

一种变正则化矩阵的改进 多带结构子带自适应滤波算法

闫震海^{1,2}, 杨飞然¹, 杨 军^{1,2}

(1. 中国科学院噪声与振动重点实验室(声学研究所), 北京 100190; 2. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘 要: 定正则化因子的改进多带结构子带自适应滤波(IMSFA)算法在取得收敛速度快和稳态失调误差小之间存在冲突. 根据系统噪声抵消原理, 设定子带后验误差功率等于子带噪声功率, 本文提出了变正则化矩阵的IMSFA算法来解决这一问题. 仿真结果证明, 所提算法可以同时达到收敛速度快、稳态失调误差小以及追踪速度快等优势.

关键词: 自适应滤波; 改进的多带结构子带自适应滤波器; 变正则化矩阵

中图分类号: TN911.72 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2017)08-2019-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2017.08.030

A Variable Regularization Matrix for the Improved Multiband-Structured Subband Adaptive Filter

YAN Zhen-hai^{1,2}, YANG Fei-ran¹, YANG Jun^{1,2}

(1. Key Laboratory of Noise and Vibration Research, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: The conflict between fast convergence rate and small steady-state misadjustment is a problem of the improved multiband-structured subband adaptive filter (IMSFA) algorithm with a fixed regularization factor. Based on the principle of minimizing the system noise, the power of the subband posteriori error is assumed to equal the power of the subband noise. Under this assumption a variable regularization matrix for the IMSFA algorithm is proposed to solve this problem. Simulation results show that the proposed method is superior to the IMSFA algorithm in terms of convergence rate, steady-state misadjustment and tracking capability.

Key words: adaptive filtering; improved multiband-structured subband adaptive filter (IMSFA); variable regularization matrix

1 引言

自适应滤波被广泛地应用于解决回声抵消和主动噪声控制等问题. 子带自适应滤波(SAF)算法^[1]在收敛速度方面有明显优势. 但是传统子带算法的收敛速度和稳态失调误差仍受到混叠效应和边带效应^[2]的影响. 基于最小干扰原则, Lee 和 Gan 提出了多带结构子带自适应滤波(MSAF)算法^[3]. 该算法利用归一化的子带信号更新全带滤波器系数, 有效地加快了滤波器的收敛速度, 随后又演变出更多种类的子带自适应滤波算法^[4-6]. 其中, 改进的多带结构子带自适应滤波(IMSFA)算法^[6], 能够更好地处理有色信号输入和未知系

统阶数较大的情况. IMSFA 算法可以看作是归一化最小均方(NLMS)算法^[7]、仿射投影(AP)算法^[8]和MSAF算法的一般化形式. 文献[9]进一步分析IMSFA算法的暂态和稳态特性, 从理论分析和实验仿真两方面都证明了IMSFA算法具有更好的收敛效果.

为了解决病态矩阵求逆的问题, IMSFA 算法引入正则化因子. 正则化因子的选取会影响到算法的收敛速度和稳态失调误差. 当步长因子固定时, 若正则化因子取值较小则IMSFA算法可以取得较快的收敛速度但其稳态失调误差较大; 若正则化因子取值较大则IMSFA算法可以取得较小的稳态失调误差但其收敛速度较慢.

AP 算法也存在这个问题, 通过动态地调整正则化

因子, AP 算法可以同时提高收敛速度并降低稳态失调误差^[10,11]. 变参数的思路同样可以用来解决子带算法收敛速度和稳态失调误差之间的矛盾^[12,13]. 本文提出一种变正则化矩阵的改进多带结构子带自适应滤波 (VRM-IMSAF) 算法. 受到文献[14]的启发, 设定 IMSAF 算法的子带后验误差功率等于子带噪声功率, 以达到系统噪声相消的目的. 结合子带噪声的统计特性, 推导出正则化因子的更新方程, 并给出简化表达式. 进而对 VRM-IMSAF 算法的稳定性和计算复杂度进行分析. 通过以系统识别和回声抵消为应用背景的仿真测试, 将 VRM-IMSAF 算法和 VRM-NSAF^[15] 算法、VR-APA^[10,16] 算法以及 IMSAF 算法进行了对比. 仿真结果表明所提算法同时具备较快的收敛速度和较小的稳态失调误差, 而且还有良好的系统追踪能力.

2 系统模型和 IMSAF 算法

假设期望响应 $d(n)$ 由如下线性模型产生:

$$d(n) = \mathbf{w}_o^T \mathbf{u}(n) + v(n) \quad (1)$$

其中 $\mathbf{w}_o = [w_0, w_1, \dots, w_{L-1}]^T$ 表示长度为 L 的未知系统向量, $\mathbf{u}(n) = [u(n), u(n-1), \dots, u(n-L+1)]^T$ 表示长度为 L 的输入信号向量, $v(n)$ 表示系统噪声.

