

基于分簇门限反馈的机会波束成形算法研究

陈兴旺, 许小东

(中国科学院无线光电通信重点实验室, 中国科学技术大学信息科学技术学院, 安徽合肥 230027)

摘 要: 在波束间存在干扰的小区通信场景中, 研究满足反馈用户数约束条件时, 如何有效运用机会波束成形 (ORBF) 算法实现和速率最大化的问题. 针对该问题, 提出了一种基于分簇门限反馈的 ORBF 算法. 首先, 将问题建模为基于反馈用户数约束的和速率最大化优化问题. 然后, 根据用户信噪比信息对小区内各用户进行分簇处理, 并在各簇内利用极值理论工具独立设置反馈门限. 最终, 在分簇基础上构造出多门限反馈的 ORBF 算法. 对算法性能进行理论分析, 获得了和速率损失量上界的闭合表达式以及多用户分集增益的渐进形式. 仿真实验验证了理论分析的正确性, 同时表明, 该算法与经典 ORBF 算法相比, 能够在极大降低反馈量的同时取得很好的和速率性能.

关键词: 机会波束成形; 波束间干扰; 分簇; 反馈门限

中图分类号: TN929.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2016)08-1947-09

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2016.08.025

Orthogonal Random Beamforming Based on Clustering and Feedback Threshold

CHEN Xing-wang, XU Xiao-dong

(Key Laboratory of Wireless-Optical Communications, Chinese Academy of Sciences, School of Information Science and Technology, University of Science and Technology of China, Hefei, Anhui 230027, China)

Abstract: This paper considers how to obtain the maximum sum-rates by using the orthogonal random beamforming (ORBF) technique under the constraint on the average number of feedback users in the context of facing inter-beam interference scenarios. Aiming to solve this problem, a novel ORBF algorithm based on clustering and feedback threshold is proposed. The users are divided into multiple clusters according to their SNRs. The corresponding feedback threshold in each cluster is calculated by the tool of extreme value theory. Finally, the new ORBF algorithm is constructed based on clustering and multiple thresholds. We make some theoretical analysis on the algorithm and derive the upper bound of sum-rates loss; the scaling law of multiuser diversity gain is also exhibited. Simulation results not only verify the validity of our analysis but also show that, when compared with the classical ORBF technique, the proposed algorithm can considerably reduce the feedback load with a good sum-rates performance.

Key words: random beamforming; inter-beam interference; clustering; feedback threshold

1 引言

多输入多输出 (Multiple Input Multiple Output, MIMO) 技术能够在不增加功率和带宽的情况下成倍增加传输速率和大幅度改善链路可靠性, 被公认为能有效缓解频谱资源紧张并提供高速率业务支持的一项关键技术. 大量的研究已经证明, 多用户分集增益可以大幅度地提高 MIMO 系统的容量, 多用户分集技术也已经运用到一些移动通信系统中^[1,2]. 对于 MIMO 广播信道, 脏纸编码

(Dirty Paper Coding, DPC) 可以取得广播信道的容量界^[3], $M \log \log(NK)$, 其中 M 为发射天线数, N 为用户的接收天线数, K 为总的用户数, 但是 DPC 的编/解码过程都非常复杂, 影响其实用性. 因此, 一种次优的迫零波束成形方法^[4] 被提出来并被用于优化广播系统容量. 由于上述方法均要求发射端获取所有用户的完整信道状态信息 (Channel State Information, CSI), 因此系统所需的反馈开销较高, 且随着用户数的增加, 所需反馈量线性增长, 从而导致此类方法难以在实际系统中有效应用.

为了降低反馈开销,许多波束成形方法通过对反馈信息及其数量进行有效控制,研究如何减小有限反馈引起的容量损失.一种方法是对用户反馈信息进行量化^[5,6],从而有效降低反馈量.另一种低反馈开销的波束成形技术是机会波束成形(Orthogonal Random Beamforming, ORBF),本文以下将其称为经典 ORBF 技术^[7].在经典 ORBF 技术中,用户不再反馈完整的 CSI 信息,而是只需要反馈信干噪比(Signal to Interference plus Noise Ratio, SINR)和最优的波束序号.研究表明,当用户趋于无穷时,ORBF 技术可取得与 DPC 具有相同渐进形式的系统容量.值得注意的是,在经典 ORBF 技术中仍需要所有用户参与反馈.为进一步降低反馈量,假设小区内各用户具有相同的接收信号强度(或者说各用户接收信噪比相同),文献[8]提出一种基于门限阈值的反馈机制,即当且仅当用户的 SINR 高于门限阈值时,该用户才参与反馈,否则该用户不反馈任何信息.另一种门限反馈策略通过优化门限阈值,可将反馈用户数从 K 降低到了 $\log(K)$, Diaz 等人还对该策略引入的容量损失进行了细致分析^[9].更进一步,文献[10]设计一种门限策略,可保证参与反馈的用户数始终处于相同量级.文献[11]讨论了当小区内用户具有不同接收信号强度时,基于用户平均信噪比进行用户分簇,然后在簇内设置门限并选择簇间最小门限作为反馈阈值的单门限反馈策略.然而,该策略仅局限于发送端和接收端配置相同天线数的特殊情况,并未考虑收、发端配置不同天线数时,波束间存在干扰的现实问题.

考虑存在波束间干扰的小区场景,本文在文献[11]基础上假设所有接收用户仅配置 1 根接收天线,研究满足反馈用户数约束条件时,如何有效运用 ORBF 算法实现和速率最大化的问题.与文献[11]不同之处在于:(1)本文考虑用户仅配置 1 根接收天线,故接收端无法完全消除其他波束对该用户形成的干扰,因此在分析获得用户 SINR 的基础上提出了相应的分簇新方法;(2)本文提出了一种新的反馈门限设置策略,并基于该策略设计实现一种采用多反馈门限的 ORBF 算法,从而能够在满足反馈用户数约束条件下取得最优和速率.

