一种求解冰壶比赛对阵多约束问题的逐层优化算法

丁 蕊[1,2],董红斌[1],邢 薇[1],刘文杰[1],孔 飞[1]
(1.哈尔滨工程大学计算机科学与技术学院,黑龙江哈尔滨 150001;
2.牡丹江师范学院计算机与信息技术学院,黑龙江牡丹江 157012)

摘 要: 冰壶比赛对阵编排问题是一个难于收敛的多约束优化问题.为此提出一种求解此类问题的逐层优化的单亲遗传算法.首先将待求解问题的多个约束进行分层;其次设计了靶向自交叉算子进行第一层优化以提高搜索效率,设计了定点-随机自交叉算子进行第二层优化以保持种群的多样性;最后,将改进的算法用于解决冰壶比赛对阵编排的多约束优化问题,构建了该问题的适应度函数.仿真实验表明,与粒子群算法和经典遗传算法相比,所提算法能够有效求解冰壶比赛对阵编排的多约束优化问题.

关键词: 冰壶对阵多约束优化;单亲遗传算法;逐层优化;靶向自交叉;定点-随机自交叉
中图分类号: TP18 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2017)03-0632-06
电子学报 URL: http://www.ejournal.org.cn **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2017.03.019

An Hierarchic Optimization Algorithm for Curling-Match Multi-constrained Problem

DING Rui[1,2],DONG Hong-bin[1],XING Wei[1],LIU Wen-jie[1],KONG Fei[1]
(1. *College of Computer Science and Technology*,*Harbin Engineering University*,*Harbin*,*Heilongjiang* 150001,*China*;
2. *School of Computer and Information Technology*,*Mudanjiang Normal University*,*Mudanjiang*,*Heilongjiang* 157000,*China*)

Abstract: Curling-match design is a multi-constraint optimization problem which is hard to be converged. Therefore, a hierarchic optimization partheno-genetic algorithm is proposed. First, multiple constraint of the problem is layered; then, the targeted self-crossover operator is designed in the first layer optimization to ensure the convergence of the algorithm, while the fixed-random self-crossover operator is designed in the second layer optimization to maintain diversity of the population appropriately; finally, the proposed algorithm is used to solve the problem of curling-match design after building its fitness functions. Compared with the particle swarm algorithm and genetic algorithm, the simulation results demonstrate that the designed algorithm can solve the problem more efficiently.

Key words: curling-match multi-constrained optimization; partheno-genetic algorithm; hierarchic optimization; targeted self-crossover; fixed-random self-crossover

1 引言

冰壶比赛对阵编排问题是一个多约束条件下的组合优化问题[1].目前国内外对冰壶比赛对阵方案的设计还没有实现自动化,也没有相关成果发表,比赛的对阵方案仍旧由裁判专家手工完成.为实现冰壶比赛对阵编排的自动化,我们已尝试使用多种方法:使用贪心算法[2]进行冰壶比赛对阵方案的自动设计,但没有得到过最优解;将枚举法与贪心算法结合,通过对各种限制条件做剪枝,能得到一个相对较好的解,但解的质量不高,有时甚至不能满足问题的强制性约束;使用粒子群算法优化,得到的最优解也仅能满足强制性约束;使用经典遗传算法求解问题,尽管算法有时能找到问题最优解,但更多时候,即使不考虑收敛速度慢的问题,经

收稿日期:2015-08-03;修回日期:2016-02-23;责任编辑:覃怀银
基金项目:国家自然科学基金资助项目(No.61472095,No.61272186);黑龙江省教育厅智能教育与信息工程重点实验室开放基金支持;牡丹江师范学院青年项目(No.QY2014003,No.QN201603)

典遗传算法也常因未成熟收敛以及算法自身的欺骗问题而找不到最优解.

