

# 基于相位解模糊的简化对角互相关频偏估计算法

孙锦华,余忠洋,段学敏

(西安电子科技大学综合业务网理论及关键技术国家重点实验室,陕西西安 710071)

**摘要:** 针对导频符号辅助调制 (Pilot-Symbol-Assisted-Modulation, PSAM) 的短突发信号载波同步,提出了一种基于相位解模糊的简化对角互相关 (Phase Un-Wrapping Simplified Diagonal Cross Correlation, PUW-SDCC) 算法. 其基本思想是,首先借鉴自相关估计的思想设计出对角互相关 (Diagonal Cross Correlation, DCC) 算法,然后再利用复信号指数化的近似获得了简化 DCC (SDCC) 算法,最后将该简化算法应用到基于 Monte-Carlo 仿真的解相位模糊 (PUW) 方法中,得到了可适应大频偏的 SDCC (PUW-SDCC) 算法. 仿真表明,与现有的频偏估计算法相比,该算法的归一化估计频偏可以达到符号速率的一半,并具有更高的估计精度和适中的复杂度,更适用于短突发通信.

**关键词:** 导频符号辅助调制; 互相关估计; Monte-Carlo 仿真; 相位解模糊; 载波估计

**中图分类号:** TN911.23      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2016)08-1974-07

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>      **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2016.08.029

## Simplified Diagonal Cross Correlation Frequency Estimation Algorithm Based on Phase Un-wrapping Method

SUN Jin-hua, YU Zhong-yang, Duan Xue-min

(State Key Lab. of Integrated Service Networks, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

**Abstract:** For the pilot-symbol-assisted-modulation (PSAM) short burst carrier synchronization, we propose a simplified diagonal cross correlation carrier estimation algorithm based on phase un-wrapping method (PUW-SDCC). First according to the idea of the autocorrelation estimation, a diagonal cross correlation (DCC) algorithm is designed, and then a simplified DCC algorithm is derived by employing the exponent approximation of a complex signal. Finally, a PUW-SDCC algorithm is obtained by combining several phase un-wrapping (PUW) methods which are based on Monte-Carlo simulation. Simulation results show that the proposed algorithm achieves an estimation range at half of the data rate and has both higher accuracy and adequate complexity compared with those available, and more suitable for short burst communication.

**Key words:** pilot-symbol-assisted-modulation (PSAM); cross correlation estimation; Monte-Carlo simulation; PUW (phase un-wrapping); carrier estimation

## 1 引言

短突发通信广泛应用于高速移动通信、卫星通信、军事通信等领域<sup>[1]</sup>. 然而,由于通信双方的相对移动而产生的多普勒效应可导致同步接收机附加一定的频偏. 较大的频偏会使其误码性能急剧恶化,从而造成通信质量的严重下降. 因此,如何在低信噪比和大频偏的双重环境下获得理想的载波同步是当前的研究热点.

传统的频偏估计算法分为数据辅助 (Data Aided, DA)、非数据辅助 (Non Data Aided, NDA) 两大类<sup>[2]</sup>. DA 算法的信噪比门限比 NDA 算法的低. 因此,在低信噪比下,普遍采用 DA 算法<sup>[3-13]</sup>. 这些算法均利用了一些导

频符号对载波参数进行估计. 这些导频符号可以分插到数据帧的不同位置而形成不同的数据帧结构<sup>[3,4,14,15]</sup>. 文献[14]提出了一种用于第二代数字视频广播 (DVB-S2) 的数据帧结构. 它将一定长度的导频符号分成若干块再分插到数据帧中<sup>[3,14]</sup>. 另外,文献[15]提出了一种基于导频符号辅助调制 (PSAM) 的数据帧结构,基本原理是,首先将一定长度的导频符号分成两部分;然后再将含有若干个连续的符号的部分放置在帧头,细分成离散的符号的部分插至帧中和帧尾<sup>[4,15]</sup>. 从采用的具体算法来说,DA 算法进一步分为频域算法<sup>[5,6]</sup>和时域算法<sup>[7-12]</sup>两大类. 在一定的导频开销下,前者的估计范围更大;若附加频偏较小时,后者的估计

收稿日期:2014-12-02;修回日期:2015-09-16;责任编辑:马兰英

基金项目:国家自然科学基金 (No. 60902039, No. 61271175);中央高校基本科研业务费专项资金 (No. JB140114, No. K5051201043);国家留学基金委

精度更高. 基于此, 联合时-频域算法解决了各自的缺陷, 但同时却带来了较高复杂度和最优参数配置的问题<sup>[4,13]</sup>. 近些年, 相关领域的学者们提出了一些具有高精度、宽范围和低复杂度的频偏估计算法<sup>[10-12]</sup>. 事实上, 这些算法都直接或间接地采用了低复杂度的时域相关算法<sup>[7-9]</sup>. 文献[7,8]提出了利用单个导频块的自相关算法; 文献[9]提出了利用多个不相交导频块的互相关算法. 在相同的信噪比和导频开销下, 前者的信噪比门限和复杂度更低; 后者的估计精度会远远高于前者. 然而, 类似于文献[9]的互相关算法都存在相同的缺点, 即频偏估计范围与导频间隔成反比<sup>[10,12]</sup>. 究其根源在于: 此类算法的估计子中, 它的相位增量要受到附加频偏、导频间隔和信噪比的影响. 当信噪比一定时, 较大的附加频偏或导频间隔会产生过大的相位增量值, 从而导致相位模糊. 为了解决这一问题, 文献[10]提出了一种基于 DVB-S2 帧结构的简化 M&M<sup>[11]</sup> 估计算法, 利用 LDPC 译码的校验位消除了相位模糊. 此外, 文献[12]提出了利用卡曼滤波器对估计频偏进行迭代更新的非编码的方法, 较好地解决了相位模糊问题, 从而得到了可估计大频偏的自相关算法 (AC: Auto Correlation). 然而, 这两种算法的复杂度较高且未给出相位解模糊的具体步骤.

