

# 三腔分离腔振荡器高频特性分析

范植开, 刘庆想

(中国工程物理研究院应用电子学研究所, 四川省绵阳市 919 信箱 1015 分箱, 绵阳 621900)

**摘 要:** 本文详细研究了三腔分离腔振荡器的高频特性, 从圆柱坐标系下的 Borgnis 位函数的齐次标量 Helmholtz 方程出发, 引入慢波驻波概念及其场表达式, 利用 Borgnis 位函数的边界条件及相邻子区公共界面上的场匹配条件, 导出了三腔分离腔振荡器内角向均匀 TM 模的色散关系及场分布, 求得的谐振频率与实验中测得的微波频率一致。

**关键词:** 分离腔振荡器; 色散关系; 场分布; 高频特性

**中图分类号:** TN129; TN752.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2001)04-0538-05

## Analysis for the High Frequency (HF) Characteristics of the Split Cavity Oscillator with Three Cavities

FAN Zhi kai, LIU Qing xiang

(Institute of Applied Electronics, China Academy of Engineering Physics, P. O. Box 919-1015, Mianyang 621900, China)

**Abstract:** The high frequency(HF) characteristics of the split cavity oscillator with three cavities are studied. Starting from homogeneous scalar Helmholtz's equations associated with Borgnis potential function in a cylindrical coordinate system, and based on the standing wave concept of slow wave introduced in the paper, the analytic expressions of the dispersion relation and field distribution for azimuthally symmetric transverse magnetic modes in the split cavity oscillator with three cavities are derived, by using boundary conditions for Borgnis potential function in conjunction with field matching conditions at the common interface between the adjacent subregions. The resonance frequency of the split cavity oscillator with three cavities calculated by this analytic method is compared with that measured in experiments and it is found that they are in agreement quite well.

**Key words:** split cavity oscillator; dispersion relation; field distribution; high frequency characteristics

### 1 引言

90 年代初, Barry M. Marder 研究了一种被称作分离腔振荡器(SCO, Split Cavity Oscillator)的新器件<sup>[1]</sup>,它是用来调制强流相对论电子束的.在结构上就是在一个圆柱谐振腔的中心横截面上同心地放置一个半径小于圆柱腔内径的导电箔(栅网),把圆柱腔分成完全相同的相互耦合的两个小腔.鉴此,我们不妨把 Marder 研制的分离腔振荡器称之为两腔分离腔振荡器,其色散关系及场解 Raymond W. Lemke 用等效单周期慢波结构的方法进行了研究<sup>[2]</sup>.

1997 年,刘庆想提出了三腔渡越时间效应高功率微波振荡器<sup>[3]</sup>,并进行了研究.该器件在结构上就是在一个圆柱谐振腔内等间距同心地放置两个半径小于圆柱腔内径的导电箔(栅网),把圆柱腔分成完全相同的相互耦合的三个小腔.鉴此,我们不妨把它称之为三腔分离腔振荡器.研究表明三腔分离腔振荡器比两腔分离腔振荡器能更好地调制强流相对论电子束.它与两腔分离腔振荡器的结构类似,只是长度为三个空

间周期,但其色散关系及场分布都无法套用传统解析方法进行研究,在此我们提出了一种新的解析方法,即在引入慢波驻波后,用场论的分析方法直接求解色散关系及场分布.

### 2 三腔分离腔振荡器中的横磁模

#### 2.1 三腔分离腔振荡器的高频结构及求解区域的划分

三腔分离腔振荡器的高频结构示于图 1.图 1 中圆波导内半径为  $a$ ,栅网的半径为  $b$ ,栅网的厚度为  $t$ ,两栅网之间的间隙距离为  $g$ ,空间周期为  $p$ ( $p = g + t$ ),该谐振腔的长度为  $L$ ( $L = 3p$ ).将腔分成四个求解区域,求解区域的划分示于图 1.

