

最小特征值的迭代非刚体 三维射影重建方法

裘国永^{1,2}, 刘静娜², 刘中华³, 彭亚丽^{1,2}, 刘侍刚^{1,2}

(1. 现代教学技术教育部重点实验室, 陕西西安 710062; 2. 陕西省教学信息技术工程实验室, 陕西西安 710119;
3. 河南科技大学电子信息工程学院, 河南洛阳 471023)

摘要: 为了从图像序列中重建出非刚体三维射影重建, 本文提出了一种最小特征值的迭代非刚体射影重建方法. 该方法利用所有的图像点和深度因子组成一个低秩图像矩阵的特性, 将投影求解转化为矩阵特征值及特征向量的求解, 迭代地求解深度因子, 实现非刚体的三维射影重建. 该方法能够保证算法能够收敛到全局最优解. 模拟实验和真实实验结果表明, 本文方法具有收敛性速度快、误差小等优点.

关键词: 非刚体; 射影重建; 特征值

中图分类号: TP391. 41

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112 (2017)05-1211-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2017.05.026

Iteration Projection Reconstruction Method for 3D Non-Rigid Based on Minimal Eigenvalue

QIU Guo-yong^{1,2}, LIU Jing-na², LIU Zhong-hua³, PENG Ya-li^{1,2}, LIU Shi-gang^{1,2}

(1. Key Laboratory of Modern Teaching Technology, Ministry of Education, Xi'an, Shaanxi 710062, China;

2. Engineering Laboratory of Teaching Information Technology of Shaanxi Province, Xi'an, Shaanxi 710119, China;

3. College of Information Engineering, Henan University of Science and Technology, Luoyang, Henan 471023, China)

Abstract: To obtain 3D non-rigid projective reconstruction from an image sequence, an iteration projection reconstruction method for 3D non-rigid based on minimal eigenvalue is presented. Based on the characteristic that all the image points and the depth factors constitute a low rank image matrix, the method replaces projection solution by eigenvalue and eigenvector solution. Then we can obtain the depth factors by iteration. Finally, the 3D non-rigid projective reconstruction is realized. The method can guarantee to converge to the global optimal solution. The experiments with both simulate and real data show that the proposed method has the advantages of fast convergence speed and small error.

Key words: non-rigid; projective reconstruction; Eigenvalue

1 引言

从已有图像序列中重建出物体的三维结构是计算机视觉研究热点问题之一^[1,2], 早期的三维重建研究工作都针对物体做刚体运动的情况^[3]. 然而, 现实世界中大部分物体的运动属于非刚体运动. 非刚体运动比刚体运动更具有普遍性和多样性, 其重建的难度也将增加^[4,5].

为了重建三维非刚体, Bregler 等人首次提出了三维非刚体可由若干个形状基 (Shape Basis) 线性加权组成^[6], 并重建了三维非刚体的结构, 但事后已证明这是一个病态不定问题求解^[7]. 后来许多三维非刚体重建方法都基于 Bregler 的假设^[8,9]. 其中 Fragkiadaki 利用秩的约束采用迭代方法重建非刚体的三维结构及运动^[10], Bue 等人基于 SVD 分解方法重建三维人脸结构及运动^[11]. 但这些方法仅适合正投影模型.

收稿日期: 2015-12-04; 修回日期: 2016-05-05; 责任编辑: 马兰英

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 61402274, No. 61672333, No. 61461025, No. 61202314, No. 41471280, No. 61501286, No. U1504610); 陕西省工业科技攻关项目 (No. 2016GY-081); 陕西省重点科技创新团队计划项目 (No. 2014KTC-18); 中国博士后特别资助项目 (No. 2014T70937); 陕西师范大学中央高校基本科研业务费项目 (No. GK201402040); 陕西师范大学学习科学交叉学科培育计划资助

在针孔模型下,从图像序列中仅能实现物体的射影重建^[12,13],为了实现非刚体的射影重建,有些学者将非刚体的部分当作出格数据进行处理^[14],采用刚体重建方法进行射影重建,但该方法要求物体做近似刚体运动,在许多情况下,物体的运动并不能近似于刚体运动.因此,该方法在许多场合并不适用.

为了更符合实际情况,本文在相机为针孔模型下,提出了一种基于最小特征值的迭代非刚体三维射影重建方法.该方法利用所有的图像点和深度因子组成一个低秩图像矩阵的特性,将投影求解转化为矩阵特征值及特征向量的求解,迭代地求解深度因子,实现非刚体的三维射影重建,而且本文方法能够从理论上保证算法收敛至全局最优解.

2 非刚体成像模型

假定相机为针孔模型,其成像过程可表示为

$$\gamma \mathbf{m} = [\mathbf{KR} \quad \mathbf{Kt}] \begin{bmatrix} \mathbf{z} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中 γ 为深度因子, $\mathbf{m} = [u \quad v \quad 1]^T$ 为图像点的齐次坐标, $\mathbf{z} = [x \quad y \quad z]^T$ 为三维空间点的非齐次坐标, $[\mathbf{R} \quad \mathbf{t}]$ 为相机的外参矩阵, \mathbf{K} 为相机的内参矩阵.