单亲遗传算法[3] (Parthenon Genetic Algorithm, PGA)是全部遗传操作[4]都在一个个体上进行的遗传算法,便于在遗传操作过程中处理约束条件,适于处理多约束的组合优化问题. 逐层优化[5]是将约束条件众多的复杂优化问题逐层优化,以降低问题的复杂程度,提高算法效率[6]. 本文使用改进的单亲遗传算法,构造了求解复杂多约束组合优化问题的逐层优化模型;针对冰壶比赛对阵方案编排问题设计相应的适应度函数,并进行逐层优化;在单亲遗传算法中设计靶向自交叉算子和定点-随机自交叉算子,提高算法的收敛速度;实验证明逐层优化的改进型单亲遗传算法能够有效处理冰壶比赛对阵编排的复杂多约束组合优化问题.

2　基础知识

2.1　冰壶比赛对阵编排问题描述

冰壶比赛方案编排问题中的约束条件包括[7]:(1)保证比赛轮次数最小;(2)同一轮次中同一队伍只能参加一场比赛;(3)为避免"主场"优势,参赛队不应在同一赛道连续比赛两场;(4)参赛队平均分配场地;(5)赛道均匀使用;(6)同一队伍不在同一赛道连续使用同色壶;(7)参赛队伍使用的深浅壶次数均衡. 以上规则中第(1)、(2)条必须要满足,是强制性约束;其他为非强制性约束. 其中,第(3)~(5)条是尽最大努力满足的硬性约束;第(6)和(7)条是尽量满足的软性约束.

2.2　单亲遗传算法

单亲遗传算法(Parthenon-Genetic Algorithm, PGA)[3]是对基本遗传算法的一种改进. 算法通常采取序号编码方式[8],其基本思想是取消传统遗传算法的交叉算子,采取单亲繁殖方式,全部遗传操作都只在一个个体上进行. 含最优保持操作的单亲遗传算法是全局收敛的[9].

3　逐层优化的改进型单亲遗传算法

针对多约束组合优化问题,本文对单亲遗传算法进行改进,提出逐层优化的改进型单亲遗传算法(Advanced Parthenon Genetic Algorithm, APGA):设计靶向自交叉算子和定点-随机自交叉算子,并使用逐层优化的方法[10],以提高算法的收敛速度.

3.1　靶向自交叉算子

靶向自交叉算子(targeted-self-crossover)是指先确定交叉中的一个基因位置,再根据此基因位置确定交叉涉及的另一个基因位置,从而使个体迅速满足指定约束条件,提高收敛速度. 其具体思想是:查找出不满足强制性约束条件的个体中相应基因的位置,将其变异为满足约束条件的基因值,寻找变异后基因值在个体中原来的位置,将原基因的值与变异后的基因值在位置进行互换. 该算子大大提高了优化效率.

3.2　定点-随机自交叉算子

定点-随机自交叉算子(fixed-random self-crossover)中需要交叉的基因位置是确定的,被交叉的基因位置是在一定范围内随机确定的. 其具体思想是:查找出不满足非强制约束条件的个体中相应基因的位置以及不满足约束条件的原因. 这个不满足约束条件的基因的位置是确定的,称之为"定点";找到调整后可以使个体满足约束条件的基因的位置,此时可以满足约束条件的基因的位置并不唯一,将不满足约束条件的基因随机交换到满足约束条件的多个基因位置中的其中一个位置上. 该算子使算法快速收敛,同时在一定范围内随机操作的方式又增加了个体的多样性.

3.3　逐层优化

逐层优化是指对于可将多个约束条件分为强制性约束和非强制性约束的待求解问题[11],首先进行第一层优化使候选解满足强制性约束,在此基础上进行第二层非强制性约束的优化,使候选解满足所有约束条件. 逐层优化的方式使个体渐近的满足多约束条件[12],算法能够快速找到最优解. 其形式化表示如下:

设待求解问题有 n 个约束条件,将 n 个约束表示为 n 个目标函数,则多约束问题就转化为多目标优化问题:

$$\min(f_1(x), f_2(x), \cdots f_n(x)), x \in D \tag{1}$$

设 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$ 是强制性约束,表示为 $F_1(x)$,$f_3(x)$,$f_4(x)$,$\cdots$,$f_n(x)$ 是非强制性约束,表示为 $F_2(x)$,则逐层优化的形式化描述为:

$$X = \arg_x \min F_1(x) \rightarrow \arg_x \min F_2(x) \tag{2}$$

3.4　逐层优化的改进型单亲遗传算法

本文对单亲遗传算法进行改进. 使用逐层优化的方法,在按一定的交叉概率使用普通的单亲遗传算子之后,在第一层优化中使用靶向自交叉算子,在第二层优化中使用定点-随机自交叉算子,使算法能够迅速收敛并保持种群多样性. 具体算法描述如算法 1.