#### 2.2 对称横磁模在各区的场分量表达式

(1)4 区:慢波驻波区,  $b \leq \rho \leq a$ ,  $0 \leq z \leq L$

若周期系统两端不短路,则 1 区为慢波区.由周期系统的弗洛奎定理(Floquet's theorem)<sup>[4]</sup>知,该区角向均匀 TM 模的  $U$  函数应具有以下形式:

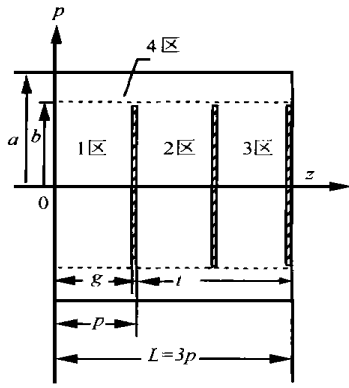


图 1 三腔分离腔振荡器高频结构

$$U = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [A_{1n} f_n(\rho) + A_{2n} g_n(\rho)] e^{-j\beta_n z} \quad (1)$$

$$f_n(\rho) = \begin{cases} J_0(T_n \rho), & \text{for } \beta_n \leq k \\ I_0(\tau_n \rho), & \text{for } \beta_n > k \end{cases}; \quad g_n(\rho) = \begin{cases} N_0(T_n \rho), & \text{for } \beta_n \leq k \\ K_0(\tau_n \rho), & \text{for } \beta_n > k \end{cases} \quad (2)$$

$\beta_n, T_n, \tau_n$  的表达式见式(8).

若将周期慢波系统两端短路, 则 4 区的慢波将形成慢波驻波, 故 4 区的  $U$  函数为

$$U_4 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [A_{1n} f_n(\rho) + A_{2n} g_n(\rho)] (C \cos \beta_n z + D \sin \beta_n z) \quad (3)$$

在纵向短路面  $z=0$  和  $z=L$  上,  $(\partial U / \partial z)|_{z=0, L} = 0$ , 得

$$\beta_n L = m_n \pi, \quad m_n = 0, 1, 2, \dots, \infty \quad (4)$$

对于基波来说,  $n=0$ , 因此  $\beta_0 L = m_0 \pi$ , 对三腔分离腔振荡器而言,  $L=3p$ , 则

$$\beta_0 p = m_0 \pi / 3, \quad m_0 = 0, 1, 2, 3 \quad (5)$$

$\beta_0 p$  表示基波通过一个空间周期的相移  $\varphi_0$ , 亦即工作模式  $\varphi_0^{5,9}$ .

式(5)表示: 对于三腔分离腔振荡器而言, 每一个电磁模式(如 TM 模), 都有 4 个工作模式:  $0, \pi/3, 2\pi/3$  和  $\pi$  模(这些工作模式的谐振频率各不相同, 相速与驻波场的分布也各不相同), 实际上只有前三个,  $\pi$  模不存在, 分析见后.

在横向短路面  $\rho=a$  上,  $U_{4|_{\rho=a}} = 0$  得, 则 4 区的  $U$  函数

$$U_4(\rho, \phi, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n F_n(\rho) \cos \beta_n z \quad (6)$$

$$F_n(\rho) = g_n(a) f_n(\rho) - f_n(a) g_n(\rho) \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} \beta_n^2 + T_n^2 &= k^2 = \omega^2 \mu \epsilon & \text{for } \beta_n \leq k \\ \beta_n^2 - \tau_n^2 &= k^2 = \omega^2 \mu \epsilon & \text{for } \beta_n > k \\ \beta_n &= \beta_0 + 2\pi n / p, \quad n = -\infty, \dots, 0, \dots, \infty \\ \beta_0 &= m_0 \pi / L = m_0 \pi / (3p), \quad m_0 = 0, 1, 2, 3 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中  $k$  为相移常数(不同空间谐波的相移常数是相同的),  $\beta_n, T_n$  分别为  $n$  次空间谐波的纵向相移常数和横向相移常数. 当  $|\beta_n| > k$  时,  $T_n$  为虚数, 为了方便常令  $T_n = j \tau_n$ .

