

基于函数逼近的未来空域窗瞄准点配置方法

贾正荣, 卢发兴, 吴 玲

(海军工程大学电子工程学院, 湖北武汉 430033)

摘 要: 未来空域窗是一种新的火炮射击体制, 而弹丸瞄准点配置是其中要解决的关键问题, 它决定了射击的具体实施. 未来空域窗弹丸散布密度可以用中间函数来描述, 在求解最优中间函数的基础上, 利用函数逼近的方法, 以给定瞄准点配置的中间函数与最优中间函数的距离差范数作为指标, 通过无导数优化方法优化配置参数, 使瞄准点配置的毁伤目标概率接近毁伤概率上界. 以瞄准点网状和圆形配置为例, 给出不同相关误差条件下采用逼近方法与解析方法得到的未来空域窗瞄准点配置参数, 及相应的毁伤目标概率. 结果表明, 逼近法与毁伤概率上界的差距最小, 且方法通用性好.

关键词: 未来空域窗; 瞄准点配置; 函数逼近; 无导数优化方法

中图分类号: TP271 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2017)08-2031-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2017.08.032

Aiming-Points Configuration of Future Airspace Window Based on Function Approximation

JIA Zheng-rong, LU Fa-xing, WU Ling

(Electronic Engineering College, Naval University of Engineering, Wuhan, Hubei 430033, China)

Abstract: Future airspace window is a new method for fire shooting, and the aiming-points configuration for it is a key point to solve for practical shooting operation. To describe the ammo dispersion decided by aiming-points configuration, the intermediate function is adopted. A function approximation method with derivative-free optimization is used to optimize the configuration parameters, with the distance norm of the intermediate function and that of the optimal intermediate function set as an index, so that the kill probability under the given configuration can approximate its upper bound. With mesh configuration and circular configuration as examples, the proposed approximation method and an analytical method are respectively applied to solve the aiming-points configuration parameters, as well as the kill probability, in different relative errors. The results show the advantages of the approximation method in more approaching the upper bound of kill probability and more universal in applications.

Key words: future airspace window; aiming-points configuration; function approximation; derivative-free method

1 引言

未来空域窗(Future Airspace Window, FAW)射击体制是在目标预测未来点(提前点)附近布置一个空域窗, 武器向该空域窗齐射, 使窗内的弹丸散布密度达到一定水平, 可以明显提高对机动目标的拦截概率.

未来空域窗的射击实施需要知道具体的瞄准点配置方案, 即空域窗内各瞄准点的位置, 它决定了空域窗内的弹丸散布密度. 目前对于未来空域窗的研究主要集中在国内. 文献[1]首次以数学方式描述了未来空域

窗射击, 以弹丸散布密度在目标预测未来点附近的平坦程度作为指标, 提出了使弹丸散布密度平坦(均匀)的椭圆形瞄准点配置方法; 文献[2]提出了一种圆形瞄准点配置方法, 通过优化使分布在各圆环上的瞄准点散布角均匀, 但作者认为该方法只能从理论上保证弹丸散布密度在散布中心平坦, 是否还有其他更优的配置方案还有待进一步探讨; 文献[3]得到了解析形式的网状瞄准点配置方法, 该方法能够根据射击误差特性快速求解瞄准点配置, 但特殊情况下可能无解.

现有研究能在一定条件下给出可行的配置方案,

但是存在无法判断求解得到的瞄准点配置方案是否接近最优值,以及特殊情况下无解的现象.事实上,文献[4]已经求解得到了给定弹丸数量以及射击误差条件下的毁伤概率上界,以及该上界所对应的最优弹丸散布密度.因此理论上可以通过最优弹丸散布密度判断特定瞄准点配置方案与最优值的距离,并以此作为指标对瞄准点配置进行求解与优化.

函数逼近是求解优化问题的经典方法^[5-7],对于给定配置方法,其弹丸散布密度函数与最优弹丸散布密度函数的距离范数成为函数逼近程度的指标,通过优化影响给定配置方法弹丸散布密度函数的参数,即可达到求解配置方案的目的.

本文利用函数逼近的方法,以圆形配置与网状配置两种配置方法为例,使给定配置方法所对应的弹丸散布密度逼近最优弹丸散布密度函数,对未来空域窗瞄准点配置进行求解.

2 未来空域窗模型

首先引入未来空域窗射击毁伤效能模型,并求解最优中间函数,最优中间函数能够反映最优弹丸散布密度函数.