算法 1　逐层优化的改进型单亲遗传算法

Step1:问题编码[13];
Step2:设计个体的适应度函数;
Step3:初始种群生成. 通常在一定约束条件下生成可行解集合,以提高搜索效率;
Step4[14]:适应度函数评价个体,即计算初始群体中每个个体的适应度函数值. 若存在最优个体则输出之,算法结束;否则转到下一步;
Step5:产生中间代个体:进行单亲遗传的基因重组或突变操作以产生中间代个体;

Step6：进行逐层优化产生新一代个体. 使用靶向自交叉算子对上一代个体及刚产生的中间代个体进行第一层优化；使用定点-随机自交叉算子对第一层优化的结果进行第二层优化以产生新一代个体；

Step7：计算新一代中个体的适应度值. 若存在最优个体则输出，否则转下一步；

Step8：选择下一代群体. 从原个体和经二次优化后产生的新个体中使用跨代的锦标赛选择 N（N 为群体规模）个个体构成下一代群体，转到 Step5.

4 逐层优化的单亲遗传算法优化冰壶比赛对阵多约束问题

4.1 编码方式

使用固定长度的十进制整数进行序号编码表示群体中的个体[15]. 设冰壶参赛队伍集合 $A=\{a_1,a_2,a_3\cdots a_d\}$；赛道集合 $B=\{b_1,b_2,b_3\cdots b_m\}$；比赛轮次集合 $T=\{t_1,t_2,t_3\cdots t_k\}$；其中 $A\in\mathbb{Z}^+,B\in\mathbb{Z}^+,T\in\mathbb{Z}^+$；$\mathbb{Z}^+$ 为正整数集，D 为参赛队伍数，M 为赛道数，K 为理论最大轮次数. 队伍对阵集合 $S=\{(x,y)\mid x\in A,y\in A,x\neq y\}$；$S$ 中的元素称为基因，共有 $n*(n-1)/2$ 个基因. 个体 X_i 表现为一串长为 l 的整数：

$$l=\lceil D(D-1)/2\times M\rceil\times 2\times M \tag{3}$$

X_i 中包含 S 中的全部元素，当 $|S|<l$ 时，剩余位用 0 补足.

4.2 初始种群生成

在约束条件下随机生成包含 size 个个体的初始种群，该种群内的每个个体都满足以下约束条件：一个整数编码的个体就是由所有对阵组合组成的一种冰壶比赛对阵的完整方案，即包含 S 中的所有对阵对且仅包含一次，不考虑对阵顺序. 具体方法是将 S 中所有的元素随机排列以生成个体 X_i，这样的 size 个随机排列形成的初始个体组成初始种群，size 为种群大小.

4.3 适应度函数设计

冰壶比赛对阵方案编排问题是一个多约束优化问题，将每一个约束条件都抽象为一个适应度函数分量 $f_j(X_i)$，$j\in F$，F 为约束条件集合. 多个约束条件就有多个适应度函数分量，这些适应度函数分量通过加权求和的方式组成算法最后的适应度函数. 公式中 D 是参赛队伍数，M 是赛道数，K 是比赛轮次数. 其中 $S_1,S_2\in\{\langle x,y\rangle\mid x\in A,y\in A,x\neq y\}$，$S_1=\{\langle x,y_1\rangle,\langle x,y_2\rangle\cdots\langle x,y_{n-1}\rangle\}$，$S_2=\{\langle y_1,x\rangle,\langle y_2,x\rangle\cdots\langle y_{n-1},x\rangle\}$.

