测角目标定位的协方差矩阵旋转变换滤波算法

邓新蒲[1], 周一宇[1], 万钧力[2]

(1. 国防科技大学电子科学与工程学院, 长沙 410073; 2 三峡学院机电系, 宜昌 443003)

摘 要: 基于滤波量比预测量和测量量都准确这一原理, 该文提出一种适用于只测角无源定位的非线性滤波算法——协方差矩阵旋转变换的推广 Kalman 滤波算法. 文中推导了协方差矩阵变换的原理, 给出了二维只测角无源定位应用的协方差矩阵旋转变换公式. 仿真表明该算法比同类型的基于微分线性化和泛线性化的 Kalman 滤波算法具有更好的性能.

关键词: 无源定位; 无源跟踪; 推广卡尔曼滤波; 协方差矩阵旋转变换

中图分类号: TN953 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2000) 12-0122-03

A Rotated Covariance Extended Kalman Filter Algorithm for Angle-Only Position Estimation

DENG Xin-pu[1], ZHOU Yi-yu[1], WAN Jun-li[2]

(1. School of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defence Technology, Changsha 410073, China;
2. Dept. of Mechanical and Electronic Engineering, SanXia College, Yichang 443003, China)

Abstract: A rotated covariance extended Kalman filter algorithm which is very useful for emitter passive localization and tracking is presented in this paper. The rotation transformation on covariance matrix of extended Kalman filter subtly handles the nonlinear problem in stochastic estimation problems with simplicity. In this paper, principle of rotated covariance is derived first, then detailed algorithms for 2D passive localization are developed. Experimental results show that the proposed algorithm is better than those linearization by differentiation-based extended Kalman filter and universal linearization concept-based extended Kalman filter.

Key words: passive localization; passive tracking; EKF; rotation of covariance matrix

1 引言

在只测角目标定位(跟踪) 中应用基于微分线性化的推广卡尔曼滤波算法受到了广泛的研究[1～8]. 最先是推广卡尔曼滤波(extended Kalman filter 简称 EKF) 算法, 它在状态预测值处对非线性的测量方程线性化, 在状态预测误差较大的情况下特别是在滤波的初始阶段, 定位误差较大甚至出现不稳定现象[1,2]. 文献[3,4] 提出修正增益的推广卡尔曼滤波(modified gain extended Kalman filter 简称 MGEKF) 算法, 算法通过在滤波方差计算中引入由测量量计算的 Jacobian 矩阵, 部分地解决了这一问题. 文献[6] 对 MGEKF 算法又提出进一步的改进. 近年来, 文献[5] 提出了一种新型算法——基于泛线性化概念的推广卡尔曼滤波(universal linearization concept-based extended Kalman filter 简称 UNIEKF) 算法, 它利用测量量对非线性的测量方程线性化, 在测量量较精确的情况下能收到良好的效果. 文献[8] 对这一算法进行了进一步的研究. 然而这种算法也存在一个缺点, 在测量量精度劣于预测量时, 算法的性能将会比 EKF 算法还差, 在机载观测器对固定目标定位的应用中已经证明了这一点[9].

基于滤波量比预测量和测量量都准确这一原理, 本文提出对状态协方差矩阵进行旋转变换的滤波(rotated covariance extended Kalman filter 简称 RVEKF) 算法, 此算法在测角无源定位与跟踪应用中具有良好的性能.

2 协方差矩阵变换原理

关于协方差矩阵旋转变换的思想, S. L. Fagin (1995) 称他在六十年代就已经提出[7], 其原理如下:

对于线性系统, 将测量噪声引入状态变量, 采用扩充的模型(色噪声模型) 表示的状态方程和测量方程如下

$$\boldsymbol{X}^*(k+1)=\Phi^*(k+1,k)\cdot\boldsymbol{X}^*(k)+\boldsymbol{W}^*(k+1) \quad (1)$$

$$\boldsymbol{Z}(k)=\boldsymbol{H}^*(k)\cdot\boldsymbol{X}^*(k) \quad (2)$$

其中 $\boldsymbol{X}^*(k)=\begin{pmatrix}\boldsymbol{X}(k)\\ \boldsymbol{N}(k)\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{W}^*(k)=\begin{pmatrix}\boldsymbol{W}(k)\\ \boldsymbol{N}(k)\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{H}^*(k)=(\boldsymbol{H}(k)\boldsymbol{I})$, $\Phi^*(k+1,k)=\begin{pmatrix}\Phi(k+1,k) & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\end{pmatrix}$. $\boldsymbol{X}(k)$ 是状态变量, $\boldsymbol{Z}(k)$ 是测量量, $\boldsymbol{W}(k)$ 是系统噪声, $\boldsymbol{N}(k)$ 是测量噪声, $\Phi(k+1,k)$ 是状态转移矩阵, $\boldsymbol{H}(k)$ 是测量矩阵. (以下变量加* 均表示该变量的扩充, 如 $\boldsymbol{X}^*$ 表示 $\boldsymbol{X}$ 的扩充, 扩充方法由上面的公式表示)

卡尔曼滤波器是线性最小均方误差滤波器, 满足正交原

收稿日期: 1999-12-24; 修回日期: 2000-07-07

理，因而对于线性观测模型(2)有

$$H^*(k)\cdot P^*(k)=0 \tag{3}$$

$P^*(k)$是扩充模型下状态估计的协方差矩阵.