以目标提前点为原点,在预测迎弹面^[1]内建立直角坐标系 Oxz ,如图1所示.设 E_{x1} 与 E_{z1} 分别为 Ox 轴与 Oz 轴上的炮弹不相关误差(概率误差); E_{x2} 与 E_{z2} 分别为 Ox 轴与 Oz 轴上的炮弹相关误差(概率误差); B 与 L 分别为目标等效宽度与长度; (x_i, z_i) , $i \in \Gamma$ 为炮弹瞄准点坐标; n 为未来空域窗一次齐射炮弹数量; ω 为毁伤目标所需炮弹数期望.

设相关误差与不相关误差服从正态分布,并对各参数进行归一化处理以简化分析: $\varepsilon_x = E_{x2}/E_{x1}$ 为 Ox 轴上相关误差与不相关误差之比; $\varepsilon_z = E_{z2}/E_{z1}$ 为 Oz 轴上相关误差与不相关误差之比; $k = B/E_{x1}$ 为目标等效宽度与不相关误差 E_{x1} 之比; $m = L/E_{z1}$ 为目标等效长度与不相关误差 E_{z1} 之比; $(\xi_i, \zeta_i) = (x_i/E_{x1}, z_i/E_{z1})$, $i \in \Gamma$ 为归一化的瞄准点.

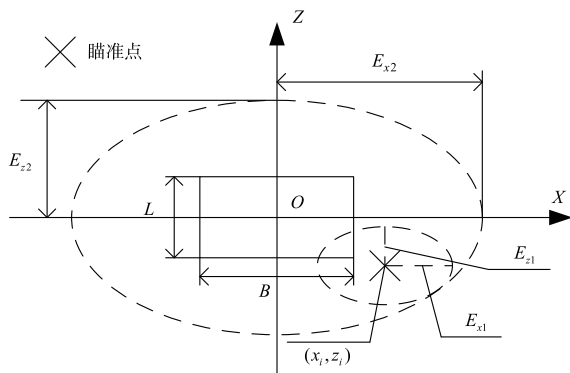


图1 瞄准点与误差特性

根据文献[8],毁伤目标的概率 $P_{n,\omega}$ 表示为:

$$P_{n,\omega} = 1 - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\rho^2}{\pi \varepsilon_x \varepsilon_z} e^{-\rho^2 (\frac{x^2}{\varepsilon_x^2} + \frac{z^2}{\varepsilon_z^2})} \prod_{i \in \Gamma} \left[1 - \frac{p(x + \xi_i, z + \zeta_i)}{\omega} \right] dx dz \quad (1)$$

其中,由于使用概率误差描述分布情况,需要引入正态常数 ρ , ρ 取 0.476936,并且,

$$p(x_i, z_i) = \frac{\rho^2}{\pi} \int_{-m}^m \int_{-k}^k e^{-\rho^2 [(x-x_i)^2 + (z-z_i)^2]} dx dz$$

引入中间函数^[4]:

$$U(x, z) = - \sum_{i \in \Gamma} \ln \left[1 - \frac{p(x + \xi_i, z + \zeta_i)}{\omega} \right]$$

注意到中间函数在积分区间上的积分为一常数(与 x 以及 z 无关),即:

$$\tau_2(k, m, \omega) = - \frac{1}{4km} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \ln \left[1 - \frac{p(x, z)}{\omega} \right] dx dz \quad (2)$$

以 $\tau_2(k, m, \omega)$ 作为等周条件,通过变分法求解毁伤目标概率的极值,可以得到最优中间函数 $U_o(x, z)$ 的形式为:

$$U_o(x, z) = \begin{cases} \rho^2 \left(R^2 - \frac{x^2}{\varepsilon_x^2} - \frac{z^2}{\varepsilon_z^2} \right), & \frac{x^2}{\varepsilon_x^2} + \frac{z^2}{\varepsilon_z^2} \leq R^2 \\ 0, & \frac{x^2}{\varepsilon_x^2} + \frac{z^2}{\varepsilon_z^2} > R^2 \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{其中 } R = 4 \sqrt{\frac{8nkm\tau_2(k, m, \omega)}{\pi \rho^2 \varepsilon_x \varepsilon_z}}.$$

3 瞄准点配置准则

在 n 有限的情况下,实际配置方法的中间函数 $U(x, z)$ 总是与最优中间函数存在一定的差距,但是通过调整配置参数,可以使中间函数与最优中间函数的“距离”减小,从而达到优化的效果.