图 1 给出了 IMSAF 算法的系统框图^[17]. 定义 $H_i(z)$ 和 $F_i(z)$ 分别为分析滤波器组和综合滤波器组; 未知系统为 $W_o(z)$; 全带自适应滤波为 $\hat{W}(z)$; $\uparrow N$ 和 $\downarrow N$ 分别为 N 倍的上采样和下采样; z^{-1} 为单位延迟单元; 变量 n 和 k 分别为下采样前后的时间标识. 期望响应 $d(n)$ 和输入信号 $u(n)$ 分别被分析滤波器 $H_i(z)$ 分割成 N 个子带信号 $d_i(n)$ 和 $u_i(n)$. 子带输入信号 $u_i(n)$ 经过自适应滤波器 $\hat{W}(z)$ 后产生子带输出信号 $y_i(n)$. 子带期望

响应 $d_i(n)$ 和子带输出信号 $y_i(n)$ 经过下采样处理分别输出 $d_{i,D}(k)$ 和 $y_{i,D}(k)$, 二者的差为子带误差 $e_{i,D}(k)$.

设定自适应滤波器阶数为 M 、投影阶数为 P . 定义输入信号矩阵 $\mathbf{U}(k)$ 、期望信号向量 $\mathbf{d}_D(k)$ 、估计信号向量 $\mathbf{y}_D(k)$ 、先验误差向量 $\mathbf{e}_D(k)$ 和后验误差向量 $\boldsymbol{\xi}_D(k)$ 如下:

$$\mathbf{U}(k) = [\mathbf{U}_0(k), \mathbf{U}_1(k), \dots, \mathbf{U}_{N-1}(k)] \quad (2)$$

$$\mathbf{d}_D(k) = [\mathbf{d}_{0,D}^T(k), \mathbf{d}_{1,D}^T(k), \dots, \mathbf{d}_{N-1,D}^T(k)]^T \quad (3)$$

$$\mathbf{y}_D(k) = [\mathbf{y}_{0,D}^T(k), \mathbf{y}_{1,D}^T(k), \dots, \mathbf{y}_{N-1,D}^T(k)]^T = \mathbf{U}^T(k) \hat{\mathbf{w}}(k) \quad (4)$$

$$\mathbf{e}_D(k) = [\mathbf{e}_{0,D}^T(k), \mathbf{e}_{1,D}^T(k), \dots, \mathbf{e}_{N-1,D}^T(k)]^T = \mathbf{d}_D(k) - \mathbf{U}^T(k) \hat{\mathbf{w}}(k) \quad (5)$$

$$\boldsymbol{\xi}_D(k) = [\boldsymbol{\xi}_{0,D}^T(k), \boldsymbol{\xi}_{1,D}^T(k), \dots, \boldsymbol{\xi}_{N-1,D}^T(k)]^T = \mathbf{d}_D(k) - \mathbf{U}^T(k) \hat{\mathbf{w}}(k+1) \quad (6)$$

其中

$$\mathbf{U}_i(k) = [\mathbf{u}_i(k), \mathbf{u}_i(k-1), \dots, \mathbf{u}_i(k-P+1)] \quad (7)$$

$$\mathbf{d}_{i,D}(k) = [d_{i,D}(k), d_{i,D}(k-1), \dots, d_{i,D}(k-P+1)]^T \quad (8)$$

$$\mathbf{y}_{i,D}(k) = [y_{i,D}(k), y_{i,D}^{(1)}(k), \dots, y_{i,D}^{(P-1)}(k)]^T = \mathbf{U}_i^T(k) \hat{\mathbf{w}}(k) \quad (9)$$

$$\mathbf{e}_{i,D}(k) = [e_{i,D}(k), e_{i,D}^{(1)}(k), \dots, e_{i,D}^{(P-1)}(k)]^T = \mathbf{d}_{i,D}(k) - \mathbf{U}_i^T(k) \hat{\mathbf{w}}(k) \quad (10)$$

$$\boldsymbol{\xi}_{i,D}(k) = [\boldsymbol{\xi}_{i,D}(k), \boldsymbol{\xi}_{i,D}^{(1)}(k), \dots, \boldsymbol{\xi}_{i,D}^{(P-1)}(k)]^T = \mathbf{d}_{i,D}(k) - \mathbf{U}_i^T(k) \hat{\mathbf{w}}(k+1) \quad (11)$$

IMSAF 算法利用干扰最小化原理, 加上 NP 个约束条件, 即 N 个子带的后验误差为零:

$$\min_{\hat{\mathbf{w}}(k+1)} \|\hat{\mathbf{w}}(k+1) - \hat{\mathbf{w}}(k)\|^2 \text{ subject to } \boldsymbol{\xi}_{i,D}(k) = \mathbf{0};$$

