

M带余弦调制滤波器组的设计

张子敬, 焦李成

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室, 西安 710071)

摘要: 本文提出了一种近似重构的 M 带余弦调制滤波器组的设计方法. 该方法将原型滤波器表示成 $A(z^L)B(z)$ 的形式, 通过优化低阶 FIR 滤波器 $A(z)$ 的通带边缘频率, 间接设计原型滤波器. 在优化过程中, 采用常用的 Parks-McClellan 算法设计滤波器 $A(z)$. 文中给出的设计例子表明, 该方法可获得很高阻带衰减的滤波器组.

关键词: 余弦调制滤波器组; 近似重构; 高阻带衰减; 多速率

中图分类号: TN911 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2001) 01-0084-03

Design of M-Band Cosine-Modulated Filter Banks

ZHANG Zi-jing, JIAO Li-cheng

(Key Lab. for Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: A method for designing M -band cosine-modulated filter banks with near perfect reconstruction is proposed. The prototype filter is formulated as the form $A(z^L)B(z)$ and indirectly designed by varying the passband edge of $A(z)$ with low order. In the course of the optimization procedure, the popular Parks-McClellan algorithm is used to design $A(z)$. A design example is presented to show that cosine-modulated filter banks with high stop attenuation can be achieved using the proposed method.

Key words: cosine-modulated filter banks; near perfect reconstruction; high stopband attenuation; multirate

1 引言

滤波器组在通信、图像编码、语音编码、雷达等许多领域都有广泛的应用, 图1为一个典型的 M 带最大抽取滤波器组. 余弦调制滤波器组 (CMFB) 是一种特殊的多速率滤波器组, 它的分析和综合滤波器是由一个或两个低通原型滤波器经过余弦调制得到的^[1]. 因此, 余弦调制滤波器组的设计可简化为原型滤波器的设计. 由于设计简单且实现效率高, 余弦调制滤波器组成为多速率滤波器组的研究热点之一^[1~7].

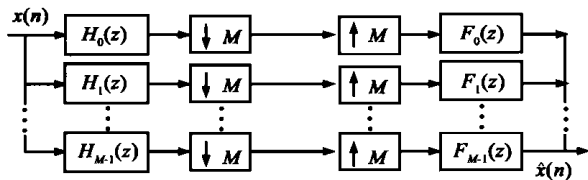


图1 M 带最大抽取滤波器组

Koilkpillai 和 Vaidyanathan 提出了余弦调制滤波器组精确重构的充要条件, 并给出了一种格形实现^[2]. 余弦调制滤波器组的精确重构性可由格形结构保证, 即使格形系数量化也可重构, 因而具有很好的稳健性. 但它的目标函数是优化参数的高度非线性函数, 优化时需要一个好的起始点, 并且目标函数对格形系数的变化非常敏感, 很难获得阻带衰减高(一般只有 -40dB 左右)的滤波器. 而且, 滤波器的阶次越高, 越难找到一

个好的起始点, 使其优化算法收敛到一个好的滤波器组^[3].

在宽带音响信号(通常为 16 位精度)的编码中, 为了得到高质量的重构, 一般要求非相邻子带间的阻带衰减高达 -100 dB^[3]. 放松精确重构性, 将滤波器组的重构误差控制在一个合理的范围内, 可以使分析和综合滤波器组具有很高的阻带衰减(超过 -100 dB). Nguyen 直接优化原型滤波器的系数使阻带衰减达到 -100dB 左右^[4], 该方法采用的是有约束的多参数非线性优化, 因而计算非常复杂. Creusere 和 Mitra 提出了一种单参数的优化方法^[3], 直接设计具有很高阻带衰减的原型滤波器. 当 M 增加时, 该方法的运算量明显增加. 本文提出了一种更为快速的设计方法, 该方法通过优化一个低阶 FIR 滤波器间接设计高阻带衰减的原型滤波器, 而运算量远小于直接法^[3].