鉴于上述估计算法存在的问题, 本文提出了一种基于相位解模糊的简化互相关算法. 首先利用自相关估计的思想和复信号指数化的近似设计出简化的对角互相关算法 (SDCC), 并从估计性能和复杂度两方面与文献[8,9]进行了比较和分析; 然后基于 Monte-Carlo 仿真试验提出了两种相位解模糊方法 (PUW), 并给出了原理和具体步骤; 最后以第二种 PUW 方法的 SDCC 算法为例, 获得了一种可矫正大频偏的互相关算法 (PUW-SDCC), 并与文献[11,12]作了比较和分析.

## 2 信号模型

首先, 将一段导频序列平均分成  $m$  块, 每块长度  $P_i \triangleq L, i \in \{1, 2, \dots, m\}$ ; 然后, 将这  $m$  个导频块按导频间隔为  $D$  的距离分插到一段数据流中, 该数据流被分成  $m-1$  块, 每个长度  $D_i \triangleq M, i \in \{1, 2, \dots, m-1\}$ ; 最后, 在帧头设置一个长度  $P_0 = L' \ll L$  的前导 (其作用将在后文中介绍), 如图 1 所示. 因此, 导频间隔  $D = L + M$ ; 整个数据帧的总长度  $N = mL + (m-1)M$ .

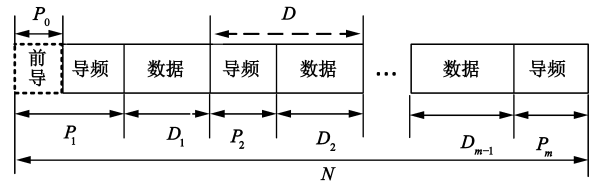


图1 类PSAM的数据帧结构

考虑加性高斯白噪声信道下的单载波突发传输系统, 假设系统具有理想的符号定时, 经过匹配滤波和采样, 接收到的第  $k$  个符号表示如下:

$$r(k) = s(k) e^{j\langle 2\pi T_s k + \theta \rangle} + n(k), \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (1)$$

$T_s$  为符号周期,  $f$  和  $\theta$  分别为载波频偏和相偏,  $s(k)$  为能量归一化的调制信号, 即  $E_s = |s(k)|^2 = 1$ , 可知  $E_s/N_0 = |s(k)|^2/N_0 = 1/N_0$ ,  $n(k)$  为均值 0、方差  $\sigma^2 = N_0/2$  的复高斯随机变量. 对于 DA 算法而言, 其去调制序列有如下形式:

$$z(k) = r(k)s(k)^* = e^{j\langle 2\pi T_s k + \theta \rangle} + \gamma(k), \quad k \in \kappa \quad (2)$$

$(\cdot)^*$  表示取共轭运算,  $\gamma(k) = n(k)s(k)^*$  为噪声项, 其统计特性与  $n(k)$  相同,  $\kappa$  表示包含如图 1 所示的所有导频符号的时刻集, 即  $\kappa = \{0, \dots, L-1, L+M, \dots, mL + (m-1)M-1\}$ .

## 3 简化对角互相关算法——SDCC

### 3.1 时域相关算法的频偏估计性能界

这里首先给出基于式(2)的对数似然函数<sup>[2]</sup>

$$\ln p(z|\alpha) = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{k \in \kappa} \text{Re}\{z(k) e^{-j(2\pi T_s k + \theta)}\} \quad (3)$$

$z = [\dots z(k) \dots]$  为去调制序列,  $\alpha = [f \theta]^T$  为  $f$  和  $\theta$  的参数矩阵,  $\text{Re}\{\cdot\}$  表示取实部运算. 将上式考虑到 Fisher 信息矩阵<sup>[16]</sup> (FIM) 中, 重点放在计算载波频偏上, 即

$$\begin{aligned} F_{1,1} &= \mathbf{F} |_{(1,1)} = E\{(\partial \ln p(z|\alpha) / \partial f)^2\} \\ &= \frac{1}{\sigma^2} 4\pi^2 T_s^2 \sum_{k \in \kappa} k^2 \end{aligned} \quad (4)$$