2 系统模型与问题描述

考虑多用户 MIMO 系统下行链路,基站配置 M 根发射天线, K 个均配置单根天线的用户.根据经典 ORBF 算法,基站产生 M 个正交波束向量 $\phi_m \in \mathbb{C}^{M \times 1}$, ($m = 1, \dots, M$) 并使用这些向量发送 M 个数据流. $s_m(t)$ 表示在 t 时刻第 m 个发送符号,则时刻 t 发送符号向量表示为:

$$\mathbf{s}(t) = \sum_{m=1}^M \phi_m(t) s_m(t) \quad (1)$$

$y_k(t)$ 表示用户 k 的接收信号,即:

$$y_k(t) = \sum_{m=1}^M \sqrt{\rho_k} \mathbf{h}_k^T(t) \phi_m(t) s_m(t) + v_k(t) \quad (2)$$

其中, $\mathbf{h}_k \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 是用户 k 的信道向量, \mathbf{h}_k 的各元素是服从 $\mathcal{CN}(0, 1)$ 独立同分布(i. i. d)的复数,这种假设意味着该信道符合小尺度瑞利衰落. $v_k(t)$ 为服从 $\mathcal{CN}(0, 1)$ 的加性高斯白噪声. ρ_k 表示由路径损耗和阴影衰落等造成的大尺度信道衰落因子,小区内用户位置分布的差异性导致了不同用户所对应的 ρ_k 也不相同.发射功率设定为 1,即: $\mathbb{E}[\mathbf{s}^H \mathbf{s}] = 1$, 因此 ρ_k 同时表示了用户 k 的接收信噪比.为了书写方便,时间变量 t 在下文中将被省略.根据式(2),用户 k 对于第 m 个波束的 SINR 为:

$$\text{SINR}_{k,m} = \frac{|\mathbf{h}_k^T \phi_m|^2}{M/\rho_k + \sum_{i \neq m} |\mathbf{h}_k^T \phi_i|^2} \quad (3)$$

根据文献[12], $\text{SINR}_{k,m}$ 对应的概率密度函数 $f_{\text{SINR}_{k,m}}$ 和累积分布函数 $F_{\text{SINR}_{k,m}}$ 可分别表示为:

$$f_{\text{SINR}_{k,m}}(x) = \frac{e^{-\frac{M}{\rho_k}x}}{(1+x)^M} \left(\frac{M}{\rho_k}(1+x) + M - 1 \right) \quad (4)$$

$$F_{\text{SINR}_{k,m}}(x) = 1 - \frac{e^{-\frac{M}{\rho_k}x}}{(1+x)^{M-1}} \quad (5)$$

经典 ORBF 算法的基本思想是:每个用户反馈最大 SINR 及其对应的波束序号,基站则为每个波束选择具有最大 SINR 的用户进行通信.因此,经典 ORBF 算法可取得的平均和速率(bps/Hz)可以写成:

$$\begin{aligned} R_{\text{sum}} &= \mathbb{E} \left\{ \sum_{m=1}^M \log_2(1 + \max_{1 \leq i \leq K} \text{SINR}_{i,m}) \right\} \\ &= ME \left\{ \log_2(1 + \max_{1 \leq i \leq K} \text{SINR}_{i,m}) \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

相比于经典 ORBF 算法,本文所关注的问题在于:在给定的反馈用户数目约束条件下,如何设计基于门限反馈策略的 ORBF 算法,以最大化系统和速率.此问题模型可表述如下:

$$\max R_{\text{sum}}(\boldsymbol{\tau}), \quad \text{s. t.} \quad \mathcal{F}(\boldsymbol{\tau}) = \lambda \quad (7)$$

其中, $\boldsymbol{\tau}$ 是门限向量, $\mathcal{F}(\boldsymbol{\tau})$ 表示在 ORBF 算法中采用门限反馈策略后的反馈用户数, $R_{\text{sum}}(\boldsymbol{\tau})$ 是采用门限反馈策略后取得的和速率, λ 是期望反馈用户数.

3 基于门限反馈的 ORBF 算法

鉴于各用户接收信噪比之间的差异性,直接求解问题(7)十分复杂.因此,本文借鉴文献[11]的处理思想,提出一种基于分簇门限反馈的 ORBF 算法.该方法对小区内所有用户首先进行分簇,进而将同一簇内的用户近似看成是具有相同的接收信噪比.根据式(4)和式(5)可以看出,此时簇内用户的 SINR 分布将变得相

同,从而降低问题的求解复杂度.在分簇的基础上,该方法设计簇内反馈门限,并在簇间采用不同门限控制反馈用户数.接下来,我们将具体阐述本文提出的算法.

3.1 分簇方法

由于不考虑波束间干扰,文献[11]提出了一种直接根据用户 SNR 的统计信息进行分簇的方法:首先,基站需要得到各用户所反馈 SNR 的统计均值信息,然后根据用户 SNR 均值对用户进行排序.注意到,在基站和用户端配置相同天线数时,关于 SNR 均值的计算较为容易.然而,对于用户端配置单天线、基站多天线的情况,由于波束间干扰的存在,按照文献[11]的分簇方法,必须计算用户的 SINR 均值.由于 SINR 分布的复杂性,这项工作不易实现.因此,本文提出一种基于用户接收信噪比 ρ_k 对用户进行分簇的方法.从式(4)和式(5)容易看出,用户的 SINR 分布主要取决于 ρ_k 的信息,因此用户的 ρ_k 能够在很大程度上表征用户 SINR,说明根据 ρ_k 对用户进行分簇是合理可行的.

具体的分簇方法描述如下:

(1) 基站根据用户之前反馈的 SINR 信息得到用户的平均接收信噪比 $\rho_k^{[12]}$,按照 ρ_k 递增的顺序对用户进行排序,即: $\{\rho_{(1)} \leq \rho_{(2)}, \dots, \leq \rho_{(k)}\}$.

(2) 将排序后的 ρ_k 均匀地分成 N 个簇,这里为了便于讨论,假设总用户数 K 和簇数 N 满足关系: $L = K/N$,则 L 表示各簇内平均用户数.最终得到各簇内用户 ρ_k 的集合: $\{\rho_{(1)}, \rho_{(2)}, \dots, \rho_{(L)}\}, \dots, \{\rho_{((N-1)L+1)}, \rho_{((N-1)L+2)}, \dots, \rho_{(NL)}\}$.

(3) 在各簇内对用户 ρ_k 进行取均值运算,得到各簇内的用户平均 ρ_k ,记为 $\rho_i^{\text{aver}} = (\rho_{(i-1)L+1} + \rho_{(i-1)L+2} + \dots + \rho_{iL})/L, (i=1, \dots, N)$,用 ρ_i^{aver} 来表征第 i 个簇内所有用户的信噪比,则同一簇内用户可以看成是接收信噪比相同的.