假设有 F 幅图像, N 个三维空间点,对于第 i 幅图像,由式(1)有

$$\mathbf{M}_i = [\mathbf{KR}_i \quad \mathbf{Kt}_i] \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中 $\mathbf{M}_i = [\gamma_{i,1} \mathbf{m}_{i,1} \quad \gamma_{i,2} \mathbf{m}_{i,2} \quad \cdots \quad \gamma_{i,N} \mathbf{m}_{i,N}]_{3 \times N}$ 和 $\mathbf{Z}_i = [z_{i,1} \quad z_{i,2} \quad \cdots \quad z_{i,N}]_{3 \times N}$ 分别为第 i 幅图像点及深度因子构成的图像矩阵和第 i 时刻所有三维空间点构成的矩阵, $\mathbf{1} = [1 \quad 1 \quad \cdots \quad 1]_{1 \times N}$.

当物体做非刚体运动时, \mathbf{Z}_i 可以认为由 L 个形状基线性组成^[6],即

$$\mathbf{Z}_i = \sum_{k=1}^L \alpha_{i,k} \mathbf{S}_k \quad (3)$$

式中 $\alpha_{i,k}$ 为权值, \mathbf{S}_k 为形状基.

将式(3)代入式(2)可得

$$\mathbf{M}_i = [\mathbf{KR}_i \quad \mathbf{Kt}_i] \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^L \alpha_{i,k} \mathbf{S}_k \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

将上式展开并整理得

$$\mathbf{M}_i = \underbrace{[\alpha_{i,1} \mathbf{KR}_i \quad \cdots \quad \alpha_{i,L} \mathbf{KR}_i \quad \mathbf{Kt}_i]}_{\mathbf{P}_i} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1 \\ \mathbf{S}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{S}_L \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

若将所有时刻的图像矩阵放在一起,则有

$$\mathbf{M}_{3F \times N} = \mathbf{P}_{3F \times (3L+1)} \mathbf{S}_{(3L+1) \times N} \quad (6)$$

$$\text{式中 } \mathbf{M} = \begin{bmatrix} \gamma_{1,1} \mathbf{m}_{1,1} & \cdots & \gamma_{1,N} \mathbf{m}_{1,N} \\ \gamma_{2,1} \mathbf{m}_{2,1} & \cdots & \gamma_{2,N} \mathbf{m}_{2,N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{F,1} \mathbf{m}_{F,1} & \cdots & \gamma_{F,N} \mathbf{m}_{F,N} \end{bmatrix}, \mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_F \end{bmatrix}$$

3 非刚体的射影重建

从式(6)可以看出, $\mathbf{M}_{3F \times N}$ 为低秩矩阵,其秩为 $3L+1$.同时,从上式还可以看出,对于任意的非奇异矩阵 \mathbf{H} ,都有

$$\mathbf{M}_{3F \times N} = \mathbf{P} \mathbf{H} \mathbf{H}^{-1} \mathbf{S} = \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{S}} \quad (7)$$

式中 $\tilde{\mathbf{P}} = \mathbf{P} \mathbf{H}$, $\tilde{\mathbf{S}} = \mathbf{H}^{-1} \mathbf{S}$.

从式(6)还可以看出, $\mathbf{M}_{3F \times N}$ 中含有未知的深度因子 $\gamma_{i,j}$.若深度因子 $\gamma_{i,j}$ 已知,通过 SVD 分解则有

$$\mathbf{M}_{3F \times N} = \mathbf{S}_{3F \times 3F} \mathbf{V}_{3F \times N} \mathbf{D}_{N \times N} \quad (8)$$

式中 $\mathbf{S}_{3F \times 3F}$ 和 $\mathbf{D}_{N \times N}$ 为正交阵, $\mathbf{V}_{3F \times N}$ 为对角阵.

由于 $\mathbf{M}_{3F \times N}$ 的秩为 $3L+1$,则有

$$\mathbf{M}_{3F \times N} = \mathbf{S}'_{3F \times (3L+1)} \mathbf{V}'_{(3L+1) \times (3L+1)} \mathbf{D}'_{(3L+1) \times N} \quad (9)$$

式中 $\mathbf{S}'_{3F \times (3L+1)}$ 和 $\mathbf{D}'_{(3L+1) \times N}$ 分别为 $\mathbf{S}_{3F \times 3F}$ 和 $\mathbf{D}_{N \times N}$ 的前 $(3L+1)$ 列, $\mathbf{V}'_{(3L+1) \times (3L+1)}$ 为 $\mathbf{V}_{3F \times N}$ 左上角 $(3L+1) \times (3L+1)$ 的子矩阵.

因此,可以令射影重建为:

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{P}}_{3F \times (3L+1)} = \mathbf{S}'_{3F \times (3L+1)} \mathbf{V}'_{(3L+1) \times (3L+1)}{}^{1/2} \\ \tilde{\mathbf{S}}_{(3L+1) \times N} = \mathbf{V}'_{(3L+1) \times (3L+1)}{}^{1/2} \mathbf{D}'_{(3L+1) \times N} \end{cases} \quad (10)$$

从上面可以看出,若深度因子 $\gamma_{i,j}$ 已知,通过 SVD 分解,很容易实现非刚体的射影重建.因此,射影重建的转化为深度因子 $\gamma_{i,j}$ 的求解,下面讨论如何实现深度因子 $\gamma_{i,j}$ 的求解.

