对应电荷 Q 成正比,式(18)简化为 VBIC 模型,进一步,如果耗尽层电容为常数,式(18)简化为 SPICE 模型.

与基区 Ge 加入引起能带变化相比,扩散系数的影响很小,因此可以认为是常数.而能带的变化带来本征载流子浓度指数变化, $n_i(x)$ 和 n_{i0} 不相等.

以基区 Ge 组分线性增长为例,如图 4 所示,虚线代表耗尽层,点线表示基区 Ge 分布.

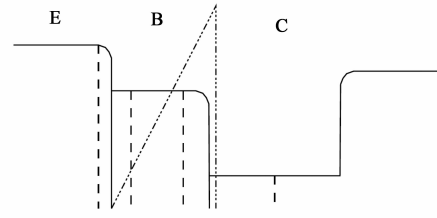


图4 SiGe三极管掺杂分布图

假设基区掺杂浓度为常数,Ge 组分在基区线性分布,基区本征载流子浓度可以写为^[45]

$$n_i^2(x) = A \exp\left(\eta \frac{x}{W_{b0}}\right) \quad (19)$$

其中 A 为常数, $\eta = \Delta E_g/kT$, ΔE_g 为 Ge 组分引入的能带差,通过 $n_i(x)$ 表达式求出 G_e 和 G_c ,进而代入式(18)得到最终模型^[45]

$$\begin{cases} V_{af} = \frac{1 - \exp(-\eta)}{\eta \exp(-\eta)} \frac{Q_{b0}}{C_{jc}} \\ V_{ar} = \frac{1 - \exp(-\eta)}{\eta} \frac{Q_{b0}}{C_{jc}} \end{cases} \quad (20)$$

观察上式可知,与 VBIC 模型 Q_{b0}/C_{jc} 相比,式引入了与基区能带变化相关的参数项,从而实现精确描述 SiGe HBT.

作为针对 SiGe HBT 的主流标准化仿真器模型,1985 年 Philip 研究院发布了第一个版本 Mextram^[27].不同于 SPICE 基于电荷控制原理,Mextram 直接基于中性基区的少数载流子的微分方程的解,获得电流、电荷与发射结、集电结注入的少数载流子浓度的关系,电流与电荷彼此独立.而浓度又与对应结偏压关联.最新版本为 Mextram level 504,可在 NXP 公司的官网上找到最新信息^[25]. Mextram 获得了广泛使用,比如 NXP 公司的 Pstar, Cadence 公司的 Spectre, Agilent 公司的 ADS 等等业界最主流的双极电路仿真器都内嵌了 Mextram 模型.当然 Mextram 也能够很好的仿真 Si 三极管.

由文献报道的 SPICE 与 Mextram 模型对应输出特性测试结果可知^[46,47],显然,两者差别很大.这其中就包括 Early 效应的差别.

Mextram 较好地解决 Ge 组分对 Early 效应的影响,主要思想为通过传统 Si 器件 Early 电压模型,反向求出近似耗尽层宽度,采用古麦耳数代替耗尽层电荷,然后将其扩展到 SiGe HBT,得到的核心公式为^[26]:

$$\frac{G_b}{G_{b0}} = \frac{\exp\left[\left(\frac{V_{del,be}}{V_{ar}} + 1\right) \frac{E_g}{kT}\right] - \exp\left(\frac{-V_{del,be} E_g}{V_{af} kT}\right)}{\exp\left(\frac{E_g}{kT}\right) - 1} \quad (21)$$

其中 $V_{del,be(c)} = Q_{e(c)}/C_{je(c)}$. 可以证明,式(21)与式(20)模型结果一致.因此这两个公式即为 Mextram 中的 Early 电压模型.