3.1 逼近准则

在区域 $E = (-\infty, +\infty)^2$ 上满足等周条件(2)的中间函数集合 $U = \{U(x, z)\}$,其元素均为本性有界函数.在 U 上定义范数 $\|\cdot\|_2$ 为:

$$\|U\|_2 = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U^2 dx dz}$$

并且有 $V = (U, \|\cdot\|_2) = L^2(E)$.

式(3)已经确定了最优中间函数 $U_o(x, z)$,对应不同的瞄准点配置方法, $U(x, z)$ 的取值不同,设 $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_\eta$ 为除了 x 与 z 外影响 $U(x, z)$ 的参数(比如圆形配置中各瞄准点所在圆环的半径、网状配置中相邻瞄准点的间隔),则 $U(x, z) = U(\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_\eta)$.因此,中间函数 $U(x, z)$ 取最优(使毁伤目标概率最大)的充要条件为 $U(\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_\eta)$ 使:

$$\min \|U(x, z) - U_o(x, z)\|_2 \quad (4)$$

因而,对于 $U(x, z)$ 的优化,即优化参数 $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n$, 使 $\|U(x, z) - U_o(x, z)\|_2 \rightarrow 0$.

3.2 解存在的充分条件

可以证明,对于参数形式的中间函数 $U(\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n)$, 设参数空间为 $S_\psi = \{\Psi | \Psi = (\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n)\}$, 则通过函数逼近求解配置方法,有解的充分条件是:

存在参数空间 S_ψ 的一个划分,即 $S = S_G \cup S_F, S_G \cap S_F = \emptyset$, 其中 S_F 为闭集, $\exists \Psi_F \in S_F$ 使

$$\inf\{\|U(S_G) - U_o\|_2\} \geq \|U(\Psi_F) - U_o\|_2$$

4 典型配置方法

4.1 网状配置

网状配置^[3]如图 2 所示. 以原点为中心,等间隔的在 OX 方向与 OZ 方向分别布置 h_x 与 h_z 个瞄准点,其间隔为 Δ_x 与 Δ_z ,并且有 $h_x h_z = n$.

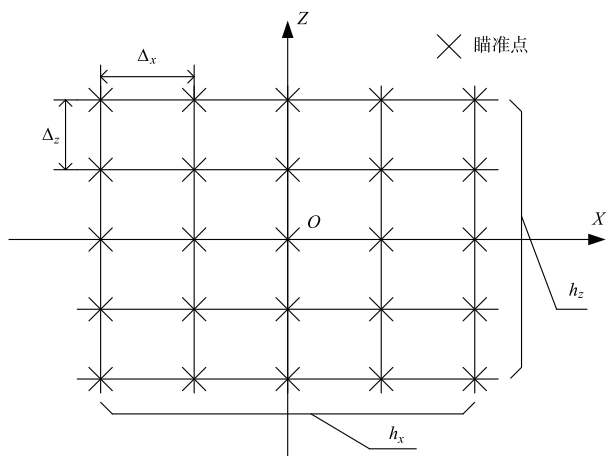


图2 网状配置示意图

文献[3]中利用等价无穷小,进行弹丸散布密度的等价代换,并得到求解网状配置瞄准点间隔的解析表达式:

$$\Delta_x = \sqrt{\frac{12}{h_x^2 - 1} \left[\frac{1}{6} R^2 \varepsilon_x^2 - T_{2x}(k, m, \omega) \right]} \quad (5)$$

$$\Delta_z = \sqrt{\frac{12}{h_z^2 - 1} \left[\frac{1}{6} R^2 \varepsilon_z^2 - T_{2z}(k, m, \omega) \right]}$$

该方法能够快速求解网状配置瞄准点间隔,但是要求满足条件:

$$n > \frac{9T_{2x}^2(k, m, \omega) \pi \rho^2 \varepsilon_z}{2\varepsilon_x^2 k m \tau_2(k, m, \omega)} \quad (6)$$

$$n > \frac{9T_{2z}^2(k, m, \omega) \pi \rho^2 \varepsilon_x}{2\varepsilon_z^2 k m \tau_2(k, m, \omega)}$$

否则在求解瞄准点间隔时将出现复根而无解.

利用逼近最优中间函数的方法求解网状配置瞄准点间隔:当固定 OX 方向与 OZ 方向的瞄准点数量 h_x 与 h_z 时,待优化参数为 Δ_x 与 Δ_z ,此时,中间函数为 $U(\Delta_x,$

$\Delta_z)$;当 h_x 与 h_z 不固定时,待优化参数变为 h_x, h_z, Δ_x 与 Δ_z ,此时,中间函数为 $U(h_x, h_z, \Delta_x, \Delta_z)$.

