基于 TLS 的相控阵雷达目标角度截获方法

屈剑明, 杨晨阳, 毛士艺, 李少洪
(北京航空航天大学电子工程系, 北京 100083)

摘 要: 本文提出了一种在相控阵雷达中利用总体最小二乘(TLS)估计进行目标角度截获,提取目标角度信息的方法. 该方法不仅考虑了线性模型中观测向量的噪声扰动,而且考虑了数据矩阵中的噪声扰动,采用 TLS 估计的角度截获方法可以使包括观测向量误差和数据矩阵误差在内的误差矩阵达到 Frobenius 范数的最小值.

关键词: 截获; 总体最小二乘; 顺序波瓣; 相控阵
中图分类号: TN95 **文献标识码**: A **文章编号**: 0372-2112 (2000) 03-0001-04

An Angle Acquisition Method Based on TLS Estimation with Phased Array Radar

QU Jian-ming, YANG Chen-yang, MAO Shi-yi, LI Shao-hong
(Dept. of Electronic Enginerring, Beijing University of Aeronautics & Astronautics, Beijing 100083, *China)*

Abstract: An angle acquisition method is proposed in this paper based on Total Least Squares (TLS) estimation with phased array radar. Not only the perturbations in observation vector but also the perturbations in the data matrix in the linear model are considered. By applying TLS estimation, the Frobenius norm of the error matrix is minimized, which includes errors in both the observation vector and the data matrix.

Key words: acquisition; TLS; sequential lobing; phased array radar

1 引言

目标截获是指截获雷达根据目标的指示信息发现目标并获取目标位置信息的过程. 目标的角度截获可以利用单脉冲技术[1]. 根据截获区域的大小,使单脉冲波束的测量区域覆盖整个截获区域,就可以利用和差波束进行角度截获[2,3]. 如果截获中心的预测误差很大,例如对近距、高速、机动目标或导弹的截获,则需要较大的截获区域以便获得足够的目标落入概率,这也意味着需要很宽的单脉冲波束进行截获. 单脉冲波束的展宽将带来天线增益的急剧下降,因此需有足够长的驻留时间,以便在截获区内积累足够多的能量,此时必须对目标运动进行补偿方可实现能量积累. 如果积累时间很长,则难以进行精确的运动补偿.

另一种角度截获技术是顺序波瓣技术. 如果截获雷达是一部相控阵雷达,则可以利用相控阵雷达波束捷变的特点,在不降低天线增益的情况下,通过扫描搜索方式来扩大截获区域,进行目标角度截获. 如果粗劣估计角度,可以认为扫描搜索中回波功率最大的波束的波束中心指向为目标角度位置,这种选大的方式得到的角度观测误差非常大. 此时,可以利用相邻波束的相互交叠提高测量精度,这相当于把目标周围的波束作为一个顺序波瓣扫描处理. 文献[4]将目标周围的波束看成是圆锥扫描的一部分,利用泰勒展开构成线性模型,采用最小二乘(LS)估计进行角度截获. 文献[5]提出的角度截获方法首先对收到的回波信号取对数构成线性模型,再采用最小二乘估计提取角度信息.

如果要在相同的截获区域内达到相同的信噪比,单脉冲积累的方法与顺序波瓣方法所需的驻留时间大致相同. 对于采用单脉冲积累的方法,用来进行角度测量的时间就是整个波束的驻留时间;对于采用顺序波瓣的方法,由于偏离目标较远的波束回波功率极低,没有利用的价值,因此只考虑目标位置周围的几个波束回波即可,这样用于角度测量的时间只是全部驻留时间的一部分. 测量时间越短,目标运动带来的影响越小. 采用顺序波瓣进行角度截获的结果要优于采用积累单脉冲[5].