针对异质结中基区能带变化引起的 Early 电压改变, Mijalkovic^[23]通过假设准中性基区边上权重空穴浓度存在分段指数分布, 引入参数 α , 对 SiGe HBT 的 Early 效应进行精确描述, 但是模型建立相对复杂, 而且不能直接求解参数 α , 在仿真器中将引起收敛问题, 因此没有被电路仿真模型采用。

至于工业应用中的另一个标准化双极模型 HICUM^[48,49], 同样适用于 SiGe HBT^[50]。从名字可知, 开发的重点为高速大电流场景应用^[51-53]。自从第一版本发布开始^[54-56], 到现在最近的一次更新为 2013 年 12 月, 版本为 HICUM Lver2 version 2.33^[25]。由于高速电路的设计和优化要求对晶体管动态特性精确建模, 表征动态特性的耗尽层电容、渡越时间、电荷量等参数被认为是模型的基本变量, 并采用静态与动态耦合的方式描述, 因此整个模型中即使去掉一些人为引入的参数, 也能够精确描述器件。实际上, HICUM 模型取消了 Early 电压的概念。由此可知, 建立 HICUM 模型的理论基础与 Mextram 完全不一样。

虽然 Early 电压在 HICUM 中意义不大, 参数提取过程中并不需要测量获得 Early 电压。但为了保持前后文连续, 我们基于 HICUM 模型的基本原理, 即扩展积分电荷控制关系 GICCR (Generalized ICCR)^[57-59], 给出 Early 效应的分析, 为针对其它模型中的 Early 电压优化提供理论支撑。

基于 GICCR, 将 HICUM 模型中传输电流改写为对应的传统形式:

$$I_c = \frac{I_s}{Q_{p,T}/Q_{p0}} \left[\exp\left(\frac{v_{be}}{V_T}\right) - \exp\left(\frac{v_{bc}}{V_T}\right) \right] \quad (22)$$

其中 $Q_{p,T}$ 为整个三极管的电荷, Q_{p0} 为平衡时的空穴电荷。

$$Q_{p,T} = Q_{p0} + h_e Q_e + h_c Q_c + Q_{f,T} + Q_{r,T} \quad (23)$$

h_e 和 h_c 为对应的权重因子, $Q_{f,T}$ 和 $Q_{r,T}$ 分别为整个三极管存储的正向和反向少数电荷, 包括中性发射区、基区、集电区少数电荷量。

从 HICUM 模型中传输电流描述可以看出, 模型中包含了整个三极管区域的所有电荷, 而前面的模型分析范围都局限在基区。这也是 GICCR 名字的由来: 将传统积分电荷控制关系从基区扩展到整个三极管。

从 Early 效应的角度, 效应的发生依赖于发射结和集电结耗尽层宽度的变化, 因此与对应分量 $h_e Q_e$ 和 $h_c Q_c$ 相关。从前文 Mextram 模型分析可以看出, 一般情况下, 由于基区禁带宽度不均匀, Mextram 中用 $G_{b(c)}$ 来取代相应电荷 $Q_{b(c)}$, 但是在 HICUM 中再次出现了耗尽层电荷的概念, 而将禁带变化的影响用权重因子来表示。一般情况下, 基区任意一点的禁带宽度都与其它点不一定一致, 因此理论分析的时候可以用平均权重因

子来表示, 达到简化模型的目的, 而在工业化标准模型中, 必须采用与实际测量参数相结合的方式, 通过数据拟合, 给出权重因子符合实际的数学表达式, 该表达式为半经验公式。实际上整个 HICUM 就是一个半经验模型^[60], 在权重因子部分的处理正是这么做的。假设基区禁带宽度线性改变, 相关表达式为^[61,62]:

$$h_c \approx \exp\left(-\frac{a_c W_{i0}}{V_T}\right) \quad (24)$$

$$h_e = h_{e0} \frac{\exp(u) - 1}{u} \quad (25)$$

$$u = a_{hE} \left[1 - \left(1 - \frac{v_j}{V_{de}}\right)^{z_e} \right] \quad (26)$$

其中, h_{e0} 为零偏时权重因子, a_c 和 a_{hE} 包含 Ge 组分引入引起的禁带宽度变化, v_j 、 V_{de} 和 z_e 为描述集电结耗尽层电容与偏置关系的参数, 同样为半经验公式, 相当复杂。

其中基于上面的结果, 正反向 Early 电压可以计算为:

$$V_{af} = \frac{Q_{p,T}}{h_c C_{jc}}, V_{ar} = \frac{Q_{p,T}}{h_e C_{je}} \quad (27)$$