无论配置参数是 Δ_x 与 Δ_z 还是 h_x, h_z, Δ_x 与 Δ_z ,解均存在,这是因为 h_x, h_z 取任意值时 ($h_x h_z = n, h_x$ 与 h_z 在有限数集内取值),有:

$$\lim_{\substack{\Delta_x \rightarrow \infty \\ \Delta_z \rightarrow \infty}} \|U(x, z) - U_o(x, z)\|_2 = \|U_o(x, z)\|_2$$

故 $\exists M_x$ 与 M_z ,使 $\Delta_x > M_x$ 且 $\Delta_z > M_z$ 时,由于 $U(x, z) > 0$,因而 $\|U(x, z) - U_o(x, z)\|_2$ 沿 Δ_x 与 Δ_z 增大的方向递增,并且收敛至 $\|U_o(x, z)\|_2$. 故,构建闭集 $[0, M_x] \times [0, M_z]$,瞄准点间隔 (Δ_x, Δ_z) 在该闭集上使 $\|U(x, z) - U_o(x, z)\|_2$ 取最小值.

可见,网状配置中的各参数具有一定的方向性.在求解网状瞄准点配置时,除了已知误差的大小外,还需要误差的方向,而误差的方向一般较难给出.

4.2 圆形配置

圆形配置方法由于在各个方向上的瞄准点数量较为均匀,能够用于误差方向无法给出的情况^[9,10].

圆形瞄准点配置方法如图 3 所示,对于不相关误差 E_{x1} 与 E_{z1} ,给定圆形配置瞄准点 $(x_j, z_j), j \in \Omega$,在归一化后的坐标系中,其瞄准点 $(\xi_j, \zeta_j) = (x_j/E_{x1}, z_j/E_{z1}), j \in \Omega$ 分布在若干个椭圆上.

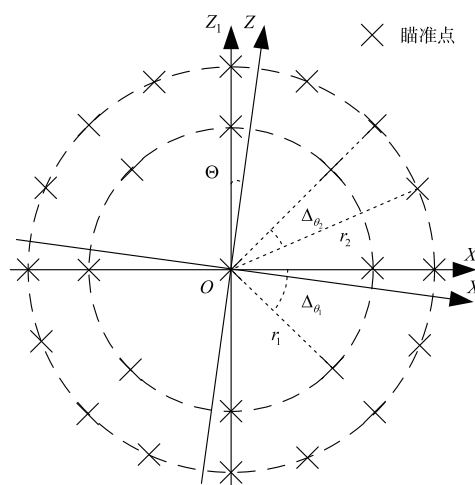


图3 圆形配置示意图

图 3 中,误差散布主轴分别为 OX_1 与 OZ_1 ,建立直角坐标系 OX_1Z_1 ,其与预测迎弹面坐标系 OXZ 之间存在夹角 θ ,该夹角受到目标特性、传感器特性、气象因素等影响.若采用网状配置,当 θ 未知时,假设 $\theta = 0$,在 OXZ 内求解瞄准点配置可能与 OX_1Z_1 内的最优配置存在一定的效能差,而如果采用圆形配置,由于圆形的对称性,当所有瞄准点以 O 为圆心作任意角度的旋转时,可以在一定程度上减缓因误差方向估计存在误差而引起的毁伤概率变化.

分别以目标散布中心 O 为圆心配置若干个圆形,

其半径分别为 $r_1, r_2, \dots, r_k$; 对于半径为 r_k 的圆, 配置 h_k 个瞄准点 ($\sum h_k = n$), 相邻瞄准点的幅角之差为 Δ_{θ_k} .

采用等间隔的配置方法, 圆形配置中相邻两个圆环半径差固定为 r , 并且有 $r_k = kr$, 每个圆环上相邻两个瞄准点的幅角差相等, 则圆形配置中每个圆环的半径为一等差数列, 在目标预测未来点处分配一个瞄准点, 其余弹丸由第一个圆环等差递增地分配至各个圆环, 设圆环最大数量为 $c_{\max}$, 则分配给第一个圆环的瞄准点数量为:

$$h_1 = \lceil (n-1) / \left[\frac{c_{\max}(c_{\max}+1)}{2} \right] \rceil$$

其中 $\lceil \cdot \rceil$ 表示向上取整, 则除了最外层圆环上的瞄准点数量为:

$$h_k = kh_1$$

最外层圆环上的瞄准点数量为:

$$h_{c_{\max}} = \left\lceil \frac{c_{\max}(c_{\max}+1)}{2} \right\rceil h_1 - n + 1$$

此时, 圆形配置的中间函数为 $U(r, c_{\max})$, 其中 $c_{\max} \in \mathbf{N}^+$ 为正整数, 并且 $c_{\max} \leq n$.

