

随机 Petri 网非乘积解系统的判定与界限求解

刘道斌¹, 林 闯², 陆维明¹

(1. 中国科学院数学研究所, 北京 100080; 2. 清华大学计算机系, 北京 100084)

摘要: 本文基于随机 Petri 网 (SPN) 提出了一种利用站平衡来判断非乘积解系统模型的方法, 发现了可能导致站不平衡的三种 Petri 网结构, 对这三种结构进行了分析, 得出了产生非乘积解的系统原因, 并给出了一种利用乘积解求解非乘积解系统模型性能界限的方法, 这种方法可广泛应用于多种实际系统的性能界限求解。

关键词: 随机 Petri 网; 站平衡; 非乘积解; 乘积解; 性能界限

中图分类号: TP302 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2001) 02-0199-05

Decision of Non-product-form Solution Systems and Bounds Solution by Stochastic Petri Nets

LIU Dao-bin¹, LIN Chuang², LU Wei-ming¹

(1. Institute of Mathematics, the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China;
2. Dept. of Computer Science & Technology, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: This paper presents a method for deciding non-product-form solution systems models using station balance by means of Stochastic Petri Net (SPN). We find out three kinds of Petri net structures which may cause station non-product-form solution. We also give a method of solving performance bounds for non-product-form solution systems.

Key words: Stochastic Petri Nets; station balance; non-product-form solution; product-form solution; performance bounds

1 引言

随机 Petri 网 (SPN) 具有并行、并发、不确定和资源共享等描述特性, 它是系统性能评价的强有力数学工具。在大型、复杂系统的模型应用中, SPN 会面临模型状态空间的复杂性问题, 状态空间一般会随着实际系统规模的扩大而指数性增长, 排队网络 (QN) 同 SPN 一样也面临着状态空间爆炸问题, 但在一类 QN 中, 这个问题容易解决^[1]。这类 QN 的解可以表达为网络中每个队列项的乘积形式, 这就是所谓的乘积形式解 (PFS, 简称乘积解)。

最近, 有人在 SPN 中引入 PFS 的概念, 将 SPN 的求解表达为每一个位置项的乘积形式, 提出了几种判别具有 PFS 的 SPN 的方法, 例如, Lazar 等人提出了基于 SPN 可达图特殊结构存在的检测方法^[2]; Henderson 等人提出了基于 SPN 网结构的分析给出某些判定条件的方法^[3]; 后来, Donatelli 等人对这两种方法进行了比较, 并把它们统一到同一结构上^[4]。

本文首次在 SPN 中引入站平衡 (station balance) 的概念, 利用站平衡来判断 SPN 模型是否具有 PFS。这种方法的特点是: 基于对模型的结构和语义的分析来判断模型是否具有 PFS。此工作是判断非 PFS (即, 不具有 PFS) 的 SPN 的模型以及求解其性能界限。对于不具有 PFS 的 SPN 模型, 可利用 PFS 方法来

求解其性能界限。这种利用 PFS 求解非 PFS 系统模型性能界限的方法在 QN 中有人采用过^[5], 我们试图将其引入 SPN 中。这种方法的特点是从分析系统模型的局部平衡入手, 分析非 PFS 系统不满足局部平衡的原因, 进而从结构和语义上对模型进行修改, 使修改后的模型具有 PFS, 通过求解修改后的模型来快速获取原模型的性能界限。在本文中, 充分利用 SPN 的变迁实施条件谓词来刻画模型的修改, 使这种方法的应用更加简便而且有效。

2 站平衡与 PFS

定义 1 一个服务站 (简称站) 是指给出站的服务场所, 它由三个部分来描述: (1) 任务的到达; (2) 缓冲队列; (3) 服务器。

在 QN 中, 一个服务站用一个队列表示, 这是给出站的 SPN 表示, 站可以用包含两个变迁和一个位置的 SPN 模型来描述; 图 1 给出的就是一个单服务器站的 SPN 模型。

在图 1 中, 变迁 t_1 表示任务到达, 假定任务的到达服从泊松分布, t_1 实施表示站有输入; 变迁 t_2 表示服务器, 假定服务时间服从指数分布, t_2 实施表示站有输出; 位置 p 表示站的缓冲队列, p 中的标记数 $M(p)$ 表示站内的任务数。本文所讨论的站都是带容量限制的。

站系统的状态一般以站内的任务数 $M(p)$ 表示, 状态 $M(p)$ 的稳定概率表示为 $\text{Prob}[M(p)]$.