对于无源定位问题建模，通常其状态方程是线性的，测量方程是非线性的[9]. EKF 算法在状态预测值处对非线性的测量方程线性化时，测量矩阵 $H(k)$ 是非线性测量函数 $F\{X(k)\}$ 的 Jacobian 矩阵(设非线性测量方程为 $Z(k)=F\{X(k)\}+N(k)$)，它是在状态预测值 $\hat{X}_{k/k-1}$ 处计算的，记为 $H(k-)=\left.\dfrac{\partial F(k)}{\partial X(k)}\right|_{\hat{X}_{k/k-1}}$. 设此时状态估计的协方差矩阵为 $P_{\mathrm{EKF}}(k)$，采用扩充模型并根据正交原理有：

$$H^*(k-)\cdot P^*_{\mathrm{EKF}}(k)=0 \tag{4}$$

在状态预测误差较大的情况下特别是在滤波的初始阶段，EKF 算法计算的测量矩阵 $H(k-)$ 的误差较大，这将导致定位误差较大甚至出现不稳定现象[1,2]. 而通常状态滤波值的精度较预测值高，采用状态滤波值 $\hat{X}_{k/k}$ 对测量方程线性化，记测量矩阵为 $H(k+)=\left.\dfrac{\partial F(k)}{\partial X(k)}\right|_{\hat{X}_{k/k}}$，设此时状态估计的协方差矩阵为 $P_{\mathrm{TEKF}}(k)$，采用扩充模型并根据正交原理有

$$H^*(k+)\cdot P^*_{\mathrm{TEKF}}(k)=0 \tag{5}$$

若有

$$H^*(k+)\cdot T^*(k)=H^*(k-) \tag{6}$$

则根据式(4)，(5)和协方差矩阵的性质知，在满足式(6)的矩阵集$\{T^*(k)\}$中必有一个 $T^*(k)$ 满足：

$$P^*_{\mathrm{TEKF}}(k)=T^*(k)\cdot P^*_{\mathrm{EKF}}(k)\cdot T^{*\,T}(k) \tag{7}$$

3　RVEKF 算法的原理

上一节采用扩充模型推导了协方差矩阵变换的原理，但这一原理的应用存在两个困难，一是扩充的模型使用不方便，二是无法应用式(6)计算出 $T^*(k)$.

对于二维的只测角无源定位问题，取状态变量为目标的位置坐标，即 $X=(x,y)^T$，设 k 时刻测量更新之前，关于状态 X 的预测 X_p 服从分布 $N(\hat{X}_{k/k-1},P_{k/k-1})$. 不妨设 $\hat{X}_{k/k-1}=(x_0,y_0)^T$，$P_{k/k-1}=\sigma_0^2\cdot I^{2\times2}$，则在 xy 平面上 X_p 的等概率分布椭圆如图 1 所示的圆，其中心与原点(观测器)连线的方位角 $\beta_0=\tan(y_0/x_0)$. 设方位角测量噪声的方差为 σ_v^2，则根据 EKF 算法计算的关于状态 X 的估计 X_e 服从分布 $N(\hat{X}_{k/k},P_{k/k})$，其中

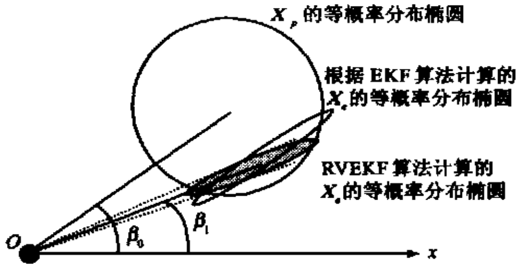


图 1　状态 X 的预测与估计的等概率分布

$$P_{k/k}=\sigma_0^2\begin{pmatrix}1-\mu\sin^2\beta_0 & \mu\sin\beta_0\cos\beta_0\\ \mu\sin\beta_0\cos\beta_0 & 1-\mu\cos^2\beta_0\end{pmatrix},\ \mu=\frac{\sigma_0^2}{\sigma_0^2+\sigma_v^2r_0^2},\ r_0^2=x_0^2+y_0^2$$

因而 X_e 的等概率分析曲线是图 1 实线的椭圆，其长轴与 x 轴的夹角为 β_0.