由于 $c_{\max} \leq n$, 并且 $U(x, z) > 0$, 以及:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \|U(x, z) - U_o(x, z)\|_2 = \|U_o(x, z)\|_2$$

因而 $\exists M_r$ 使 $r > M_r$ 时有 $\|U(x, z) - U_o(x, z)\|_2$ 单调递增, 并且收敛至 $\|U_o(x, z)\|_2$, 构建闭集 $[0, M_r]$, r 在该闭集上使 $\|U(x, z) - U_o(x, z)\|_2$ 取最小值.

以式(4)作为指标对上述参数进行优化, 可以找到最优配置使差值范数 $\|U(x, z) - U_o(x, z)\|_2$ 最小.

5 仿真分析

5.1 瞄准点配置求解方法有效性仿真

根据式(4)利用函数逼近方法(逼近法)求解网状配置与圆形配置的瞄准点位置, 采用无导数优化方法^[11-12](derivative-free method)求解函数最小值. 作为对比, 利用文献[3]中的方法(解析法)计算网状配置的瞄准点位置.

一般舰炮的射弹散布误差^[13]为 $1 \sim 3\text{mrad}$, 跟踪传感器的观测误差也为 $1 \sim 3\text{mrad}$, 因此 10km 范围内(舰炮对空射击一般不会超过这一距离), 相关误差与不相关误差取 $2 \sim 30\text{m}$ 是合理的. 因而, 设定仿真条件如表1所示.

表1 仿真条件

$B(\text{m})$	$L(\text{m})$	ω	$E_{x1}(\text{m})$	$E_{z1}(\text{m})$
5	2	1.5	5	2

改变射击相关误差以及齐射弹丸数量, 相关误差取值为 $(E_{x2}, E_{z2}) \in \{(15, 6), (25, 10), (15, 10), (25, 6)\}$, 齐射弹丸数量取值为 $n \in \{36, 48, 64\}$.

式(5)得到网状配置的瞄准点配置参数如表2所示, 表中“-”表示因不满足式(6)的条件, 求解得到复根.

表2 网状配置瞄准点配置参数(解析法)

	n	(E_{x2}, E_{z2})			
		(15, 6)	(25, 10)	(15, 10)	(25, 6)
h_x	48	8	8	-	-
h_z		6	6	-	-
Δ_x		3.1835	6.0285	-	-
Δ_z		0.9490	3.2352	-	-
h_x	64	8	8	4	8
h_z		8	8	16	8
Δ_x		3.5715	6.9445	1.7930	8.6037
Δ_z		1.4286	2.7778	1.7106	0.3500

函数逼近方法得到网状配置的瞄准点配置参数如表3所示.

表3 网状配置瞄准点配置参数(逼近法)

	n	(E_{x2}, E_{z2})			
		(15, 6)	(25, 10)	(15, 10)	(25, 6)
h_x	48	8	8	6	8
h_z		6	6	8	6
Δ_x		6.2014	8.2855	7.2210	9.4394
Δ_z		3.3132	4.4222	3.7758	2.8884
h_x	64	8	8	8	8
h_z		8	8	8	8
Δ_x		6.7330	8.9605	5.8805	10.2135
Δ_z		2.6932	3.5842	4.0854	2.3522

函数逼近方法得到圆形配置的瞄准点配置参数如表4所示.

表4 圆形配置瞄准点配置参数(逼近法)

	n	(E_{x2}, E_{z2})			
		(15, 6)	(25, 10)	(15, 10)	(25, 6)
r	48	5.2982	7.6692	5.7325	6.9976
$c_{\max}$		3	3	3	3
r	64	6.1181	7.9524	6.4694	7.9524
$c_{\max}$		3	3	3	3

由表2~4可得:

在求解网状配置瞄准点时, 若采用解析法, 当不满足式(6)时, 将出现复根(如表2中所示), 即无解的情况, 而逼近法不存在这类问题;

采用解析法与逼近法求解网状配置瞄准点, 得到的结果存在一定差异, 结果的优劣还需通过瞄准点配

置所对应的毁伤目标概率来衡量。

5.2 求解方法时间复杂度分析

时间复杂度是影响未来空域窗瞄准点配置求解方法质量的重要因素。在整个仿真中,采用单核心运算,逼近方法数值计算精度为 10^{-4} ,得到的结果及分析如下:

采用解析法求解网状配置,在有解的情况下,平均解算时间为 0.24s;

采用逼近方法求解网状配置,由于有 4 个参数需要优化(分别为 OX 轴方向与 OZ 轴方向的瞄准点数量 h_x, h_z 以及瞄准点间隔 Δ_x, Δ_z),平均解算时间为 1.93s;

采用逼近方法求解圆形配置,待优化参数只有两个(分别为相邻圆环半径差 r 与圆环最大数量 $c_{\max}$),平均解算时间为 0.72s。

在单核心情况下,逼近法的时间复杂度较高,并且网状配置的时间复杂度高于圆形配置。这是由于网状配置的待优化参数较多。

另外,数值方法逼近求解网状配置与圆形配置时,很大一部分计算量都用于逼近解的邻域,也就是说,解算初值的选取对于解算时间的影响较大。因此,可以通过解析法求解网状配置的近似解,在此基础上,再通过逼近方法优化网状配置的解,可以明显减少逼近法求解网状配置的解算时间。采用该方法后,网状配置瞄准点的平均求解时间降低至 1.26s。

逼近法求解瞄准点配置时,需要在一个区域内选取若干个点计算逼近程度,若采用并行计算,多个核心同时计算这些点的逼近程度,将进一步降低逼近法的解算时间。

5.3 毁伤概率对比

在计算得到不同条件下不同方法对应的配置参数后,利用式(1)计算该瞄准点配置方案的毁伤目标概率,作为配置方案优劣的衡量指标,同时计算集火射击(弹丸数量为未来空域窗射击方案中的齐射弹丸数量)的毁伤概率,以及最优弹丸散布密度对应的毁伤概率(毁伤概率的理论上限)作为对比。

符号设定如下:网状配置瞄准点(解析法)对应毁伤概率 P_{ma} ;网状配置瞄准点(逼近方法)对应毁伤概率 P_{mx} ;圆形配置瞄准点(逼近方法)对应毁伤概率 P_{cx} ;集火射击毁伤概率 P_n ;最优弹丸散布密度对应毁伤概率 P_o 。计算结果如表 5 所示。

由表 5 可得:

无论是解析法还是逼近法,得到的未来空域窗瞄准点配置,其毁伤目标概率均明显高于集火射击的毁伤目标概率;

采用逼近法得到的网状配置所对应的毁伤概率高于采用解析法时的结果,并且其毁伤概率接近毁伤概率上限;

表 5 毁伤概率对比

	n	(E_{x2}, E_{z2})			
		(15,6)	(25,10)	(15,10)	(25,6)
P_{ma}	48	0.3393	0.2082	—	—
P_{mx}		0.4272	0.2186	0.3111	0.3111
P_{cx}		0.3957	0.2005	0.3106	0.2422
P_n		0.2808	0.1144	0.1792	0.1792
P_o		0.4311	0.2203	0.3143	0.3143
P_{ma}	64	0.4243	0.2580	0.3152	0.3150
P_{mx}		0.5003	0.2679	0.3734	0.3734
P_{cx}		0.4581	0.2483	0.3726	0.2885
P_n		0.3064	0.1258	0.1964	0.1964
P_o		0.5049	0.2703	0.3775	0.3775

大多数情况下,网状配置的毁伤概率高于圆形配置的毁伤概率,而特例发生在相关误差 (E_{x2}, E_{z2}) 取 (15,10) 时,此时圆形配置的毁伤概率较高,这是由于圆形配置的弹丸散布密度在各个方向较为均匀,因而当相关误差在 OX 轴方向与 OZ 轴方向差异较大时,圆形配置无法像网状配置一样,根据相关误差特性调整各个方向的弹丸散布密度,使弹丸散布更好的覆盖目标散布。

当相关误差 (E_{x2}, E_{z2}) 分别取 (15,10) 与 (25,6) 时,圆形配置与网状配置的瞄准点如图 4 与图 5 所示。

在图 4 中,相比于相关误差取 (25,6),此时相关误差在 OX 轴方向与 OZ 轴方向的差异较小,目标在各个方向的散布可能性较为均匀,网状配置的包络趋近于一个正方形,其弹丸散布密度在各个方向也趋于相同;而在图 5 中, OX 轴的相关误差是 OZ 轴的 4.16 倍,采用逼近方法得到的网状配置方案趋近于一个扁的矩形,其长宽比约为 4.16,弹丸散布集中于目标散布的主要区域,相比之下,圆形配置在目标散布区域的弹丸散布密度就较为稀疏,这也导致了此时圆形配置的毁伤目