定义 2 站平衡是就站所处的系统状态(以站内的任务数表示)而言的, 一个站在某一个状态 $M_i(p)$ 下是平衡的当且仅当对于离开状态 $M_i(p)$ 到任一状态 $M_j(p)$ 的每一个转换, (其转换速率为 q_{ij}) 都存在一个从状态 $M_k(p)$ 进入到状态 $M_i(p)$ 的转换(其转换速率为 q_{ki}) 且有如下关系:

$$\text{Prob}[M_k(p)] q_{ki} = \text{Prob}[M_j(p)] q_{ij} \quad (1)$$

由定义 2 可得

性质 1 一个站在某状态下不平衡, 如果在该状态下, 站的输入、输出不一致, 有输入而无输出, 或者有输出而无输入. 反映到图 1 所示的 SPN 模型中, 在该状态下, 变迁 t_1 、 t_2 的实施不一致, 要么 t_1 可实施而 t_2 不可实施, 要么 t_2 可实施而 t_1 不可实施.

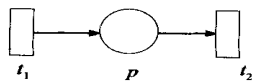


图 1 一个单服务器站的 SPN 模型

下面的定理给出了站平衡与 PFS 的关系, QN 中类似的定理及证明在文[5]中已给出.

定理 1 对于一个由站(一个或多个)组成的服务系统, 其 SPN 模型具有 PFS 当且仅当模型中所有的站在所有可能状态下都是平衡的.

定理 2 对于仅由一个站组成的服务系统, 其 SPN 模型具有 PFS.

证明: 在图 1 中, 假设位置 p 的容量为 N , 变迁 t_1 、 t_2 与标识相关的实施速率参数分别为 $f(M(p))$ 、 $g(M(p))$, 图 2 给出了图 1 模型的可达图.

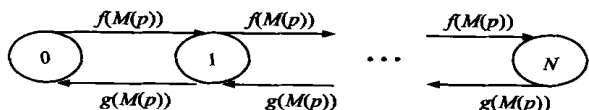


图 2 图 1 模型状态空间可达图

从图 2 可以看出, 图 1 模型的状态空间图可分解成相同类型的孤立环, 由文[4]所给的有关孤立环与局部平衡的对偶性原则知, 图 1 模型满足局部平衡, 因而具有 PFS.

3 有限容量缓冲队列模型

SPN 缓冲队列模型常用来描述队列的阻塞(blocking), 溢出(overflow)等现象^[6]. 对于这种现象, 它可以利用变迁谓词来描述: 假设位置 p 的容量为 N . 在图 3 中, 变迁 t_1 有谓词, 它描述为:

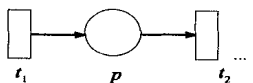


图 3 有限容量缓冲队列 SPN 模型

$$t_1 : M(p) < N$$

当 $M(p) = N$ 时, 谓词使变迁 t_1 不可实施.

现讨论有限的被动资源闭环网络 SPN 模型:

图 4 给出了一个由三个站串联组成的闭环网络 SPN 模型, 其中位置 p_1 、 p_2 、 p_3 分别代表站 1、站 2、站 3 的缓冲队列, 假设它们的容量分别为 N_1 、 N_2 、 N_3 .

下面考虑仅一个站满的情形:

当 $M(p_2) = N_2$ 时, 变迁 t_2 不可实施, 在站 1 完成服务的

任务被阻塞进入站 2, 这样, 站 1 没有输出. 但是, 任务照样进入站 1, 即站 1 有输入, 因此, 此时站 1 不平衡.

又当站 1 满时, 站 3 没有输出, 但有输入, 因此, 此时站 3 不平衡, 当站 3 满时, 站 2 没有输出, 但有输入, 因此, 此时站 2 不平衡.

总之, 三个站中任何一个满时, 它都必将导致与它相邻的上游(输入方向)的那个站不平衡, 因而模型没有 PFS.

推论 1 由两个以上站组成的有限容量缓冲队列 SPN 模型不具有 PFS.