3.1 利用列向量求解深度因子

任一列向量投影到 $\mathbf{S}'_{3F \times (3L+1)}$ 列向量生成的正交补子空间的投影矩阵为^[15]:

$$\mathbf{T}_{3F \times 3F}^c = \mathbf{I} - \mathbf{S}' (\mathbf{S}'^T \mathbf{S}')^{-1} \mathbf{S}'^T = \mathbf{I} - \mathbf{S}' \mathbf{S}'^T \quad (11)$$

同时, $\mathbf{M}_{3F \times N}$ 中的任一列 \mathbf{c}_j 在 $\mathbf{S}'_{3F \times (3L+1)}$ 列生成的正交补空间上的投影为

$$\mathbf{T}_{3F \times 3F}^c \mathbf{c}_j = \mathbf{0}_{3F \times 1} \quad (12)$$

在实际应用中,图像含有噪声,因此上式的求解可以最小化余差,即

$$e_c = \min_{\gamma_j} (\mathbf{T}_{3F \times 3F}^c \mathbf{c}_j)^T (\mathbf{T}_{3F \times 3F}^c \mathbf{c}_j) \quad (13)$$

由于从 $\mathbf{T}_{3F \times 3F}^c$ 的定义可以看出,它是一个对称矩阵,因此,有 $\mathbf{T}_{3F \times 3F}^c = \mathbf{T}_{3F \times 3F}^{cT}$;同时 $\mathbf{T}_{3m \times 3m}^c$ 为投影矩阵,因此有 $\mathbf{T}_{3F \times 3F}^c \mathbf{T}_{3F \times 3F}^c = \mathbf{T}_{3F \times 3F}^c$.将式(13)展开并化简为

$$e_c = \min_{\gamma_j} \mathbf{T}_{3F \times 1}^c \mathbf{T}_{3F \times 3F}^c \mathbf{c}_{3F \times 1} \quad (14)$$

将 \mathbf{c}_j 列向量展开,则有

$$\mathbf{c}_j = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{1,j} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{m}_{2,j} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{m}_{F,j} \end{bmatrix}_{3F \times F} \boldsymbol{\gamma}_j \quad (15)$$

则有

$$\mathbf{c}_j^T \mathbf{T}^c \mathbf{c}_j = \boldsymbol{\gamma}_j^T \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{1,j}^T \mathbf{T}_{1,1} \mathbf{m}_{1,j} & \cdots & \mathbf{m}_{1,j}^T \mathbf{T}_{1,F} \mathbf{m}_{F,j} \\ \mathbf{m}_{2,j}^T \mathbf{T}_{2,1} \mathbf{m}_{1,j} & \cdots & \mathbf{m}_{2,j}^T \mathbf{T}_{2,F} \mathbf{m}_{F,j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{m}_{F,j}^T \mathbf{T}_{F,1} \mathbf{m}_{1,j} & \cdots & \mathbf{m}_{F,j}^T \mathbf{T}_{F,F} \mathbf{m}_{F,j} \end{bmatrix} \boldsymbol{\gamma}_j = \boldsymbol{\gamma}_j^T \mathbf{H}_{F \times F} \boldsymbol{\gamma}_j \quad (16)$$

求解式(14)的优化问题可以转为求解以下优化问题:

$$e_c = \min_{\boldsymbol{\gamma}_j} \boldsymbol{\gamma}_j^T \mathbf{H}_{F \times F} \boldsymbol{\gamma}_j \quad (17)$$

式中 $\boldsymbol{\gamma}_j = (\gamma_{1,j}, \gamma_{2,j}, \dots, \gamma_{F,j})^T$; $\mathbf{H}_{F \times F}$ 中的第 m 行, 第 n 列元素 $h_{m,n} = \mathbf{m}_{m,j}^T \mathbf{T}_{m,n} \mathbf{m}_{n,j}$; 将 $\mathbf{T}_{3F \times 3F}$ 划分为 $F \times F$ 个 3×3 的子矩阵, 则 $\mathbf{T}_{m,n}$ 表示第 m 行, 第 n 列个子矩阵.

为了避免非平凡解的出现, 将式(17)修改为

$$e_c = \min_{\boldsymbol{\gamma}_j} \frac{\boldsymbol{\gamma}_j^T \mathbf{H}_{F \times F} \boldsymbol{\gamma}_j}{\|\boldsymbol{\gamma}_j\|^2} \quad (18)$$

式(18)的求解可以转化为求解 $\mathbf{H}_{F \times F}$ 的最小特征值对应的特征向量.

3.2 利用行向量求解深度因子

在 3.1 中, 利用每个空间点在图像矩阵中组成一个列向量对深度因子 $\boldsymbol{\lambda}_j$ 进行求解. 和上节类似, 利用每幅图像构成三个行向量对深度因子 $\boldsymbol{\gamma}_i = (\gamma_{i,1}, \gamma_{i,2}, \dots, \gamma_{i,N})^T$ 进行求解.