$$i = 0, 1, \dots, N-1$$

$$(12)$$

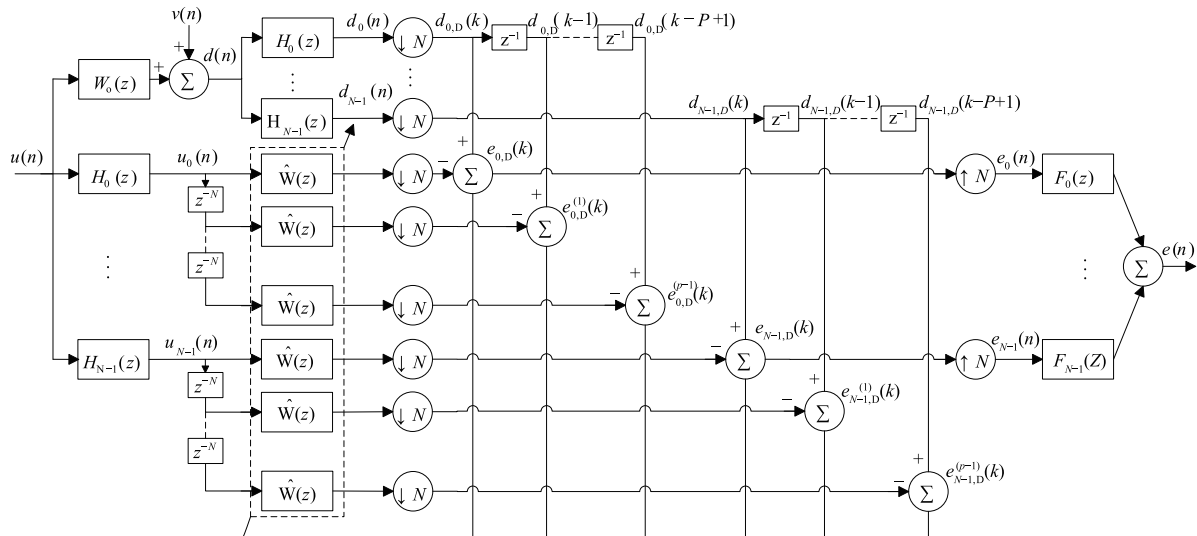


图 1 IMSAF 算法结构框图

滤波器系数向量 $\hat{\mathbf{w}}(k)$ 的更新方程^[6]为:

$$\hat{\mathbf{w}}(k+1) = \hat{\mathbf{w}}(k) + \mu \mathbf{U}(k) [\mathbf{U}^T(k) \mathbf{U}(k) + \delta \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{e}_D(k) \quad (13)$$

其中 μ 为步长因子, δ 为正则化因子. 分析滤波器组使得各个子带的幅频响应没有明显重叠, 矩阵 $\mathbf{U}^T(k) \mathbf{U}(k)$ 可简化为块对角矩阵, 文献[17]证明了更新方程(13)可简化为:

$$\hat{\mathbf{w}}(k+1) = \hat{\mathbf{w}}(k) + \mu \sum_{i=0}^{N-1} \mathbf{U}_i(k) [\mathbf{U}_i^T(k) \mathbf{U}_i(k) + \delta \mathbf{I}]^{-1} \cdot \mathbf{e}_{i,D}(k) \quad (14)$$

3 VRM-IMSAF 算法的推导

3.1 变正则化矩阵的最优解

由于 IMSAF 算法在收敛速度和低稳态失调误差之间的矛盾, 本文选择在恒定步长的情况下, 给每个子带单独分配一个时变的正则化因子. 为了获得最佳的收敛速度, 设定步长因子 $\mu = 1.0$ ^[6], 则方程(14)可改写为:

$$\hat{\mathbf{w}}(k+1) = \hat{\mathbf{w}}(k) + \sum_{i=0}^{N-1} \mathbf{U}_i(k) [\mathbf{U}_i^T(k) \mathbf{U}_i(k) + \delta_i(k) \mathbf{I}]^{-1} \cdot \mathbf{e}_{i,D}(k) \quad (15)$$

其中 $\delta_i(k)$ 为第 i 个子带的时变的正则化因子.

观察图 1 可得, 经分析滤波器组和降采样处理后子带输出的期望响应为:

$$\mathbf{d}_{i,D}(k) = \mathbf{U}_i^T(k) \mathbf{w}_o + \mathbf{v}_{i,D}(k) \quad (16)$$

其中 $\mathbf{v}_{i,D}(k) = [v_{i,D}(k), v_{i,D}(k-1), \dots, v_{i,D}(k-P+1)]^T$ 为第 i 个子带噪声向量. 将公式(16)分别代入公式(10)和(11)后得到子带的先验误差和后验误差为:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{i,D}(k) &= \mathbf{d}_{i,D}(k) - \mathbf{U}_i^T(k) \hat{\mathbf{w}}(k) \\ &= \mathbf{U}_i^T(k) (\mathbf{w}_o - \hat{\mathbf{w}}(k)) + \mathbf{v}_{i,D}(k) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \xi_{i,D}(k) &= \mathbf{d}_{i,D}(k) - \mathbf{U}_i^T(k) \hat{\mathbf{w}}(k+1) \\ &= \mathbf{U}_i^T(k) (\mathbf{w}_o - \hat{\mathbf{w}}(k+1)) + \mathbf{v}_{i,D}(k) \end{aligned} \quad (18)$$

结合方程(15)可推导出子带的先验误差和后验误差之间的关系:

$$\begin{aligned} \xi_{i,D}(k) &= \{\mathbf{I} - \mathbf{U}_i^T(k) \mathbf{U}_i(k) [\mathbf{U}_i^T(k) \mathbf{U}_i(k) + \delta_i(k) \mathbf{I}]^{-1}\} \\ &\quad \cdot \mathbf{e}_{i,D}(k) \end{aligned} \quad (19)$$

由公式(18)可知, 随着滤波器的更新, 假定滤波器系数 $\hat{\mathbf{w}}(k+1)$ 能够不断逼近未知系统 \mathbf{w}_o , 因此子带后验误差等于子带系统噪声^[14]:

$$\xi_{i,D}(k) = \mathbf{v}_{i,D}(k) \quad (20)$$

由于子带噪声向量 $\mathbf{v}_{i,D}(k)$ 是未知的, 所以公式(20)并不能给出变正则化因子表达式. 但是, 我们可以估计出子带噪声向量 $\mathbf{v}_{i,D}(k)$ 的二阶统计量. 在公式