经过分簇之后,同一个簇内用户的 SINR 便具有相同的分布,即概率密度函数 $f_{\rho_i^{\text{aver}}}$ 和累计分布函数 $F_{\rho_i^{\text{aver}}}$ 分别与式(4)和式(5)具有相同的表达形式,唯一不同的是用 ρ_i^{aver} 来代替 ρ_k .接下来,本文在分簇的基础上讨论簇内门限的具体设置方法.

3.2 门限设置方法

从和速率的表示式(6)中容易发现: SINR 对系统和速率性能起到了关键作用.由于存在对 SINR 取最大值运算,因此极值理论(Extreme Value Theory, EVT)可以被运用到问题的求解中.为了便于分析说明,下面简要地介绍极值理论中的一些基本概念和结论.

3.2.1 EVT

一组独立同分布的变量 x_1, x_2, \dots, x_L , 其累积分布函数为 F , 令 $A_L = \max(x_1, \dots, x_L)$ 表示变量中的最大值, 则 A_L 的分布为:

$$\begin{aligned} P_r(A_L \leq z) &= P_r(X_1 \leq z, \dots, X_L \leq z) \\ &= P_r(X_1 \leq z) \cdots P_r(X_L \leq z) = F^L(z) \end{aligned} \quad (8)$$

当 $L \rightarrow \infty$ 时, 如果存在常数序列 $a_L > 0$ 和 $b_L \in \mathbb{R}$, 使得 $P_r\{(A_L - b_L)/a_L\} \rightarrow G(z)$, 则 $G(z)$ 收敛于下列三种分布中的一种: Weibull, Gumbel 和 Frechet. 其中, $G(z)$ 服从 Gumbel 分布的充分条件为:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{d}{dx} \frac{1 - F(x)}{f(x)} = 0 \quad (9)$$

各簇内用户 SINR 的概率密度函数 $f(x)$ 和累计分布函数 $F(x)$ 分别如式(4)和式(5)所示, 式(9)很容易得到验证. 因此, 若将请求第 m 个波束的所有用户中的最大 SINR 记为 $\text{SINR}^*(m) = \max_{1 \leq k \leq n_m} \text{SINR}_{k,m}$, 则存在序列 $a_L > 0$ 和 $b_L \in \mathbb{R}$ 使得 $(\text{SINR}^*(m) - b_L)/a_L$ 收敛于 Gumbel 分布, 即: 当 $L \rightarrow \infty$, 对于任意 $x \in \mathbb{R}$, $F^L(a_L x + b_L) \rightarrow \exp(-e^{-x})$. a_L 和 b_L 可以通过如下数学关系式计算得到^[13]:

$$1 - F(b_L) = 1/L \quad (10)$$

和

$$a_L = \frac{1 - F(b_L)}{f(b_L)} \quad (11)$$

因此, 通过求解式(10)和式(11), 可以得到不同簇内的 $a_{i,L}, b_{i,L}, (i=1, \dots, N)$, 其具体表达式为:

$$\begin{cases} a_{i,L} = \frac{(1 + b_{i,L})\rho_i^{\text{aver}}}{(1 + b_{i,L})M + (M-1)\rho_i^{\text{aver}}} \\ b_{i,L} = \frac{(M-1)\rho_i^{\text{aver}}}{M} A - 1 \end{cases} \quad (12)$$

其中 $A = W\left(M \exp\left(\frac{M}{(M-1)\rho_i^{\text{aver}}}\right) L^{\frac{1}{M-1}} / (M-1)\rho_i^{\text{aver}}\right)$

而 $W(*)$ 是 Lambert 函数, 其定义为 $W(x) \exp(W(x)) = x, x \geq -1/e$.

3.2.2 簇内门限设置

文献[14]已经讨论了当用户具有相同 SNR 时, 在给定反馈用户数约束条件下, 通过设置门限来取得最大化和速率的问题, 作者得出了如下理论结果: 如果用户信道为瑞利衰落信道, 当基站发送波束数 $M \geq 2$ 时, 为所有用户设置同一门限值, 便可以在满足反馈约束时取得最大系统和速率. 由于当 $M=1$ 时, 无法获得空间复用增益, 一般情况下, 系统采用多个波束取得的和速率要优于单波束的情况, 因此本文只考虑 $M \geq 2$ 的情况.

在经过分簇后, 由于各簇内用户可以看成是具有相同的 SNR, 基于文献[14]的已有结论, 我们可以通过在各簇内设置单一门限来取得最大系统和速率. 值得注意的是, 在经典 ORBF 算法中, 必须要保证用户之间的调度公平性, 即, 尽量保证各用户被基站调度的概率相同. 因此当给定反馈用户数约束值 λ , 需要确保分配

到各簇内的反馈用户数是相等的,即, $\lambda_i = \lambda/N$, ($i = 1, \dots, N$), 从而来保证用户间的调度公平性.

基于上述分析, 分别在各簇内设置满足约束条件 λ_i 的门限, 便可以求解问题(7). 参考文献[10], 本文设计了一种满足反馈用户数约束条件的单个门限设置方法, 并得出一些新的结论. 由于采用分簇后, 各簇内的用户可以看成信噪比相同, 因此在各簇内将门限设置为^[10]:

$$\tau_i = a_{i,L}x + b_{i,L}, (i = 1, \dots, N) \quad (13)$$

其中 $a_{i,L}$ 和 $b_{i,L}$ 如式(12)所示, x 是一个被设计用来满足反馈约束条件的自由变量.

与文献[9]不同的是: 由于在各簇内分别设置反馈门限, 因此需要设置 N 个门限, 而不再仅仅是单个门限. 考虑到存在 N 个门限并且各簇之间的用户参与反馈的过程是相互独立的, 采用类似于文献[10]中的证明方法(这里省略证明过程), 可以得到如下性质:

性质 1 当用户数趋于无穷时, 系统总的反馈用户数为 MNe^{-x} , 即, 每个波束的平均反馈用户数为 Ne^{-x} . 因此可以通过选择符合 $MNe^{-x} = \lambda$ 的 x 来满足反馈约束条件.

性质 2 当用户数趋于无穷时, 系统的中断概率为 $\exp(-Ne^{-x})$.

从上面两个性质容易发现: 在用户数趋于无穷时, 如果给定反馈用户数约束值 λ 和发送波束数 M , 那么 $Ne^{-x} = \lambda/M$ 便是一个常量. 因此, 分簇个数 N 对系统的中断概率和反馈用户数均无影响. 然而, 当用户数是有限值时, 分簇个数的多少会影响系统的性能, 对系统性能的具体影响将在后文进行详细讨论.