文献[4,5]中的角度截获采用 LS 估计假设方程 $A\theta \approx y$ 中的数据矩阵 A 是完全确知的,实际上,除了相控阵雷达本身天线单元的幅度与相位误差会影响波束指向精度从而在 A 阵中产生扰动以外,由目标运动的估计误差引起的运动补偿误差也将在 A 阵中产生很大扰动,尤其是对近距、高速、机动目标或导弹的截获,此时 A 阵中的扰动将是一个不可忽略的因素. 总体最小二乘的提出正是为了解决 A 阵中存在扰动的线性估计问题,文献[6]在数值分析领域分析了总体最小二乘(TLS),并提出了采用奇异值分解(SVD)进行 TLS 估计的方法. 另一类更通用的线性估计问题是 A 阵中的一部分参数是确知的,而另一部分受到扰动的情况,这种估计问题称为广义总体最小二乘(GTLS)估计[7]. GTLS 估计需要用广义奇异值分解(GSVD)求解[7,8].

收稿日期:1998-11-05;修订日期:1999-05-16

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

本文首先建立了采用顺序波瓣技术的雷达回波功率线性化模型,由于模型 $A\theta \approx y$ 中 A 的一部分存在扰动,因此构成 GTLS 估计问题,然后利用 Householder 变换将该 GTLS 估计问题简化为 TLS 估计问题,并进一步给出了 TLS 估计的加权矩阵,最后得到基于 TLS 估计的目标角度截获方法. 最后,通过仿真实验比较了采用 LS 与 TLS 的两种不同角度截获方法的性能.

2　基于 TLS 的目标角度截获方法

2.1　雷达回波功率的线性化模型

采用顺序波瓣的方法截获角度是指按一定的波束排布规律(如矩形或三角形排布),把波束排成一个波束阵覆盖截获区域,将相邻波束看成是顺序波瓣扫描的一部分,利用相邻波束的相互交叠进行角度截获.

设利用波束阵中的 n 个波束回波进行角度测量,第 i 个波位波束指向为 (α_i,β_i),待测目标角度为 (α,β), P_i 为第 i 个波位回波的功率,设天线方向图近似为高斯形,有

$$P_i = k\exp(-c\cdot((\alpha-\alpha_i)^2+(\beta-\beta_i)^2)),\ (i=1,2,\cdots,n) \tag{1}$$

式中: k, c 为常数.

对上式两边分别取对数,经过简单的整理有

$$\ln P_i + c\cdot(\alpha_i^2+\beta_i^2) = \ln k - c\cdot(\alpha^2+\beta^2) + 2c\alpha_i\alpha + 2c\beta_i\beta,\quad (i=1,\cdots,n) \tag{2}$$

可将收到 n 个回波写成下面的矩阵形式

$$y = A\theta \tag{3}$$

其中,

$$y = \begin{bmatrix} \ln P_1 + c\cdot(\alpha_1^2+\beta_1^2) \\ \ln P_2 + c\cdot(\alpha_2^2+\beta_2^2) \\ \cdots \\ \ln P_n + c\cdot(\alpha_n^2+\beta_n^2) \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2c\alpha_1 & 2c\beta_1 \\ 1 & 2c\alpha_1 & 2c\beta_2 \\ & \cdots & \\ 1 & 2c\alpha_n & 2c\beta_n \end{bmatrix}$$

$$\theta = \begin{bmatrix} \ln k - c\cdot(\alpha^2+\beta^2) \\ \alpha \\ \beta \end{bmatrix}$$

如果认为 A 阵中不存在扰动,则上式可以用 LS 估计(或称加权最小二乘估计)得到目标角度估计 θ_{LS}.

$$\theta_{LS} = (A^TW^{-1}A)^{-1}A^TW^{-1}y \tag{4}$$

其中 W 是加权矩阵.

实际上,A 阵是存在扰动的,例如截获过程中目标运动估计误差对 A 阵的影响. 考虑 A 阵扰动后,式(3)可写为

$$[A,y][\theta^T,-1]^T \approx 0 \tag{5}$$

式(3)中的矩阵又可以写成下面分块形式,

$$A = [A_1, A_2]$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \cdots \\ 1 \end{bmatrix},\ A_2 = \begin{bmatrix} 2c\alpha_1 & 2c\beta_1 \\ 2c\alpha_2 & 2c\beta_2 \\ \cdots & \cdots \\ 2c\alpha_n & 2c\beta_n \end{bmatrix} \tag{6}$$

$$\theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}$$

$$\theta_1 = [\ln k - c\cdot(\alpha^2+\beta^2)]$$

$$\theta_2 = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \tag{7}$$

这样,又可将式(5)写成

$$[A_1, A_2, y][\theta_1^T, \theta_2^T, -1]^T \approx 0 \tag{8}$$

由于 A_1 是确知部分而 A_2 存在扰动,因此这是一个典型的 GTLS 问题,求解 GTLS 将用到较为复杂的通用奇异值分解.