$E\{\cdot\}$  表示求期望运算,  $\partial(\cdot) / \partial f$  表示对频偏  $f$  求偏导运算. 将  $\sum_{i=1}^n i^2 = n(n+1)(2n+1)/6$  和  $\sum_{i=1}^n i = n(n+1)/2$  这两个代数公式代入到式(4)中, 再取式(4)的逆即可得到利用多个不相交导频块的互相关算法的频偏估计 CRB

$$\text{CRB}(f) = F_{1,1}^{-1} = \frac{3N_0}{2\pi^2 T_s^2 mL \{(L-1)(2L-1) + (m-1)(L+M)[(L+M)(2m-1) + 3(L-1)]\}} \quad (5)$$

再由导频间隔  $D = L + M$ , 上式等效为

$$\text{CRB}_1(f) = \frac{3}{2\pi^2 T_s^2 mL \{(L-1)(2L-1) + (m-1)D[(2m-1)D + 3(L-1)]\}} \frac{1}{E_s/N_0} \quad (6)$$

考虑自相关算法仅利用了单个导频块,有  $D=L$ . 将其代入式(6)中,能够得到利用单个导频块的自相关算

$$CRB_2(f) = \frac{3}{2\pi^2 T_s^2 mL \{ (L-1)(2L-1) + (m-1)L[ (2m-1)L + 3(L-1) ] \}} \frac{1}{E_s/N_0} \quad (7)$$

### 3.2 SDCC 算法

这里分别给出自相关估计和全部互相关估计(ECC:Entire Cross Correlation)的算子,即

$$R(\alpha) = \frac{1}{L_0 - \alpha} \sum_{i=0}^{L_0-1-\alpha} z(i)^* z(i+\alpha), \quad (8)$$

$$1 \leq \alpha \leq N_{ac} < mL \triangleq L_0$$

$$R(m, D) = \frac{1}{m-1} \sum_{b=1}^{m-1} R_b(D), m > 1 \quad (9)$$

$\alpha$  为自相关估计延迟量,  $N_{ac}$  为有效延迟长度.  $R_b(D)$  为第  $b$  个相邻两导频块的互相关值,即

$$R_b(D) = \sum_{i=D_{b-1}}^{D_{b-1}+L-1} \sum_{n=D_{b-1}}^{D_{b-1}+L-1} z(i)^* z(D+n) \quad (10)$$

$D_{b-1} \triangleq (b-1)D$ . 令  $\beta = n + D - i$ , 式(10)也可以表示成

$$R_b(\beta) = \sum_{n=0}^{L-1} z(i)^* z(\beta + i + D_{b-1}), \quad (11)$$

$$i - D_{b-1} \in [0, L-1]$$

接下来,以两个导频块(即  $m=2$ )为例,分别给出基于式(8)和式(11)的 L&R<sup>[8]</sup>、ECC<sup>[5,9]</sup> 算法的频偏估计子及估计范围,即

$$\hat{f}_{L\&R} = \frac{1}{\pi(L+1)T_s} \arg\left\{ \sum_{n=0}^{L-1} R(\alpha) \right\} \quad (12)$$

$$\hat{f}_{ECC} = \frac{1}{2\pi DT_s} \arg\left\{ \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{n=0}^{L-1} z(i)^* z(D+n) \right\} \quad (13)$$

$$|\hat{f}_{L\&R} T_s| \leq 1/N_{ac} = 2/L_0 = 2/(2L) = 1/L \quad (14)$$

$$|\hat{f}_{ECC} T_s| \leq 1/2D = 1/[2(L+M)] \approx 1/2M \quad (15)$$

$\arg\{\cdot\}$  表示取幅角运算. 由式(12)和式(13)易知, L&R 算法的复杂度要比 ECC 算法的低得多. 或者说,与互相关算法相比,自相关算法的复杂度更低. 因此,借鉴自相关算法的思想,式(11)变换成以下形式:

$$\bar{R}_b(\beta) |_{b=1} = \sum_{n=0}^{L-i-1} z(i+n)^* z(\beta+i), \quad (16)$$

$$i \in [0, N_{cc} - 1]$$

$N_{cc} \triangleq \lfloor \lambda L \rfloor$  为互相关估计延迟量,  $\lambda \in (0, 1)$  为延迟系数,  $\lfloor \cdot \rfloor$  表示向下取整. 显然,式(16)仅取了式(11)的部分相关值再求和. 由  $\beta$  的定义,将式(16)代入式(13)中,能够得到另一个频偏估计子,即

$$\hat{f}_1 = \frac{1}{2\pi DT_s} \arg\left\{ \sum_{n=0}^{L-i-1} z(i+n)^* z(n+D) \right\}, \quad (17)$$

$$i \in [0, N_{cc} - 1]$$

为了使上式的复杂度尽可能的低,令  $N_{cc} = 1$ ,代入式(17)中,可得

$$\hat{f}_2 = \frac{1}{2\pi DT_s} \arg\left\{ \sum_{n=0}^{L-1} z(n)^* z(n+D) \right\} \quad (18)$$

法的频偏估计 CRB,即

另外,若将式(13)的所有互相关值看成一个  $L \times L$  的伪矩阵,式(18)的互相关值求和仅为式(13)的对角线部分. 因此,式(18)所对应的算法可称为对角互相关(DCC)算法.