(20)两端分别取向量的欧几里得范数平方的期望:

$$E\{\|\xi_{i,D}(k)\|^2\} = E\{\|\mathbf{v}_{i,D}(k)\|^2\} \quad (21)$$

将公式(19)代入公式(21)得:

$$E\{\|(\mathbf{I} - \mathbf{U}_i^T(k) \mathbf{U}_i(k) [\mathbf{U}_i^T(k) \mathbf{U}_i(k) + \delta_i(k) \mathbf{I}]^{-1}) \cdot \mathbf{e}_{i,D}(k)\|^2\} = E\{\|\mathbf{v}_{i,D}(k)\|^2\} \quad (22)$$

3.2 实际逼近最优解

公式(22)表示了正则化因子与其他变量之间的等式关系, 但是并没有得到变正则化矩阵的闭式解, 需要进一步的简化. 由于分析滤波器的频域分割作用, 子带信号的频谱更加平滑, 其自相关矩阵的条件数有所降低. 这使得子带信号趋近于白噪声, 则输入信号矩阵满足对角线假设^[3]:

$$\mathbf{U}_i^T(k) \mathbf{U}_i(k) \approx \|\mathbf{u}_i(k)\|^2 \mathbf{I} \quad (23)$$

结合公式(23), 公式(22)可简化为:

$$E\left\{\frac{\delta_i^2(k) \|\mathbf{e}_{i,D}(k)\|^2}{(\|\mathbf{u}_i(k)\|^2 + \delta_i(k))^2}\right\} = E\{\|\mathbf{v}_{i,D}(k)\|^2\} \quad (24)$$

在严格意义上, 在没有任何假设条件的情况下, 直接求解公式(24)是非常困难的. 因此, 我们添加两个启发式的假设条件:

(1) 在回声抵消应用中, 未知系统的阶数较大, 一次迭代后 $\|\mathbf{u}_i(k)\|^2$ 的变化不大^[18], 即 $\|\mathbf{u}_i(k)\|^2 \approx \sigma_u^2(k) = E\{\|\mathbf{u}_i(k)\|^2\}$.

(2) 正则化因子 $\delta_i(k)$ 与先验误差向量 $\mathbf{e}_{i,D}(k)$ 相互独立. 则公式(24)可近似为:

$$\frac{\delta_i^2(k)}{(E\{\|\mathbf{u}_i(k)\|^2\} + \delta_i(k))^2} E\{\|\mathbf{e}_{i,D}(k)\|^2\} = E\{\|\mathbf{v}_{i,D}(k)\|^2\} \quad (25)$$

从公式(25)可解得 VRM-IMSAF 算法的变正则化因子表达式:

$$\delta_i(k) = \frac{E\{\|\mathbf{u}_i(k)\|^2\} \sqrt{E\{\|\mathbf{v}_{i,D}(k)\|^2\}}}{\sqrt{E\{\|\mathbf{e}_{i,D}(k)\|^2\}} - \sqrt{E\{\|\mathbf{v}_{i,D}(k)\|^2\}}} \quad (26)$$

虽然公式(26)是较强假设条件下近似得到的, 但是在后面的实验中取得了理想的效果, 符合最初引入变正则化因子的目的.

在迭代初始阶段, 先验误差功率较大, 导致正则化因子取值较小; 随着迭代次数的增加, 先验误差功率逐渐接近于系统噪声功率, 导致正则化因子取值逐渐增大. 当算法接近收敛时, 公式(26)分母的两项较为接近, 先验误差的波动可能导致正则化因子为负数. 因此, 我们设定正则化因子的取值上限 $\delta_i^{\max}(k) = QE\{\|\mathbf{u}_i(k)\|^2\}$, 其中 Q 为较大的正数^[15]. 在公式(26)中, $E\{\|\mathbf{u}_i(k)\|^2\}$ 和 $E\{\|\mathbf{e}_{i,D}(k)\|^2\}$ 可以运用一阶 IIR 平滑滤波器进行估计^[16]:

$$\begin{aligned} E\{\|\mathbf{u}_i(k)\|^2\} &= \sigma_u^2(k) = \alpha \sigma_u^2(k-1) + (1-\alpha) \\ &\quad \cdot \|\mathbf{u}_i(k)\|^2 \end{aligned} \quad (27)$$

$$E\{\|e_{i,D}(k)\|^2\} = \sigma_{e_{i,D}}^2(k) = \alpha\sigma_{e_{i,D}}^2(k-1) + (1-\alpha) \cdot \|e_{i,D}(k)\|^2 \quad (28)$$