从 HICUM 的建模过程可知, 模型公式中某些参数的确定依赖于工艺, 通过数据拟合, 获得半经验结果。因此与实际测试的结果吻合更好。缺点在于模型稍显复杂。

4 结论

Early 效应由发射结和集电结耗尽层电荷在外加偏压下的变化引起, 导致基区宽度发生变化。在双极器件的电路设计中, 针对 Early 效应的精确建模很有必要。Early 电压作为表征电流稳定性的参数, 直接或间接与器件中诸多关键参数关联, 包括输出跨导、传输电流、基区渡越时间、电流增益、扩散电容等器件电学特性。20 到 30 年前年的主流三极管基区宽度相对比较宽, 有效基区宽度改变量与中性基区相比还比较小, Early 效应的粗略建模对器件性能影响不大; 但是在现代双极电路中, 随着工艺尺寸缩小, 基区宽度减薄至几十纳米, 基区宽度的微小变化将极大改变器件参数, 因此需要精确建模。

本文研究三极管的 Early 效应, 从 Early 效应基本定义出发, 综述了 Early 电压起源, 模型发展及其在 Si 和 SiGe 电路仿真器中的应用。

作为应用最广泛的电路仿真模型, SPICE 将 Si BJT 的 Early 电压当作常数对待, 在建模过程中认为发射结和集电结耗尽层电容不变, 取值为零偏时耗尽层电容。随着 Si BJT 尺寸减小, 为了克服 SPICE 的局限性, VBIC 模型将耗尽层电容当作变量, 依赖于外加偏压, 在此基础上建立了随外加电压发生变化的 Early 电压模型, VBIC 比 SPICE 与测试数据的一致性大幅提高。随着

SiGe HBT 在现代双极和 BiCMOS 电路中的大量使用, 为了描述基区 Ge 组分对 Early 效应的影响, Mextram 将输出电流方程中发射结和集电耗尽层电荷替换为古麦耳数, 古麦耳数定义中不仅包含基区空穴浓度, 还描述了 Ge 组分及分布导致基区禁带宽度变窄, 从而引起本征载流子浓度变化. 因此很好的解决了基区 Ge 引入带来的 Early 电压模型改变. 由于另一个适用于 SiGe HBT 的标准化模型 HICUM 去除了 Early 电压, 本文基于 HICUM 对 SiGe HBT 的建模思想 GICCR, 描述了将其用于建立 Early 电压模型的方法. 在 HICUM 电流方程中, 依然包含耗尽层电荷, 而将 Ge 组分的影响采用权重因子的方式来实现. 由于 Ge 引入导致基区禁带宽度不一致, 权重因子的确定一方面依赖于基本物理原理, 另一方面依赖于工艺拟合. 因此模型精度高, 但是建模复杂.

因此, 本文综述了 Si 三极管中的基本模型及在 SPICE 中处理过程, 然后针对 SPICE 的缺陷, 描述了 VBIC 模型中针对 Early 效应的改进; 综述了 Mextram、HICUM 两大标准化模型针对基区 Ge 组分引入进行的处理方法, 并将其思想用于建立 Early 电压模型. 本文综述为 Si BJT 和 SiGe HBT 高速电路设计和仿真提供了重要参考.