当  $E_s/N_0 \gg 1$  时,  $z(k) = |z(k)| e^{j\arg\{z(k)\}} \approx e^{j\arg\{z(k)\}}$ . 将这一指数近似代入式(18)中,得

$$\hat{f}_3 = \frac{1}{2\pi DT_s} \arg\left\{ \sum_{n=0}^{L-1} e^{j\arg\{z(n+D)\} - j\arg\{z(n)\}} \right\} \quad (19)$$

显然,式(19)消除了式(18)的复乘运算,引入的  $\arg\{\cdot\}$  运算可以由查找表快速实现. 这样就得到了简化的对角互相关算法,即 Simplified DCC (SDCC) 算法.

下面对上述理论分析进行仿真验证. 仿真中采用 QPSK 调制,每个信噪比下频偏估计均方根误差(RMSE)由 5000 次独立试验统计平均得到. 导频块数  $m=2$ ,数据块数  $m-1=1$ ,导频符号长度  $L=25$ ,数据符号长度  $M=10L=250$ . 由式(15)可知 ECC 算法的归一化频偏估计范围为  $[-0.0018, 0.0018]$ ,假定实际所加频偏为 0.001. 图 2 给出了 L&R 和 ECC 算法的 RMSE 曲线,同时也给出了对应的 CRB. 如图 2 所示,自相关算法的 CRB 要远远高于互相关算法的 CRB,与两者相对应的 L&R 和 ECC 算法的 RMSE 曲线也有类似的特点. 这两点与前文的理论分析是一致的. 此外, L&R 算法(即自相关算法)的信噪比门限较低,即 1dB;而 ECC 算法(即互相关算法)的较高些,约为 4dB. 接下来比较 SDCC、DCC 与 ECC 算法的估计性能. 图 3 给出了这三种算法的 RMSE 曲线. 从图 3 可以看出,SDCC 算法的估计性能接近于 ECC 算法,且信噪比损失小于 1dB. 所以,后文中将采用低复杂度的 SDCC 算法.

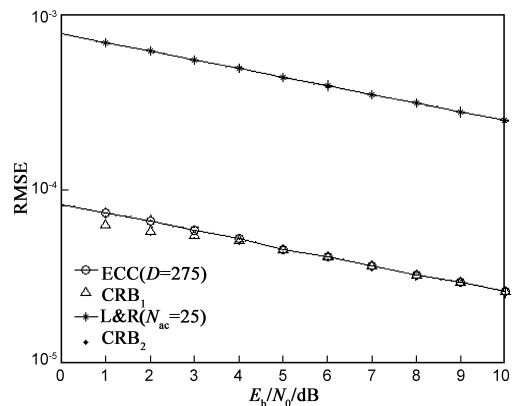


图2 L&R和ECC算法的RMSE曲线

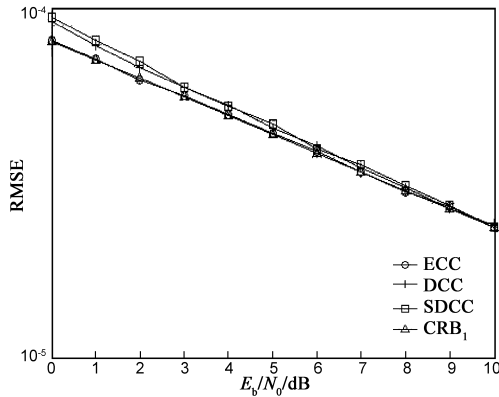


图3 SDCC、DCC和ECC算法的RMSE曲线

## 4 相位解模糊的简化对角互相关算法——PUW-SDCC

### 4.1 基于 Monte-Carlo 仿真的 PUW 方法

在第3章中提出的 SDCC 算法仍需要满足  $|f_s T_s| < 1/(2D)$ , 即导频间隔  $D$  越大, 其估计范围越小. 究其原因在于, 当第  $l$  次仿真的时刻  $n$  遍历时刻集  $\kappa(m=2)$  时, 式(19)的总相位增量  $\phi_l$  为:

$$\phi_l = \arg \left\{ \sum_{n=0}^{L-1} e^{j \arg \{ z(n+D) \} - j \arg \{ z(n) \}} \right\} \approx 2\pi f T_s D + \text{Im} \{ \vartheta \} \quad (20)$$

$\vartheta$  是由一系列独立同分布的噪声叠加而产生的等效复相位,  $\text{Im} \{ \cdot \}$  表示取虚部. 式(20)的推导过程见附录1. 这里假设  $E_s/N_0 \gg 1$ , 忽略噪声项的影响, 即  $\phi_l \approx 2\pi f T_s D$ , 从而得到  $|2\pi f T_s D| < \pi$ . 显然, 满足该式的频偏范围是非常窄的, 即  $|f T_s| < 1/(2D)$ , 此为式(15)的由来. 若提高估计范围, 等价于存在一个参数  $q \geq 0$  使得当  $|f T_s| > 1/(2D)$  时,  $\phi_l \approx 2\pi f T_s D$  仍成立, 即

$$\phi_l \approx 2\pi f T_s D \pm 2\pi q \quad (21)$$

当  $f T_s > 1/(2D)$  时, 有  $\phi_l \approx 2\pi f T_s D - 2\pi q$ ; 当  $f T_s < -1/(2D)$  时, 有  $\phi_l \approx 2\pi f T_s D + 2\pi q$ . 而当  $|f T_s| \leq 1/(2D)$  时, 有  $q \equiv 0$ . 下面以  $f T_s > 1/(2D)$  为例来设计 PUW 方法. 首先给出以下事实:

(1) 关于参数  $q$  的经验公式:  $q \approx f T_s D$ . 此时, SDCC 算法的 RMSE 达到极小值. 若令  $q = \mu f T_s D$ , 参数  $\mu \in [0, 1]$ , 则  $\mu$  应趋向于 1. 见附录 2.

