

# 一种新的基于高阶统计量的自适应滤波算法

赵知劲

(杭州电子工业学院, 杭州 310037)

摘 要: 本文首先提出一种基于三阶累积量的代价函数, 其次提出了一种基于此代价函数的格型自适应算法, 最后将此算法用于线性预测, 计算机仿真实验结果证实了算法的正确性和有效性.

关键词: 高阶统计量; 自适应滤波; 格型算法

中图分类号: TN911.7 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112(2000)12-0083-02

## A New Adaptive Filtering Algorithm Based on Higher order Statistics

ZHAO Zhi-jin

(Hangzhou Institute of Electronics Engineering, Hangzhou 310037, China)

Abstract: A cost function based on third order cumulants is presented, and then a lattice adaptive filtering algorithm is proposed by minimizing this cost function. The computer simulation results for linear prediction are also given to demonstrate the correctness and effectiveness of the proposed adaptive algorithm.

Key words: higher order statistics; adaptive filtering; lattice algorithm

### 1 引言

自适应信号处理在线性预测、AR 建模、干扰抵消、谱线增强、系统辨识等方面得到广泛应用. 基于二阶统计量即相关函数的自适应信号处理理论已发展得很丰富, 提出了 LMS 算法、RLS 算法、格型算法、快速横向自适应滤波算法等<sup>[1]</sup>. 高阶统计量不仅可以抑制高斯有色噪声的影响, 而且可以抑制非高斯有色噪声的影响<sup>[2]</sup>, 因此, 高阶统计量的理论与应用越来越引起人们的注意. 在自适应信号处理领域, 利用高阶统计量的这一优势, 提出了基于高阶累积量的各种自适应滤波算法, 目前已有: LMS 算法<sup>[3]</sup>、RLS 算法<sup>[3]</sup>和线性预测误差滤波算法<sup>[4]</sup>. 格型自适应滤波器具有良好的数值特性和对输入信号逐级正交等优点, 在线性预测、AR 建模等方面应用十分广泛, 是一种十分重要的自适应滤波器, 但目前还很少见有基于高阶统计量的格型自适应滤波算法. 本文提出一种基于高阶累积量的格型最小均方误差自适应滤波算法(HLLMS), 并以线性预测为例, 给出计算机仿真实验结果, 证实算法的正确性和有效性.

### 2 基于累积量的格型算法(HLLMS)

LMS 格型自适应滤波器如图 1 所示, 其中  $\varepsilon_{y,fp}(n)$  是前向预测误差,  $\varepsilon_{y,lp}(n-1)$  是后向预测误差. 其递推式为:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{y,fp}(n) &= \varepsilon_{y,fp-1}(n) - k_p \varepsilon_{y,lp-1}(n-1), \varepsilon_{y,fo}(n) = y(n) \\ \varepsilon_{y,lp}(n) &= -k_p \varepsilon_{y,fp-1}(n) + \varepsilon_{y,lp-1}(n-1), \varepsilon_{y,lo}(n) = y(n) \end{aligned} \quad (1)$$

式中,  $k_p$  叫反射系数,  $n$  代表时刻.

定义前向和后向的预测 MSE 代价函数  $\bar{V}_f$  和  $\bar{V}_b$  如下:

$$\bar{V}_f = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} E\{y(n+i) \varepsilon_{y,fp}^2(n)\} \quad (2)$$

$$\bar{V}_b = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} E\{y(n+i) \varepsilon_{y,lp}^2(n)\} \quad (3)$$

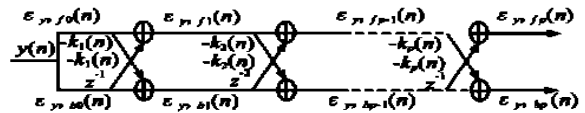


图 1 LMS 自适应格型滤波器

可以证明得到  $\bar{V}_f = \bar{V}_b$  (4)

式(4)是重要的, 它意味着以下三种叙述等价:

- (1) 使前向预测误差滤波器的  $\bar{V}_f$  为最小;
- (2) 使向后预测误差滤波器的  $\bar{V}_b$  为最小;
- (3) 使前、后向预测误差滤波器的平均误差  $(\bar{V}_f + \bar{V}_b)/2$  为最小.

由于篇幅关系, 后向残差  $\{\varepsilon_{y,li}(n)\}$  是一新息序列, 它是正交的证明由另一篇论文给出. 也就是说, 后向残差是互相正交的, 不相关的, 这说明在式(2)和式(3)定义的均方误差函数下, 仍保持原格型结构的特性. 这一特性意味着格型滤波器各级是解耦的, 从而可以独立地设计每一级.