2.2　简化 GTLS 估计问题为 TLS 估计问题

式(8)的解之所以不能用 TLS 估计得到是因为 A_1 是确知的部分,因此得不到 $[A_1, A_2, y]$ 的加权矩阵. 但是考虑到 A_1 所对应的未知量 θ_1 是我们不关心的,因此可以通过正交变换把上述 GTLS 问题转化为 TLS 问题.

对 $[A_1, A_2, y]$ 进行 Householder 变换,其中 H 是正交阵, R 是分块上三角阵,有

$$H^T[A_1, A_2, y] = R = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ 0 & R_{22} \end{bmatrix} \tag{9}$$

其中, R_{11} 的维数是 1×1, R_{12} 的维数是 $n-1\times1$, R_{22} 的维数是 $n-1\times n-1$,由于 A_1 很简单,所以 H 很容易得到,为

$$H = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{n}} & \frac{1}{\sqrt{n}} & \cdots & \frac{1}{\sqrt{n}} & \frac{1}{\sqrt{n}} \\ \frac{1}{\sqrt{n}} & 1+\frac{1}{\sqrt{n}-n} & \frac{1}{\sqrt{n}-n} & \cdots & \frac{1}{\sqrt{n}-n} \\ \cdots & \frac{1}{\sqrt{n}-n} & 1+\frac{1}{\sqrt{n}-n} & \ddots & \cdots \\ \frac{1}{\sqrt{n}} & \cdots & \ddots & \ddots & \frac{1}{\sqrt{n}-n} \\ \frac{1}{\sqrt{n}} & \frac{1}{\sqrt{n}-n} & \cdots & \frac{1}{\sqrt{n}-n} & 1+\frac{1}{\sqrt{n}-n} \end{bmatrix}_{n\times n} \tag{10}$$

方程(8)又可写成

$$\begin{bmatrix} R_{11}\theta_1^T + R_{12}[\theta_2^T, -1]^T \\ R_{22}[\theta_2^T, -1]^T \end{bmatrix} \approx 0 \tag{11}$$

由于我们并不关心 θ_1,实际上求解方程

$$R_{22}[\theta_2^T, y]^T \approx 0 \tag{12}$$

即可,其中 R_{22} 中的每一项都存在扰动.

这样就将 GTLS 估计问题转化为 TLS 估计问题.

2.3　TLS 估计中加权矩阵的获得

求解方程(12)的重要一步是获得矩阵 R_{22} 的误差协方差矩阵 C_{22}. 根据 C_{22} 可以得到 TLS 算法中的加权矩阵.

设第 i 个波束指向 (α_i,β_i) 的误差方差为 $\sigma^2_{\alpha_i}$, $\sigma^2_{\beta_i}$,第 i 个回波功率的误差方差为 $\sigma^2_{P_i}$.

设 $C = E(\Delta[A_2, y]^T\Delta[A_2, y])$ 为数据矩阵中随机部分的误差协方差矩阵. 根据式(3)容易得到

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$C = 4c^2\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n}\sigma^2_{\alpha_i} & 0 & \sum_{i=1}^{n}\alpha_i\sigma^2_{\alpha_i} \\ 0 & \sum_{i=1}^{n}\sigma_{\beta_i} & \sum_{i=1}^{n}\beta_i\sigma_{\beta_i} \\ \sum_{i=1}^{n}\alpha_i\sigma^2_{\alpha_i} & \sum_{i=1}^{n}\beta_i\sigma^2_{\beta_i} & \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{P_i^2}\frac{\sigma^2_{P_i}}{4c^2}+\alpha_i^2\sigma^2_{\alpha_i}+\beta_i^2\sigma^2_{\beta_i}\right)\end{bmatrix} \tag{13}$$