(2) 对于包含 250 个 QPSK 符号的短帧系统而言, 当附加频偏为  $8 \times 10^{-5}$  和  $2 \times 10^{-4}$  时, 它们的相对(理想零频偏情况)信噪比损失分别约为 0.1 dB 和 0.5 dB.

假设第  $l$  次的估计频偏为  $f_l$ . 由事实(1)可知,  $q_l \approx f_l T_s D$ , 并代入到式(21)中, 得

$$\phi_l \approx 2\pi f T_s D - 2\pi q_l \quad (22)$$

同时, 由式(22)可以反解出附加频偏的估计值, 即

$$\hat{f}_l(q_l) = (\phi_l + 2\pi q_l) / (2\pi T_s D) \quad (23)$$

当  $f_l$  接近于真实附加频偏  $f$  即  $f_l \approx f$  时,  $\hat{f}_l(q_l)$  能够等效成  $f_l$ . 基于此, 假设  $q_l = f_l T_s D$ , 式(23)可以变换成如下形式:

$$\begin{aligned} (\hat{f}_l(q_l) - f) T_s &\approx (\hat{f}_l(q_l) - f_l) T_s = \phi_l / (2\pi D) \\ &= \phi_l / (2\pi(L + M)) \end{aligned} \quad (24)$$

再对式(24)的两边取绝对值, 得

$$|(\hat{f}_l(q_l) - f) T_s| \approx |\phi_l / (2\pi(L + M))| \triangleq \xi_l \quad (25)$$

根据以上事实及推导, 本文设计了两种 PUW 方法, 即

(1) PUW I: 由式(25)可知, 若给定  $M, \xi$  由  $L$  唯一确定. 假设导频长度  $L = L_0$ , 初始搜索频偏  $f_1 = f_+$ ,  $f_+ \triangleq 1/(2DT_s)$ , 搜索区间为  $[f_+, f_{\max}]$ , 搜索步长为  $\Delta_1$ , 估计精度为  $\varepsilon_1$ .

步骤 1 初始化计数器,  $l = 1$ .

步骤 2 将  $f_l = f_+ + (l-1) \cdot \Delta_1$  补偿到式(1)中, 得到补偿后接收序列.

步骤 3 将补偿后的接收序列代入到式(2)中, 得到对应的去调制序列.

步骤 4 将去调制序列代入到式(20)中, 得到对应的  $\phi_l$ .

步骤 5 将  $\phi_l$  代入到式(25)中, 得到对应的  $\xi_l$ .

步骤 6 将  $\xi_l$  取统计平均, 得到对应的  $\bar{\xi}_l$ . (注: 考虑到单次仿真的随机误差)

步骤 7 若  $\bar{\xi}_l > \varepsilon_1$ ,  $l = l + 1$ , 重复步骤 2 ~ 6, 否则,  $f$  取  $f_l$ .

(2) PUW II: 在图 1 中, 前导块的作用是预估计附加频偏  $f$  从而降低参数  $q$  或  $f$  的搜索次数. 首先利用某 DA 估计算法(如 FFT)得到  $f$  的粗估值  $f'$ , 剩余频偏  $\Delta f = f - f'$ , 且满足  $\Delta f \leq \Delta f_{\max} \ll f$  ( $\Delta f_{\max}$  为该估计算法的频率分辨率), 所以  $\Delta f \in [f_+, \Delta f_{\max}]$ . 另外, 由附录 2 可知, 可以采用“二分法”来进一步降低搜索  $q$  的次数. 给定导频间隔  $D$ , 初始搜索频偏  $\Delta f_1 = f_+$ , 频偏搜索步长  $\Delta_2$ ;  $q$  的初始搜索因子  $\Delta'_1 = 0.1$  (经验值); 分两步搜索, 粗搜索的估计精度为  $\varepsilon_1$ , 细搜索的估计精度为  $\varepsilon_2$ .

步骤 1 初始化计数器,  $l = 1$ .

步骤 2 将  $\Delta f_l = f_+ + (l-1) \cdot \Delta_2$  代入到  $q_l = \Delta f_l T_s D$  中, 得到  $q_l$ .

步骤 3 将  $q_l$  和  $\Delta f_l$  代入到式(22)中, 得到  $\phi_l$ .

步骤 4 将  $\phi_l$  代入到式(25)中, 得到  $\xi_l$ .

步骤 5 将  $\xi_l$  取统计平均, 得到  $\bar{\xi}_l$ . (注: 同样要考虑到单次仿真的随机误差)

步骤 6 若  $\bar{\xi}_l > \varepsilon_1$ ,  $l = l + 1$ , 重复步骤 2 ~ 5, 否则,  $\Delta f = \Delta f_l$ , 进入步骤 7.

步骤 7 重置计数器,  $l = 1$ .

