

无线系统中的智能天线

赵瑞锋, 谈振辉, 蒋海林

(北方交通大学电子信息工程学院, 北京 100044)

摘要: 本文介绍了智能天线在未来移动通信系统中的重要作用. 分别介绍了多波束天线和自适应天线阵, 阐明了智能天线的定义、组成. 着重介绍了在自适应天线阵通信系统中的时空信号模型、空间信道模型和时空通信理论, 比较了智能天线中的智能算法. 最后, 结合智能天线技术的应用进展, 探讨了实现智能天线的难点和发展前景.

关键词: 智能天线; 移动通信系统; 数字波束形成

中图分类号: TN821+.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2000)12-0077-04

Smart Antennas for Wireless Systems

ZHAO Rui feng, TAN Zhen hui, JIANG Hai lin

(School of Electronic Information Engineering, Northern Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: In this paper, the role of smart antenna in future mobile communication system is introduced. We introduced multi-beam and adaptive array antenna, giving the definition and structure. The spatial and temporal communication theory, spatial and temporal channel model and space-time signal model are emphasized, the algorithms in smart antennas are compared. Finally application prospect and difficulties are discussed.

Key words: smart antenna; mobile communication system; digital beam forming

1 引言

随着全球通信业务的迅速发展, 作为未来个人通信主要手段的无线移动通信技术引起了极大的关注^[1]. 如何消除同信道干扰(CCI)、多址干扰(MAI)、码间串扰(ISI)与多径衰落的影响成为提高无线通信系统性能的主要课题, ISI和CCI已经成为第三代移动通信急需解决的问题^[2]. 当时延较小时, 在时域使用传统的均衡器可以解决这些问题, 但是当时延较大时, 均衡器的复杂性增大. 而智能天线是一组空间概念上的天线, 其输出是对每个天线输出合并的结果. 智能天线根据到达方向(DOA)的不同来减小干扰, 即使延时较大, 系统的复杂性也不会增加. 将智能天线和传统的均衡器组合可以互相弥补缺点, 从而提高系统的性能. 智能天线不仅涉及到时间域而且涉及到空间域, 因此基于智能天线的时空信号处理成为第三代移动通信系统的一项关键技术.

智能天线利用数字信号处理技术, 产生空间定向波束, 使天线主波束对准用户信号到达方向, 旁瓣或零陷对准干扰信号到达方向, 达到充分高效利用移动用户信号并删除或抑制干扰信号的目的. 使用智能天线将在以下方面提高未来移动通信系统的性能^[3]: (1) 扩大系统的覆盖区域; (2) 提高系统容量和频谱利用效率; (3) 提高数据传输速率; (4) 降低基站发射功率, 节省系统成本, 减少信号间干扰与电磁环境污染.

2 智能天线技术

智能天线分为两大类: 多波束天线和自适应天线阵. 智能天线不同于常规的扇区天线和天线分集方法, 通过在基站使用全向收发智能天线, 为每个用户提供一个窄的定向波束, 使信号在有限的方向区域发送和接收, 充分利用了信号发射功率, 降低了信号全向发射带来的电磁污染与相互干扰. 智能天线采用数字方法实现波束成形, 即数字波束形成(DBF, Digital Beam Forming). 图1为M元智能天线的原理图:

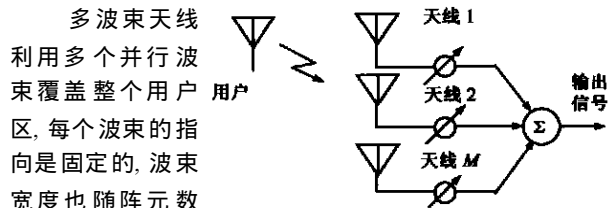


图1 M元的天线阵的方框图

多波束天线利用多个并行波束覆盖整个用户区, 每个波束的指向是固定的, 波束宽度也随阵元数目的确定而确定. 随着用户在小区

中的移动, 基站选择不同的相应波束, 使接收信号最强. 自适应天线阵是通过反馈控制方式连续调整本身方向的天线阵. 一般采用4~16天线阵元结构, 阵元间距1/2波长. 阵元分布方式有直线型、圆环型和平面型. 自适应天线系统采用数字信号处理技术识别用户信号到达方向, 并在此方

向形成天线主波束. 自适应天线阵根据用户信号的不同空间传播方向能够提供不同的空间信道, 有效地克服了干扰对系统的影响.