使用代价函数  $\sigma_p$  为:

$$\sigma_p = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} y(n+i) [\varepsilon_{y,fp}^2(n) + \varepsilon_{y,lp}^2(n)] \quad (5)$$

反射系数  $k_p$  的更新应用最速下降法为:

$$k_p(n+1) = k_p(n) - \mu \nabla_k \sigma_p(n) \quad (6)$$

而  $\nabla_k \sigma_p(n) = \frac{\partial \sigma_p(n)}{\partial k_p} = -2 \sum_{i=-\infty}^{+\infty} y(n+i) \cdot [\varepsilon_{y,fp}(n) \varepsilon_{y,lp-1}(n-1) + \varepsilon_{y,lp}(n) \varepsilon_{y,fp-1}(n)]$  (7)

式(7)代入式(6), 得:

$$k_p(n+1) = k_p(n) + \beta \sum_{i=-\infty}^{+\infty} y(n+i) [\varepsilon_{y,fp}(n) \varepsilon_{y,lp-1}(n-1) + \varepsilon_{y,lp}(n) \varepsilon_{y,fp-1}(n)] \quad (8)$$

其中,  $\beta = 2\mu$  为此递推式的增益系数. 但是,  $\beta$  的大小既影响收敛的可能性, 又影响收敛的速度. 因此, 将式(8)改为:

$$k_p(n+1) = k_p(n) + \frac{u}{d_p(n)} \sum_{i=-\infty}^{+\infty} y(n+i) [\varepsilon_{y,fp}(n) \cdot \varepsilon_{y,lp-1}(n-1) + \varepsilon_{y,lp}(n) \varepsilon_{y,fp-1}(n)] \quad (9)$$

$$d_p(n) = (1-\alpha) d_p(n-1) + \left| \sum_{i=-\infty}^{+\infty} y(n+i) \right| [\varepsilon_{y,fp}^2(n) + \varepsilon_{y,lp}^2(n)] \quad (10)$$

其中,  $0 < u \leq 1, 0 < \alpha \ll 1$ . 这样, 得到基于累积量的格型 LMS 算法如下:

- (1) 初始化:  $\varepsilon_{y,fp}(0) = \varepsilon_{y,lp}(0) = 0$ ;
- (2) 由式(1) 计算  $\varepsilon_{y,fp}^{(n)}$  和  $\varepsilon_{y,lp}^{(n)}$ ;
- (3) 由式(9) 和式(10) 计算反射系数  $k_p(n)$ .

### 3 仿真实验及比较

线性预测的 AR 模型为:

$$x(n) = 1.558x(n-1) - 0.81x(n-2) + e(n) \quad (11)$$

$$y(n) = x(n) + v(n) \quad (12)$$

输入信号  $e(n)$  是指数分布的白噪声 ( $E\{e(n)\} = 0, E\{e^2(n)\} = 1, E\{e^3(n)\} = 2$ )

观察噪声  $v(n)$  是一高斯 ARMA(3, 1) 过程:

$$v(n) - 2.2v(n-1) + 1.77v(n-2) - 0.52v(n-3) = w(n) - 1.25w(n-1) \quad (13)$$

其中,  $w(n) \sim WN(0, \sigma^2)$ , 方差  $\sigma^2$  可调, 信噪比 SNR 为

$$SNR = 10 \log_{10} \left\{ \frac{\sigma_e^2}{\sigma_v^2} \right\} \quad (14)$$

由上述算法计算得到反射系数  $k_p(n)$ , 然后计算线性预测系数  $a_j$  如下: 取  $a_p^{(p)} = k_p(n)$ , 对于  $p > 1, j = 1, \dots, p-1$ , 计算  $a_j^{(p)} = a_j^{(p-1)} - k_p(n) a_p^{(p-1)}$ ; 当  $p$  由 1 递升到  $N$  时, 得到  $a_j^{(N)}$ , 而所需的预测系数  $a_j$  为  $a_j^* = a_j^{(N)} (j = 1, \dots, N)$ .