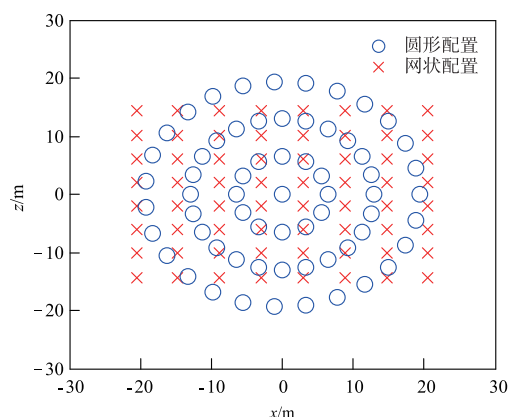


图4 相关误差取(15,10)时圆形配置与网状配置瞄准点

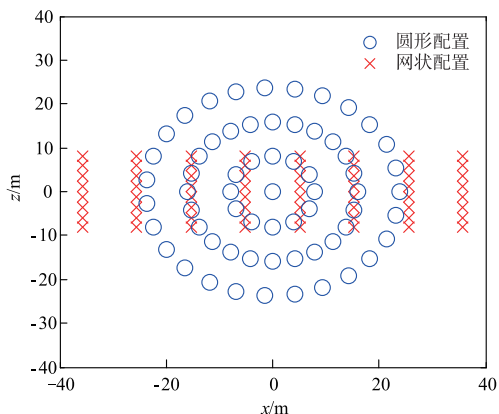


图5 相关误差取(25,6)时圆形配置与网状配置瞄准点

标概率低于网状配置。

5.4 配置方法性能比较

网状配置方法与圆形配置方法各有优劣,采用逼近方法求解,在误差大小与方向均可精确给出的情况下,网状配置方法对应的毁伤目标概率十分接近毁伤概率上界。然而,当误差方向无法给出的情况下,圆形配置的综合毁伤概率更高。

当考虑实际误差与迎弹面坐标系夹角 θ 时,毁伤目标概率的计算变为:

$$P_{n,\omega}(\theta) = 1 - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\rho^2}{\pi \varepsilon_x \varepsilon_z} e^{-\rho^2 (\frac{x^2}{\varepsilon_x^2} + \frac{z^2}{\varepsilon_z^2})} \cdot \prod_{i \in T} [1 - \frac{p(x_i^*, z_i^*)}{\omega}] dx dz$$

其中:

$$\begin{pmatrix} x_i^* \\ z_i^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x + \xi_i \\ z + \zeta_i \end{pmatrix}$$

若 θ 未知,则可以认为 θ 为随机变量,此时毁伤目标概率变为随机事件,其期望 $P_{n,\omega}^*$ 为:

$$P_{n,\omega}^* = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\theta) P_{n,\omega}(\theta) d\theta$$

其中 $g(\theta)$ 为夹角 θ 的概率密度。

设夹角服从 $(0, 2\pi]$ 内的均匀分布,分别计算采用逼近方法,得到的网状配置与圆形配置所对应的毁伤目标概率期望(分别为 P_{mx}^* 与 P_{cx}^*)如表6所示。

表6 毁伤目标概率期望

	n	(E_{x2}, E_{z2})			
		(15, 6)	(25, 10)	(15, 10)	(25, 6)
P_{mx}^*	48	0.3421	0.1808	0.2967	0.1970
P_{cx}^*		0.3783	0.1960	0.3049	0.2340
P_{mx}^*	64	0.3980	0.2188	0.3560	0.2320
P_{cx}^*		0.4415	0.2425	0.3662	0.2775

可见,在相关误差的方向无法给出,而只能通过概

率描述时,圆形配置由于其弹丸散布在各个方向均匀的特性,其毁伤效能在概率意义下优于网状配置。因此,逼近法得到的瞄准点配置符合网状配置与圆形配置的特点。

5.5 结论

逼近法求解未来空域窗瞄准点配置具有如下优势:一是方法通用性强,可以避免解析法可能出现无解的情况;二是对于同样的瞄准点配置方法(如网状配置),逼近法得到的结果,其毁伤目标的概率更高。

在逼近法的具体应用方面,有两点需要注意:一是针对某种配置方法,配置参数(如网状配置的瞄准点间隔、瞄准点数量)的选取应当满足解的存在条件;二是由于逼近法时间复杂度较高,并且配置参数越多,计算量越大,因此可以采用并行计算降低运算时间,另外,对于网状配置,可以将解析法得到的瞄准点配置作为逼近法求解的初值,进一步提高运算效率。