（1）比赛轮次数最小. 该约束由算法参数控制，作为输入参数在算法开始时即加以限制. 最小比赛轮次数记为 K.

$$K=\lceil D(D-1)/(2\times M)\rceil \tag{4}$$

（2）同一轮次中同一队伍只能参加一场比赛. 此约束记为 $f_1(X)$，是强制性约束.

$$f_1(X)=\sum_{d=1}^{D}\sum_{k=1}^{K}a_dt_k \tag{5}$$

其中 a_dt_k 为队伍 a_d 在 t_k 轮次的比赛中出现的次数，若出现 0 次或 1 次，则 $a_dt_k=0$.

（3）平均分配场地，参赛队伍在赛道分配上具有相同的比例，记为 $f_2(X)$.

$$f_2(X)=\sum_{m=1}^{M}\sum_{d=1}^{D}a_db_m \tag{6}$$

其中：

$$a_db_m=\begin{cases}1,\text{队伍 } a_d \text{ 在赛道 } b_m \text{ 上的比赛次数大于}\left\lceil\dfrac{D-1}{2\times M}\right\rceil\\0,\text{否则}\end{cases}$$

（4）参赛队不应在同一赛道连续比赛两场，记为 $f_3(X)$.

$$f_3(X)=\sum_{d=1}^{D}\sum_{k_1=1}^{K}\sum_{k_2=k_1+1}^{K}\sum_{m=1}^{M}a_dt_{k_1}b_mt_{k_2} \tag{7}$$

其中：

$$a_dt_{k_1}b_mt_{k_2}=\begin{cases}1,a_d\text{ 在 } b_m \text{ 赛道第 } t_{k_1}\text{轮和第 } t_{k_2}\text{轮都有比赛}\\0,\text{否则}\end{cases}$$

（5）比赛场次在每个赛道均匀分布，记为 $f_4(X)$. 只有当 $T>\dfrac{D(D-1)}{2\times M}$ 时才涉及判断此约束. 此时对于赛道中无比赛的情况以 00 对阵补足.

$$f_4(X)=\sum_{m=1}^{M}b_{m0} \tag{8}$$

当对阵 00 在赛道 b_m 中出现次数大于 1 时，b_{m0} 值为 1.

（6）深浅壶次数均衡，记为 $f_5(X)$.

$$f_5(X)=\sum_{d=1}^{D}G \tag{9}$$

其中：

$$G=\begin{cases}\left|\sum_{m=1}^{M}b_mS_1-\sum_{m=1}^{M}b_mS_2\right|,\text{当}\left|\sum_{m=1}^{M}b_mS_1-\sum_{m=1}^{M}b_mS_2\right|>1\\0,\qquad\text{否则}\end{cases}$$

b_mS_i 表示 S_i 集合内的对阵在 b_m 赛道中的个数.

（7）同一队伍不得在同一赛道连续使用同色壶，记为 $f_6(X)$.

$$f_6(X)=\sum_{d=1}^{D}\sum_{m=1}^{M}a_db_mS_1S_2 \tag{10}$$

其中：

$$a_db_mS_1S_2=\begin{cases}|a_db_mS_1-a_db_mS_2|,\text{若}|a_db_mS_1-a_db_mS_2|>1\\0,\qquad\text{否则}\end{cases},$$

$|a_db_mS_1-a_db_mS_2|$ 的含义是队伍 a_d 在赛道 b_m 中对阵方式属于 S_1 和属于 S_2 的次数之差的绝对值.

（8）总的适应度函数

$$\text{fit}(X)=\sum_{i=1}^{6}wf_i(X) \tag{11}$$

w_i 是各适应度函数分量的权值. 适应度函数值越小，个

体越优秀.

5　实验结果与分析

使用逐层优化的改进型单亲遗传算法实现对冰壶比赛对阵的多约束优化.实验重点验证算法的成功率和收敛性能.另外,由于目前冰壶比赛对阵方案都是由相关领域专家手工设计编排,这里仅将此前尝试使用的贪心算法(Greedy)、经典遗传算法(GA)、粒子群算法(PSO)与本文提出的逐层优化的改进型单亲遗传算法(APGA)做比较,说明本文算法在解决此问题的有效性.实验运行于 Windows(Intel(R) Core(TM)2 Duo CPU E8200,2.66GHz,2.00GB RAM)32 位操作系统下,参数设置如表 1,算法终止条件为达到最大迭代次数或找到最优解.选择使用 4 赛道 8 队伍的情况优化,是因为此时最优解的适应度函数值为 0.