下面证明加权矩阵 W 可以选用 C 的平方根,即 $C = W^TW$

证明:

设 R_2 是分块上三角阵 R 的右部分,即 $R_2 = \begin{bmatrix} R_{12} \\ R_{22}\end{bmatrix}$,则 R_2 的协方差矩阵 C_2 为

$$\begin{aligned} C_2 &= E(\Delta R_2^T\Delta R_2) = E(\Delta(H[A_2, y])^T\Delta(H[A_2, y])) \\ &= E(\Delta[A_2, y]^TH^TH\Delta[A_2, y]) \end{aligned} \tag{14}$$

由于 H 是正交矩阵,所以 $C_2 = C$

C_2 还可以采用如下方式得到

$$\begin{aligned} C_2 &= E(\Delta R_2^T\Delta R_2) = E\left(\Delta\begin{bmatrix} R_{12} \\ R_{22}\end{bmatrix}^T\Delta\begin{bmatrix} R_{12} \\ R_{22}\end{bmatrix}\right) = E(\Delta R_{12}^T\Delta R_{12}) \\ &\quad + E(\Delta R_{22}^T\Delta R_{22}) = E(\Delta R_{12}^T\Delta R_{12}) + C_{22} \end{aligned} \tag{15}$$

所以

$$C_{22} = C_2 - E(\Delta R_{12}^T\Delta R_{12}) = C - E(\Delta R_{12}^T\Delta R_{12}) \tag{16}$$

根据式(9)和(10)可以得到

$$R_{12} = \left[\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{i=1}^{N}2c\alpha_i \quad \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{i=1}^{N}2c\beta_i \quad \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{i=1}^{N}[\ln P_i + c(\alpha_i^2+\beta_i^2)]\right] \tag{17}$$

有

$$E\left\{\Delta R_{12}^T\Delta R_{12}\right\} = \frac{4c^2}{N}\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N}\sigma^2_{\alpha_i} & 0 & \sum_{i=1}^{N}\alpha_i\sigma^2_{\alpha_i} \\ 0 & \sum_{i=1}^{N}\sigma_{\beta_i} & \sum_{i=1}^{N}\beta_i\sigma_{\beta_i} \\ \sum_{i=1}^{N}\alpha_i\sigma^2_{\alpha_i} & \sum_{i=1}^{N}\beta_i\sigma^2_{\beta_i} & \sum_{i=1}^{N}\left(\frac{1}{P_i^2}\frac{\sigma^2_{P_i}}{4c^2}+\alpha_i^2\sigma^2_{\alpha_i}+\beta_i^2\sigma^2_{\beta_i}\right)\end{bmatrix} \tag{18}$$

因此

$$C_{22} = \frac{4c^2(N-1)}{N}\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N}\sigma^2_{\alpha_i} & 0 & \sum_{i=1}^{N}\alpha_i\sigma^2_{\alpha_i} \\ 0 & \sum_{i=1}^{N}\sigma_{\beta_i} & \sum_{i=1}^{N}\beta_i\sigma_{\beta_i} \\ \sum_{i=1}^{N}\alpha_i\sigma^2_{\alpha_i} & \sum_{i=1}^{N}\beta_i\sigma^2_{\beta_i} & \sum_{i=1}^{N}\left(\frac{1}{P_i^2}\frac{\sigma^2_{P_i}}{4c^2}+\alpha_i^2\sigma^2_{\alpha_i}+\beta_i^2\sigma^2_{\beta_i}\right)\end{bmatrix} \tag{19}$$

由于加权矩阵的选择与系数无关,因此,加权矩阵 W 可以选择为 C 的平方根,即 $C = W^TW$

证毕.

2.4　基于 TLS 的目标角度截获方法

由于存在各种扰动, R_{22} 阵是满秩阵,方程(12)是不相容方程,只有零解. 因此,必须估计 R_{22} 的误差 ΔR_{22},并用 ΔR_{22} 对 R_{22} 进行修正,使 R_{22} 降秩,才能求解方程.