2 余弦调制滤波器组

在余弦调制滤波器组中, 原型滤波器 $H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)z^{-n}$ 是一个线性相位、低通 FIR 滤波器, 截止频率为 $\pi/(2M)$ ^[5]. 分析滤波器 $H_k(z)$ 和综合滤波器 $F_k(z)$ 的脉冲响应分别为

$$h_k(n) = 2h(n) \cos\left((2k+1)\frac{\pi}{2M}\left(n - \frac{N-1}{2}\right) + (-1)^k \frac{\pi}{4}\right), \quad 0 \leq n \leq N-1, 0 \leq k \leq M-1 \quad (1)$$

收稿日期: 1999-06-28; 修回日期: 2000-10-12

基金项目: 国家自然科学基金(No. 69772029); 国家“863”高技术资助项目基金(No. 863-317-03-05-99)

$$f_k(n) = 2h(n) \cos((2k+1)\frac{\pi}{2M}(n - \frac{N-1}{2}) - (-1)^k \frac{\pi}{4}),$$

$$0 \leq n \leq N-1, 0 \leq k \leq M-1 \quad (2)$$

令 $\tilde{H}_k(z) = H_k(z^{-1})$, 由式(1), (2) 可得

$$f_k(n) = h_k(N-1-n), F_k(z) = z^{-(N-1)} \tilde{H}_k(z),$$

$$0 \leq k \leq M-1 \quad (3)$$

尽管原型滤波器具有线性相位, 但分析和综合滤波器都没有线性相位.

整个滤波器组的输出可表示为

$$X(z) = X(z) T(z) + \sum_{l=1}^{M-1} X(zW^l) T_l(z) \quad (4)$$

其中 $W = e^{-j2\pi/M}$ (5)

$$T(z) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} H_k(z) F_k(z) = \frac{z^{-(N-1)}}{M} \sum_{k=0}^{M-1} H_k(z) H_k(z^{-1}) \quad (6)$$

$$T_l(z) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} H_k(zW^l) F_k(z), 1 \leq l \leq M-1 \quad (7)$$

$|T(e^{j\omega})|$ 表示整个滤波器组的幅度失真,

$$1 - \epsilon_1 \leq |T(e^{j\omega})| \leq 1 + \epsilon_2 \quad (8)$$

其中 ϵ_1 和 ϵ_2 是远小于 1 的正常数, 表示幅度失真的程度. $T_l(z)$ 是混叠输入项 $X(zW^l)$ 的传递函数, 定义总的混叠误差为

$$E(\omega) = \frac{1}{M} \left[\sum_{l=1}^{M-1} |T_l(e^{j\omega})|^2 \right]^{1/2} \quad (9)$$

因为 $H_k(z) H_k(z^{-1})$ 是 $h_k(n)$ 的自相关(对称)的 Z 变换, 故 $T(z)$ 具有线性相位. 也就是说, 整个滤波器组没有相位失真, 只有幅度和混叠失真.

3 一种余弦调制滤波器组的设计方法

为了得到高质量的重构, 一个好的原型滤波器应尽可能满足如下两个条件:

$$|H(\omega)| = 0, \quad \omega > \frac{\pi}{M} \quad (10)$$

$$P(\omega) = |H(\omega)|^2 + |H(\omega - \frac{\pi}{M})|^2 = 1, 0 \leq \omega < \frac{\pi}{M} \quad (11)$$

调制时, 选择合适的相位因子, 可以消除相邻子带间的混叠(混叠的主要部分). 如果满足条件(10), 则非相邻子带间也没有混叠. 如果满足条件(11), 则滤波器组没有幅度失真.