其中 α 为遗忘因子. 当系统没有输入信号时, 可以从输出端口估计出子带噪声功率 $\sigma_{v_{i,D}}^2$ [19]:

$$E\{\|v_{i,D}(k)\|^2\} = P\sigma_{v_{i,D}}^2(k) \quad (29)$$

3.3 性能分析

分析正则化因子 δ 对 IMSAF 算法收敛速度和稳态失调误差的影响. 定义系数误差向量 $\tilde{\mathbf{w}}(k)$:

$$\tilde{\mathbf{w}}(k) = \mathbf{w}_o - \hat{\mathbf{w}}(k) \quad (30)$$

文献[17]推导出在白噪声输入情况下 IMSAF 算法的均方系统偏差的更新方程:

$$E\{\|\tilde{\mathbf{w}}(k+1)\|^2\} = \left[1 - \frac{\alpha_r(2-\alpha_r)PN}{M}\right] E\{\|\tilde{\mathbf{w}}(k)\|^2\} + PN\alpha_r^2\sigma_{v_{i,D}}^2/(M\sigma_{u_i}^2) \quad (31)$$

其中 $\alpha_r = \mu M\sigma_{u_i}^2/(M\sigma_{u_i}^2 + \delta)$. 等式(31)右边第一项反应算法的收敛性能, 收敛控制因子 ν :

$$\nu = 1 - \alpha_r(2-\alpha_r)PN/M \quad (32)$$

假设步长 $\mu = 1.0$, 则 $0 < \alpha_r < 1$. 因此, 正则化因子 δ 越小, α_r 越大, 收敛控制因子 ν 越小, 则算法的收敛速度越快; 假定算法最终可以收敛, 当 $k \rightarrow \infty$ 时, 由公式(31)可得算法的稳态失调误差:

$$E\{\|\tilde{\mathbf{w}}(\infty)\|^2\} = \frac{\alpha_r\sigma_{v_{i,D}}^2}{(2-\alpha_r)\sigma_{u_i}^2} \quad (33)$$

正则化因子 δ 越大, α_r 越小, 系统稳态失调误差越小. 在迭代初正则化因子取值较小, 以便获得较快的收敛速度; 随着系统趋近收敛状态, 正则化因子取值较大, 以便获得较小的稳态失调误差. 因此, 变正则化矩阵的 IMSAF 算法可以同时具备收敛速度快和稳态失调误差小两个特性.

将公式(23)代入更新方程(14), 可得:

$$\hat{\mathbf{w}}(k+1) = \hat{\mathbf{w}}(k) + \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\mu}{\|\mathbf{u}_i(k)\|^2 + \delta} \mathbf{U}_i(k) \mathbf{e}_{i,D}(k) \quad (34)$$

其中 $\mu/(\|\mathbf{u}_i(k)\|^2 + \delta)$ 为子带归一化步长. 当 $0 < \mu < 2$ 且 $\delta = 0$ 时, IMSAF 算法满足均方条件收敛[6], 子带归一化步长需要满足:

$$0 < \frac{\mu}{\|\mathbf{u}_i(k)\|^2 + \delta} < \frac{2}{\|\mathbf{u}_i(k)\|^2} \quad (35)$$

当 $\mu = 1.0$ 且 $\delta = \delta_i(k) > 0$ 时, 子带归一化步长 $1/(\|\mathbf{u}_i(k)\|^2 + \delta_i(k))$ 满足不等式(35). 因此, VRM-IMSAF 算法在均方条件下是收敛的.

3.4 计算复杂度

由于子带自适应滤波发生在降采样之后, 因此更新方程每隔 N 个采样点计算一次. 表 1 上半部分为变正则化矩阵的计算复杂度统计, 下半部分为 VRM-IMSAF、IM-

SAF 和 VRM-NSAF 算法的计算复杂度的对比. 其中公式(27)采用了循环递归[17]的方式以降低计算量.

表 1 计算复杂度的统计和对比

	加法	乘法	除法	开平方
公式(26)	1	1	1	1
公式(27)	$2N-1$	$2N+2$	0	0
公式(28)	P	$P+2$	0	0
总计	$2N+P$	$2N+P+5$	1	1
VRM-IMSAF	$2PM+2P(N^2+1)+O(N^2P^3) + T(N+2)+2N+5$ 次乘法			
IMSAF[6]	$2PM+P(2N^2+1)+O(N^2P^3)+T(N+2)$ 次乘法			
VRM-NSAF[15]	$3M+P+T(N+2)+2N+7$ 次乘法			

相对于 IMSAF 算法的复杂度, VRM-IMSAF 算法需要多计算一个变正则化矩阵, 即需要额外 $2N+P+5$ 次乘法. 在回声抵消应用中, 未知系统的阶数 M 会高达上千阶, 远大于投影阶数 P 、子带数目 N 以及分析合成滤波器组长度 T . 观察 VRM-IMSAF 和 IMSAF 算法的计算复杂度, 其贡献量最大的因式均为 $2PM$, 且远大于其余项. 因此, VRM-IMSAF 算法与 IMSAF 算法的计算复杂度相当. 而 VRM-NSAF 算法中计算量贡献最大的因式为 $3M$. 因此当 $P > 1$ 时, VRM-NSAF 算法是三个算法中计算量最小的. VRM-IMSAF 算法是基于 IMSAF 算法推导的, 而 IMSAF 算法的复杂度会因投影阶数 P 的增大而增加. 文献[17]提出了降低 IMSAF 算法复杂度的有效措施, 可以用来降低因增加投影阶数 P 而带来的计算复杂度. 这些方法能够扩展至 VRM-IMSAF 算法, 可以将其计算复杂度降低至 $O(2M)$ 的数量级.