参考文献

- [1] Early J M. Effects of space-charge layer widening in junction transistors[J]. Proceedings of the IRE, 1952, 40 (11): 1401 - 1406.
- [2] Ebers J J, Moll J L. Large-signal behavior of junction transistors[J]. Proceedings of the IRE, 1954, 42 (12): 1761 - 1772.
- [3] Gummel H K, Poon H C. An integral charge control model of bipolar transistors[J]. The Bell System Technical Journal, 1970, 49 (5): 827 - 852.
- [4] Poon H C. Modeling of bipolar transistor using integral charge-control model with application to third-order distortion studies[J]. IEEE Transactions on Electron Devices, 1972, 19 (6): 719 - 731.
- [5] Lindholm F A, Hamilton D J. Incorporation of the early effect in the ebers-moll model[J]. Proceedings of the IEEE, 1971, 59 (9): 1377 - 1378.
- [6] Logan J, Lindholm F A, Rohr P, Hamilton D J. Modeling the "Early Effect" in bipolar transistors using an empirical but effective parameter[J]. Proceedings of the IEEE, 1972, 60 (3): 335 - 336.
- [7] Clark L E. Physical dependencies and modeling of output admittances and gain-voltage relationships in bipolar transistors[J]. Proceedings of the IEEE, 1972, 60 (11): 1445 - 1446.
- [8] Rohr P, Lindholm F A. Modifications of equivalent circuits for narrow-base transistors[J]. IEEE Journal of Solid-State Circuits, 1975, 10 (1): 65 - 72.
- [9] Hart B L. Modeling the early effect in bipolar transistors[J]. IEEE Journal of Solid-State Circuits, 1983, 18 (1): 139 - 140.
- [10] Hebert F, Roulston D J. modeling of narrow-base bipolar transistors including variable-base-charge and avalanche effects[J]. IEEE Transactions on Electron Devices, 1987, 34 (11): 2323 - 2328.
- [11] Kuntman H. Novel Modification on SPICE BJT model to obtain extended accuracy[J]. IEE Proceedings, Part G: Circuits, Devices and Systems, 1991, 138 (6): 673 - 678.
- [12] McAndrew C C, Nagel L W. Early Effect modeling in SPICE[J]. IEEE Journal of Solid-State Circuits, 1996, 31 (1): 136 - 138.
- [13] McAndrew C C, Nagel L W. SPICE early modeling bipolar transistors[A]. IEEE Bipolar/BiCMOS Circuits and Technology Meeting[C]. Minneapolis: IEEE, 1994. 144 - 147.
- [14] McAndrew C C, Seitchik J A, Bowers D F, et al. VBIC95, the vertical bipolar inter-company model[J]. IEEE Journal of Solid-State Circuits, 1996, 31 (10): 1476 - 1483.
- [15] William S. Circuit element utilizing semiconductive material[P]. US Patents, 1951: 2569347, 1951-09-25.
- [16] Kroemer H. Theory of a wide-gap emitter for transistors[J]. Proceedings of the IRE, 1957, 45 (11): 1535 - 1537.
- [17] Kroemer H. Quasi-electric and quasi-magnetic fields in nonuniform semiconductors[J]. RCA Review, 1957, 18 (3): 332 - 342.
- [18] Iyer S S, Patton G L, Delage S S, et al. Silicon-Germanium base heterojunction bipolar transistors by molecular beam epitaxy[J]. IEEE Electron Device Letters, 1988, 9 (4): 165 - 167.
- [19] Patton G L, Comfort J H, Meyerson B S, et al. 63 - 75 GHz f_T SiGe-base heterojunction bipolar technology[A]. IEEE symposium on VLSI Technology[C]. Honolulu: IEEE, 1990. 49 - 50.
- [20] Patton G L, Comfort J H, Meyerson B S, et al. 75 - Ghz f_T SiGe-base heterojunction bipolar transistors[J]. IEEE Electron Device Letters, 1990, 11 (4): 171 - 173.
- [21] Harame D L, Schonenberg K, Gilbert M, et al. A 200 mm SiGe-HBT technology for wireless and mixed-signal applications[A]. IEEE International Electron Devices Meeting[C]. San Francisco: IEEE, 1994. 437 - 440.
- [22] Nguyen-Ngoc D, Harame D L, Malinowski J C, et al. A 200 mm SiGe-HBT BiCMOS technology for mixed signal