表 1　实验参数

参数项目	赛道数 M	参赛队伍数 N	最少轮次数 K	个体编码长度 len	初始种群大小 size
参数值	4	8	7	56	100

本文设计五组实验:(1)贪心算法求解冰壶比赛对阵编排问题的性能;(2)适应度函数分量权重的选取;(3)GA、PSO 和 APGA 三种算法在相同迭代次数下的成功率;(4)GA、PSO 和 APGA 在相同运行时间下的成功率;(5)GA 和 APGA 的收敛速度.

第 1 组实验:使用贪心算法求最优解.实验运行 30 次,没有找到过最优解.以理论轮次数为 7 的 4 赛道 8 参赛队为例,表 2 说明贪心算法求解此问题的效果,当算法寻找第 4 轮第 4 赛道的对阵时,此时已没有能够满足约束条件的对阵.

表 2　贪心算法求得的部分解

轮次	赛道一	赛道二	赛道三	赛道四
1	5—2	7—6	1—8	4—3
2	1—6	8—4	3—5	7—2
3	8—5	3—7	2—6	1—4
4	6—3	5—1	8—7	2—?

第 2 组实验:适应度函数分量权重的选取.从理论上分析,强制性约束条件对应的权重应该最大,硬性约束次之,软约束对应的权重最小.其中第一个强制性约束条件已由此前参数中的最小轮次数 K 限定,这里不再考虑.对表 3 中各组权重分别运行 GA 和 APGA30 次,迭代次数为 100,统计未得到理论最优解时各权重对应约束的不满足情况,分析最优解与权重系数的关系,其中 US 表示算法最优解不是问题理论最优解的次数.不断调整各权重值,确定最终的权重取值方案为:$\omega_1=8,\omega_3=\omega_6=4$,其他值取 1.

表 3　适应度函数分量权重分析

	各权重对应约束不满足的个数:均值					
	$\omega_1=4,\omega_5=\omega_6=1$ $\omega_2=\omega_3=\omega_4=2$		$\omega_1=8,\omega_5=\omega_6=1$ $\omega_2=\omega_3=\omega_4=4$		$\omega_1=8,\omega_3=\omega_6=4$ $\omega_2=\omega_4=\omega_5=1$	
	GA	APGA	GA	APGA	GA	APGA
US	30	28	30	27	30	25
ω_1	4	3	1.3	0.6	1.2	0.4
ω_2	0.2	0.1	0.2	0.2	0.2	0.1
ω_3	4.3	2.5	4.1	2.2	4	2.3
ω_4	0.6	0.2	0.4	0.1	0.4	0.1
ω_5	0.2	0	0.3	0	0	0
ω_6	2.5	1.3	2.4	1.3	2.3	1.2

表 4　相同迭代次数下各算法性能对比

限制最大迭代次数	GA			PSO			APGA		
	运行时间	适应度值	成功率	运行时间	适应度值	成功率	运行时间	适应度值	成功率
100	139	8.36	0	111	24.3	0	201	6.4	17%
200	263	7.8	0	137	22.4	0	573	2.1	30%
300	397	7.2	0	161	23.9	0	857	1.5	57%
400	54	5.8	3.3%	186	22.5	0	1158	0.9	67%
500	625	6.5	6.7%	205	22.1	0	1432	0.6	67%

第 3 组实验:分析 PSO、GA 和 APGA 在不同迭代次数下的成功率.由表 4 可以看出:(1)在相同的迭代次数下,APGA 有更高的成功率;(2)APGA 在迭代 400 次时成功率为 67%,与迭代 500 次的成功率一样,但时间却减少了 274s.在实际应用中,可以使用 400 次迭代进行任务求解;(3)APGA 时间复杂度高.与 GA 和 PSO 算法相比,在迭代次数相同的情况下,APGA 需要更多的运行时间.这是由于 APGA 中使用了靶向自交叉算子和定点 - 随机自交叉算子.考虑 GA 和 PSO 算法在与 APGA 运行相同时间情况下的成功率,本文设计了第四组实验.