**步骤 8** 将  $\Delta'_l = \Delta'_1 \cdot 1/2^{l-1}$  代入到  $q_l = \Delta/T_s D \cdot \Delta'_l$  中,得到  $q_l$ .

**步骤 9** 同步骤 3-5,得到相应的  $\bar{\xi}_l$ .

**步骤 10** 若  $\bar{\xi}_l > \varepsilon_2, l = l + 1$ ,重复步骤 8~9,否则,  $\Delta f$  取  $q_l / (DT_s \Delta'_l)$ .

### 4.2 PUW-SDCC 算法

为了验证 PUW 方法的有效性. 本文仅以采用 PUW II 方法的 SDCC 算法(称作 PUW-SDCC 算法)为例. 假设归一化频偏  $fT_s = 0.45$ ; 根据事实(2), 设定粗搜索的估计精度  $\varepsilon_1 = 2 \times 10^{-4}$ , 细搜索的估计精度  $\varepsilon_2 = 8 \times 10^{-5}$ ; 导频块数  $m = 2$ , 数据块数  $m - 1 = 1$ , 导频符号长度  $L = 25$ , 数据符号长度  $M = 10 \cdot L = 250$ , 导频间隔  $D = 275$ ; 前导符号长度  $L' = 5$ , 预估计采用 5 点的 DFT 算法. 当  $E_b/N_0 = 8\text{dB}$  时, 仿真发现,  $\Delta/T_s \approx 0.05 > 1/(2D) \approx 0.001$ . 由于预估计后的剩余频偏超出了 SDCC 算法的估计范围, 所以该算法就失效了. 然而, 经仿真发现, PUW-SDCC 算法可以估计出该剩余频偏且估计精度能够达到  $4 \times 10^{-5}$ , 见图 4. 图 4 给出了不同频偏下, SDCC 和 PUW-SDCC 算法的 RMSE 曲线. 由此看出, 与 SDCC 算法相比, PUW-SDCC 算法可估计的归一化频偏接近于 0.5; 此外, 在较大频偏下的估计精度仍能够达到 SDCC 算法在  $1/(2D)$  内的估计精度, 见图 4 的局部放大部分.

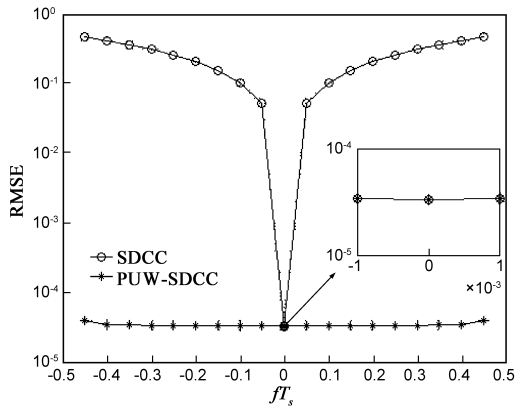


图4 SDCC和PUW-SDCC算法的RMSE曲线

接下来, 从估计精度和复杂度两方面入手, 将本文的 PUW-SDCC 算法与经典大频偏估计算法 M&M<sup>[11]</sup>、AC<sup>[12]</sup> 进行比较和分析. 图 5 给出了当  $E_b/N_0 = 8\text{dB}$  时, 不同频偏下这三种算法的频偏估计 RMSE 曲线. 从图 5 可以看出, 在估计范围相同的条件下, PUW-SDCC 算法的估计精度最高. 另外, 为了统一比较这三种算法的复杂度. 首先假设导频块数为  $m$ , 导频长度为  $L$ ; PUW-SDCC 算法的频偏搜索次数为  $S$ ; AC 算法未考虑频偏更新次数; 这三种算法均未涉及对软信息的使用, 故不需要考虑数据长度  $M$ . 表 1 给出了这三种算法的复杂度情况. 可见, AC 算法的复杂度最高, PUW-SDCC 适中, M&M 复杂度最低.

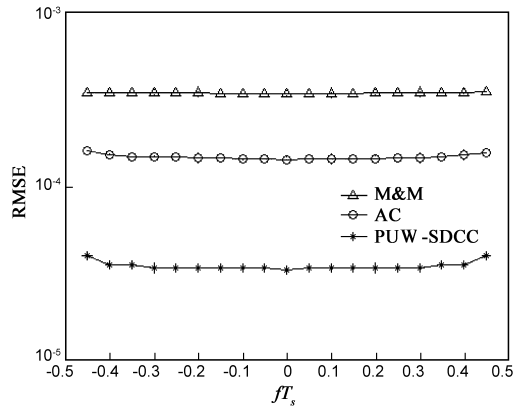


图5 M&M、AC与PUW-SDCC算法的RMSE曲线

表 1 三种算法的复杂度情况

算法	复乘	复加	$O$ -复杂度
AC	$mL(2mL - 6/L + 1)$	$mL(2mL - 60/L + 52)$	$O(m^2 L^2)$
M&M	$mL/2$	$mL/2 - 1$	$O(mL)$
PUW-SDCC	0	$2S(m - 1)(L - 1)$	$O(S \times mL)$

## 5 总结

针对导频符号辅助调制技术的短突发通信系统, 本文提出了一种可消除相位模糊的简化互相关频偏估计算法. 通过利用自相关估计和复信号指数化近似的思想对全部互相关进行双重简化处理, 再借助基于 Monte-Carlo 仿真的相位解模糊方法, 得到了一种可适应大频偏的简化对角互相关算法. 最后的仿真结果表明, 该算法能够估计的归一化频偏可达到 0.5, 同时还具有较高的估计精度和适中的复杂度. 若应用到纠错编码系统, 可适用于低信噪比通信.