- applications [A]. IEEE Bipolar/BiCMOS Circuits and Technology Meeting [C]. Minneapolis: IEEE, 1995, 89 – 92.
- [23] Mijalkovic S. Generalised early factor for compact modeling of bipolar transistors with non-uniform base [J]. Electronics Letters, 2003, 39 (24): 1757 – 1758.
- [24] Xu X-B, Zhang H-M, Hu H-Y, et al. Early effect modeling of silicon-on-insulator SiGe heterojunction bipolar transistors [J]. Chinese Physics B, 2011, 20 (5): 058502 – 1 – 6.
- [25] van der Toorn R, Paasschens J C J, Kloosterman W J, The mextram bipolar transistor Model [EB/OL]. http://www.nxp.com/wcm_documents/models/bipolar-models/mextram/mextramdefinition.pdf, 2016-03-22
- [26] Paasschens J C J, Kloosterman W J, Havens R J. Modeling two SiGe HBT specific features for circuit simulation [A]. IEEE Bipolar/BiCMOS Circuits and Technology Meeting [C]. Minneapolis: IEEE, 2001, 38 – 41.
- [27] De Graaff H C, Kloosterman W J. New formulation of the current and charge relations in bipolar transistor modeling for CAD purposes [J]. IEEE Transactions on Electron Devices, 1985, 32 (11): 2415 – 2419.
- [28] Pyne D, Khokle W S. Analysis of the Early voltage in bipolar transistors [J]. IEEE Transactions on Electron Devices, 1986, 33 (10): 1539 – 1544.
- [29] Scott D, Roulston D. IC-VCE Characteristics of double diffused bipolar transistors under low level injection [J]. Solid-State Electronics, 1980, 23 (3): 201 – 207.
- [30] Van Der Ziel A. A sufficient condition for an early voltage [J]. Solid-State Electronics, 1974, 17 (1): 108 – 110.
- [31] Yuan J S, Liou J J. An improved early voltage model for advanced bipolar transistors [J]. IEEE Transactions on Electron Devices, 1991, 38 (1): 179 – 182.
- [32] Moll J L, Ross I M. The dependence of transistor parameters on the distribution of base layer resistivity [J]. Proceedings of the IRE, 1956, 44 (1): 72 – 78.
- [33] Ghosh H N, De La Moneda F H, Dono N R. Computer-aided transistor design, characterization, and optimization [J]. Proceedings of the IEEE, 1967, 55 (11): 1897 – 1912.
- [34] Najm F. VBIC95: An improved bipolar transistor model [J]. IEEE Circuits and Devices Magazine, 1996, 12 (2): 11 – 15.
- [35] McAndrew C. Using the VBIC Bipolar Transistor Model [EB/OL]. http://www.ece.uci.edu/docs/hspice/hspice_2001_2-110.html, 2016 – 03 – 22.
- [36] McAndrew C. VBIC fundamentals [EB/OL]. <http://www.designers-guide.org/VBIC/references.html>, 2016-03-22.
- [37] McAndrew C, Seitchik J, Bowers D, Dunn M, et al. VBIC95: An improved vertical, IC bipolar transistor model [A]. IEEE Bipolar/BiCMOS Circuits and Technology Meeting [C]. Minneapolis: IEEE, 1995, 170 – 177.
- [38] Xiaochong C, McMacken J, Stiles K, et al. Comparison of the New VBIC and conventional Gummel-Poon bipolar transistor models [J]. IEEE Transactions on Electron Devices, 2000, 47 (2): 427 – 433.
- [39] Senapati B, Maiti C K. Advanced SPICE modelling of SiGe HBTs using VBIC model [J]. IEE Proceedings- Circuits, Devices and Systems, 2002, 149 (2): 129 – 135.
- [40] Kyungho L, Dae-Hyung C, Kang-Wook P, et al. Improved VBIC model for SiGe HBTs with an unified model of heterojunction barrier effects [J]. IEEE Transactions on Electron Devices, 2006, 53 (4): 743 – 752.
- [41] Woods B O, Mantooth H A, Cressler J D. SiGe HBT compact modeling for extreme temperatures [A]. Semiconductor Device Research Symposium [C]. College Park: IEEE, 2007. 1 – 2.
- [42] DiVergilio A, Zampardi P, Newton K. VBIC: A new standard in advanced bipolar modeling [J]. IBM MicroNews, 1999, 5 (4): Q4.
- [43] 张万荣,李志国,王立新,等. Si/ SiGe/ Si 双异质结晶体管 (HBT) 的负阻特性 [J]. 电子学报, 2001, 29 (8): 1132 – 1134.
Zhang W R, Li Z G, Wang L X, et al. Negative resistance characteristics of Si/SiGe/Si double heterojunction bipolar transistors [J]. Acta Electronica Sinica, 2001, 29 (8): 1132 – 1134. (in Chinese)
- [44] Kroemer H. Two integral relations pertaining to the electron transport through a bipolar transistor with a nonuniform energy gap in the base region [J]. Solid-State Electronics, 1985, 28 (11): 1101 – 1103.
- [45] Xu X-B, Zhang H-M, Hu H-Y, et al. Early effect of SiGe heterojunction bipolar transistors [J]. Solid-State Electronics, 2012, 72: 1 – 3.
- [46] Paasschens J C J, Kloosterman W J, Havens R J, de Graaff H C. Improved modeling of output conductance and cut-off frequency of bipolar transistors [A]. IEEE Bipolar/BiCMOS Circuits and Technology Meeting [C]. Minneapolis: IEEE, 2000. 62 – 65.
- [47] Paasschens J C J, Kloosterman W J, Havens R J, et al. Improved compact modeling of output conductance and cut-off frequency of bipolar transistors [J]. IEEE Journal of Solid-State Circuits, 2001, 36 (9): 1390 – 1398.
- [48] Schroter M, Krause J, Rinaldi N, et al. Physical and electrical performance limits of high-speed SiGeC HBT-Part II: lateral scaling [J]. IEEE Transactions on Electron Devices, 2011, 58 (11): 3697 – 3706.