4 调度或决策模型

在 SPN 调度或决策模型设计中, 一般利用 Petri 网的冲突结构来表现标记的分流, 利用 SPN 变迁的可实施谓词和随机开关来表现调度或决策方案的数学表达式及概率分配, 利用 SPN 变迁的实施优先级来表现各种优先方案^[7]. 调度或决策的基本模型由一个或几个判断位置及 $n(n > 1)$ 个瞬时输出变迁组成, 如图 5 所示. 为便于说明, 图 5 中仅包含一个判断位置和两个瞬时变迁.

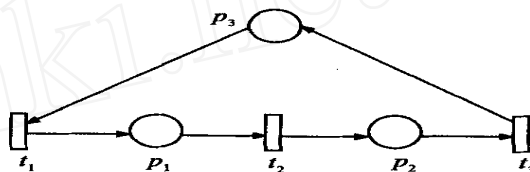


图 4 有限的被动资源闭环网络 SPN 模型

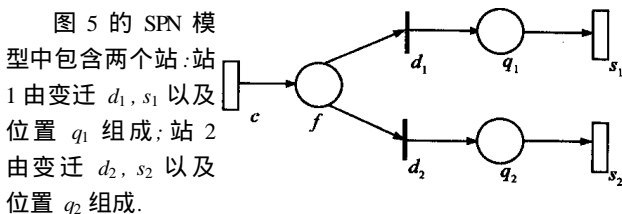


图 5 一个调度或决策的 SPN 模型

这种冲突结构有可能导致站不平衡. 结合调度或决策方案来讨论.

在图 5 中, 时间变迁 c 表示任务(顾客)的到来, 它有实施速率 μ_c , 它的可实施谓词是 $M(q_1) + M(q_2) < b_1 + b_2$, 亦即, 队列满时中断任务的到来. 位置 f 表示判断, 它瞬时保留到来的任务, 根据 $d_i (i = 1, 2)$ 所联系的可实施谓词或随机开关来决定到来的任务放入哪一个队列. 瞬时变迁 $d_i (i = 1, 2)$ 用以表示调度或决策的执行, 调度或决策可由所联系的可实施谓词和随机开关表达. 队列位置 $q_i (i = 1, 2)$ 接收到来的任务, 它的容量限定为 $b_i (i = 1, 2)$. 时间变迁 $s_i (i = 1, 2)$ 表示服务器, 它有实施速率 $\mu_i (i = 1, 2)$.

变迁 $d_i (i = 1, 2)$ 可以联系各种各样的可实施谓词和随机开关, 我们考虑如下两种经典的调度方案:

(1) 随机均衡调度(Random Routing, RR)

变迁 $d_i (i = 1, 2)$ 的可实施谓词 $y_i (i = 1, 2)$ 可以写作:

$$y_i : M(q_i) < b_i$$

变迁 $d_i (i = 1, 2)$ 的随机开关 $g_i (i = 1, 2)$ 可以写作:

$$g_i(M) = \begin{cases} 0.5, & \text{if } M(q_k) < b_k, k = i \\ 1.0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

从变迁 d_1, d_2 的可实施谓词中可以看出, 它们的实施与否仅由各自输出位置中的标记数决定, 而与对方输出位置中的标记数无关. 尽管站 1 与站 2 表面上通过位置 f 连接在一起, 但它们实际是无关的.

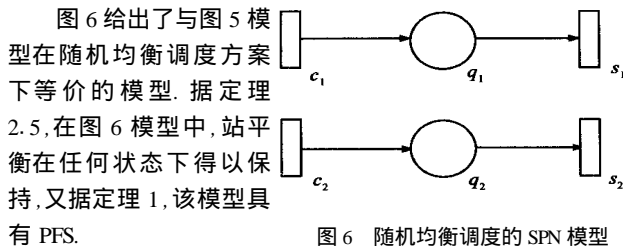


图 6 随机均衡调度的 SPN 模型

(2) 最短队列调度

(Shortest Queue Routing, SQR)

变迁 $d_i (i=1, 2)$ 的可实施谓词 $y_i (i=1, 2)$ 可以写作:
 $y_i: (M(q_i) < b_i) \quad ((k \ i, M(q_i) \leq M(q_k)) \quad (k \ i, M(q_k) = b_k))$