4 实验结果

本文以系统识别和回声抵消为应用背景, 对 VRM-IMSAF 算法进行仿真分析. 随机产生一组系数模拟未知系统 \mathbf{w}_o . 自适应滤波器的长度 M 和未知系统的长度 L 均为 512. 分析合成滤波器组由余弦调制滤波器构成, 子带数目 $N=4$. 期望响应和加性噪声的信噪比 (signal-to-noise ratio, SNR) 为 30dB 或 15dB. 所有信号的采样率为 8kHz. 步长因子 $\mu = 1.0$. 本文以归一化均方偏差 (normalized mean square deviation, NMSD) $10\log_{10}[\|\mathbf{w}_o - \hat{\mathbf{w}}(k)\|^2/\|\mathbf{w}_o\|^2]$ 作为衡量算法性能的指标.

4.1 算法的收敛性能

考察 VRM-IMSAF 算法的收敛性能. 分别采用三种 AR 信号和 TIMIT 语音库语音片段作为输入信号, 其中三种 AR 信号分别为:

AR(1) 信号, 其系数为 $[1; -0.9]$.

AR(2) 信号, 其系数为 $[1; -1.6; 0.81]$.

AR(10) 信号, 其系数为 $[5.3217; -9.2948;$

7. 0933; -2. 8152; 2. 5805; -2. 4230; 0. 3747; 2. 2628; -0. 3028; -1. 7444; 1. 1053], 此信号自相关矩阵的条件数较大, 比较接近语音信号。

三种有色输入信号对应的 NMSD 学习曲线是 100 次独立试验结果的统计平均。

首先对比 IMSAF 算法和 VRM-IMSAF 算法的学习曲线。以 AR(1) 作为输入信号, 信噪比为 30dB, 遗忘因子 $\alpha=0.99$, 正则化因子门限值 $Q=100000$ 。图 3 表示在参数设置如图 2 所示的情况下, 第一个子带在一次试验中正则化因子的变化过程, 其中投影阶数 $P=4$ 。结合图 2 的第 1、2、3 条曲线和图 3 正则化因子曲线可以看出, 在迭代初期正则化因子取值较小, VRM-IMSAF 算法的收敛速度与 IMSAF ($\delta=5\sigma_u^2$) 算法一样快; 随着迭代的进行, 正则化因子逐步增大, 自适应滤波器接近稳态, 其稳态失调误差与 IMSAF ($\delta=1000\sigma_u^2$) 算法相近。因此, VRM-IMSAF 算法同时具备两个不同正则化因子 IMSAF 算法的优点。

同时, 在图 2 中也对比了 VRM-IMSAF 算法和文献 [15] 的 VRM-NSAF 算法, 其中投影阶数 $P=1$ 。观察图 2 第 4、5 条曲线可得, 两个算法在迭代初始收敛速度相同, 但随着系统逐步收敛 VRM-IMSAF 算法具有更小的稳态失调误差。将 VRM-IMSAF 算法和文献 [10, 16] 变正则化因子的 AP 算法进行比较。以 AR(2) 作为输入信号, 设定投影阶数 $P=4$, 遗忘因子 $\alpha=0.99$, 正则化因

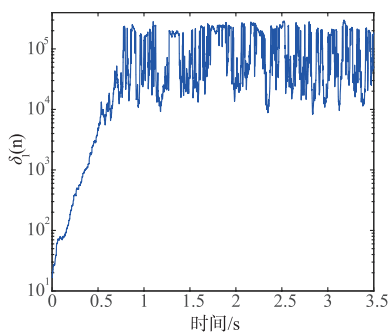


图3 VRM-IMSAF算法的第一个子带的正则化因子: $\mu=1.0$, $M=L=512$, $N=4$, $P=4$, $\alpha=0.99$, $\text{SNR}=30\text{dB}$, $Q=100000$, AR(1)作为输入信号

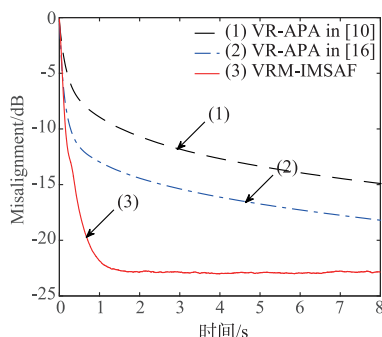


图4 VRM-IMSAF和VR-APA算法的学习曲线: $\mu=1.0$, $M=L=512$, $N=4$, $P=4$, $\alpha=0.99$, $\text{SNR}=30\text{dB}$, $Q=10000$, AR(2)作为输入信号

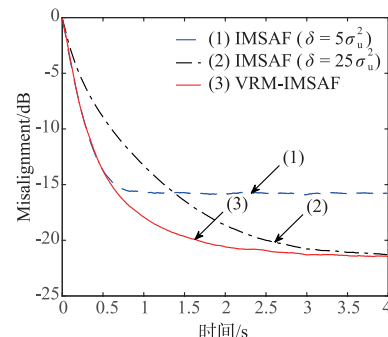


图5 IMSAF和VRM-IMSAF算法的学习曲线: $\mu=1.0$, $M=L=512$, $N=4$, $P=2$, $\alpha=0.99$, $\text{SNR}=30\text{dB}$, $Q=10000$, AR(10)作为输入信号