- [49] Schroter M, Wedel G, Heinemann B, et al. Physical and electrical performance limits of high-speed SiGeC HBTs-Part I: vertical scaling [J]. IEEE Transactions on Electron Devices, 2011, 58(11): 3687 – 3696.
- [50] Schroter M, Chakravorty A, Compact Hierarchical Modeling of Bipolar Transistors with HICUM [M]. Singapore: World Scientific, 2010.
- [51] Schroter M. High-frequency circuit design oriented compact bipolar transistor modeling with HICUM [J]. IEICE Transactions on Electronics, 2005, 88(6): 1098 – 1113.
- [52] Schroter M, Walkey D J. Physical modeling of lateral scaling in bipolar transistors [J]. IEEE Journal of Solid-State Circuits, 1996, 31(10): 1484 – 1492.
- [53] Schroter M, Walkey D J. Correction to "Physical modeling of lateral scaling in bipolar transistors" [J]. IEEE Journal of Solid-State Circuits, 1998, 33(1): 171 – 171.
- [54] Schroter M. Simulation and modeling of the low-frequency base resistance of bipolar transistors and its dependence on current and geometry [J]. IEEE Transactions on Electron Devices, 1991, 38(3): 538 – 544.
- [55] Rein H M, Schroter M. A compact physical large-signal model for high-speed bipolar transistors at high current densities-Part II: Two-dimensional model and experimental results [J]. IEEE Transactions on Electron Devices, 1987, 34(8): 1752 – 1761.
- [56] Schroter M, Rein H M. Transit time of high-speed bipolar transistors in dependence on operating point, technological parameters, and temperature [A]. IEEE Bipolar Circuits and Technology Meeting [C]. Minneapolis: IEEE, 1989. 250 – 253.
- [57] Schroeter M, Rein H M. Two-dimensional modeling of high-speed bipolar transistors at high current densities using the integral charge-control relation [J]. Physica B: Physics of Condensed Matter & C: Atomic, Molecular and Plasma Physics, Optics, 1984, 129(1-3): 332 – 336.
- [58] Rein H M, Stubing H, Schroter M. Verification of the integral charge-control relation for high-speed bipolar transistors at high current densities [J]. IEEE Transactions on Electron Devices, 1985, 32(6): 1070 – 1076.
- [59] Schroter M, Friedrich M, Rein H M. A generalized integral charge-control relation and its application to compact models for silicon-based HBT's [J]. IEEE Transactions on Electron Devices, 1993, 40(11): 2036 – 2046.
- [60] Schroter M, Rein H M, Rabe W, et al. physics- and process-based bipolar transistor modeling for integrated circuit design [J]. IEEE Journal of Solid-State Circuits, 1999, 34(8): 1136 – 1149.
- [61] Rein H, Schroter M. Base Spreading resistance of square-emitter transistors and its dependence on current crowding [J]. IEEE Transactions on Electron Devices, 1989, 36(4): 770 – 773.
- [62] Schroter M, Pawlak A, Mukherjee A. A geometry scalable physics-based compact bipolar transistor model [EB/OL]. [https://www.iee.et.tu-dresden.de/iee/eb/forsch/Hicum_PD/Hicum23/hicum_L2V2p34_manual.pdf](https://www.iee.et.tu-dresden.de/iee/eb/forsch/Hicium_PD/Hicum23/hicum_L2V2p34_manual.pdf), 2016-03-22

作者简介



徐小波 男, 1983 年生于安徽安庆. 长安大学教师. 研究方向为高速 SiGe 器件及电路设计, 薄膜电池设计.

E-mail: xuxiaobo@chd.edu.cn



张林 男, 1981 年生于安徽马鞍山. 长安大学教师, 研究方向为功率器件及电路设计.