6 结束语

未来空域窗的瞄准点配置求解关系到未来空域窗的射击实施。本文采用函数逼近的方法,对未来空域窗瞄准点配置参数进行优化,使空域窗内瞄准点对应的弹丸散布密度函数接近最优弹丸散布密度,进而达到求解与优化未来空域窗瞄准点配置参数的目的。方法具有较好的通用性,能够用于求解各种形状的未来空域窗瞄准点配置。

该方法除了为未来空域窗的工程应用提供参考外,还能够应用于类似的概率优化问题,如跟踪(搜索)问题中的多传感器布阵、多机协同搜索等。

参考文献

- [1] 胡金春,郭治. 未来空域窗的数学描述[J]. 兵工学报, 1998, 19(4): 293-297.
HU Jin-chun, GUO Zhi. Mathematical description of future airspace window (FAW) [J]. Acta Armamentaria, 1998, 19(4): 293-297. (in Chinese)
- [2] 刘恒,梅卫,单甘霖等. 未来空域窗弹丸散布中心配置方法[J]. 光电与控制, 2013, 20(5): 74-76.
LIU Heng, MEI Wei, SHAN Ganlin. Configuration method of projectile dispersion center in future airspace window [J]. Electronics Optics & Control, 2013, 20(5): 74-76. (in Chinese)
- [3] 卢发兴,贾正荣,吴玲等. 未来空域窗弹丸瞄准点配置方法[J]. 兵工学报, 2015, 36(8): 1541-1545.
LU Fa-xing, JIA Zheng-rong, WU ling, et al. Configuration method of aiming points for future airspace window [J]. Acta Armamentaria, 2015, 36(8): 1541-1545. (in Chinese)

- [4] 卢发兴,贾正荣,吴玲等. 最优未来空域窗模型[J]. 系统工程与电子技术,2015,37(5):1072-1075.
LU Fa-xing, JIA Zheng-rong, WU ling, et al. Optimal model of future airspace window [J]. Systems Engineering and Electronics, 2015, 37(5):1072-1075. (in Chinese)
- [5] Øystein Tråsdahl, Einar M. Rønquist. High order numerical approximation of minimal surfaces [J]. Journal of Computational Physics, 2011, (230):4795-4810.
- [6] Samir Kumar Bhowmik. Numerical approximation of a convolution model of θ -neuron networks [J]. Applied Numerical Mathematics, 2011, (61):581-592.
- [7] M. L. Morgado, M. Rebelo. Numerical approximation of distributed order reaction - diffusion equations [J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2015, (275):216-227.
- [8] 邢昌凤,李敏勇,吴玲. 舰载武器系统效能分析[M]. 北京:国防工业出版社,2007.
XING Chang-feng, LI Min-yong, WU Ling. Efficiency Analysis of Ship-Borne Weapon System [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2007. (in Chinese)
- [9] Lerro D and Bar-Shalom Y. Tracking with debiased consistent converted measurements vs. EKF [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1993, 29(3):1015-1022.
- [10] 王伟,李丹,姜礼平等. 可处理多普勒量测的最佳线性无偏估计算法[J]. 电子与信息学报,2015,37(6):1336-1342.
WANG Wei, LI Dan, JIANG Liping, et al. The best linear unbiased estimation algorithm with doppler measurements [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2015, 37(6):1336-1342. (in Chinese)
- [11] Alicia Cordero a, José L. Huesoa, Eulalia Martínez, et al. Generating optimal derivative free iterative methods for nonlinear equations by using polynomial interpolation [J]. Mathematical and Computer Modelling, 2013, 57:1950-1956.
- [12] Yehui Penga, Heying Fengb, Qiyong Li, et al. A fourth-order derivative-free algorithm for nonlinear equations [J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2011, 235:2551-2559.
- [13] 戴耀,汪德虎,胡江. 舰炮对空闭环校射新方法研究[J]. 电子学报,2006,34(12):2491-2493.
DAI Yao, WANG De-hu, HU Jiang. Study of a new method of the ship borne gun's closed loop fire correction against air [J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(12):2491-2493. (in Chinese)

作者简介



贾正荣 男,1992 年生于甘肃兰州,海军工程大学硕士研究生,研究方向为舰载武器控制.
E-mail:15527396914@sina.cn



卢发兴 男,1974 年生于福建顺昌,海军工程大学副教授,俄罗斯海军学院导弹火控专业博士毕业,主要研究方向为舰载指控及导弹火控.
E-mail:lfx1974@163.com