任一行向量投影到由 $\mathbf{D}'_{(3L+1) \times N}$ 的行向量生成的正交补子空间的投影矩阵为^[15]:

$$\mathbf{T}_{N \times N}^r = \mathbf{I} - \mathbf{D}'^T (\mathbf{D}' \mathbf{D}'^T)^{-1} \mathbf{D}' = \mathbf{I} - \mathbf{D}'^T \mathbf{D}' \quad (19)$$

图像矩阵 $\mathbf{M}_{3F \times N}$ 中的任一行 \mathbf{r}_i 在 $\mathbf{D}'_{(3L+1) \times N}$ 行向量生成的正交补空间上的投影为

$$\mathbf{r}_i \mathbf{T}_{N \times N}^r = \mathbf{0}_{1 \times N} \quad (20)$$

推导过程和前面一样, 上式的求解可以写成求解以下优化问题:

$$e_r = \min_{\boldsymbol{\gamma}_i} \mathbf{r}_i \mathbf{T}_{N \times N}^r \mathbf{r}_i^T \quad (21)$$

求解式(21)的优化问题可以转为求解以下优化问题:

$$e_r = \min_{\boldsymbol{\gamma}_i} \boldsymbol{\gamma}_i^T \mathbf{F}_{N \times N} \boldsymbol{\gamma}_i \quad (22)$$

式中 $\mathbf{F}_{N \times N} = \mathbf{U}_i \mathbf{T}_{N \times N}^r \mathbf{U}_i + \mathbf{V}_i \mathbf{T}_{N \times N}^r \mathbf{V}_i + \mathbf{T}_{N \times N}^r$, \mathbf{U}_i 和 \mathbf{V}_i 分别为第 i 幅图像 \mathbf{u} 和 \mathbf{v} 分量构成的对角阵, 即

$$\mathbf{U}_i = \begin{bmatrix} u_{i,1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & u_{i,N} \end{bmatrix}, \mathbf{V}_i = \begin{bmatrix} v_{i,1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & v_{i,N} \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\gamma}_i = (\gamma_{i,1} \ \gamma_{i,2} \ \cdots \ \gamma_{i,N})^T.$$

证明:

由于在 $\mathbf{M}_{3F \times N}$ 矩阵中, 同一幅图像中的连续三行都有相同的 $\boldsymbol{\gamma}_{i,j}$, 因此, 取连续的三行 $\mathbf{r}_{3i-2}, \mathbf{r}_{3i-1}$ 和 \mathbf{r}_{3i} ($i = 1, 2, \dots, F$), 将其 \mathbf{r}_{3i} 展开, 则有

$$\mathbf{r}_{3i-2} = \boldsymbol{\gamma}_i^T \mathbf{U}_i, \mathbf{r}_{3i-1} = \boldsymbol{\gamma}_i^T \mathbf{V}_i, \mathbf{r}_{3i} = \boldsymbol{\gamma}_i^T \quad (23)$$

对于连续的三行 $\mathbf{r}_{3i-2}, \mathbf{r}_{3i-1}$ 和 \mathbf{r}_{3i} , 可以将式(21)改写为

$$e_r = \min_{\boldsymbol{\gamma}_i} (\mathbf{r}_{3i-2} \mathbf{T}_{N \times N}^r \mathbf{r}_{3i-2}^T + \mathbf{r}_{3i-1} \mathbf{T}_{N \times N}^r \mathbf{r}_{3i-1}^T + \mathbf{r}_{3i} \mathbf{T}_{N \times N}^r \mathbf{r}_{3i}^T) \quad (24)$$

将式(23)代入式(24)中, 则有:

$$e_r = \min_{\boldsymbol{\gamma}_i} (\boldsymbol{\gamma}_i^T \mathbf{U}_i \mathbf{T}_{N \times N}^r \mathbf{U}_i \boldsymbol{\gamma}_i + \boldsymbol{\gamma}_i^T \mathbf{V}_i \mathbf{T}_{N \times N}^r \mathbf{V}_i \boldsymbol{\gamma}_i + \boldsymbol{\gamma}_i^T \mathbf{T}_{N \times N}^r \boldsymbol{\gamma}_i) \quad (25)$$

将上式化简可得

$$e_r = \min_{\boldsymbol{\gamma}_i} \boldsymbol{\gamma}_i^T \mathbf{F}_{N \times N} \boldsymbol{\gamma}_i \quad (26)$$

证毕.

同理, 为了避免非平凡解的出现, 将上式可以写为

$$e_r = \min_{\boldsymbol{\gamma}_i} \frac{\boldsymbol{\gamma}_i^T \mathbf{F}_{N \times N} \boldsymbol{\gamma}_i}{\|\boldsymbol{\gamma}_i\|^2} \quad (27)$$

求式(27)的最小值也可以转化为求解 $\mathbf{F}_{N \times N}$ 最小特征值对应的特征向量问题.