3.3 算法步骤

综上所述, 在采用分簇和门限反馈策略的基础上, 本文提出了一种基于分簇门限反馈的 ORBF 算法, 算法的具体步骤描述如下:

(1) 对用户进行分簇. 基站利用用户所反馈的 SINR 信息, 根据所提出的分簇方法对用户进行分簇.

(2) 在各簇内计算得到门限集合 $\{\tau_1 \leq \tau_2 \leq \dots \leq \tau_N\}$. 基站根据 ρ_k, L 以及 λ 等参数按照介绍的门限设置方法计算得到各簇内门限.

(3) 在训练阶段, 基站首先生成 M 个符合各向同性分布(Isotropic Distribution)的正交波束 $\{\mathbf{w}_k\}_{k=1}^M$, 然后广播这些波束所产生的训练符号; 同时, 基站将已经得到的门限集合进行广播并将各用户所属簇标号发送给对应用户(例如, 在 LTE 系统中, 可以通过物理下行链路控制信道(PDCCH)来完成对各用户所属簇标号的发送工作).

(4) 小区内各用户计算对应于每个波束的信干噪比 $\text{SINR}_{k,\hat{m}}$ 并得到最大波束所对应的 SINR 和波束标号

$\langle \text{SINR}_{k,\hat{m}}, \hat{m} \rangle$, 其中 $\hat{m} = \arg \max_{1 \leq m \leq M} \text{SINR}_{k,m}$; 用户根据接收到的门限集合以及所属簇标号 j ($1 \leq j \leq N$), 选择与簇标号对应的门限 τ_j ; 用户将 $\text{SINR}_{k,\hat{m}}$ 与 τ_j 相比较, 当且仅当 $\text{SINR}_{k,\hat{m}} \geq \tau_j$ 时, 用户向基站反馈 $\langle \text{SINR}_{k,\hat{m}}, \hat{m} \rangle$, 否则用户不反馈任何信息.

(5) 基站根据接收到的用户反馈信息, 为每一个波束选择最优的用户. 假设有 n_m 个用户请求第 \hat{m} 个波束, 则基站可以在 n_m 个用户中选择具有最大 SINR 的用户 \hat{k} 进行通信, 即: $\hat{k} = \arg \max_{1 \leq k \leq n_m} \text{SINR}_{k,\hat{m}}$.

4 性能分析

4.1 和速率损失量

与经典 ORBF 算法相比, 本文所提出的算法存在和速率损失量的主要原因是: 由于反馈门限的设置, 对于某些波束, 可能发生无用户请求的情况, 从而发生中断事件, 导致和速率损失. 一般而言, 随着分簇数的增加, 一方面, 簇内用户的 SNR 差异性降低, 用 SNR 的均值来表征所有用户 SNR 也更加合理; 另一方面, 降低了具有低 SNR 用户的反馈门限值, 使得这部分用户具有更高的概率参与反馈, 这两方面原因使得和速率损失量减少. 在本小节中, 我们将要分析采用分簇门限反馈所导致的和速率损失.

当中断事件发生时, 基站无法为波束选择一个合适的用户进行通信, 因而导致和速率损失. 其中, 中断概率 $P_L(K)$ 在性质 2 中已经给出: $P_L(K) = \exp(-Ne^{-x}) = \exp(-\lambda/M)$.

假设在第 i 个簇内, 请求第 m 个波束的所有用户中具有的最大 SINR 为 Z_i , 则 $Z_i = \max_{1 \leq k \leq L} \text{SINR}_{k,m}^i$ ($i = 1, \dots, N$), 其中 $\text{SINR}_{k,m}^i$ 表示第 i 个簇内用户 k 对应于第 m 个波束的 SINR. 在各簇内的 Z_i ($i = 1, \dots, N$) 中选取对于第 m 个波束的最大值, 记为 $Z_{(1)} = \max\{Z_1, Z_2, \dots, Z_N\}$. 根据 ORBF 技术中采用的和速率最大化调度策略, 和速率损失量可以表示为:

$$\Delta R(K, N, M, \lambda) = ME \{\log_2(1 + Z_{(1)})\} P_L(K) \quad (14)$$

对于 $\Delta R(K, N, M, \lambda)$ 的计算, 关键是如何求得 $E \{\log_2(1 + Z_{(1)})\}$. 本文借助于极值理论及顺序统计(order statistics)中的部分结论来求解, 求解过程中主要用到下面两个定理.

定理 1^[15] 一组随机变量 Z_1, Z_2, \dots, Z_L , 令 $Z_{(1)} = \max(Z_1, Z_2, \dots, Z_L)$ 表示变量中的最大值, 如果 $(Z_{(1)} - \mu)/\sigma$ 收敛于标准的 Gumbel 分布, 则随机变量的均值和方差分别为 μ 和 σ , 可以通过如下关系式求得:

$$\mu = F^{-1}\left(1 - \frac{1}{L}\right) \quad (15)$$

$$\sigma = F^{-1}\left(1 - \frac{1}{Le}\right) - \mu \quad (16)$$

定理 2^[16] 随机变量 Z_1, Z_2, \dots, Z_N 的均值和方差分别为 $\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N)$ 和 $\sigma^2 = (\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_N^2)$, 则随机变量中的最大值 $Z_{(1)}$ 的期望值上界为:

$$E\{Z_{(1)}\} \leq \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{\mu_i + \sqrt{(\mu_i - T)^2 + \sigma_i^2}}{2} \right\} + \frac{(2-N)T}{2} \triangleq \mu_{z_{(1)}} \quad (17)$$

其中 $T = \max_{1 \leq j \leq N} \left\{ \mu_j + \frac{N-2}{2\sqrt{N-1}}\sigma_j \right\}$.

根据定理 1, 可以求得各簇内用户 SINR 的均值和方差, 即 μ_i 和 σ_i ($i = 1, \dots, N$). 然后, 根据定理 2 中 $E\{Z_{(1)}\}$ 的上界表达式 (17) 以及杰森不等式. 最终, 求得和速率损失量上界的表达式, 可以写成:

$$\begin{aligned} \Delta R(K, N, M, \lambda) &= ME\{\log_2(1 + Z_{(1)})\} P_L(K) \\ &\leq M\{\log_2(1 + E\{Z_{(1)}\})\} P_L(K) \\ &\leq M \log_2(1 + \mu_{z_{(1)}}) e^{-\frac{\lambda}{M}} \end{aligned} \quad (18)$$

根据和速率损失量表达式 (18), 本文还可以得出如下新结论.