变迁 $d_i (i=1, 2)$ 的随机开关 $g_i (i=1, 2)$ 可以写作:

$$g_i(M) = \begin{cases} 0.5, & \text{if } M(q_k) = M(q_i), k \ i \\ 1.0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

与 RR 方案对比, 在 SQR 方案中, 变迁 $d_i (i=1, 2)$ 的可实施谓词 $y_i (i=1, 2)$ 中增加了 $((k \ i, M(q_i) \leq M(q_k)) \quad (k \ i, M(q_k) = b_k))$ 这个条件, 以变迁 d_1 为例, 它的可实施谓词 y_1 为:

$$y_1: (M(q_1) < b_1) \quad ((M(q_1) \leq M(q_2)) \quad (M(q_2) = b_2))$$

当 $(M(q_1) > M(q_2)) \quad (M(q_2) < b_2)$ 时, 变迁 d_1 不可实施, 但 s_1 可实施, 说明站 1 有输出, 没有输入, 因而, 在此类状态下, 站 1 不平衡. 类似地, 可以得到: 当 $(M(q_2) > M(q_1)) \quad (M(q_1) < b_1)$ 时, 站 2 不平衡.

推论 2 在由 Petri 网冲突结构组成的调度或决策模型中, 如果采用与系统队列状况无关的调度或决策机制, 则模型具有 PFS; 相反, 如果采用基于系统队列状况的调度或决策机制, 则模型不具有 PFS.

证明: 如果模型采用的是不依赖于系统队列状况的调度或决策机制, 那么, 在实施调度或决策过程中, 站与站之间不会产生影响, 是相互独立的, 整个模型可以看成是由一个个孤立的站组成的 (如图 6 所示), 由定理 2 可知, 模型中所有的站在所有可能状态下都是平衡的, 据定理 1, 此时模型具有 PFS.

相反, 如果模型采用的是基于系统队列状况的调度或决策机制, 那么, 在实施调度或决策过程中, 由于各站的队列状况不一样, 它们获取任务的优先级也就不同, 在这类状态下, 那些不具有最高优先级的站就没有任何输入, 但这些站的服务没有停止, 也就是说, 有输出, 因而这些站不平衡, 模型不具有 PFS.

5 共享服务或选择处理模型

在 SPN 共享服务或选择处理模型设计中, 一般利用 Petri 网的同步冲突结构来表现标记的限定流动, 利用 SPN 变迁的可实施谓词和随机开关来表现共享服务或选择处理方案的数学表达式及概率分配^[8]. 共享服务或选择处理的基本模型由

一个共享位置 (包含着共享资源标记) 及 $n (n > 1)$ 个瞬时同步输出变迁组成, 如图 7 所示. 为便于说明, 在图 7 中仅包含一个共享位置 (包含着一个共享资源标记) 和两个瞬时同步变迁.

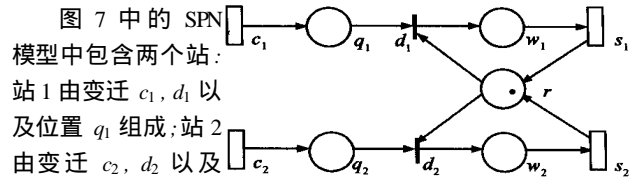


图 7 一个共享服务或选择处理的 SPN 模型

图 7 中的 SPN 模型中包含两个站:

站 1 由变迁 c_1, d_1 以及位置 q_1 组成; 站 2 由变迁 c_2, d_2 以及位置 q_2 组成. 两个站是并联连接的且它们的输出变迁有

一个公共的输入位置 r , 它们就是通过共享位置 r 连接在一起的. 这种连接方式正好体现了 Petri 网的同步冲突结构.

这种同步冲突结构有可能导致站不平衡. 结合共享服务或选择处理方案来讨论.