在上面求解深度因子 $\boldsymbol{\gamma}_j$ 和 $\boldsymbol{\gamma}_i$ 的过程中, 事先假定 $\mathbf{T}_{3F \times 3F}^c$ 和 $\mathbf{T}_{N \times N}^r$ 都已知, 但 $\mathbf{T}_{3F \times 3F}^c$ 和 $\mathbf{T}_{N \times N}^r$ 是从 $\mathbf{M}_{3F \times N}$ 得到, 而 $\mathbf{M}_{3F \times N}$ 中却含有深度因子 $\boldsymbol{\gamma}_{i,j}$, 因此, 可以构造一个迭代算法对深度因子 $\boldsymbol{\gamma}_{i,j}$ 进行求解.

4 算法总结

本文算法流程如图 1 所示, 详细步骤总结如下:

步骤 1 假设所有的图像深度因子 $\boldsymbol{\gamma}_{i,j} = 1, k = 1$, 令 ε 为任意小的正数;

步骤 2 对 $\mathbf{M}_{3F \times N}$ 进行奇异值分解, 利用式(9)求

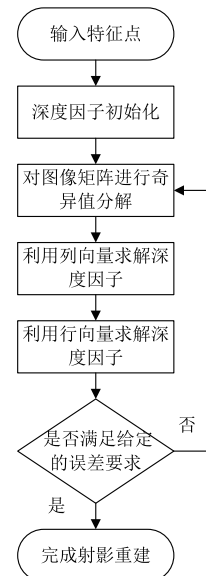


图1 算法流程图

到 $S'_{3F \times (3L+1)}$ 和 $D'_{(3L+1) \times N}$;

步骤 3 利用式(11)构造投影矩阵 $T'_{3F \times 3F}$;

步骤 4 利用式(17)求取矩阵 $H_{F \times F}$;

步骤 5 求取矩阵 $H_{F \times F}$ 的最小特征值及其对应的特征向量,即最小余差为 $e_c^{(k)}$ 及对应的深度因子为 γ_j ;

步骤 6 利用式(19)构造投影矩阵 $T'_{N \times N}$;

步骤 7 利用式(22)求取矩阵 $F_{N \times N}$;

步骤 8 求取矩阵 $F_{N \times N}$ 的最小特征值及其对应的特征向量,即最小余差为 $e_r^{(k)}$ 及对应的深度因子为 γ_i ;

步骤 9 若 $|e_r^{(k)} - e_r^{(k-1)}| \leq \varepsilon$, 转步骤(10); 否则, $k = k + 1$, 转步骤(2);

步骤 10 利用式(10)实现非刚体的射影重建.

在本文算法中,每次迭代的运算量主要来自以下 3 部分:(1)步骤 2 中对 $M_{3F \times N}$ 进行奇异值分解,其运算复杂度为 $\min(O(F^2N) \ O(FN^2))$;(2)步骤 5 中求 $H_{F \times F}$ 的最小特征值及特征向量,其运算复杂度为 $O(F^3)$;(3)步骤 8 中求 $F_{N \times N}$ 的最小特征值及特征向量,其运算复杂度为 $O(N^3)$. 因此,这 3 部分总的运算复杂度为 $\max(O(F^3) \ O(N^3))$,即本文算法每进行一次迭代的运算复杂度为 $\max(O(F^3) \ O(N^3))$.

5 实验

5.1 仿真实验

为了验证本文方法的性能及各种参数对本文方法的影响,首先产生不同形状基数目的非刚体运动,再产生不同数量的图像,并在图像中加入均值为零,方差变化的高斯噪声.根据模拟产生的非刚体图像序列,用本文方法进行非刚体的射影重建,并用 $v_{(3L+2)}$ 的值和最小余差 e_r 的大小来衡量算法的性能.

实验 1 为了检验本文方法的收敛性能,假设形状基数目 L 分别为 6, 8, 模拟产生含有 60 个空间点、60 幅图像的非刚体图像序列,同时,在图像中分别加入零均值,方差分别为 0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0 个像素的高斯噪声,实验结果如图 2 和图 3 所示.

从图 2 和图 3 可以看出, $v_{(3L+2)}$ 和 e_r 的值均随迭代次数的增加逐渐减小,一般情况下,只需要迭代 20 次之内就达到了收敛,说明本文方法具有较好的收敛性能.从图 2 和图 3 还可以看出,噪声越小收敛性能越好.同时,比较图 2(a) 与 2(b) 和 3(a) 与 3(b), 可以看出,非刚体的形状基数 L 越大,收敛速度越慢,原因是因为形状基数 L 越大,秩越大,要求解的未知数就越多,而方程数却是一定的,因此收敛速度就越慢.