将自适应天线阵接收到的信号进行加权和合并, 使信号与干扰加噪声比最大. 自适应天线阵的所有分支都应具有相近的方向图, 而多波束天线的每个天线方向图都不相同. 自适应天线阵有 M 重的天线增益而不受扇形失真的影响, 并且其 M 重的分集增益相关性也足够低. 这些阵列在理论上用 M 个天线可完全消除 N 个干扰源的影响 ($M > N$), 而获得 $M - N$ 重的增益, 对 $N > M$ 个干扰也能进行明显的抑制. 代价是每个天线需要一个接收机, 并需要以衰落速率(在 2GHz 下以 60 公里/小时移动时大于 179Hz)跟踪天线的加权.

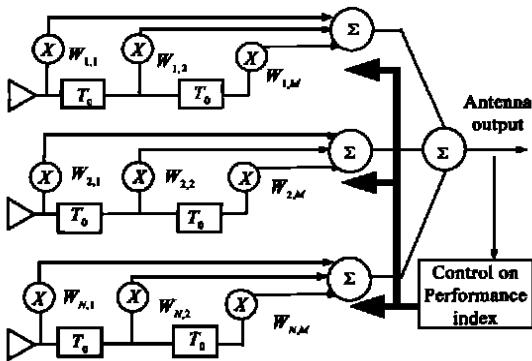


图2 自适应抽头延迟线天线阵原理图

图2所示的是一个自适应抽头延迟线天线阵方框图, 天线阵有 N 个阵元, 每个阵元有 M 个抽头和一个数字滤波器, 可以控制自己的频率响应. 在信号加权合并之前, 通过调整各阵元信号的幅度和相位来控制天线阵的方向图. 如果输入信号是 $x(t)$, 则天线阵输出可由下式表示:

$$y(t) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M x(t - mT_0) w_{n,m} \exp(-jn\varphi) \quad (1)$$

T_0 是相邻抽头之间的延迟, $w_{n,m}$ 是第 n 个天线的第 m 个抽头的因子, 抽头共有 $N * M$ 个. φ 是相邻天线阵元接收到信号的相位差, 可由下式得出:

$$\varphi = (2\pi S \sin\theta) / \lambda \quad (2)$$

λ 是到达信号的波长, S 是相邻阵元之间的距离, θ 是接收到信号的到达角度(AOA). 天线阵的传输函数在时间域和空间域可以表示为:

$$H(\omega, \theta) = \sum_{m=1}^M \exp(-jm\omega T_0) \sum_{n=1}^N W_{n,m} \exp(-jn\varphi) \quad (3)$$

$f = \omega/2\pi$, 如果 ω 是一个常数, 公式(3)代表天线阵的方向图; 如果 θ 是一个常数, 公式(3)代表频率响应. 因此一个自适应抽头延迟线天线阵可以在时间域和空间域作为接收、均衡和检测的工具.

3 智能天线中的空间信道模型

随着天线阵在干扰消除和位置跟踪中的应用, 需要更深入地了解无线通信信道的空间特性. 信道的空间特性对天线阵系统的性能有很大的影响, 因此更好地了解这些特性可以

有效地设计系统和提高系统性能. 建立可以有效而精确地预测无线系统性能的信道模型是一个棘手的问题. 经典的模型仅考虑接收信号的功率水平分布和多普勒频移. 现代的空间信道模型建立在衰落和多普勒扩展的基础上, 又结合了时延扩展、到达角度和自适应天线阵的几何特性^[4].

蜂窝系统越复杂就要求更精确的信道模型. 对于一个时变信道, 考虑到时延扩展, 信道脉冲响应可以表示为:

$$h_1(t, \tau) = \sum_{l=0}^{L(t)-1} A_{l,1}(t) e^{j\varphi_{l,1}(t)} \delta(t - \tau_{l,1}(t)) \quad (4)$$

$L(t)$ 是多径成分数; $A_{l,k}$ 是多径分量的幅度; $\varphi_{l,k}$ 是相移; $\tau_{l,k}$ 是时延.