在图 7 中, 时间变迁 $c_i (i=1, 2)$ 表示任务 (顾客) 的到来, 它有实施速率 λ_i , 它的可实施谓词是 $M(q_i) < b_i$, 亦即, 队列满时中断任务的到来. 位置 r 表示服务器, 它保留着共享服务器标记, 根据 $d_i (i=1, 2)$ 所联系的可实施谓词或随机开关来决定为哪一个队列的任务服务. 瞬时变迁 $d_i (i=1, 2)$ 用以表示共享同步和选择的执行, 选择的方案可由所联系的可实施谓词和随机开关表达. 队列位置 $q_i (i=1, 2)$ 接收到来的任务, 它的容量限定为 $b_i (i=1, 2)$. 时间变迁 $s_i (i=1, 2)$ 表示服务器所进行的服务, 它有实施速率 $\mu_i (i=1, 2)$. 位置 $w_i (i=1, 2)$ 用于表示服务器工作的进行.

变迁 $d_i (i=1, 2)$ 可以联系各种各样的可实施谓词和随机开关, 考虑如下两种经典的选择方案:

(1) 随机均衡选择 (Random Selecting, RS)

变迁 $d_i (i=1, 2)$ 没有可实施谓词.

变迁 $d_i (i=1, 2)$ 的随机开关 $g_i (i=1, 2)$ 可以写作:

$$g_i(M) = \begin{cases} 0.5, & \text{if } M(q_k) > 0, k \ i \\ 1.0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

这个方案均衡对待任何类型任务的服务.

变迁 d_1, d_2 没有可实施谓词, 它们的实施仅由自身站的队列状态决定. 由此可见, 在 RS 方案下, 两个站是相互无关的. 这样我们可以对图 7 的模型进行简化, 得到与之等价的模型, 它与图 6 中的模型形式一致.

即删除了图 7 中位置 r 、位置 $w_i (i=1, 2)$ 、变迁 $d_i (i=1, 2)$ 及其相连的弧, 将对服务器的共享关系隐含在变迁 $s_i (i=1, 2)$ 的可实施谓词和与标识相关的实施速率表达中, 变迁 $s_i (i=1, 2)$ 没有可实施谓词, 它的实施速率为 $\mu_i \cdot g_i(M) (i=1, 2)$.

显然, 站 1 与站 2 是相互独立的, 据定理 2.5, 它们在所有可能状态下都是平衡的.

(2) 最小服务时间选择 (Shortest Service Time Selecting, SSTS)

假定变迁 $s_i (i=1, 2)$ 有不同的服务时间, 亦即, $\mu_1 \neq \mu_2$ 且 $\mu_1 > \mu_2$.

变迁 d_2 的可实施谓词 y_2 可以写作:

$$y_2 : M(q_1) = 0$$

d_1 没有可实施谓词.

变迁 $d_i (i = 1, 2)$ 没有随机开关.

当 $M(q_1) > 0$ 且 $M(q_2) < b_2$ 时, 变迁 d_2 不可实施, c_2 可实施, 也就是说, 站 2 没有输出, 但有输入, 因此, 在此类状态下, 站 2 不平衡, 依据定理 1, 模型没有 PFS.

推论 3 在由 Petri 网同步冲突结构组成的共享服务或选择处理模型中, 如果采用与系统队列状况无关的选择方案(如 RS 方案), 则模型具有 PFS; 相反, 如果采用基于系统队列状况的选择方案(如 SSTS 方案), 则模型不具有 PFS.

证明: 当模型采用与系统队列状态无关的选择方案时, 各站的服务仅由自身的状态决定, 不受其它站的影响, 各站之间是相互独立的, 因而, 据定理 2, 所有的站都保持平衡, 又据定理 1, 模型具有 PFS; 相反, 如果采用基于系统队列状态的选择方案, 各站的服务就要受到其它站的影响, 从而导致站不平衡, 这时, 模型没有 PFS.

6 非 PFS 模型的性能界限

对于规模较大的非 PFS 系统, 一般很难直接求解, 可以考虑引入性能界限分析方法. 这种方法的特点是从分析系统模型的站平衡入手, 得出系统产生非 PFS 的站不平衡原因, 进而从结构和变迁谓词上对模型进行修改, 使修改后的模型具有 PFS. 通过求解修改后的模型来快速获取原模型的性能界限. 直观地讲, 站平衡的修复有两种方式:

IN 表示输入, OUT 表示输出

$IN = 0$ 但 $OUT > 0$ 修改为: $IN > 0$ 或 $OUT = 0$

$IN > 0$ 但 $OUT = 0$ 修改为: $IN = 0$ 或 $OUT > 0$

界限方法虽然不能求出系统性能指标的精确结果, 但它能为系统性能评价提供快速可靠的性能界限. 下面通过具体例子来说明这种方法的有效性, 我们选取系统的到达丢失概率这一性能指标来讨论, 求出了这一性能指标的上、下界, 其它相关的性能指标的界限也就可以求出来了. 例如, 利用关系式:

$$T = (1 - B)$$

其中, T 表示系统的吞吐量, 是任何到达速率, B 表示到达丢失概率, 就可以求出吞吐量的上、下界.