实验 2 为了检验形状基数目 L 对本文方法的影响,模拟产生 60 个空间点, 60 幅图像,在图像中加入零均值,方差分别为 0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0 个像素的高斯噪

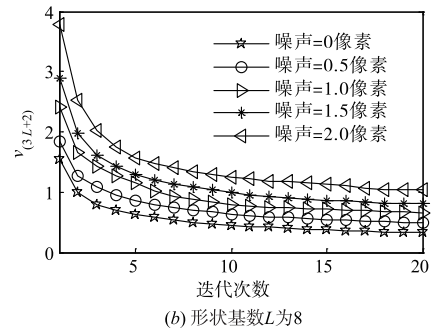
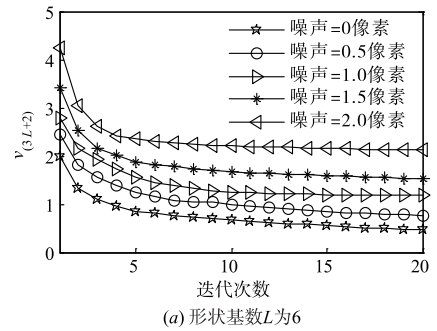


图2 $v_{(3L+2)}$ 随迭代次数变化图

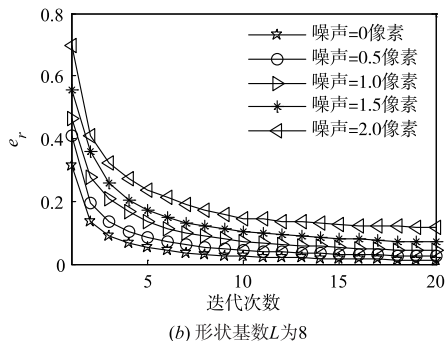
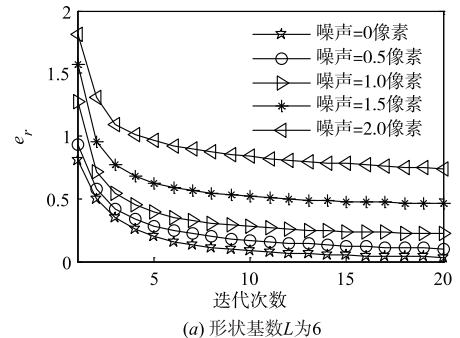


图3 e_r 随迭代次数变化图

声,形状基数 L 由 1 变化至 12,在每种情况下分别运行 50 次后求其平均值,实验结果如图 4 和图 5 所示.

从图 4 和图 5 可以看出,随着形状基数 L 的增加, $v_{(3L+2)}$ 和 e_r 的值都减小,图像噪声越大, $v_{(3L+2)}$ 和 e_r 的值也越大,原因是由于:(1)对于 $v_{(3L+2)}$,矩阵在进行 SVD 分解时,对角阵 $V_{3F \times N}$ 对角线上元素的值是从大到小进行排列,能量主要集中在前面特征值上,基数 L 越大,

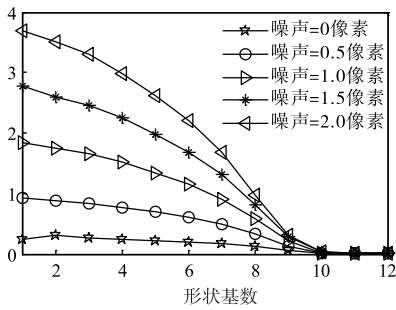


图4 $v_{(3L+2)}$ 随形状基数L的变化图

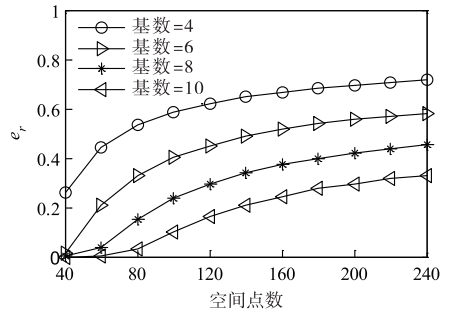


图7 e_r 随空间点数的变化图

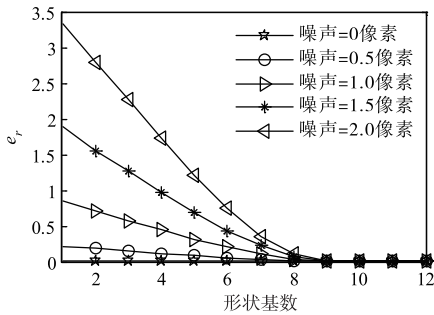


图5 e_r 随形状基数L的变化图

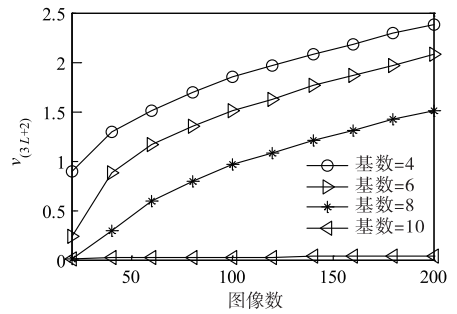


图8 $v_{(3L+2)}$ 随图像数增加的变化图

$v_{(3L+2)}$ 的位置越靠后,其对应的值就越小。(2)对于 e_r , 基数越大,要求解的未知数就越多,而方程数量却一定的,因此, e_r 的值就越小。

实验3 为了检验空间点数对本文方法的影响,在图像保持 60 幅不变的情况下,空间点数由 40 变化至 240,同时,在图像中加入零均值,方差为 1.0 个像素的高斯噪声,形状基数分别取 4, 6, 8, 10,在每种情况下分别运行 50 次后求其平均值,实验结果如图 6 和图 7 所示。