如果考虑每个多径成分的到达角度, 矢量信道脉冲响应可以表示为:

$$\vec{h}_1(t, \tau) = \sum_{l=0}^{L(t)-1} A_{l,1}(t) e^{j\varphi_{l,1}(t)} \mathbf{a}(\theta_l(t)) \delta(t - \tau_{l,1}(t)) \quad (5)$$

$\mathbf{a}(\theta_l(t))$ 是阵列响应矢量, 它是阵列几何特性和到达角度的函数, 可以由下式给出:

$$\mathbf{a}(\theta_l(t)) = \begin{bmatrix} \exp(-j\phi_{l,1}) \\ \exp(-j\phi_{l,2}) \\ \dots \\ \exp(-j\phi_{l,m}) \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中 $\phi_{l,i}(t) = [x_i \cos(\theta_l(t)) + y_i \sin(\theta_l(t))] / \beta$, $\beta = 2\pi/\lambda$ 是波数. 由公式5给出的空间信道脉冲响应是几个多径成分的总和, 每个成分有自己的幅度、相位和到达角度, 这些参数的分布取决于环境的类型.

空间信道模型分为三大类:

3.1 以统计为基础的一般模型

Lee's Model 适用于预测天线阵内任两元素之间的相关矩阵, 相关矩阵不能用于对无线信道完全模型的仿真.

离散均匀分布模型类似于 Lee's Model, 可用来计算相关矩阵, 但不包括时延扩展和多普勒扩展, 需要特定类型的仿真.

以单一反射为基础的几何统计信道模型(GBSB), 用空间散射物密度函数来定义, 按照空间散射物密度函数放置散射物, 由每个散射物的位置可得出到达角度、到达时间和信号幅度. 通过它可以得出到达时间和角度的联合边缘概率密度函数, 预测自适应天线的性能.

几何环形模型(大区模型)可以根据仿真需要产生随机信道, 在圆环散射物区域均匀放置散射物, 然后计算相应的到达角度、到达时间和功率水平.

几何椭圆模型(小区宽带模型)同几何环形模型, 只是将散射物均匀放置在椭圆内.

高斯广义平稳非相关散射模型(GWSSUS)假设了接收信号矢量的形成, 为接收信号相关矩阵提供一种通用的公式, 可以为频率选择性衰落信道建立模型, 为协方差矩阵提供了一个相当通用的结果, 但是没有指出散射物群的位置或数量.

高斯到达角度模型(GAA)中到达角度是高斯分布的, 它是高斯广义平稳非相关散射模型的一个特例(分为一个群).

时变向量信道模型(瑞利模型)用来描述小规模瑞利衰落

和理论上的空间相关特性。

均匀分区分布模型(USD)用来研究角度扩展对空间分集技术的影响,波束控制技术最适合于波束宽度大于散射物宽度的散射物分布。

改进的 Saleh Valenzuela 模型是一种室内环境多径信道模型,以分群到达现象为基础,假设时间和角度是统计独立的。

在椭圆子区域模型内,散射物在椭圆子区域分布,每个子区域对应延迟时间的一个范围。

3.2 以测量数据为基础的特定地点模型

扩展的抽头延迟线模型,是一种宽带信道模型,它是传统的统计抽头延迟线模型的扩展,包含到达角度信息,联合密度函数由测量获得。以测量为基础的信道模型用散射点来描述传播环境。

3.3 完全的特定地点模型

射线跟踪模型以统计分析和测量为基础,提供平均路径损耗和时延扩展,按照环境调节参数。以几何理论、反射、衍射和散射模型为基础,使用特定的地点信息(建筑物数据库或结构图)来建立传播信道模型,缺点是过于沉重的计算负担。

4 时空信号模型

作为提高移动通信系统容量的重要手段,智能天线主要在基站使用。频分双工(FDD)由于上行与下行链路有 45MHz 或 80MHz 频率间隔,信号传播的无线环境受频率选择性衰落影响各不相同,故根据上行链路计算得到的权值不能直接应用于下行链路。而在 TDD 方式中上行与下行链路间隔时间短,使用相同频率传输信号,上、下行链路无线传播环境差异不大,可以使用相同权值,故对于收发共用类型全向智能天线 TDD 方式优于 FDD 方式。

4.1 信道信号模型

在时空处理应用中建立无线信道的信号模型是非常重要的^[5]。在此主要考虑基站使用天线阵,移动台使用单一天线的 TDMA 系统,分四种情况讨论:

4.1.1 反向链路——单用户发送,基站多天线接收

在基站的接收信号矢量为:

$$x(t) = \sum_k \sum_{l=1}^L a(\theta_l) \alpha_l^R(t) g(t - \tau_l - kT) s(k) \quad (7)$$

$a(\theta_l)$ 是一个 m 维矢量,代表天线阵对从方向 θ_l 到达信号的响应; $|\alpha_l^R(t)|$ 是衰减幅度,可以是某种概率分布的随机变量; $g(t)$ 是脉冲成形波形; L 是多径数; $s(k)$ 代表用户数据。

4.1.2 反向链路——多用户发送,基站多天线接收

多个移动台发送它们的信号,到达基站后使用天线阵将它们分离开。假设有 Q 个用户,则在天线阵接收到的信号是从 Q 个移动台来的信号的总和:

$$x(t) = \sum_k \sum_{q=1}^Q \sum_{l=1}^{L_q} a(\theta_{lq}) \alpha_{lq}^R(t) g(t - \tau_{lq} - kT) s_q(k)$$

4.1.3 前向链路——基站多天线发送,单用户接收

在前向链路,发送到移动台信号的路径与反向链路相同。信号在发送之前,要进行时空处理,使得发送信号是方向性的,发送波束方向图的权重与每个多径对应起来。如果只进行

空间处理,那么移动台的接收信号将是不同路径到达信号的和,在移动台接收到的基带信号为:

$$x(t) = \sum_k \sum_{l=1}^L w^H a(\theta_l) \alpha_l^F(t) g(t - \tau_l - kT) s(k) \quad (8)$$

w 是发送权重矢量; H 表示复共轭转置; τ_l 是路径时延; θ_l 角度参数; $\alpha_l^F(t)$ 是复衰落,在 TDD 系统中与反向链路的 $\alpha_l^R(t)$ 几乎相同,在 FDD 系统中, $\alpha_l^F(t)$ 和 $\alpha_l^R(t)$ 有相同的统计特性,但一般情况彼此不相关。

4.1.4 前向链路——基站多天线发送,多用户接收

假设有 Q 个移动台,第 m 个移动台的接收信号为:

$$x_m(t) = \sum_k \sum_{q=1}^Q \sum_{l=1}^{L_q} w_q^H a(\theta_{lm}) \alpha_{lm}^F(t) g(t - \tau_{lm} - kT) s_q(k) \quad (9)$$

Q 个不同用户的数据 $s_q(k)$ 通过权重矢量 w_q 与第 m 个用户的 L_m 条路径联系起来。与单用户情况一样,前向链路的路径参数与反向链路的路径参数相互联系。

4.2 离散信号模型

如果在接收端对接收信号进行取样,就可以方便地使用符号响应信号模型。假设信道响应持续有限的时间,在多用户和基站天线阵情况下,接收信号为:

$$x(k) = \sum_{q=1}^Q H_q(k) s_q(k) + n(k) \quad (10)$$

$H_q(k)$ 是 Q 个用户的信道矩阵; $s_q(k)$ 是相应的用户数据序列矢量; $n(k)$ 是加性噪声矢量。上式的信号模型是一个信号时变模型,可以使用信道矩阵来设计各种算法。由于移动台运动、同信道干扰或散射,时变信道矩阵是衰落参数 $\alpha_l^F(t)$ 和 $\alpha_l^R(t)$ 时变的直接结果。当时隙时间小于信道相关时间时,信道可以认为是时不变的, H_q 就不是时间的函数。由于存在大量盲信道均衡和估计技术,线性时不变模型也是十分重要的。

5 智能天线的时空通信理论

5.1 时空奈奎斯特准则

通过使用上面提到的时空信道模型,可以对一个已知信道得出扩充的奈奎斯特准则^[2]。可以由公式 1 和 2 得出时间域和空间域的奈奎斯特准则,由于阵列输出依赖于时间 t 和到达角度集 $\Theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K)$, 阵列输出 $y(t)$ 用 $y(t, \Theta)$ 代替,输出可以写为:

$$y(t, \Theta) = \sum_{k=1}^K p(t, \theta_k) \quad (11)$$

$p(t, \theta_k)$ 定义为:

$$p(t, \theta_k) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^K w_{n,m} g_{k,i} \exp(j\phi_{k,i}) \cdot \exp\left[-j 2\pi n s(\sin\theta_k/\lambda)\right] S_b(t - \tau_{k,i} - mT_0)$$