定理 3 给定 M, N 及 λ , 和速率损失量 $\Delta R(K, N, M, \lambda)$ 随着用户数 K 的增加而增加.

证明 从 $\Delta R(K, N, M, \lambda)$ 的表达式 (18) 容易看出, 当给定 M, N 及 λ 以后, 随用户数 K 的增加而变化的只有 $\mu_{z_{(1)}}$, 因此接下来我们只需要讨论 $\mu_{z_{(1)}}$ 是否是 K 的单调递增函数. 由于 $L = K/N$, 所以问题转化为 $\mu_{z_{(1)}}$ 是否是 L 的单调递增函数. 根据式 (15) 和式 (16), 可以看出均值和方差的计算均涉及 Lambert 函数. 由于 Lambert 函数的计算较为复杂, 为了计算方便, 我们利用文献 [17] 给出的一种 Lambert 函数的近似表达式, 即:

$$W(x) \approx a \log_2(x + b) + c \quad (19)$$

其中 $a = 0.4264, b = 0.6683, c = 0.2547$.

将式 (12)、(19) 代入式 (15)、(16) 便可以求出各簇内的 μ_i 和 σ_i . 这里为了书写方便, 用 B 来表示式 (12) 中的部分常数项, 即 $B = M \exp(M / ((M-1)\rho_i^{\text{aver}})) / \{(M-1)\rho_i^{\text{aver}}\}$, 则可以求得均值和方差值, 分别表示为:

$$\begin{cases} \mu_i = -1 + (M-1) \frac{\rho_i^{\text{aver}}}{M} (a \log_2(BL^{\frac{1}{M-1}} + b) + c) \\ \sigma_i = a(M-1) \frac{\rho_i^{\text{aver}}}{M} (\log_2(B(Le)^{\frac{1}{M-1}} + b) - C) \end{cases} \quad (20)$$

其中 $C = \log_2(AL^{1/(M-1)} + b)$.

接下来, 分别计算 μ_i 和 σ_i 对 L 的导数, 容易求得 $\frac{\partial \mu_i}{\partial L}$

$> 0, \frac{\partial \sigma_i}{\partial L} > 0$, 这意味着 μ_i 和 σ_i 均是 L 的单调递增函数.

构造函数 $f_1(z) = z + \sum_{i=1}^N \left\{ \mu_i - z + \sqrt{(\mu_i - z)^2 + \sigma_i^2} \right\} / 2$, 容易

发现该函数满足 $f_1(T) = \mu_{z_{(1)}}$. 寻找满足 $\frac{\partial f_1(z)}{\partial z} \geq 0$ 的条

件, 通过对 $f_1(z)$ 求导可以得到 $\frac{\partial f_1(z)}{\partial z} = \sum_{i=1}^N$

$\frac{z - \mu_i}{2\sqrt{(\mu_i - z)^2 + \sigma_i^2}} + \frac{2-N}{2}$ ($i = 1, \dots, N$), 由于要满足

$\frac{\partial f_1(z)}{\partial z} \geq 0$, 因此只需要 $(z - \mu_i) / \sqrt{(\mu_i - z)^2 + \sigma_i^2} \geq (N$

$-2) / N$ ($i = 1, \dots, N$), 进一步化简可以表示成:

$$z \geq \mu_i + \sigma_i(N-2) / 2\sqrt{N-1} \quad (i = 1, \dots, N)$$

因此当取

$$z^* = \max_{1 \leq i \leq N} \left\{ \mu_i + (N-2)\sigma_i / (2\sqrt{N-1}) \right\}$$

即 $z^* = T$ 时, 显然满足 $\frac{\partial f_1(z^*)}{\partial z} \geq 0$. 这便意味着 $\mu_{z_{(1)}}$ 是 T 的单调递增函数.

由于 μ_i 和 σ_i 均是 L 的单调递增函数, 所以容易得到: T 是 L 的单调递增函数. 最终, 得到结论: $\mu_{z_{(1)}}$ 是 L 的单调递增函数, 即, $\Delta R(K, N, M, \lambda)$ 是 K 的单调递增函数. 证毕.

4.2 多用户分集增益

本节将要分析基于分簇门限反馈的 ORBF 算法所取得的多用户分集增益性能. 多用户分集增益可以表示为当用户数趋于无穷时, 算法取得的和速率与用户数之间的渐进关系. 基于分簇门限反馈的 ORBF 算法取得的和速率 $R(K, N, M, \lambda)$ 可以写成:

$$R(K, N, M, \lambda) = R(K) - \Delta R(K, N, M, \lambda) \quad (21)$$

其中, $R(K)$ 为经典 ORBF 算法取得的和速率, $\Delta R(K, N, M, \lambda)$ 为所提出算法的和速率损失量.

针对于式 (21), 当用户数趋于无穷时, 和速率具有如下性质.

定理 4 给定 N, M 和 λ , 基于分簇门限反馈的 ORBF 算法取得的和速率 $R(K, N, M, \lambda)$ 满足:

$$\lim_{K \rightarrow \infty} \frac{R(K, N, M, \lambda)}{M \log_2 \log_2 K} = 1 - e^{-\frac{\lambda}{M}} \quad (22)$$

证明 文献 [7] 已经证明经典 ORBF 算法所取得的和速率 $R(K)$ 满足 $\lim_{K \rightarrow \infty} R(K) / (M \log_2 \log_2 K) = 1$, 因此

对定理 4 的证明可以转化为只需要证明 $\lim_{K \rightarrow \infty} \Delta R(K, N,$

$M, \lambda) / (M \log_2 \log_2 K) = e^{-\frac{\lambda}{M}}$. 将式 (17) 代入式 (18) 得到

$$\Delta R(K, N, M, \lambda) = M e^{-\frac{\lambda}{M}} \log_2 \left\{ 1 + \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{D}{2} \right\} + E \right\} \quad (23)$$

其中, $D = \mu_i + \sqrt{(\mu_i - T)^2 + \sigma_i^2}, E = T(2 - N) / 2$.