当以回声抵消作为应用背景时, 以 TIMIT 语音库的语音片段作为远端输入信号, 投影阶数 $P=4$, 遗忘因子 $\alpha=0.9961$, 正则化因子门限值 $Q=100000$ 。从图 7 可以看出, VRM-IMSAF 算法在迭代初期与 IMSAF ($\delta=5\sigma_u^2$) 算法具有相同的收敛速度; 随着迭代的进行自适应滤波器逐渐收敛, VRM-IMSAF 算法与 IMSAF ($\delta=950\sigma_u^2$) 算法具有相近的稳态失调误差。因此, VRM-IMSAF 算法对于语音信号输入也具备较好的收敛性能。

子门限值 $Q=10000$ 。从图 4 可以看出, VRM-IMSAF 算法在收敛速度方面具有明显优势。当输入信号为 AR (10) 模型的有色信号时, 设定投影阶数 $P=2$, 其他参数设置与图 4 相同。将两个不同正则化因子 ($\delta=5\sigma_u^2$ 和 $\delta=25\sigma_u^2$) 对应的 IMSAF 算法和 VRM-IMSAF 算法做比较, 收敛结果对应图 5 所示。尽管输入信号自相关矩阵的条件数很大, VRM-IMSAF 算法同样得到较快的收敛速度和较小的稳态失调误差。当期望响应和近端噪声的信噪比变为 15dB 时, 以 AR(1) 作为输入信号, 其他参数设置与图 5 相同。从图 6 可知, 在低信噪比的情况下, VRM-IMSAF 算法具备和图 5 相一致的收敛性能。

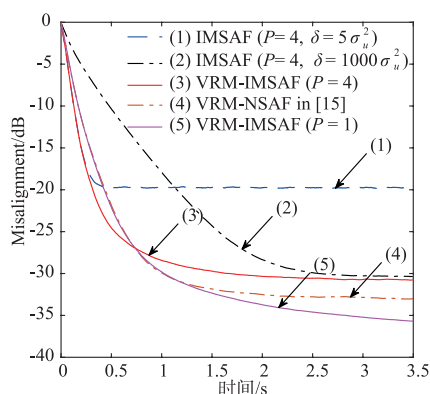


图2 IMSAF、VRM-IMSAF和VRM-NSAF算法的学习曲线: $\mu=1.0$, $M=L=512$, $N=4$, $\alpha=0.99$, $\text{SNR}=30\text{dB}$, $Q=100000$, AR(1)作为输入信号

4.2 算法的追踪性能

考察 VRM-IMSAF 算法的追踪性能。在图 8 中, 参数设置与图 2 相同, 其中投影阶数 $P=4$ 。在 $t=4.0\text{s}$ 时将系统脉冲响应变为原来的 -1 倍。可以看出 VRM-IMSAF 算法同样能够以较快速度收敛, 具备良好的系统追踪能力。VRM-IMSAF 算法的追踪能力可以解释为: 由公式 (26) 可知, 当系统传递函数改变时, 系统误差增大, 正则化因子 $\delta_i(k)$ 相应变小, 从而使得新算法具有较快的跟踪速度。

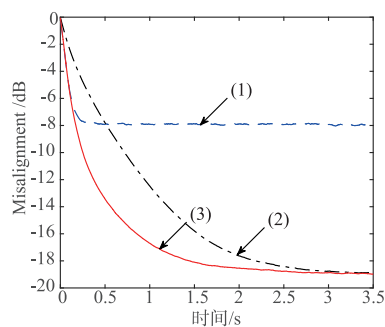


图6 IMSAF和VRM-IMSAF算法的学习曲线: $\mu=1.0$, $M=L=512$, $N=4$, $P=2$, $\alpha=0.99$, $\text{SNR}=15\text{dB}$, $Q=10000$, AR(1)作为输入信号
— (1) IMSAF ($\delta=25\sigma_u^2$)
- - (2) IMSAF ($\delta=800\sigma_u^2$)
— (3) VRM-IMSAF

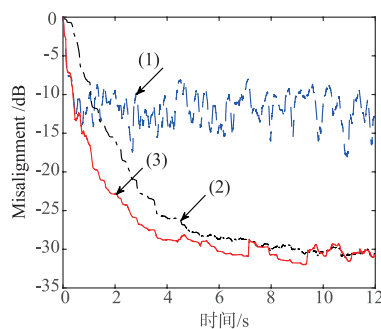


图7 IMSAF和VRM-IMSAF算法的学习曲线: $\mu=1.0$, $M=L=512$, $N=4$, $P=4$, $\alpha=0.9961$, $\text{SNR}=30\text{dB}$, $Q=100000$, 语音信号作为输入信号
— (1) IMSAF ($\delta=5\sigma_u^2$)
- - (2) IMSAF ($\delta=950\sigma_u^2$)
— (3) VRM-IMSAF