假设 θ_1 代表到达角度的期望值,如果当 $t = lT_d$ 和 $\theta = \theta_1$ 时, $p(t, \theta) = sl$, 而在其他处等于零,则码间干扰一定为零。这种情况称为在时间域和空间域的通用奈奎斯特准则,表示为:

$$p(lT_d, \theta) = s\delta'(t - lT_d, \theta - \theta_1) \quad (12)$$

$\delta'(t, \theta)$ 是二维狄拉克 δ 函数, sl 代表在 $t = lT_d$ 时的发送符号。当 $p(t, \theta_k)$ 只是时间的函数时,成为通常所说的奈奎斯特

准则。

5.2 空时编码

在 FDD 系统中使用空时信道编码来提供分集增益, 可以显著提高比特率和降低误码率。空时编码的基本方法是将编码数据分为多个数据流, 每个数据流经过调制后, 从不同的天线同时发送, 可以使用不同的数据到天线映射方法。所有的天线可以使用相同的调制方法和载波频率, 也可以使用不同的调制方法和符号延迟, 还可以使用多载波或扩频频。由于编码数据从几个非相关的衰落分支上到达, 可以实现分集增益。

在空时编码中研究的关键问题是编码数据到天线的映射和编码设计的最佳技术。映射问题引起了几个问题和它们之间的折衷, 如接收机的复杂性、对时延和多普勒扩展的敏感性、发送波形的波峰因数、接收同步的难度和信道跟踪。编码设计与编码速率、分集增益、星座图大小和网格复杂性之间的折衷相互联系。应用发送分集的另一个重要问题是划分天线资源, 即如何在减小同道干扰和获得分集增益之间折衷。

6 智能天线中智能算法的比较

智能算法决定着天线阵暂态响应的速率和实现电路的复杂程度, 因此选择什么样的算法进行波束的智能控制是非常重要的。通过算法来自动调整权值以便实现所需的空间和频率滤波, 智能算法是智能天线系统中的核心部分。必须对各种智能算法进行分析比较, 选择最合适有效的算法。智能天线中的智能算法可以分成两大类:

6.1 在时域获得天线最优加权

这些算法起源于自适应数字滤波器, 在时域进行处理来得到最优加权。

最小均方算法(LMS)是一种基于梯度估计的最陡下降法, 适用于工作环境信号的统计特性平稳但未知的情况。LMS 算法简便灵活易于实现, 但收敛速度较慢, 得到了较为广泛的应用。

由于在实际中通常信号、干扰和噪声都是先验未知的, 取样本协方差矩阵的直接求逆(DMI)通过在有限的观察期内对协方差进行估计来获得所需加权矢量的估计。这种估计基于最大似然原理, 给出最小方差的似然估计, 收敛速度较快, 但计算量较大。

递归最小均方误差(RLS)算法假设天线阵信号为数据取样形式, 并使用数字处理器调整权值, 在每一取样瞬间根据最小二乘准则计算权值的最佳值。它基于递归采样计算协方差矩阵, 具有 LMS 算法和 DMI 算法的优点, 有广泛的应用前景。

恒模(CM)算法参考被调制信号的一个恒定包络来更新权重, 只有在恒定幅度调制时才可以应用。

6.2 在空间域对频谱进行分析获得 DOA 的估计

通过使用瞬时空间取样, 空间谱估计算法可以得到最优的权重。如果处理速度足够快, 可以跟踪信道的时变, 所以空间谱估计算法在快衰落信道上优于时域算法。

通过对空间取样信号进行离散傅立叶变换(DFT)或最大熵估计(MEM), 可以从空间频谱中估计到达角度。权重因子可以利用维纳方法从估计出的空间谱中得出, MUSIC(Multiple