设 $\hat{X}_{k/k}=(x_1,y_1)^T$，记 $r_1^2=x_1^2+y_1^2$，$\beta_1=\tan(y_1/x_1)$. 由测角定位的物理概念知，X_e 的等概率分布曲线应为图 1 中有填充的椭圆，其长轴与 x 轴的夹角应为β_1. RVEKF 算法就是对 EKF 算法计算的 $P_{\mathrm{EKF}}(k)$(即 $P_{k/k}$)进行如下变换

$$P_{\mathrm{RVEKF}}(k)=T(k)\cdot P_{\mathrm{EKF}}(k)\cdot T^T(k) \tag{8}$$

使得 X_e 的等概率分布曲线变换为图 1 中有填充的椭圆. 其中 $T(k)$为

$$T(k)=r_1/r_0\cdot\begin{pmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix},\ \alpha=\beta_1-\beta_0 \tag{9}$$

对于二维的只测角无源定位问题，根据状态预测值 $\hat{X}_{k/k-1}$与状态估计值 $\hat{X}_{k/k}$计算的测量矩阵分别为

$$H(k-)=(-\sin\beta_0\quad \cos\beta_0)/r_0$$

$$H(k+)=(-\sin\beta_1\quad \cos\beta_1)/r_1$$

显然式(9)的 $T(k)$ 满足

$$H(k+)\cdot T(k)=H(k-) \tag{10}$$

可以看出，式(10)、(8)在形式上分别与上一节式(6)、(7)对应，式(8)就是非扩充模型下的协方差矩阵变换公式，RVEKF 算法就是在 EKF 算法的基础上，在测量更新的每一步对协方差矩阵进行式(8)的变换. 文献[6]提出改进 MGEKF 算法的方法本质上就是在算法的第一步实施这样的变换.

4　RVEKF 算法的性能分析

4.1　理论分析

对于 EKF 算法，下面公式成立

$$P^{-1}_{\mathrm{EKF}}(k)=P^{-1}_{k/k-1}+H^T(k-)\cdot R^{-1}(k)\cdot H(k-) \tag{11}$$

其中 $R(k)$是测量误差方差矩阵. 将式(8)、(10)代入式(11)有

$$P^{-1}_{\mathrm{RVEKF}}(k)=[T^{-1}(k)]^T\cdot P^{-1}_{k/k-1}\cdot T^{-1}(k)+H^T(k+)\cdot R^{-1}(k)\cdot H(k+) \tag{12}$$

式(12)近似为

$$P^{-1}_{\mathrm{RVEKF}}(k)=P^{-1}_{k/k-1}+H^T(k+)\cdot R^{-1}(k)\cdot H(k+) \tag{13}$$

这是因为：比较式(12)和式(13)知两者的差别在等号右边的第一项. 在定位与跟踪的开始阶段，由于 $P_{k/k-1}$很大，$P^{-1}_{k/k-1}$在 $P^{-1}_{k/k-1}+H^T(k+)\cdot R^{-1}(k)\cdot H(k+)$ 中的比重很小，因而此时式(12)和式(13)的误差也很小. 当定位与跟踪收敛时，一般有 $\hat{X}_{k/k-1}\to\hat{X}_{k/k}$，根据式(9)有 $T(k)\to I$，因而此时式(12)和式(13)的误差同样很小.

因此式(12)是式(13)的很好的近似，这表明 RVEKF 算法对状态估计的协方差矩阵的计算基本等同于用状态滤波值计算 Jacobian 矩阵的 EKF 算法.

4.2　仿真实例

(1) 对固定目标定位　观测器距离固定目标 150km，以 300m/s 作匀速直线运动，初始时刻速度与目标夹角为 40°. 观测器以每秒 1 次的速率对目标测角，测角精度为 3°. 四个算法的多次重复计算的平均定位误差 RMS($RMS=\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}$,

Δx, Δy 分别是二坐标定位误差) 如图 2 所示. 由于是固定目标, 状态预测值的精度较高, 因而 EKF 算法的定位误差相对会较小, 而测角精度为 3°, 测量值的精度较差, 因而 MGEKF 算法、尤其是 UNIEKF 算法的性能会较差, 图 2 所示的仿真结果说明了这一点.