TLS 估计的基本思路是,找到 ΔR_{22} 使

$$(R_{22} - \Delta R_{22})[\theta_2^T, y]^{-1} = 0 \tag{20}$$

并满足

$$\min\ \|\Delta R_{22}W^{-1}\|_F^2 \tag{21}$$

其中 $\|\cdot\|_F^2$ 为 Frobenius 范数, W 是 R_{22} 的的误差协方差矩阵的平方根.

可以借助矩阵的奇异值分解进行 TLS 估计.

$$U^TR_{22}C^{-1}V = \mathrm{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \tag{22}$$

其中 U, V 分别是左右奇异值矩阵, $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 为对应的奇异值. 其中最小的奇异值 σ_3 正是满秩矩阵 $R_{22}W^{-1}$ 与缺秩矩阵 $\hat{R}_{22}W^{-1}$ 之间的最小 Frobenius 范数距离,而其对应的右奇异值向量 v_3 所张成的空间,为 $C_{22}[\theta_2^T, -1]$ 的零空间,零空间的维数(即零度)为 1.

因此

$$W\begin{bmatrix}\theta_2^T \\ -1\end{bmatrix} = \lambda v_3 \tag{23}$$

λ 可以通过使上式左边最后一个元素为 -1 而得到.

这样,利用奇异值分解可以容易地得到目标角度的 TLS 估计.

3　仿真

下面通过仿真实验对采用 LS 估计和 TLS 估计的角度截获方法进行比较.

设波束排布的方式是波束中心三角形排布. 设波束指向误差的方差都相同为 $\sigma_\alpha, \sigma_\beta$,回波功率误差的方差也相同为 σ_P^2. 如果对近距目标或应答式导弹的截获,回波信噪比通常很高,设目标落在波束中心时回波功率信噪比为 30dB,截获中心在正弦坐标系下为(0.4,0.4),波束宽度在正弦坐标系下为 0.0698,利用目标周围的 7 个回波提取角度信息. Monte Carlo 次数为 5000. 图中实线为采用 LS 估计的结果,点划线为采用未加权(或加权矩阵为单位阵)的 TLS 估计的结果,虚线为采用加权矩阵的 TLS 估计的结果.

实验 1　波束指向误差对角度截获的影响

在上述实验条件下,考虑波束指向误差标准差从波束宽度的百分之一到十分之一变化的情况. 图 1,图 2 是实验结果. 从图 1 中可以看出,当波束指向误差很小时,几种方法的估计误差的均值很接近,但是当波束指向误差变大时,LS 估计将产生很大的偏差,而正确加权的 TLS 估计要好得多. 图 1

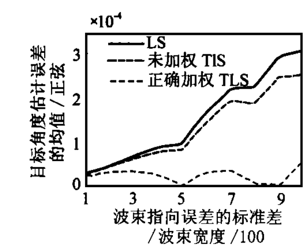


图 1

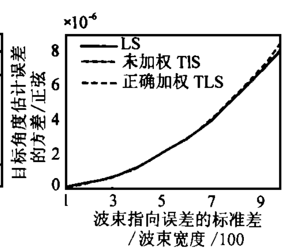


图 2

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

中还可以看出,如果加权矩阵存在误差,或者加权矩阵不容易得到,即使采用未经加权的 TLS 估计也略好于 LS 估计. 图 2 表明,当波束指向误差较大时,TLS 估计的估计误差方差略大于 LS 估计.

实验 2 :目标偏离截获中心对角度截获的影响

考虑目标不在截获中心,而是存在偏离的情况. 设波束指向误差的标准差为 1/10 倍的波束宽度,其他条件同实验一,图 3,4 为实验结果. 结果表明,目标偏离截获中心对加权 TLS 估计误差的均值影响不大,而对 LS 估计误差的均值影响较大. LS 估计的估计误差方差略小于 TLS 估计的误差方差. 与实验一相同,不加权的 TLS 估计的性能介于 LS 估计与正确加权的 TLS 估计之间.