进一步将式 (20) 中的 μ_i 和 σ_i 代入式 (23), $K \rightarrow \infty$, 容易得到 $\lim_{K \rightarrow \infty} \mu_i = a \rho_i^{\text{aver}} / M \log_2 L, \lim_{K \rightarrow \infty} \sigma_i = 0, \lim_{K \rightarrow \infty} T =$

μ_i . 接下来,在对式(23)的求解过程中忽略部分常数项,经过进一步化简之后可得:

$$\begin{aligned} & \lim_{K \rightarrow \infty} \Delta R(K, N, M, \lambda) \\ &= \lim_{K \rightarrow \infty} M \log_2 \left(N(M-1) \frac{\rho_i^{\text{aver}}}{M(M-1)} a \log_2 L \right) e^{-\frac{\lambda}{M}} \\ &= \lim_{K \rightarrow \infty} M \log_2 (\log_2 K/N) e^{-\frac{\lambda}{M}} \\ &= \lim_{K \rightarrow \infty} M \log_2 \log_2 K e^{-\frac{\lambda}{M}} \end{aligned} \quad (24)$$

将式(24)代入可知:

$$\lim_{K \rightarrow \infty} \frac{\Delta R(K, N, M, \lambda)}{M \log_2 \log_2 K} = \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{M \log_2 \log_2 K e^{-\frac{\lambda}{M}}}{M \log_2 \log_2 K} = e^{-\frac{\lambda}{M}} \quad (25)$$

证毕.

根据定理4,当给定 N, M 及 λ , 当用户数趋于无穷时,基于分簇门限反馈的 ORBF 算法所取得和速率的渐进形式为 $(1 - e^{-\lambda/M}) M \log_2 \log_2 K$. 这意味着,采用分簇门限反馈的 ORBF 算法能取得最优和速率的部分性能 $1 - e^{-\lambda/M}$. 实际上, $e^{-\lambda/M}$ 正是当用户数趋于无穷时系统的中断概率 $P_l(K)$, 这与本文前面部分提到的关于和速率损失主要是由中断事件造成的结论相一致.

5 仿真实验

本节将通过蒙特卡罗仿真实验来检验所提出的基于分簇门限反馈的 ORBF 算法性能. 仿真时假设基站配置4根发射天线,用户端配置单根天线,信道为瑞利衰落信道,用户的 SNR 均匀分布在 $[0, 10]$ dB, 发射波束数等于发送天线数,即 $M=4$.

5.1 检验分簇门限反馈策略

分簇门限反馈策略的正确性验证主要是通过验证所采用的门限设置方法是否满足约束条件来实现,具体可以分为两种情况分别检验. 情况1: λ 取值仅受分簇数影响;情况2: λ 取值恒定不变.

情况1 由于理论分析已给出关系式 $\lambda = NMe^{-x}$, 因此为了达到取不同 λ 的目的,一种方法是保持分簇数 N 不变、改变 x ; 另一种方法是改变 N 、保持 x 不变. 显然单纯的改变 x 而保持 N 不变较为简单并且无法反应出不同分簇个数对算法的影响. 因此在仿真中,我们选择采用不同分簇数 N 来改变 λ . 令 $x=0$, 则 $\lambda = NMe^{-x} = 4Ne^0 = 4N$. 很明显,此时 λ 会随着 N 的变化而改变. 图1给出了在不同约束条件下,反馈用户数与总用户数的关系曲线. 根据性质1,每个波束的平均反馈用户数的理论分析值为 $Ne^{-x} = Ne^0 = N$. 从该曲线中容易看出仿真值与理论分析结果一致,从而验证了当约束条件 λ 取不同值时,门限反馈策略能够满足指定约束条件.

情况2 由于 λ 给定,此时的 x 不再保持不变而是随着 N 的改变而变化,满足 $MNe^{-x} = \lambda$. 仿真中取 $\lambda = 16$, 则每个波束的平均反馈用户数理论值为 $Ne^{-x} = 4$,

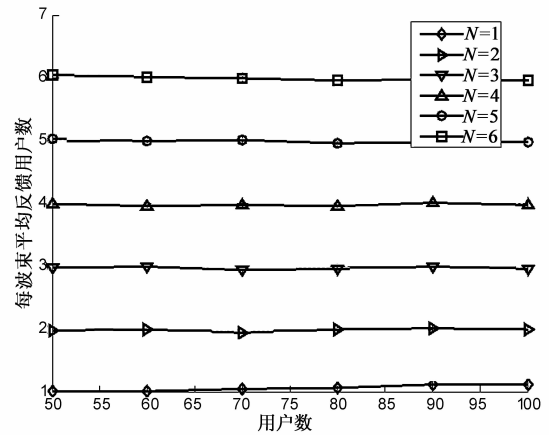


图1 取不同 λ 值时,反馈用户数与用户数的关系曲线

仿真结果如图2所示. 从图中可以看出,随着用户数的增加,仿真结果逐渐趋近于理论分析值. 综合图1和图2的仿真结果,可以得出结论:所采用的分簇门限反馈的方法,可以很好的满足反馈用户数约束条件.

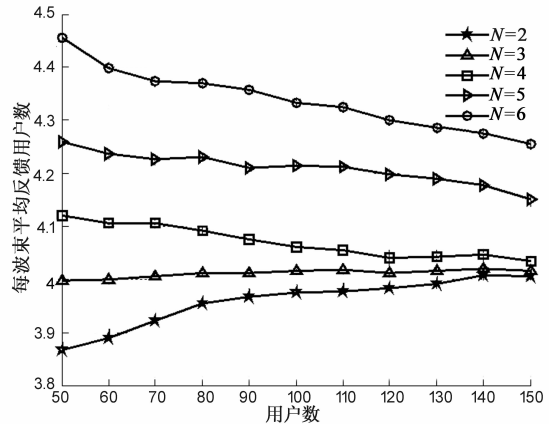


图2 λ 值给定,取不同分簇数时的反馈用户数

5.2 检验和速率损失量

为了验证新算法的和速率损失量,也可以依前一小节分为两种情况分别讨论,即,情况3和情况4,仿真结果分别如图3和图4所示.