为便于优化, 我们将原型滤波器 $H(z)$ 表示为

$$H(z) = A(z^L) B(z) \quad (12)$$

其中 $A(z)$ 是待优化的线性相位低通滤波器, 它的幅频特性是 $H(z)$ 的 L 倍扩展. $A(z^L)$ 的脉冲响应是 $A(z)$ 的脉冲响应 $a(n)$ 的 L 倍插值(相邻样本点之间插入 $L-1$ 个零点). $A(z^L)$ 的频谱 $A(e^{j\omega})$ 是 $A(e^{j\omega/L})$ 的 L 倍压缩. 由于 $A(e^{j\omega})$ 的周期是 $2\pi/L$, 因此, 在 $A(e^{j\omega})$ 中, 除了相当于 $H(e^{j\omega})$ 的部分外, 还出现了 $L-1$ 个 $H(e^{j\omega})$ 的平移部分. 它们是由插值引起的镜像, 其中心位于 $\omega = l2\pi/L, l=1, \dots, L-1$. 显然, $B(z)$ 应是一个线性相位低通滤波器, 抑制不需要的 $L-1$ 个镜像.

由于 $A(z)$ 的过渡带宽是 $H(z)$ 的 L 倍, 因此, $A(z)$ 的阶次约为 $H(z)$ 的 $1/L$. 选择合适的 L , 可以使 $A(e^{j\omega})$ 中 $H(e^{j\omega})$

部分与其镜像足够远, 使 $B(z)$ 有较宽的过渡带宽. 因而, $B(z)$ 也是一个低阶 FIR 滤波器. L 太大会导致 $A(e^{j\omega})$ 中 $H(e^{j\omega})$ 部分与其镜像太近, 从而使 $B(z)$ 阶次较高.

假定 $H(z)$ 的通带和阻带的边缘频率分别为 ω_p, ω_s , 通常选择 $\omega_s = \omega_p/M$, 则 $A(z)$ 的通带和阻带的边缘频率分别为

$$\omega_p^A = L \omega_p, \quad \omega_s^A = L \omega_s = \frac{L}{M} \omega_s \quad (13)$$

$A(e^{j\omega})$ 中的第一个镜像的中心位于 $\omega = 2\pi/L$ 处. $B(z)$ 的通带边缘频率略小于 $\omega_p/(2M)$, 阻带边缘频率稍大于 $(2\pi/L) - \omega_p/M$.

显然, 无法用 FIR 滤波器精确满足约束条件(10)和(11). 因此, 我们采用^[3]

$$\phi = \max |P(\omega) - 1|, 0 \leq \omega \leq \frac{\pi}{M} \quad (14)$$

作为目标函数, 通过优化低阶滤波器 $A(z)$ 的通带边缘频率, 使目标函数极小化来设计具有很高阻带衰减的原型滤波器.

条件(10)靠原型滤波器的高阻带衰减近似满足. 与 Creusere 和 Mitra 的方法类似, 先令 $A(z)$ 的通带和阻带边缘频率分别为 $L/(2M), L/M$, 选择合适的滤波器阶次, 使 $A(z)$ 有足够低的旁瓣(例如 -100dB). 同理, 选择 $B(z)$ 的阶次, 使其有足够大的阻带衰减, 保证 $H(z)$ 有期望的低旁瓣. 在 Parks-McClellan 算法中, 滤波器阶次 K 也可由下式近似给出^[8].

$$K = \frac{-20 \log \sqrt{\frac{\omega_s - \omega_p}{13}}}{14.6 F}, \quad F = \frac{\omega_s - \omega_p}{2} \quad (15)$$

整个优化过程可用算法 3.1 描述:

算法 3.1:

- (1) 选择 L 和 $A(z)$ 和 $B(z)$ 的阶次, 使 $A(z)$ 和 $B(z)$ 有足够低的旁瓣, 从而保证 $H(z)$ 也有足够低的旁瓣.
- (2) 用 Parks-McClellan 算法设计 $B(z)$.
- (3) 初始化 $A(z)$ 的通带边缘频率 ω_p^A 以及 ω_p^A 的变化步长 $step$ 和搜索方向 $dir(+1$ 或 $-1)$, 令目标函数 ϕ 的初值为一个较大的常数, 例如 9999.
- (4) 计算 $\omega_p^A = \omega_p^A + dir \cdot step$
- (5) 用 Parks-McClellan 算法设计 $A(z)$
- (6) 按式(14)计算目标函数 ϕ
- (7) 如果本次 ϕ 值与上次 ϕ 值之差足够小, 则优化停止, 否则转向步骤 8
- (8) 如果本次 ϕ 值比上次 ϕ 值小, 返回步骤 4. 否则令 $step = step/2, dir = -dir$, 返回步骤 4.

在上述优化过程中, $A(z)$ 要多次重复设计, 因此设计 $A(z)$ 的运算量下降可以明显降低使整个优化算法的运算量. 例如, 可按下式选择 L

$$L = [M/2] \quad (16)$$

其中 $[\cdot]$ 表示取整数部分. 当 M 增加时, 原型滤波器的带宽变窄, 阶次升高. 例如, $M=32$ 时, 通常需要 512 阶的 FIR 滤波器才能获得高阻带衰减的原型滤波器. 很高的阶次有可能使 Parks-McClellan 算法出现数值问题^[9], 并且所需要的 CPU 时间与阶次的平方成正比^[10]. 因此 M 的增加会导致直接法^[3]的

运算量明显增加.而在本文方法中,随着 M 的增加, L 相应增加. $A(z)$ 始终是一个低阶滤波器,阶次基本不变.只是 $B(z)$ 的阶次逐步升高,但仍远小于原型滤波器的阶次.由于 $B(z)$ 只需设计一次,因此,当 M 增加时,本文方法的运算量仅仅略有增加.

4 设计举例

为便于比较,用上述方法设计一个 8 带余弦调制滤波器组 ($M=8$).

选择 $L = \lceil M/2 \rceil = 4$, 的通带边缘频率 $\frac{B}{P} = 0.05$, 阻带边缘频率 $\frac{B}{S} = 0.4$, 用 Parks-McClellan 算法得到一个 38 阶的线性相位滤波器 $B(z)$, 其幅度响应如图 2 中的虚线所示.

用优化算法 3.1 可得一个 30 阶的线性相位滤波器 $A(z)$, $A(z^4)$ 的幅频特性如图 2 中的实线所示,图 3 为原型滤波器 $H(z)$ 的幅度响应.图 4 为分析滤波器组 $H_k(z)$ 的幅度响应,由图 4 可见,阻带衰减约为 -110dB ,相邻子带间存在重叠,而非相邻子带不存在重叠(忽略旁瓣).

整个滤波器组的幅度响应非常平坦,具有等波纹特性(如图 4 所示),最大幅度失真约为 0.0068dB .由于分析(综合)滤波器组的旁瓣很低,因而混叠失真非常小,总的混叠误差 $E(\cdot)$ 小于 3.3763×10^{-11} .