## 附录 1

验证式(20). 已知  $\phi_l$  的表达式为:

$$\phi_l = \arg \left\{ \sum_{n=0}^{L-1} e^{j \arg \{ z(n+D) \} - j \arg \{ z(n) \}} \right\} \quad (26)$$

$z(\cdot)$  为式(2)中的去调制序列. 首先对式(2)进行如下处理:

$$z(n) = e^{j(2\pi/T_s n + \theta)} + \gamma(n) = e^{j(2\pi/T_s n + \theta)} [1 + \nu(n)] \quad (27)$$

$\nu(n) = \gamma(n) e^{-j(2\pi/T_s n + \theta)} \triangleq \text{Re} \{ \nu(n) \} + j \text{Im} \{ \nu(n) \}$ , 则  $1 + \nu(n) = 1 + \text{Re} \{ \nu(n) \} + j \text{Im} \{ \nu(n) \} = \sqrt{(1 + \text{Re} \{ \nu(n) \})^2 + \text{Im} \{ \nu(n) \}^2} e^{j \tan^{-1}(\text{Im} \{ \nu(n) \} / (1 + \text{Re} \{ \nu(n) \}))}$ . 当  $E_s/N_0 \gg 1, 1 + \nu(n) \approx e^{j \text{Im} \{ \nu(n) \}}$ , 代入式(27)中, 得  $z(n) \approx e^{j(2\pi/T_s n + \theta + \text{Im} \{ \nu(n) \})}$ , 再代入式(26)中, 可得

$$\phi_l \approx \arg \left\{ e^{j2\pi/T_s D} \sum_{n=1}^{L-1} e^{j(\text{Im} \{ \nu(n+D) \} - \text{Im} \{ \nu(n) \})} \right\} \quad (28)$$

$$\text{令 } \vartheta = \sum_{n=1}^{L-1} e^{j(\text{Im} \{ \nu(n+D) \} - \text{Im} \{ \nu(n) \})} = e^{j(\text{Im} \{ \nu(1+D) \} - \text{Im} \{ \nu(1) \})} +$$

…，则  $\vartheta$  表示由一系列独立同分布噪声叠加而产生的等效复相位。由于  $E_s/N_0 \gg 1$ ，故  $\vartheta \approx e^{j\text{Im}\{\vartheta\}}$ ，并代入式(28)中，即证式(20)。

## 附录 2

验证事实(1)。令  $q = \mu f T_s D$ ，参数  $\mu \in [0, 1]$ 。验证  $q \approx f T_s D$  等价于验证  $\mu \rightarrow 1$ 。假设归一化频偏  $f T_s = 0.45$ ，导频块数  $m = 2$ ，数据块数  $m - 1 = 1$ 。参数  $\mu$  和导频符号间隔  $D = M + L$  均是可变的，图 6 给出了  $E_s/N_0 = 8\text{dB}$  时不同  $\mu$  和  $D$  下，SDCC 算法的频偏估计 RMSE 曲线。从图 6 可以看出，对于不同的  $D$ ，SDCC 算法的 RMSE 在  $\mu \rightarrow 1$  时都取到极小值。再假设  $D = M + L = 25 + 250$ ， $\mu$  和  $f T_s$  均是可变的，图 7 给出了  $E_s/N_0 = 8\text{dB}$  时不同  $\mu$  和  $f T_s$  下，SDCC 算法的频偏估计 RMSE 曲线。如图 7 所示，对于不同的  $f T_s$ ，SDCC 算法的 RMSE 在  $\mu \rightarrow 1$  处也都取到极小值。综上，对于不同的  $D$  或  $f T_s$ ，事实(1)中的经验公式具有普适性(事实上与调制方式也无关)。

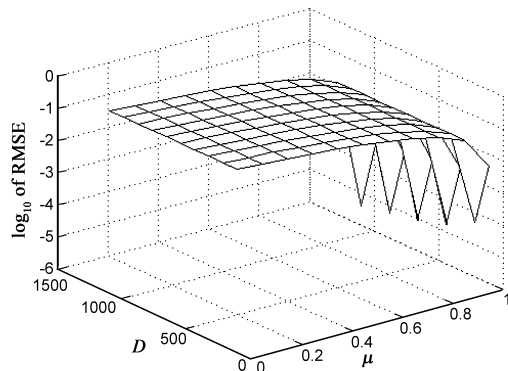


图6 不同 $\mu$ 和 $D$ 下SDCC算法的RMSE曲线

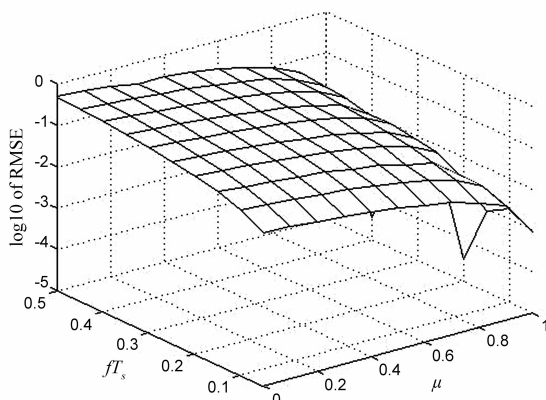


图7 不同 $\mu$ 和 $f T_s$ 下SDCC算法的RMSE

## 参考文献

[1] Farr W. Technology development for high efficiency optical communication [A]. Proceeding of IEEE Aerospace Conference [C]. MT Big Sky; IEEE, 2012. 1 - 8.