例 1 这里讨论一服务系统. 该系统具有 s 个正规服务器和 m 个应急服务器, 任务到达速率为 λ , 每个正规服务器的服务速率为 1, 每个应急服务器的服务速率为 $f (f > 1)$, 每个服务器的容量均为 1. 当正规服务器被占满时, 站到任务就转到应急服务器, 如果应急服务器也被占满 ($N = s + m$), 任务将被拒绝并可能丢失.

这是一个关于任务调度的系统, 可用图 5 所示的 SPN 模型来描述. 假定站 1 (由变迁 d_1, s_1 及位置 q_1 组成) 包含 s 个正规服务器, 站 2 (由变迁 d_2, s_2 及位置 q_2 组成) 包含 m 个应急服务器, 则位置 q_1, q_2 的容量分别为 s, m , 变迁 d_1, d_2 的服务速率分别为 $M(q_1) \times 1, M(q_2) \times f$.

变迁 c, d_1, d_2 的实施条件谓词分别为:

$$c : M(q_1) + M(q_2) < s + m \quad d_1 : M(q_1) < s \quad d_2 : (M(q_2) < m) \quad (M(q_1) = s)$$

由于正规服务器较应急服务器优先获得任务, 所以任务的调度要基于各站的队列状况, 注意到可能会出现这种情形: 有一个或多个应急服务器在工作而同时又有一个或多个正规服务器空闲, 这时, 由于到达的任务被优先分配给空闲的正规服务器, 站 2 有输出而无输入, 站 2 不平衡, 因而模型没有 PFS.

下面给出两种修改方案:

(1) 当有一个或多个正规服务器空闲时, 任务在应急服务器完成服务后必须重返该服务器接受服务, 从效果上看, 就是让应急服务器停止服务, 这样一来, 站 2 的输入、输出均为零, 站 2 平衡. 为此, 给变迁 s_2 添加实施条件谓词:

$$s_2 : (M(q_2) > 0) \quad (M(q_1) = s)$$

修改后, 站 1、站 2 在所有可能状态下都平衡, 因而修改后的模型有 PFS. 下面依据站平衡方程来推导出 PFS.

分别考察站 1、站 2 得如下局部平衡方程:

(n_1, n_2) 表示有 n_1 个正规服务器和 n_2 个应急服务器在工作.

$$u(n_1, n_2) n_1 = u(n_1 - 1, n_2), \quad 0 < n_1 \leq s \quad (\text{站 1})$$

$$u(n_1, n_2) n_2 f = u(n_1, n_2 - 1), \quad n_1 = s, 0 < n_2 \leq m \quad (\text{站 2})$$

通过代换可得如下乘积形式表示:

$$u(n_1, n_2) = c \frac{1}{n_1! n_2!} n_1 \left(\frac{1}{f} \right)^{n_2}, \quad n_1 \leq s, n_2 \leq m$$

由于在特殊情况下停止应急服务器的服务, 应急服务器将变得更拥挤, 使到达任务的丢失概率增大, 其上界 B_U 计算如下:

$$B_U = \frac{1}{s! m!} \frac{1}{s+m} \left(\frac{1}{f} \right)^m \left[\sum_{k=0}^s \sum_{r=0}^m \frac{1}{k! r!} \left(\frac{1}{f} \right)^{k+r} \right]^{-1}$$

(2) 当有正规服务器空闲时, 可认为站 2 平衡的破坏是由于其输入为零所致, 这时, 让到达的任务随机地分配到任何空闲服务器中, 不管是正规服务器还是应急服务器均可. 即有 $x = s + m - n_1 - n_2$ 个空闲服务器, 每个服务器被选概率均等, 其值为 $1/x$. 这样一来, 站 2 保持平衡, 模型有 PFS.