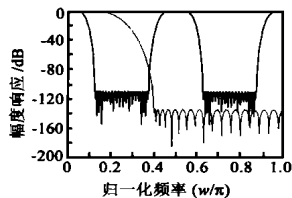


图 2 $A(z^4)$ 和 $B(z)$ 的幅度响应

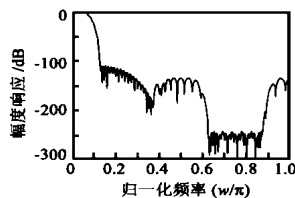


图 3 原型滤波器 $H(z)$ 的幅度响应

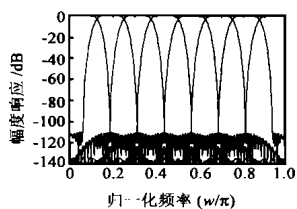


图 4 分析滤波器组 $H_k(z)$ 的幅度响应

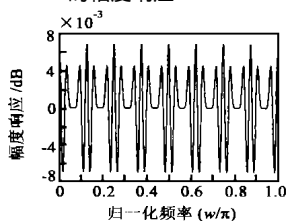


图 5 余弦调制滤波器组的幅度响应 $|T(e^j)|$

文献[3]所设计的 8 带原型滤波器长度为 128,分析滤波器组的阻带衰减约为 -110dB ([3]中图 4).幅度失真不超过 0.005dB ([3]中图 5).可见,本文方法与 Creusere 和 Mitra 的方法所设计的余弦调制滤波器组具有几乎相同的阻带衰减和略大的幅度失真,但本文方法的优化计算更为快速.

5 结束语

放松精确重构性,可以使分析和综合滤波器组具有很高

的阻带衰减(超过 -100dB).本文提出了一种近似重构的余弦调制滤波器组的设计方法.该方法将原型滤波器表示成 $A(z)B(z)$ 的形式,通过优化低阶 FIR 滤波器 $A(z)$ 的通带边缘频率,间接设计原型滤波器.在优化过程中,采用常用的 Parks-McClellan 算法计算线性相位滤波器 $A(z)$.虽然对原型滤波器的形式有所限制,但所设计的滤波器组与直接法设计的滤波器组具有几乎相同的阻带衰减和稍大的幅度失真,而运算量明显降低.

参考文献:

- [1] Y. P. Lin, P. P. Vaidyanathan. Linear phase cosine modulated maximally decimated filter banks with perfect reconstruction [J]. IEEE Trans. SP, 1995, 42(11): 2525 - 2538.
- [2] R. D. Koilpillai, P. P. Vaidyanathan. Cosine-modulated FIR filter banks satisfying perfect reconstruction [J]. IEEE Trans. SP, 1992, 40(4): 770 - 783.
- [3] C. D. Creusere, S. K. Mitra. A simple method for designing high-quality prototype filters for M -band pseudo QMF banks [J]. IEEE Trans. SP, 1995, 43(4): 1005 - 1007.
- [4] T. Q. Nguyen. Near-perfect-reconstruction pseudo-QMF banks [J]. IEEE Trans. SP, 1994, 42(1): 65 - 76.
- [5] T. Q. Nguyen, R. D. Koilpillai. The theory and design of arbitrary length cosine-modulated filter banks and wavelets, satisfying perfect reconstruction [J]. IEEE Trans. SP, 1996, 44(3): 473 - 483.
- [6] A. Mertins. Discrete-coefficient linear-phase prototype for PR cosine-modulated filter banks [A]. IEEE, Int. Conf [C]. on ASSP, 1998, Seattle, WA, 1433 - 1436.
- [7] T. Kap, A. Mertins. Biorthogonal cosine-modulated filter banks without DC leakage [A]. IEEE, Int. Conf [C]. on ASSP, 1998, Seattle, WA, 1457 - 1460.
- [8] V. K. Madiseti, D. B. Williams. The Digital Signal Processing Handbook [M]. New York, IEEE Press, 1997: 11.21 - 11.30.
- [9] T. W. Parks, C. S. Burrus. Digital Filter Design [M]. New York, Wiley, 1987: 83 - 94.
- [10] F. Bonzanigo. Some improvements to the design programs for equiripple FIR filters [A], IEEE, Int. Conf. on ASSP, 1982, Paris, 274 - 277.

作者简介:



张子敬 1967 年出生. 分别于 1989 年和 1992 年获哈尔滨工业大学航天学院学士和硕士学位. 现为西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室在职博士生. 主要研究兴趣为: 多速率滤波器组的理论及应用, 小波变换, 雷达信号处理, 通信信号处理.

焦李成 教授, 博士生导师. 1959 年出生, 1990 年获西安交通大学博士学位, IEEE 高级会员. 主要研究兴趣为: 非线性系统理论, 智能信息处理, 小波理论及应用.