从图 6 可以看出,随着空间点数的增加, $v_{(3L+2)}$ 的值增大,原因是由于空间点数越多,矩阵越大,其能量相对越大,因此, $v_{(3L+2)}$ 的值就越大。从图 7 也可以看出, e_r 的值随着空间点数的增加而增大,这是因为空间点数越多,约束就越多,方程求解的余差就会越大。

实验4 为了检验图像数对本文方法的影响,同实验 3 一样,只是本实验保持空间点数为 60,而图像数由 20 变化至 200 幅,实验结果如图 8 和图 9 所示。

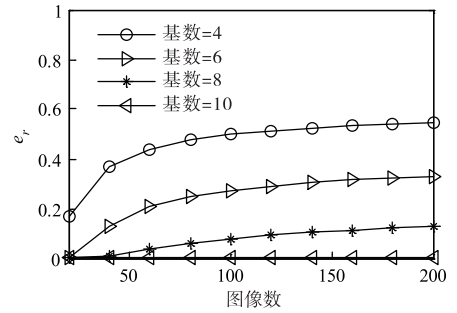


图9 e_r 随图像数增加的变化图

从图 8 和图 9 可以看出, $v_{(3L+2)}$ 和 e_r 的值随着图像

数的增加而增大,原因和实验 3 一致。

实验5 为了检验及比较本文方法的抗噪能力,模拟产生 60 个空间点,60 幅图像,形状基数分别取 4, 6, 8;同时,在图像序列中加入零均值,方差由 0 变化至 2 个像素的高斯噪声.利用这些图像序列,分别用本文方法和 Dai 方法^[13]进行射影重建,在每种情况下分别运行 50 次后求其平均值,实验结果如图 10 和图 11 所示。

从图 10 可以看出,用本文方法, $v_{(3L+2)}$ 随图像噪声的增加呈线性增长的趋势,说明该方法鲁棒性较好,而 Dai 方法仅考虑列向量的约束,因此,本文方法的重建精度高.从图 11 可以看出, e_r 值随图像噪声的增加而增加.比较发现本文方法的 $v_{(3L+2)}$ 和 e_r 值比 Dai 方法都要小,说明本文方法具有更好的抗噪能力.同时,从图 10 和图 11 中还可以看出,基数越大, $v_{(3L+2)}$ 和 e_r 的值越小,其结论和实验 2 是一致的。

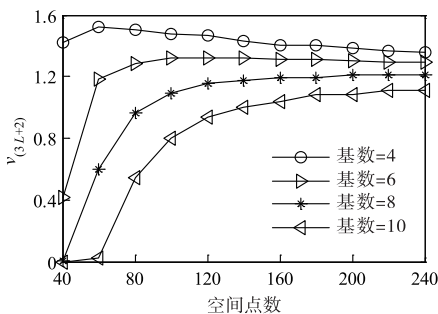
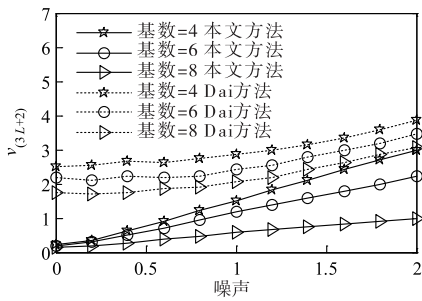
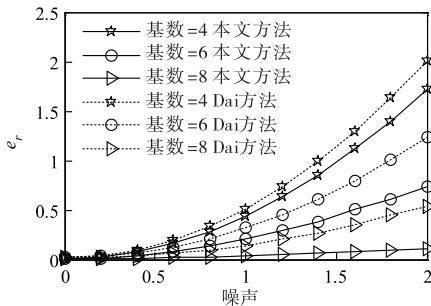


图6 $v_{(3L+2)}$ 随空间点数的变化图

图10 $v_{(3L+2)}$ 随噪声增加的变化图图11 e_r 随噪声增加的变化图

5.2 真实实验

为了验证本文算法的正确性,本文获得一个由230帧图像组成的恐龙图像序列,图像大小为 570×338 ,其中的两帧如图12所示。从图12可以看出,该恐龙运动是非刚体运动。在该图像序列中,通过人工提取及跟踪了49个特征点(如图中*所示),选取形状基的个数 L 为10,用本文方法对这些特征点进行射影重建。为了衡量本文方法的重建精度,对这些重建点进行重投影,重投影点如图12中○所示。从图12可以看出,重投影点和原始特征点基本重合,同时,我们计算了重投影点到原始特征点的平均距离,即平均重投影误差为0.6214像素,这说明本文方法具有较高的重建精度。