第 4 组实验:分析三种算法在相同运行时间下的成功率.可以得出这样的结论:与 GA 和 PSO 算法相比,在同等时间内 APGA 能够找到更高精度的最优解,且其求解速度、精度和找到理论最优解的成功率基本能够满足实际问题需求.

表 5　相同运行时间下各算法性能对比

运行时间(单位:s)限制最大迭代次数	GA			PSO			APGA		
	迭代次数	适应度值	成功率	迭代次数	适应度值	成功率	迭代次数	适应度值	成功率
201	152	10.1	0	495	22.4	0	100	6.4	17%
573	440	5.9	3.3%	953	20.8	0	200	2.1	30%
857	657	5.6	6.7%	1398	18.5	0	300	1.5	57%
1158	890	5.6	6.7%	1836	17.6	0	400	0.9	67%
1432	1125	5.6	6.7%	2315	17.9	0	500	0.6	67%

第 5 组实验：分析 GA 和 APGA 的收敛速度. 由于 PSO 算法从未找到过最优解，故本组实验未对其进行对比. 从图 1 可以看出，GA 在前 50 代进化较好，在 50 代至 225 代时最优解没有变化，说明个体在进化过程中没有明确的优化方向，收敛速度慢且难有突破. 图 2 是 APGA 求解冰壶比赛对阵多约束优化问题的适应度函数值变化情况，可以看出，算法在第 23 代时就找到了最优解 0，收敛速度比 GA 的 232 代快 10.1 倍，此时的平均适应度函数值为 35.68，比 GA 算法小 22.99.

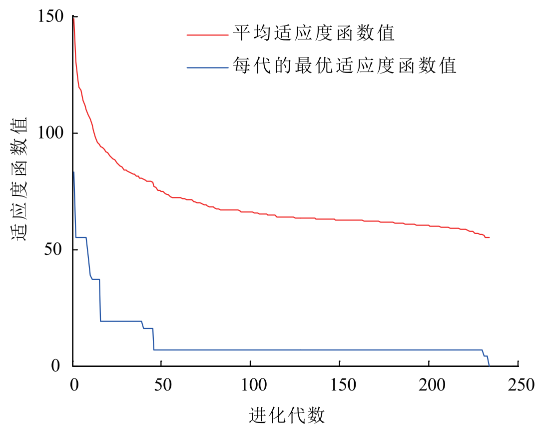

图1 GA求解冰壶比赛对阵多约束优化问题

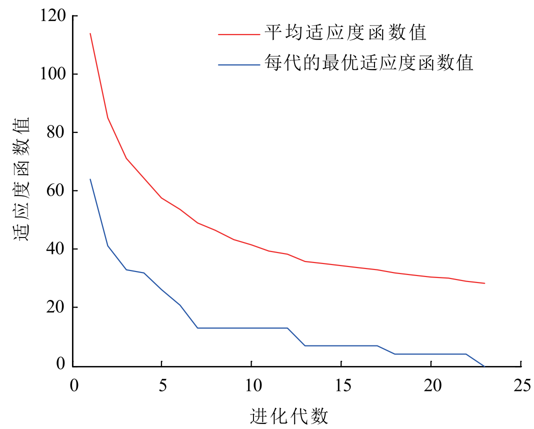

图2 APGA求解冰壶比赛对阵多约束优化问题

6 结论

由于冰壶比赛对场地、器具、参赛人员的出场顺序等方面的特殊要求，其比赛对阵编排问题成为多约束条件下的 NP 问题. 本文设计了单亲遗传算法的靶向自交叉算子和定点-随机自交叉算子，并对多约束问题进行逐层优化，使整个算法快速收敛并逐层实现优化. 将逐层优化的改进型单亲遗传算法用于解决冰壶比赛对阵编排的多约束优化问题，构建了该问题的适应度函数. 在仿真实验中，与粒子群算法和经典遗传算法相比，本算法能够根据冰壶比赛的不同情况快速找出满足其多约束条件的最优解，并且执行效率和求解精度能够基本满足现实要求.