情况3 在本次仿真仿真中,依然取 $x=0$, 则对应的 $\lambda = MNe^{-x} = 4N$, 仿真结果如图3所示. 从图中曲线可以得到以下三点结论:首先,对于不同的分簇数目,随着用户数的增加,和速率损失值的仿真结果与理论分析上界逐渐逼近;即使在用户数较少时,仿真值仍然与分析值比较接近,从而验证了关于和速率损失量理论分析值的正确性. 其次,和速率损失量随着用户数 K 的增加而增加,验证了定理3的正确性. 最后,可以看出和速率损失量随着反馈用户数的增加而减少,即,随着 N 的增大而减少. 究其原因,可能是由于增大反馈用户数 λ , 意味着更多的用户参与反馈,这样则降低了系统中

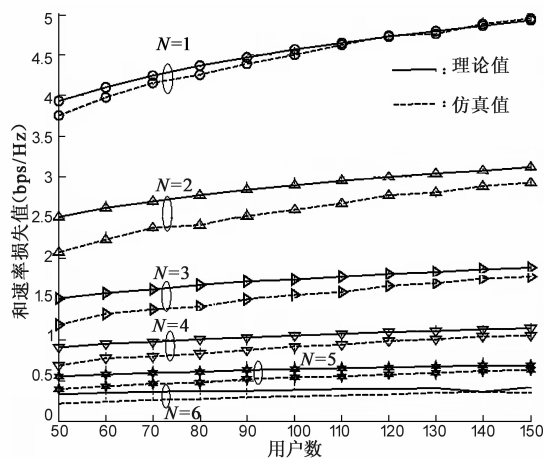


图3 不同反馈用户数约束下和速率损失量比较

断概率,从而使得和速率损失量降低。

情况 4 本次实验中令 $\lambda = 16$, 即每个波束反馈 4 个用户, 仿真结果如图 4 所示。

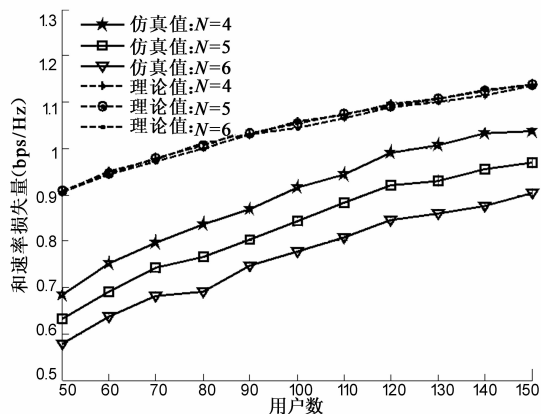


图4 λ 给定,取不同分簇数时,和速率损失量曲线

从图中曲线可以看出:

首先,随着用户数的增加,仿真值逐渐逼近于理论值,验证了关于和速率损失量理论分析的正确性。

其次,对于给定的用户数,随着分簇数增加,和速率损失量逐渐减少. 原因为,从图 2 中可以看出,当分簇数较大时,平均反馈用户数也较多,较多的用户参与反馈降低了系统中断概率,所以造成的和速率损失量也较小。

最后,和速率损失量随着用户数 K 的增加而增加,再次验证了定理 3 的正确性。

5.3 调度公平性

由于 ORBF 算法要求在获得较高和速率的同时,必须要保证用户被调度的公平性,因此,本次实验从用户调度公平性方面着手,将基于分簇门限反馈的 ORBF 算法与经典 ORBF 算法进行了仿真比较。

仿真中,用户数 $K = 100$, 仍取 $x = 0$, 则 $\lambda = NM e^{-x} =$

$4N$. 另外,在 $[0, 10]$ dB 范围内均匀产生用户的 SNR 并在整个仿真过程中始终保持不变,仿真结果如图 5 所示. 图 5 按照如下方式展示实验结果:首先根据用户 ρ_k 按照递增顺序进行排序,然后将用户分为 10 个区间段,则属于区间段 1 的用户具有较低的 ρ_k ,而区间段 10 内的用户具有较高的 ρ_k ;当采用不同的 N 时,分别统计各区间段内的用户被调度的次数和,进而求出各区间段内用户被调度次数占总调度次数的比例,最终求出被调度的概率. 从图 5 中可以得出以下结论:一方面,当分簇数较低时 ($N = 1, 2$) 时,会给调度公平性带来一定的影响,其主要原因在于,当 $N = 1, 2$ 时,对于低 ρ_k 的用户而言,替代用户的平均 ρ_i^{aver} 较大,将使得求得的门限值较大,因而用户达不到门限值的概率较大,降低了具有低 SNR 用户的调度概率;同理,对于高 ρ_k 的用户而言, ρ_i^{aver} 较小,从而使得更多的用户有机会参与反馈,增大了调度概率;另一方面,随着分簇数的增加,基于分簇门限反馈的 ORBF 算法在用户的调度公平性方面与经典 ORBF 算法基本相同,即:分簇门限的引入不会影响用户之间的调度公平性。

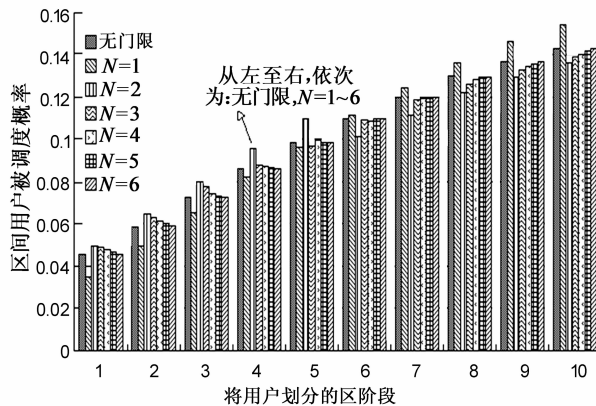


图5 用户调度公平性

5.4 检验多用户分集增益

针对多用户分集增益性能,本实验将基于分簇门限反馈的 ORBF 算法与经典 ORBF 算法进行了比较,仿真结果如图 6 所示。

此次仿真实验中取 $x = 0$, 则每个波束的平均反馈用户数为 $\lambda/M = N e^{-x} = N$. 从图中可以看出,当每个波束的平均反馈用户数取不同值时,基于分簇门限反馈的 ORBF 算法与经典 ORBF 算法所取得的和速率比值情况. 由于经典 ORBF 算法取得的和速率 $R(K)$ 的渐进形式为 $\lim_{K \rightarrow \infty} R(K)/(M \log_2 \log_2 K) = 1$, 所以和速率的比值便反映了算法的多用户分集增益性能. 其中,图中的理论值即为 $1 - e^{-\lambda/M}$. 从仿真结果还可以得出以下结论: (1) 当 $N \geq 2$ 时,仿真值与理论值非常接近,验证了关于多用户分集增益理论分析的正确性. 注意到,当分簇数

$N = 1$, 即未采用分簇时, 仿真值与理论值误差较大, 其主要原因可能是由于未采用分簇, 使用用户平均 SNR 来表征所有用户的 SNR, 导致误差较大, 从而影响门限设置的合理性, 降低了新算法取得的和速率. (2) 当每个波束的平均反馈用户数取 4 时, 新算法取得的和速率是经典 ORBF 算法的 98%, 并且和速率值会随着反馈用户数约束值的增多而进一步增加. 这意味着新算法能够在几乎不造成和速率损失的同时, 极大地降低反馈量, 例如, $K = 100$ 时反馈量降低了 84%, 而 $K = 150$ 时则降低了 90%.