图 2 给出了信噪比(SNR)为 0dB 和 -5dB 时, 本文提出的格型算法(HLLMS)的线性预测结果, 其中选择  $u = 1, \alpha = 0.005$ ; 图 3 给出了普通的格型算法(LLMS)<sup>[5]</sup> 和本文的格型算法(HLLMS)的预测误差均方根(RMSE)(由式(15)计算)

$$RMSE = \frac{1}{\|a\|} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|\hat{a}_i - a\|^2} \quad (15)$$

表 1 本文算法和 LLMS 算法稳态值比较

参数	SNR = 0dB		SNR = -5dB	
	HLLMS	LLMS	HLLMS	LLMS
$a_1 = 1.558$	1.5557	1.5268	1.5526	1.5062
$a_2 = -0.81$	-0.8034	-0.7791	-0.8001	-0.7566

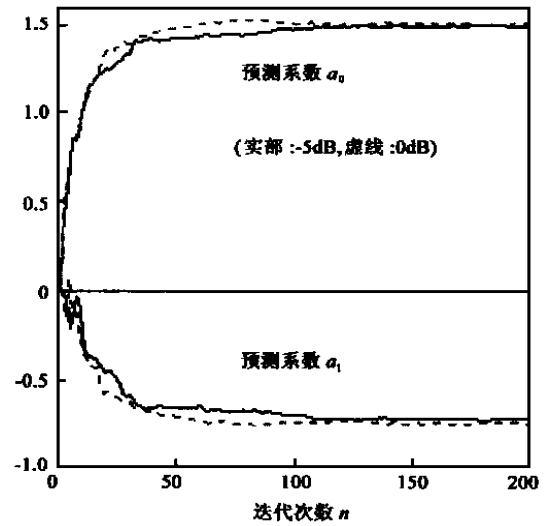


图 2 SNR = -5dB 和 0dB 时的线性预测结果

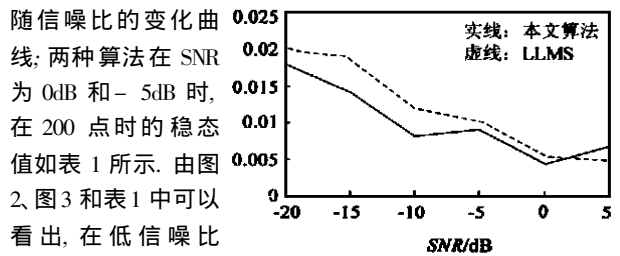


图 3 RMSE 随 SNR 的变化曲线

随信噪比的变化曲线; 两种算法在 SNR 为 0dB 和 -5dB 时, 在 200 点时的稳态值如表 1 所示. 由图 2、图 3 和表 1 中可以看出, 在低信噪比时, 本算法性能优于 LLMS 算法, 这是因为本算法应用了三阶累积量, 它可以有效地抑制高斯有色噪声; 在信噪比增大时, 本算法的性能与 LLMS 算法的性能相当; 实验结果与理论分析一致, 同时也验证了算法的正确性.

### 4 结论

本文所提出的基于高阶统计量的格型 LMS 算法, 在保持原格型 LMS 算法优良特性的同时, 充分利用了高阶统计量能够抑制高斯有色噪声的性质, 使本算法比 LLMS 算法更有效, 复杂度略微有所增加.

作者简介:



赵知劲 教授, 1959 年出生, 1984 年在西安电子科技大学获硕士学位. 主要从事信号与信息处理方面的教学与科研工作.

(下转第 51 页)

## 4 并联式参考电压电阻网络的设计

下面考虑实际设计过程中阻值失配以及温漂对并联式参考电压电阻网络的影响。由于实际工艺中集成电阻阻值不匹配将引入一定程度的参考电压误差。电阻匹配容差的统计分布是随机的,分为器件容差和批容差两种。在电阻分压的情形,参考电压只取决于同一支路上各电阻之间的相对大小而与阻值的绝对值无关,因此器件容差较批容差对参考电压的影响更大。高精度 A/D 转换器一般采用匹配性能良好的薄膜电阻,经激光修正后误差  $< 0.1\%$ ,阻值范围可以减小到约  $10\Omega$ 。下面采用 Monte Carlo 分析方法模拟  $k=1, 2, 4$  时在最坏情况下电阻失配的影响,模拟条件为  $N=5, r=10\Omega$ ,器件容差高斯分布,误差  $0.1\%$ ,批容差均匀分布,误差  $10\%$ 。