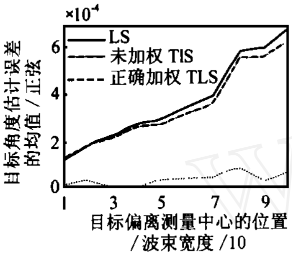


图 3

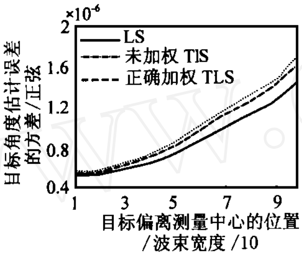


图 4

4 结论

本文提出的采用 TLS 估计的目标角度截获方法的优点在于:不仅考虑了观测向量中的噪声扰动,而且考虑了数据矩阵中的噪声扰动,使包括观测向量误差和数据矩阵误差在内的误差矩阵达到 Frobenius 范数的最小值.

通过仿真实验可以看出当波束指向误差很小时,TLS 与 LS 算法性能接近,但是当波束指向误差较大时,TLS 算法明显优于 LS 算法. 如果得不到加权矩阵或加权矩阵存在较大误差,即使不使用加权矩阵,TLS 估计性能也略好于 LS 估计. 实验还表明,当目标偏离截获中心时,波束指向误差将使 LS 估计将产生很大的偏,而 TLS 对此不敏感.

参考文献

[1] Samuel M. Sherman. Monopulse Principles and Techniques. Artech House, Inc., 1984

[2] H. A. Wheeler. Antenna beam patterns which retain shape with defocusing, IRE Trans. Antennas and Propagation, Sep. 1962, AP-10:573～580

[3] Henry W. Redlein, Jr. Monopulse Operation with Continuously Variable Beamwidth by Antenna Defocusing. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Jul. 1968

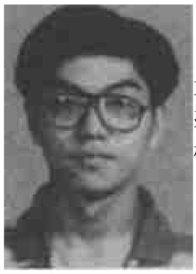
[4] Jian-ming Qu, Chen-yang Yang, Shi-yi Mao, Shao-hong Li. A Missile Capture Scheme Based on Conical-Like Scan Method. IEEE National Aerospace & Electronics Conference proceeding, 1998

[5] 屈剑明,杨晨阳,毛士艺,李少洪. 一种目标截获中的角度提取方法. 中国航空学会信号与信息处理专业第二届学术会议论文集,1998:79～84

[6] G. H. Golub, C. F. Van loan. An Analysis of the Total Least Square Problem. SIAM J. Numer. Anal., Dec. 1980, 17(6):883～893

[7] G. H. Golub. Generalizing the Singular Value Decomposition. SIAM J. Numer. Anal. Mar. 1976, 13:76～83

[8] S. Van Huffel, J. Vanewalle. Analysis and Proerties Of the Generalized Total Least Squares Problem AX≈B when Some Or all Columes in A are subject to error. SIAM J. Matrix Anal. Appl. Jul., 1989, 10(3):294～315



屈剑明 1971 年生,1994 年获北京航空航天大学学士学位,现为北京航空航天大学电子工程系博士研究生,主要研究方向为雷达数据处理、相控阵雷达调度、制导等.

杨晨阳 1986 年获南京航空航天大学学士学位,1989 年、1997 年获北京航空航天大学硕士和博士学位,主要研究方向为多目标跟踪、高阶谱估计、雷达信号处理和数据处理等.

毛士艺 1935 年生,北京航空航天大学电子工程系教授,博士生导师,主要研究领域为合成孔径雷达成像处理、数据互联和多目标跟踪、多传感器数据融合、目标分类与识别、信号建模与谱分析、制导等.

(上接第 8 页)

参考文献

[1] M. I. Skolnik. Introduction To Radar Systems. Section 13.3. McGraw-Hill Book. Co., Inc. New York, 1980

[2] A. M. Ponsford. Progress In Ship Tracking By HF Ground-Wave Radar. in Proc. Int. Conf. Radar, 1987:89～96

[3] J. C. Curlander. Synthetic Aperture Radar: System and Signal Processing. Section 1.2.2 John Wiley & Sons, Inc. New York, 1991

[4] 谢俊好等. 高频地波舰载超视距雷达中的空时处理. 系统工程与电子技术,1998(2):30～36

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net