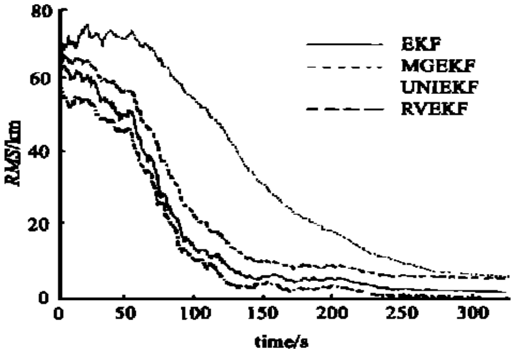


图 2 固定目标定位的定位误差

(2) 对运动目标跟踪 初始时刻, 目标距离观测器 150km, 目标二坐标速度分别为 200m/s、100m/s, 并具有轻微机动. 观测器以 300m/s 的线速度在目标上方 5km 的平面作半径为 20km 的圆周运动, 以 2s 的速率测量目标的方位角, 精度为 0.3°. 多次平均的跟踪位置精度如图 3 所示. 由于目标具有轻微的机动, 而状态方程按目标匀速运动建模, 因而状态预测值的精度较低, 又由于此时的测量精度较高, 所以 UNIEKF 算法、MGEKF 算法的性能会较好, 而 EKF 算法的性能会差一些, 图 3 正好反映了这一现象.

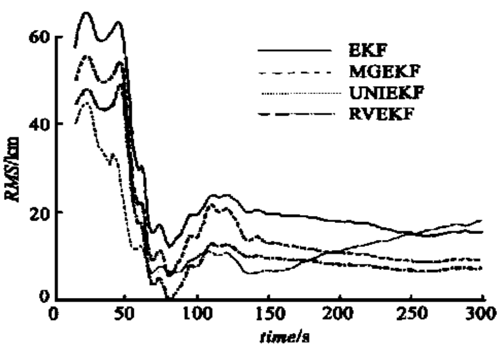


图 3 三维运动目标跟踪的定位误差

从图 2、3 可以看出, RVEKF 算法在两种情况下都具有很好的定位精度, 其性能较其它三种算法都要稳定, 这与理论结果是一致的. 因而, 从理论分析和仿真可以得出结论: 在不同的应用中, RVEKF 算法均有良好性能.

5 结论

本文介绍了协方差矩阵变换的原理, 这一原理适用于需要应用非线性卡尔曼滤波的场合. 针对二维只测角目标无源定位与跟踪, 本文给出了具体的 RVEKF 算法. 此算法具有两个特点: 一是原理简明、运算量小; 二是稳定性和定位精度好. 综合本文的分析和仿真表明, RVEKF 算法在只测角无源定位与跟踪中有良好的应用价值.

参考文献:

[1] V. J. Aidala. Kalman filter behavior in bearings-only tracking applications [J]. IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., 1979, 15(1): 29-39.

[2] V. J. Aidala. Utilization of modified polar coordinates for bearing only tracking [J]. IEEE Trans. Automat. Contr., 1985, 28(3): 283-294.

[3] T. L. Song, J. L. Speyer. A stochastic analysis of a modified gain extended Kalman filter with applications to estimation with bearings only measurements [J]. IEEE Trans. Automat. Contr., 1985, 30(10): 940-949.

[4] P. G. Galkowski, M. A. Islam. An alternative derivation of the modified gain function of Song and Speyer [J]. IEEE Trans. Automat. Contr., 1991, 36(11): 1323-1326.

[5] M. Pachter, P. R. Chandler. Universal linearization concept for extended Kalman filters [J]. IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., 1993, 29(3): 946-961.

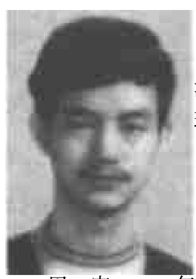
[6] J. R. Guerci. A method for improving extended Kalman filter performance for angle only passive ranging [J]. IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., 1994, 30(4): 1091-1093.

[7] S. L. Fagin. Comments on a method for improving extended Kalman filter performance for angle-only passive ranging [J]. IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., 1995, 31(3): 1148-1150.

[8] 莫龙滨. 被动定位与跟踪问题的算法研究 [D]. 博士学位论文, 国防科技大学研究生院, 1997, 7.

[9] 邓新蒲, 周一宇. 机载测角三维无源定位的建模与算法分析 [J]. 国防科技大学学报, 2000(4): 93-97.

作者简介:



邓新蒲 1966 年出生, 博士, 研究方向为无源定位理论与技术、雷达数据处理、雷达信号处理等.

周一宇 1948 年出生, 博士, 教授, 博士生导师, 电子学会电子对抗分会委员, 航空学会电子分会雷达与制导专业委员会委员, 出版专著两部, 发表论文五十余篇, 重点研究方向为: 综合电子战系统理论、无源定位理论与技术、雷达数据处理、电子信息系统仿真等.