分别考虑站 1, 站 2 得如下平衡方程:

$$L(n_1, n_2) n_1 = (n_1 - 1, n_2) \frac{s - n_1 + 1}{s + m - n_1 - n_2 + 1} \quad (p_1)$$

$$L(n_1, n_2) n_2 f = (n_1, n_2 - 1) \frac{s - n_2 + 1}{s + m - n_1 - n_2 + 1} \quad (p_2)$$

根据平衡方程可得如下乘积形式表示:

$$L(n_1, n_2) = c \binom{s}{n_1} \binom{m}{n_2} \left[\sum_{x=0}^{n_1+n_2-1} (s+m-x)^{-1} \right]^{-1} n_1 n_2 \left(\frac{1}{f} \right)^{n_2}$$

对比原模型, 不难发现服务速率较快的应急服务器将使用得更频繁, 因此, 到达任务的丢失概率减少, 其下界 B_L 为:

$$B_L = L(s, m)$$

表 1 列举了几组具体的数据及计算结果:

表 1 例 1 模型的到达丢失概率及其上、下界

s	m		f	B_L	B	B_U
3	1	6	2	0.395	0.398	0.443
			4	0.297	0.342	0.354
		3	2	0.160	0.160	0.208
			4	0.104	0.117	0.148
		2	2	0.047	0.072	0.105
3	2	6	2	0.239	0.247	0.312

表 1 中 B 的值是直接求解原模型马尔可夫链得到的到达丢失概率的精确值,因为计算的复杂性,只给出了较小规模系统模型的计算结果.从表 1 可以看出, B_L 、 B_U 较好地反映了系统的性能.

7 结论

本文基于 SPN 模型研究了服务系统稳定状态解的情况;引入站平衡方法并利用它来判断系统是否具有乘积解.找到了有可能使系统产生非乘积解的三类 Petri 网结构,即,位置带容量限制结构,冲突结构以及同步冲突结构.得出了导致系统产生非乘积解的原因:有限的被动资源,基于系统队列状态的调度策略以及基于队列状态的共享资源分配策略.并提出了利用乘积解求解非乘积解系统性能界限的方法.

参考文献:

- [1] Baskett F, Chandy K M, Muntz R R and Palacios F. Open, closed and mixed networks of Queueing networks of queues with different classes of customers [J]. Journal of the ACM, April 1975, 22(2): 248 - 260.
- [2] Lazar A A and Robertazzi T G. Markovian Petri net protocols with product form solution [J]. Performance Evaluation, 1991, 12: 67 - 77.
- [3] Henderson W and Taylor P G. Embedded processes in Stochastic Petri nets [J]. IEEE Trans. On Software Eng., 1991, 17(2): 108 - 116.

- [4] Donatelli S and Sereno M. On the product form solution for Stochastic Petri nets [A]. Proc. 13th Int. Conf. of Applications and Theory of Petri nets [C], Sheffield, (LNCS616). UK, 1992, 154 - 172.
- [5] Nico M. van Dijk. Queueing networks and product forms [Z]. John Wiley & Sons, 1993.
- [6] Gribaudo M and Sereno M. On the use of structural Petri net analysis for studying product form equilibrium distributions of queueing networks blocking [J]. LNCS vol. 1420: Application and Theory of Petri nets (1998): 246 - 265.
- [7] 林闯, 杨士强. 多服务器多队列系统模型的分解和近似分析 [J]. 软件学报, 1999 增刊: 6 - 12.
- [8] 林闯. 一种资源共享系统的模型和近似性能分析 [J]. 计算机学报, 1997, 20(10): 865 - 871.

作者简介:



刘道斌 1968 年生, 博士生, 主要研究领域为随机 Petri 网, 系统性能评价, 计算机网络, 算法设计与分析等.



林闯 1948 年出生, 获博士学位, 教授, 博导, 计算机学报编委, 中科院网络中心和北京科技大学兼职教授. 主要研究领域为计算机网络, 系统性能评价, 随机 Petri 网, 逻辑推理模型等. 已在国内外核心学术期刊和 IEEE Computer Society 的学术年会上发表了六十多篇有影响的论文.

陆维明 1941 年出生, 研究员, 博导. 主要研究领域为 Petri 网, 软件工程, 算法设计与分析等.