Signal Classification)算法, 又称多信号分类法, 可以从噪声子空间中估计到达角度, 噪声子空间由空间取样信号协方差矩阵的本征矢量确定。而 DFT 和 MEM 从信号子空间估计到达角度, 如果噪声子空间大于信号子空间, MUSIC 算法比 MEM 算法有更好的估计性能。ESPRIT(Estimation of Signal Parameters Via Rotational Invariance Techniques)算法, 又称旋转不变技术信号参数估计法, 和 MUSIC 算法都是基于特征分解法的谱估计算法, 由矩阵的特征向量来进行运算, 它们的统计特性依赖于这些特征向量的随机波动变换, 两种估计方法具有相近的方差, 但是 ESPRIT 算法的计算量小于 MUSIC 算法。

7 结束语

智能天线对提高系统容量具有巨大潜力, 近年来备受关注。但是由于自适应过程实现中影响因素复杂, 难于动态捕获并跟踪用户信号, 再加之移动多用户及多径情况下的空时信道盲辨识也是难点, 所以在移动环境中采用自适应阵列智能天线尚有困难。从目前情况看来, 智能天线正逐步应用在固定无线接入系统中, 以适应用户固定而无线传播环境不断变化的情况。未来移动通信系统中的智能天线基于高性能数字信号处理技术, 且没有显著增加现有系统的复杂度。

智能天线今后的发展方向主要集中在以下几个方面:

- (1) 研究有效的估计信号到达方向的方法;
- (2) 高效、快速、有效的智能算法是智能天线走向实用化的关键;
- (3) 基于智能天线的时空通信理论更值得研究。主要研究内容有: 时空均衡器、时空最佳接收机、时空最佳多用户检测、结合均衡器的时空发射接收机等^[6, 7];
- (4) 第三代移动通信的频率范围在 1.8GHz~ 2.3GHz, 半波长约为 7 厘米, 使得在手机上实现阵元数目较少的智能天线成为可能, 研究移动台的智能天线应用将具有实际的意义。

作者简介:



赵瑞锋 1994、1997 年分别获北方交通大学学士、硕士学位, 现在北方交通大学现代通信研究所攻读博士学位, 研究内容有第三代移动通信系统、无线 ATM 和宽带网络技术。



谈振辉 教授、博士生导师。1967、1981 年分别获北方交通大学学士、硕士学位, 1987 年获东南大学博士学位, 1991~ 1993 年到比利时和加拿大高级访问学者。现任北方交通大学校长, 中国通信学会会员, 国务院学位委员会第四届学科评议组成员, “电子学报”和“铁道学报”编委。

(下转第 82 页)

置 $R = R \cup \{a\}$ 并判断它是否为约简 ($\gamma_R = \gamma_C?$), 若是, 则停机; 否则, 继续上述过程. 在该算法中, 从核 (可以是空集) 开始, 每扩展一次, 都要对所有的属性 $a \in C \setminus R$, 计算新的近似精度 $\gamma_{R \cup \{a\}}$, 计算量是比较大的. 容易验证, γ_R 的计算复杂性为 $O(n^2 \text{card}(R))$, 完成一次扩展的计算复杂性为 $O(n^2 \text{card}(R) \text{card}(C \setminus R))$. 因此, 在最坏情况下, Jelonek 算法的计算复杂性为 $O(n^2 m^3)$. 本文利用单属性的近似精度进行扩展, 并利用改进的差别矩阵进行修正, 得到一个新的属性约简算法 (简称算法 A), 其基本过程如下:

步骤 1 对每个条件属性 $C_j, j = 1, \dots, m$, 计算 γ_{C_j} ; 令 $Q = \text{CORE}(C), P = Q, D = C \setminus P$; 如果 P 满足 $\gamma_P = \gamma_C$, 则停止, P 为约简.

步骤 2 计算 $\gamma_C = \max(\gamma_{C_i}: C_i \in D)$, 置 $P = P \cup \{C_g\}, D = D \setminus \{C_g\}$, 转下一步继续执行;

步骤 3 如果 P 满足 $\gamma_P = \gamma_C$, 转步骤 4; 否则, $\gamma_P < \gamma_C$, 转步骤 2.

步骤 4 如果 $P = \text{CORE}(P)$ (采用前述的差别矩阵方法计算^[5]), 则停止, P 为一个属性约简; 否则, 转步骤 5.

步骤 5 任取 $C_d \in P \setminus \text{CORE}(P)$, 令 $P = P \setminus \{C_d\}$ 转步骤 4.

下面对算法 A 的正确性和计算复杂性进行分析.

命题一: 算法 A 得到的 P 为一个属性约简.