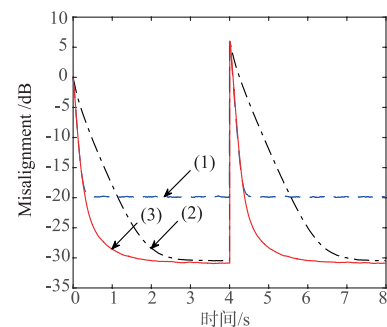


图8 IMSAF和VRM-IMSAF算法的追踪能力: $\mu=1.0$, $M=L=512$, $N=4$, $P=4$, $\alpha=0.99$, $\text{SNR}=30\text{dB}$, $Q=100000$, AR(1)作为输入信号
— (1) IMSAF ($\delta=5\sigma_u^2$)
- - (2) IMSAF ($\delta=1000\sigma_u^2$)
— (3) VRM-IMSAF

5 结束语

为了解决 IMSAF 算法在收敛速度和稳态失调误差之间的矛盾,本文提出了 VRM-IMSAF 算法.将 IMSAF 算法中固定不变的正则化因子替换为实时更新的正则化矩阵,以便同时获得较快的收敛速度和较小的稳态失调误差.本文根据系统噪声抵消原理推导出正则化矩阵表达式,并进行了算法性能和计算复杂度的分析.在系统识别和回声抵消应用中,数值仿真的结果表明,VRM-IMSAF 算法在收敛速度和稳态失调误差两方面性能上都有明显的提高,同时具备良好的系统追踪能力.

参考文献

- [1] Pradham S S, Reddy V U. A new approach to subband adaptive filtering[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1999, 47(3): 655–664.
- [2] Lee K A, Gan W S, Kuo S M. Subband Adaptive Filtering: Theory and Implementation[M]. John Wiley & Sons, 2009.
- [3] Lee K A, Gan W S. Improving convergence of the NLMS algorithm using constrained subband updates[J]. IEEE signal processing letters, 2004, 11(9): 736–739.
- [4] Zheng Z S, Zhao H Q. Bias-compensated normalized subband adaptive filter algorithm[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2016, 23(6): 809–813.
- [5] Yu Y, Zhao H Q, Chen B D. Steady-state mean-square-deviation analysis of the sign subband adaptive filter algorithm[J]. Signal Processing, 2016, 120: 36–42.
- [6] Yang F R, Wu M, Ji P F, et al. An improved multiband-structured subband adaptive filter algorithm[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2012, 19(10): 647–650.
- [7] Haykin S S. Adaptive Filter Theory[M]. Pearson Education India, 2008.
- [8] Ozeki K, Umeda T. An adaptive filtering algorithm using an orthogonal projection to an affine subspace and its properties[J]. Electronics and Communications in Japan (Part I: Communications), 1984, 67(5): 19–27.
- [9] Yang F R, Wu M, Ji P F, et al. Transient and steady-state analyses of the improved multiband-structured subband adaptive filter algorithm[J]. IET Signal Processing, 2015, 9(8): 596–604.
- [10] Yin W T, Mehr A S. A variable regularization method for affine projection algorithm[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2010, 57(6): 476–480.
- [11] Paleologu C, Benesty J, Ciochină S. A practical solution for the regularization of the affine projection algorithm [A]. Proceedings of the 10th International Conference on Communications (COMM) [C]. Bucharest, Romania: IEEE, 2014. 1–4.
- [12] Yu Y, Zhao H Q, Chen B D. A new normalized subband adaptive filter algorithm with individual variable step sizes [J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2016, 35(4): 1407–1418.
- [13] Yu Y, Zhao H Q, He Z Y, et al. A robust band-dependent variable step size NSAF algorithm against impulsive noises[J]. Signal Processing, 2016, 119: 203–208.
- [14] Benesty J, Rey H, Vega L R, et al. A nonparametric vss nlms algorithm[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2006, 13(10): 581–584.
- [15] Ni J G, Li F. A variable regularization matrix normalized subband adaptive filter[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2009, 16(2): 105–108.
- [16] Rey H, Vega L R, Tressens S, et al. Variable explicit regularization in affine projection algorithm: Robustness issues and optimal choice[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(5): 2096–2109.

- [17] Yang F R, Wu M, Ji P F, et al. Low-complexity implementation of the improved multiband-structured subband adaptive filter algorithm[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(19): 5133 – 5148.
- [18] Lee K A, Gan W S, Kuo S M. Mean-square performance analysis of the normalized subband adaptive filter[A]. Proceedings of the Fortieth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers[C]. Pacific Grove, America: IEEE, 2006. 248 – 252.
- [19] Ciochină S, Paleologu C, Benesty J, et al. An optimized NLMS algorithm for acoustic echo cancellation[A]. Proceedings of the 2015 International Symposium on Signals, Circuits and Systems (ISSCS)[C]. Iasi, Romania: IEEE, 2015. 1 – 4.

作者简介



闫震海 男, 1988 年生, 现为中国科学院声学研究所读博士生, 主要研究方向为自适应信号处理和回声抵消。
E-mail: yanzhenhai@mail.ioa.ac.cn



杨飞然 男, 1982 年生, 现为中国科学院声学研究所副研究员, 主要研究方向为自适应信号处理、回声抵消、语音增强和 3D 音频系统。
E-mail: feirany.ioa@gmail.com

杨 军(通信作者) 男, 1968 年生, 现为中国科学院声学研究所研究员, 博士生导师, 主要研究方向为通信声学、3D 音频系统、音频信号处理、声场控制和非线性声学。
E-mail: jyang@mail.ioa.ac.cn