参考文献

[1] 玄光男，程润伟. 遗传算法与工程优化[M]. 北京：清华大学出版社，2004. 48 – 69.

[2] 王晟，李乐民. 一种改进的多约束最佳路径算法研究[J]. 电子学报，2004，32(4)：529 – 535.
WANG Sheng，LI Le-min. An enhanced algorithm for multiple constraints optimal path calculation[J]. Acta Electronica Sinica，2004，32(4)：529 – 535. (in Chinese)

[3] 李茂军. 单亲遗传算法理论及应用[D]. 长沙：湖南大学，2002. 15 – 26.

[4] D E Goldberg. Genetic Algorithms in Search Optimization and Machine Learning [D]. New Jersey：Addison Wesley，1989.

[5] R J Kuo，Y H Lee，F E Zulvia，et al. Solving bi-level linear programming problem through hybrid of immune genetic algorithm and particle swarm optimization algorithm[J]. Applied Mathematics & Computation，2015，26(6)：1013 – 1026.

[6] 王勇，蔡自兴，周育人，肖赤心. 约束优化进化算法[J]. 软件学报，2009，20(1)：11 – 29.
WANG Yong，CAI Zi-xin，ZHOU Yu-ren，XIAO Chi-xin. Constrained optimization evolutionary algorithms[J]. Journal of Software，2009，20(1)：11 – 29. (in Chinese)

[7] LI Hongchen，XU Shuisheng，QS Chen. Investigation on the preparation for the curling match in 2009 winter universiade [J]. China Winter Sports，2008，2008：4 – 16.

[8] Li M，Fan S，Luo A. A Partheno-genetic Algorithm for Combinatorial Optimization [M]. Berlin Heidelberg：Springer Berlin Heidelberg，2004. 224 – 229.

[9] Friedrich T，Wagner M. Seeding the initial population of multi-objective evolutionary algorithms：A computational study[J]. Applied Soft Computing，2015，3(3)：223 – 230.

[10] Q Long，C Wu，T Huang，X Wang. A genetic algorithm for unconstrained multi-objective optimization[J]. Swarm & Evolutionary Computation，2015，2(2)：1 – 14.

[11] Gang J，Tu Y，Lev B，et al. A Multi-objective bi-level location planning problem for stone industrial parks[J]. Computers & Operations Research，2014，5(6)：8 – 21.

[12] Miqing Li，Shengxiang Yang，Xiaohui Liu. Bi-goal evolution for many-objective optimization problems[J]. Artificial Intelligence，2015，228(11)：45 – 65.

[13] Gao L，Zhou Y，Li X，et al. Multi-objective optimization based reverse strategy with differential evolution algorithm for constrained optimization problems[J]. Expert Systems with Applications，2015，42(14)：5976 – 5987.

[14] Wei W, Wang J, Tao M. Constrained differential evolution with multi-objective sorting mutation operators for constrained optimization[J]. Applied Soft Computing, 2015, 3(3):207-222.

[15] 孟庆春.带有对称编码的基因算法的研究[J].电子学报, 1996, 24(10):27-31.
MENG Qin-chun. An approach on genetic algorithm with symmetric codes[J]. Acta Electronica Sinica, 1996, 24(10):27-31. (in Chinese)

作者简介

丁　蕊　女,1977 年 8 月出生于黑龙江鸡东.现为牡丹江师范学院讲师、博士研究生.CCF 会员,主要研究方向为软件测试、演化算法、基于搜索的软件工程.
E-mail:mdjdingrui@163.com

董红斌　男,1963 年 5 月出生于河北唐山,现为哈尔滨工程大学教授,博士生导师.主要研究方向为自然计算、机器学习、多 Agent 系统、数据挖掘.
E-mail:donghongbin@hrbeu.edu.cn