- [2] Mengali U, D'Andrea A N. Synchronization Techniques for Digital Receivers [M]. New York: Plenum Press, 1997.
- [3] 孙锦华, 王雪梅, 吴小钧. 短突发传输系统的联合导频和迭代译码载波同步 [J]. 西安电子科技大学学报, 2014, 41(1): 29 - 36.  
Sun Jin-hua, Wang Xue-mei, Wu Xiao-jun. Joint pilot and iterative decoding carrier synchronization for short burst transmission system [J]. Journal of Xidian University, 2014, 41(1): 29 - 36. (in Chinese)
- [4] LUO Wu, LIU An, LIANG Qing-Lin. Three-step carrier frequency offset estimation algorithm for burst-mode communication [J]. Chinese Journal of Electronics, 2010, 19(1): 165 - 169.
- [5] 龚超, 张邦宁, 郭道省. 基于 FFT 的快速高精度载波参数联合估计算法 [J]. 电子学报, 2010, 38(4): 766 - 770.  
GONG Chao, ZHANG Bang-ning, GUO Dao-xing. A quick and accurate union carrier parameter estimation algorithm based on FFT [J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(4): 766 - 770. (in Chinese)
- [6] 孙锦华, 刘鹏, 吴小钧. 联合旋转平均周期图和解调软信息的载波同步方法 [J]. 电子与信息学报, 2013, 35(9): 2200 - 2205.  
Sun Jin-hua, Liu Peng, Wu Xiao-jun. A joint rotational periodogram averaging and demodulation soft information carrier synchronization algorithm [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2013, 35(9): 2200 - 2205. (in Chinese)
- [7] M P Fitz. Further results in the fast estimation of a single frequency [J]. IEEE Trans Commun, 1994, 42(3): 862 - 864.
- [8] M Luise, R Reggiannini. Carrier frequency recovery in all-digital modems for burst-mode transmissions [J]. IEEE Trans Commun, 1995, 43(234): 1169 - 1178.
- [9] Godtmann S, Hadaschik N, Steinert W, Ascheid G. A concept for data-aided carrier frequency estimation at low signal-to-noise ratio [A]. Proceeding of 2008 IEEE International Conference on Communications [C]. Beijing: IEEE, 2008. 463 - 467.
- [10] A Barbieri, G Colavolpe. On pilot-symbol-assisted carrier synchronization for DVB-S2 systems [J]. IEEE Transactions on Broadcasting, 2007, 53(3): 685 - 692.
- [11] U Mengali, M Moerlli. Data-aided frequency estimation for burst digital transmission [J]. IEEE Trans Commun, 1997, 45(1): 23 - 25.
- [12] J Palmer, M Rice. Low-complexity frequency estimation using multiple disjoint pilot blocks in burst-mode communications [J]. IEEE Trans Commun, 2011, 59(11): 3135 - 3145.
- [13] 孙锦华, 韩会梅. 低信噪比下时频联合的载波同步算法

[J]. 西安交通大学学报, 2015, 49(2): 62 - 68.

SUN Jinhua, HAN huimei. Joint time-domain and frequency-domain carrier synchronization algorithm in low signal to noise ratio [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2015, 49(2): 62 - 68 (in Chinese)

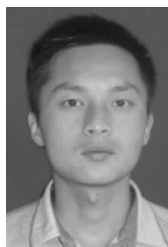
- [14] ESTI EN 302. 307, V1. 2. 1 Digital Video Broadcasting (DVB); Second generation framing structure, channel coding and modulation systems for Broadcasting, Interactive Service, News Gathering and other broadband satellite applications (DVB-S2) [S]. 2009.
- [15] H Lo, D Lee, J A Gansman. A study of non-uniform pilot spacing for PSAM [A]. Proceeding of 2000 IEEE International Conference on Communications [C]. LA New Orleans; IEEE, 2000. 322 - 325.
- [16] S Kay. Fundamentals of Statistical Signal Processing; Estimation Theory [M]. Englewood Cliffs, NJ; Prentice-Hall, 1993.

#### 作者简介



孙锦华 女, 1979 年 2 月出生, 陕西西安人, 博士, 西安电子科技大学副教授, 硕士生导师, 主要研究方向为无线数据传输、突发通信信号处理.

E-mail: jhsun@xidian.edu.cn



余忠洋 男, 1989 年 8 月出生, 安徽六安人. 硕士, 西安电子科技大学在读硕士生, 军事通信学专业. 主要研究方向为无线数据传输、突发通信信号处理.

E-mail: 844767740@qq.com