表 1 显示考虑电阻失配后,各种参考电压电阻网络所能达到的精度。显然,增大  $k$  有利于提高参考电压精度。模拟结果还表明参考电压总的误差是在负载效应误差特性上迭加了电阻匹配误差的影响。对于传统分压电阻串,即  $k=1$ ,主要是负载效应的影响;当采用并联式电阻网络减小负载影响之后,电阻匹配误差的影响就转为主要的了,因此进一步提高分压精度将依赖于工艺。并联式电阻网络的偏置电阻需要采用比值电阻,一般的扩散电阻工艺实现比值电阻的匹配误差较等值电阻略大一些,但由于位于首末两端负载效应小的地方,在中等比值情况下其影响可忽略;也可采用同一种电阻阻值通过串并混联的方式构成比值电阻。

由于参考电压只取决于同一支路上电阻之间的相对大小而与电阻绝对值无关,通过合理地版图布局容易使得同一支路上各电阻阻值具有一致的温漂特性,从而由温漂造成的阻值变化也是相同的,理论上不影响参考电压。对比在传统的电流补偿方案中,补偿电流的温漂特性必须与负载基极电流保持精确地一致补偿才能有效,因此并联式参考电压对温度的灵敏度降低。

## 5 结论

本文针对高速 A/D 转换器前端由于负载效应造成的参考电压两种非线性误差:直流 DC 弯曲和交流 AC 弯曲,提出一种高精度参考电压电阻网络。该参考电压电阻网络采用  $k$  个电阻串并联的方式,理论分析和模拟结果表明其各分支电阻上参考电压分布基本相同,可以用含  $n/k$  个等值电阻的支路代表整个电阻网络的误差特性。这种并联式结构的特点

是通过减少支路电阻串上的电阻数目到  $1/k$  使得上述两种非线性误差幅度迅速减小到  $1/k^2$ ,输出参考电压的精度明显提高,同时稳定速度加快,十分有利于高速高精度 A/D 转换器的设计需要,已在一种 12 位高速 A/D 转换器中显示出良好的性能。

与进行电流补偿的传统参考电压电阻串相比,这种结构的优点是参考电压无需补偿,驱动负载能力强,对温度的灵敏度低,通过工艺手段减小处于次要影响地位的电阻失配误差后能够实现更高精度。该参考电压电阻网络适用于多种结构的高速高精度 A/D 转换器,如:全并行、分步式、折叠式等。

## 参考文献:

- [1] A. G. F. Dingwall. Monolithic expendable 6 bit 20MHz CMOS/SOS converter [J]. IEEE J. Solid State Circuits, 1979, 14(6): 926-932.
- [2] Behzad Razavi. Principles of Data Conversion System Design [M]. IEEE press, 1995.
- [3] Y. Moldsvor, G. S. Strem. An 8-bit 200 MSPS folding and interpolating ADC [J]. Analog integrated circuits and signal processing, 1998, 15: 37-47.
- [4] T. Takemoto, M. Inoue, H. Sadamatsu, and K. Tsuji. A fully parallel 10-bit A/D converter with video speed [J]. IEEE J. Solid State Circuits, 1982, 17(6): 1133-1138.
- [5] W. T. Collier, A. A. Abidi. A 10-bit, 75 MHz two stage pipelined bipolar A/D converter [J]. IEEE J. Solid State Circuits, 1993, 28(12): 1187-1199.
- [6] Reimund Wittmann, Wemer Schardein, et al. Trimless High Precision Ratioed Resistors in D/A and A/D Converters [J]. IEEE J. Solid State Circuits, 1995, 30(8): 935-939.

## 作者简介:



王 萍 1973 年生,1994 年和 1997 年分别获郑州大学自动检测专业学士学位和半导体专业硕士学位,现为中国科学院半导体研究所博士研究生,从事高速电路设计、混合信号处理方面的研究。

石 寅 中国科学院半导体研究所研究员,中国科学院有突出贡献中青年专家,博士生导师,主要从事高速集成电路、专用芯片及集成转换器的研究。

(上接第 84 页)

## 参考文献:

- [1] Simon Haykin. Adaptive Filter Theory (Third Edition) [M]. Prentice Hall, Inc. 1996.
- [2] 张贤达. 时间序列分析——高阶统计量方法 [M]. 北京:清华大学出版社, 1996.
- [3] Delopoulos A N, Giannakis G B. Strongly consistent identification algo-

gorithms and noise insensitive MSE criteria [J]. IEEE Trans. Signal Processing, 1992, 40: 1995-1970.

- [4] Chi C Y, Chung W J, Feng C C. A new algorithm for the design of linear prediction error filters using cumulant based MSE criteria [J]. IEEE Trans. SP, 1993, 42: 2876-2880.
- [5] 陈尚勤等. 快速自适应信息处理 [M]. 北京:人民邮电出版社, 1989: 63-65.