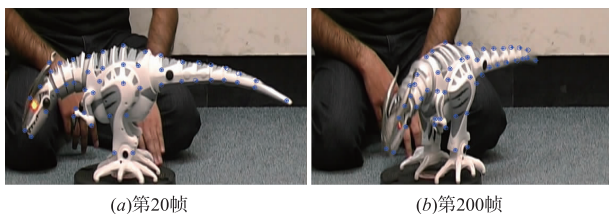


图12 恐龙图像序列

6 总结与展望

本文提出了一种基于最小特征值的迭代非刚体三维射影重建方法。该方法利用所有的图像点和深度因子组成一个图像低秩矩阵的特性,将投影求解转化为矩阵特征值及特征向量的求解,迭代地求解深度因子,最终实现非刚体的射影重建。该方法保证了算法能够

收敛至全局最优解。模拟实验和真实实验的数据结果表明,本文方法具有收敛性速度快、误差小等优点。

为了进一步提高三维射影重建精度,本文下一步工作将结合度量学习理论^[16-18],通过度量学习建立非刚体三维模型库,利用三维模型库实现非刚体的射影重建。

参考文献

- [1] Dan R, Kimmel R. Affine invariant geometry for non-rigid shapes[J]. International Journal of Computer Vision, 2015, 111(1):1-11.
- [2] Boisvert J, Marc D, Jodoin M. High-speed transition patterns for video projection, 3D reconstruction, and copyright protection [J]. Pattern Recognition, 2015, 48(3):720-731.
- [3] Angst R, Pollefeys M. Multilinear factorizations for multi-camera rigid structure from motion problems [J]. International Journal of Computer Vision, 2013, 103(2):240-266.
- [4] Zhu Y, Huang D, Fernando T, Lucey S. Complex non-rigid motion 3D reconstruction by union of subspaces[A]. Conference on Computer Vision and Pattern Recognition[C]. Ohio, June 24-27, 2014. 1542-1549.
- [5] Yu F, Gallup D. 3D reconstruction from accidental motion [A]. Conference on Computer Vision and Pattern Recognition[C]. Ohio, June 24-27, 2014. 3986-3993.
- [6] Bregler C, Hertzmann A, Biermann H. Recovering non-rigid 3D shape from image streams[A]. Conference on Computer Vision and Pattern Recognition[C]. Hawaii, June 13-15, 2000. 2690-2696.
- [7] Gotardo U, Martinez M. Kernel non-rigid structure from motion [A]. IEEE International Conference on Computer Vision[C]. Barcelona, November 6-13, 2011. 802-809.
- [8] Khan I. Non-rigid structure-from-motion with uniqueness constraint and low rank matrix fitting factorization [J]. IEEE Transactions on Multimedia, 2014, 16(5):1350-1357.
- [9] Garg R, Roussos A, Agapito L. A variational approach to video registration with subspace constraints [J]. International Journal of Computer Vision, 2013, 104(3):286-314.
- [10] Fragkiadaki K, Salas M, Arbelaez P, et al. Grouping-based low-rank trajectory completion and 3D reconstruction [J]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2014, 27(1):55-63.
- [11] Bue D, Smeraldi F, Agapito L. Non-rigid structure from motion using ranklet-based tracking and non-linear optimization [J]. Image & Vision Computing, 2007, 25(3):297-310.

- [12] Oliensis J, Hartley R. Iterative extensions of the Sturm/Triggs algorithm; convergence and nonconvergence [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2007, 29(12): 2217 – 2233.
- [13] Dai Y, Li H, He M. Projective multiview structure and motion from element-wise factorization [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2013, 35(9): 2238 – 2251.
- [14] Russell C, Rui Y, Agapito L. Video pop-up; monocular 3D reconstruction of dynamic scenes [A]. European Conference on Computer Vision [C]. Switzerland, September 6 – 12, 2014. 583 – 598.
- [15] Horn R, Johnson C. Matrix Analysis (Second edition) [M]. New York; Cambridge University Press, 2013.
- [16] Liu T, Tao D. Classification with noisy labels by importance reweighting [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2016, 38(3): 447 – 461.
- [17] Xu C, Liu T, Tao D, Xu C. Local rademacher complexity for multi-label learning [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2016, 25(3): 1495 – 1507.
- [18] Du B, Zhang L. A discriminative metric learning based anomaly detection method [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2014, 52(11): 6844 – 6857.

作者简介



裘国永 男, 1964年6月出生, 浙江绍兴人. 1999年浙江大学计算数学专业理学博士. 现为陕西师范大学副教授, 从事三维重建、相机标定等方面的有关研究.



刘静娜 女, 1992年2月出生, 河南周口人, 2014年在河南师范大学获得学士学位, 现为陕西师范大学硕士生. 从事图像序列分析、相机标定等方面的有关研究.



刘中华 (通信作者) 男, 1975年3月出生, 河南郑州人, 1998年在空军第一航空学院获得学士学位, 2005年在西华大学获得硕士学位, 2011年在南京理工大学获得博士学位, 现为河南科技大学副教授. 从事计算机视觉、模式识别、图像处理等方面的有关研究.
E-mail: lzhua_217@163.com



刘侍刚 男, 1973年11月出生, 江西峡江人, 1997年和2001年在哈尔滨工程大学分别获得学士学位和硕士学位, 2005年在西安电子科技大学获得博士学位, 现为陕西师范大学副教授. 从事计算机视觉、三维重建等方面的有关研究.