证明: 根据算法 A, 所求得的 P 满足 $\gamma_P = \gamma_C$, 且 $P = \text{CORE}(P)$. 由性质 1 即知, P 为一个属性约简. 证毕.

命题二: 在最坏情况下, 算法 A 的计算复杂性为 $O(n^2 m^2)$.

证明: γ_R 的计算复杂性为 $O(n^2 \text{card}(R))$. 所以, m 个单属性近似精度 γ_{C_j} 的计算复杂性为 $O(n^2 m)$, 对 m 个 γ_{C_j} 进行快速排序和求核的计算复杂性分别为 $O(m \log(m))$ 和 $O(n^2 m)$. 因此, 当算法进入到步骤 4 之前的计算复杂性为 $O(n^2 m)$; 以后, 每执行一次步骤 4, 要对逐步缩小的 P 计算 $\text{CORE}(P)$ (采用差别矩阵的方法), 由前述可知, 其计算量为 $O(n^2 \text{card}(P))$, 因此, 求出约简至多需要 $\text{card}(P) O(n^2 \text{card}(P)) =$

$O(n^2 (\text{card}(P))^2)$ 的计算量. 因此, 在最坏情况下, 算法 A 的计算复杂性为 $O(n^2 m^2)$. 证毕.

从上述两个命题可知, 就计算复杂性而言, 算法 A 比 Jelonek 算法 ($O(n^2 m^3)$) 减少了一个数量级, 因此, 从理论上改进了 Jelonek 算法. 另外, 应用算法 A 对 UCI 机器学习数据库中的具有离散属性值的一部分数据库表进行计算, 虽然不能保证每次得到最小属性约简 (Jelonek 算法也无法保证做到这点), 但大部分情况下, 能很快得到属性个数较少的属性约简, 且平均计算时间明显少于 Jelonek 算法. 因此, 算法是实用的.

参考文献:

- [1] 曾黄麟. 粗集理论及其应用 (修订版) [M]. 重庆大学出版社, 1998.
- [2] Z. Pawlak and R. Slowinski. Rough set approach to multiattribute decision analysis [J]. Invited Review. European Journal of Operational Research, 1994, 72: 443-459.
- [3] 王珏等. 基于 Rough Sets 理论的“数据浓缩” [J]. 计算机学报, 1998, 21(5): 393-400.
- [4] 苗夺谦, 胡桂荣. 知识约简的一种启发式算法 [J]. 计算机研究与发展, 1999, 6(36): 681-684.
- [5] X H Hu, N Cercone, Learning in relational databases: a rough set approach [J]. Computational Intelligence, 1995, 11(2): 323-338.
- [6] J. Jelonek et al. Rough set reduction of attributes and their domains for neural networks [J]. Computational Intelligence, 1995, 11(2): 339-347.

作者简介:



叶东毅 1964 年出生, 教授, 博士, 主要从事人工神经网络、最优化理论和粗糙集等方面的研究, 已发表有关论文 30 余篇.

(上接第 80 页)

参考文献:

- [1] Jack H. Winters. Smart antennas for wireless systems [J]. IEEE Pers. Commun., Feb. 1998: 23-27.
- [2] Ryuji Kohno. Spatial and temporal communication theory using adaptive antenna array [J]. IEEE Pers. Commun., Feb. 1998: 28-35.
- [3] L. C. Godara. Application of antenna arrays to mobile communications, Part I: Performance Improvement, Feasibility, and System Considerations [J]. Proc. IEEE, July 1997.
- [4] Richard B. Eitel et al. Overview of spatial channel models for antenna array communication systems [J]. IEEE Pers. Commun., Feb. 1998: 10

- 22.

- [5] Arogyaswami J. Paulraj and Boon Chong Ng. Space-time modems for wireless personal communications [J]. IEEE Pers. Commun., Feb. 1998: 36-48.
- [6] N. ishii and R. Kohno. Joint optimization of spatial and temporal multiuser equalization in both transmitter and receiver using an adaptive array antennas for DS/CDMA [J]. IEEE GLOBECOM'96, Commun. Theory Mini Conf., Nov. 1996: 137-141.
- [7] N. ishii and R. Kohno. Spatial and temporal joint transmitter receiver using an adaptive array antenna [J]. IEICE Trans, Commun., Mar. 1996, E79 B(3): 361-367.