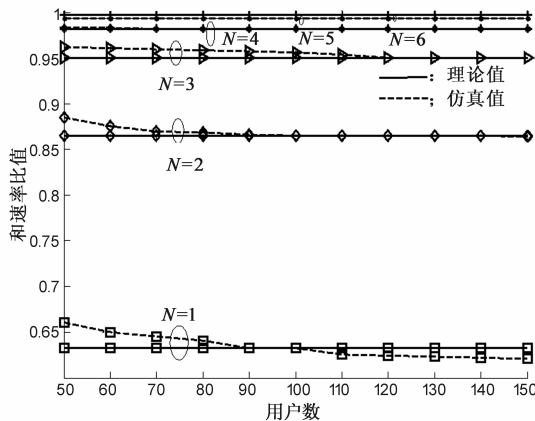


图6 不同反馈用户数时, 多用户分集增益性能

6 结束语

本文考虑存在波束间干扰的小区场景, 研究满足反馈用户数约束条件时, 如何有效运用 ORBF 算法实现和速率最大化的问题, 为了降低问题直接求解的复杂度, 本文采用一种基于用户信噪比信息的分簇方法, 并依据极值理论, 在各簇内设置反馈门限. 在此基础上, 本文提出了一种基于分簇门限反馈的 ORBF 算法. 通过对算法性能的深入分析, 我们使用极值理论和次序统计中的相关知识获得了该算法的和速率损失量闭合表达式以及多用户分集增益的渐进形式. 仿真结果表明, 新算法能够在有效控制反馈量的前提下带来几乎可忽略的和速率损失. 需要指出的是, 本文虽然仿真了分簇数对系统性能(和速率, 公平性)的影响, 发现系统性能随着分簇数的增加而得到改善. 但是, 系统性能是否会随着分簇数的增加而得到持续改善以及如何来确定最优的分簇数, 均需要理论依据, 值得进一步研究. 另外, 本文的讨论仅限于单小区场景, 并未考虑小区间干扰, 因此, 在多小区场景下如何通过门限反馈策略降低反馈开销值得进一步深入探讨.

参考文献

[1] Wang M, Li F, Evans J S. Opportunistic beamforming with

precoder diversity in multi-user MIMO systems [A]. Proceedings of IEEE Vehicular Technology Conference [C]. Dresden; IEEE, 2013. 1 - 5.

[2] 胡封晔, 王树勋, 孙晓颖, 郭纲. MIMO-OFDM 系统的自适应多用户分集及性能分析 [J]. 电子学报, 2008, 36 (7): 1324 - 1328.

HU Feng-ye, WANG Shu-xun, SUN Xiao-ying, GUO Gang. The adaptive multi-user diversity and performance analysis based on MIMO-OFDM system [J]. Acta Electronica Sinica, 2008, 36(7): 1324 - 1328. (in Chinese)

[3] Weingarten H, Steinberg Y, Shamai S. The capacity region of the Gaussian multiple-input multiple-output broadcast channel [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(9): 3936 - 3964.

[4] Yoo T, Goldsmith A. On the capacity of multiantenna broadcast scheduling using zero-forcing beamforming [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2006, 24(3): 528 - 541.

[5] Wang Q, Feng H, Cimini L J. Comparison of quantization techniques for downlink multi-user MIMO channels with limited feedback [J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2014, 3(2): 165 - 168.

[6] Bayesteh A, Khandani A K. Asymptotic analysis of the amount of CSI feedback in MIMO broadcast channels [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2012, 58(3): 1612 - 1629.

[7] Sharif M, Hassibi B. On the capacity of MIMO broadcast channel with partial side information [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2005, 51(2): 506 - 522.

[8] Pugh M, Rao B D. Reduced feedback schemes using random beamforming in MIMO broadcast channels [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(3): 1821 - 1832.

[9] Diaz J, Simeone O, Bar-Ness Y. Asymptotic analysis of reduced-feedback strategies for MIMO Gaussian broadcast channels [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2008, 54(3): 1308 - 1316.

[10] Samarasinghe T, Inaltekin H, Evans J. The feedback-capacity tradeoff for opportunistic beamforming [A]. Proceedings of IEEE International Conference on Communications [C]. Kyoto; IEEE, 2011. 1 - 6.

[11] Li J H, Su H J. Feedback reduction for MIMO broadcast channel with heterogeneous fading [A]. Proceedings of IEEE Symposium on Computers and Communications [C]. Kerkyra; IEEE, 2011. 573 - 578.

[12] Huang Y, Rao B D. Random beamforming with heterogeneous users and selective feedback; individual sum rate and individual scaling laws [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2013, 12(5): 2080 - 2090.

- [13] David H A, Nagaraja H N. Order Statistics [M]. New York, USA; John Wiley & Sons, 2003. 79 – 126.
- [14] Samarasinghe T, Inaltekin H, Evans J. Optimal selective feedback policies for opportunistic beamforming [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2013, 59(5): 2897 – 2913.
- [15] Haan L, Ferreira A. Extreme Value Theory: An Introduction [M]. New York, USA; Springer, 2006. 207 – 230.
- [16] Bertsimas D, Natarajan K, Teo C P. Tight bounds on expected order statistics [J]. Probability in the Engineering and Informational Sciences, 2006, 20(4): 667 – 686.
- [17] Moon S H, Lee S R, Lee I. Sum-rate capacity of random beamforming for multi-antenna broadcast channels with other cell interference [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2011, 10(8): 2440 – 2444.

作者简介



陈兴旺 男, 1988 年生, 安徽宿州人, 中国科学技术大学硕士研究生, 研究方向为 MIMO 预编码技术、通信信号处理.

E-mail: cxwang@mail.ustc.edu.cn



许小东 男, 1976 年生, 安徽无为, 中国科学技术大学电子工程与信息科学系副教授, 研究方向为宽带无线通信系统与信号处理.

E-mail: xdxu@ustc.edu.cn