利用圆柱坐标系下场分量与 Borgnis 位函数的关系式<sup>7)</sup> 可求出 4 区的场分量

$$E_{z4} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (k^2 - \beta_n^2) A_n F_n(\rho) \cos \beta_n z \quad (9)$$

$$E_{\rho 4} = - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \beta_n A_n F'_n(\rho) \sin \beta_n z \quad (10)$$

$$H_{\phi 4} = - \sum_{n=-\infty}^{\infty} j \omega \epsilon A_n F'_n(\rho) \cos \beta_n z \quad (11)$$

$$\text{式中 } F'_n(\rho) = g'_n(a) f_n(\rho) - f_n(a) g'_n(\rho) \quad (12)$$

$$f'_n(\rho) = \begin{cases} -T_n \cdot J_1(T_n \rho), & \text{for } \beta_n \leq k \\ \tau_n \cdot I_1(\tau_n \rho), & \text{for } \beta_n > k \end{cases}; \\ g'_n(\rho) = \begin{cases} -T_n \cdot N_1(T_n \rho), & \text{for } \beta_n \leq k \\ -\tau_n \cdot K_1(\tau_n \rho), & \text{for } \beta_n > k \end{cases} \quad (13)$$

推导上式用到零阶变型贝塞耳函数的求导公式<sup>8)</sup>

$$I'_0(z) = I_1(z), \quad K'_0(z) = -K_1(z)$$

(2) 1 区: 径向线区,  $0 \leq \rho \leq b, 0 \leq z \leq g$

2 区( $0 \leq \rho \leq b, p \leq z \leq p+g$ ) 及 3 区( $0 \leq \rho \leq b, 2p \leq z \leq 2p+g$ ) 和 1 区一样也是径向线区. 这三个区域场的性质完全相同, 都是驻波场, 只是由于它们在慢波系统中所处的位置不同而具有不同的相位. 分析知, 第  $J$  ( $J=1, 2, 3$ ) 个径向线区驻波场的相位因子为  $\cos[(J-1/2)\beta_0 p]$ , 第  $J$  个径向线区驻波场的  $U$  函数为:

$$U(\rho, \phi, z) = \sum_{m=0}^{\infty} B_m f_{bm}(\rho) \cdot \cos[\beta_{bm} \cdot (z - (J-1)p)] \cdot \cos(J - \frac{1}{2}) \beta_0 p \quad (14)$$

$$\text{式中 } f_{bm}(\rho) = \begin{cases} J_0(T_{bm} \rho), & \text{for } \beta_{bm} \leq k \\ I_0(\tau_{bm} \rho), & \text{for } \beta_{bm} > k \end{cases} \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} \beta_{bm}^2 + T_{bm}^2 &= k^2 = \omega^2 \mu \epsilon, & \text{for } \beta_{bm} \leq k \\ \beta_{bm}^2 - \tau_{bm}^2 &= k^2 = \omega^2 \mu \epsilon, & \text{for } \beta_{bm} > k \\ \beta_{bm} &= m \pi / g, \quad m = 0, 1, 2, \dots, \infty \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

为了区别, 这里给径向线区物理量加了一个下标  $b$ .

式中  $k, \beta_{bm}, T_{bm}$  分别为径向线区内本征模的相移常数、纵向相移常数和横向相移常数. 当  $\beta_{bm} > k$  时,  $T_{bm}$  为虚数, 为了方便常令  $T_{bm} = j \tau_{bm}$ .

故 1 区的  $U$  函数为:

$$U_1 = \sum_{m=0}^{\infty} B_m f_{bm}(\rho) \cdot \cos \beta_{bm} z \cdot \cos(\frac{1}{2} \beta_0 p) \quad (17)$$

1 区的场分量为:

$$E_{z1} = \sum_{m=0}^{\infty} (k^2 - \beta_{bm}^2) B_m f_{bm}(\rho) \cos \beta_{bm} z \cdot \cos(\frac{1}{2} \beta_0 p) \quad (18)$$

$$E_{\rho 1} = - \sum_{m=0}^{\infty} \beta_{bm} B_m f'_{bm}(\rho) \sin \beta_{bm} z \cdot \cos(\frac{1}{2} \beta_0 p) \quad (19)$$

$$H_{\phi 1} = - \sum_{m=0}^{\infty} j \omega \epsilon B_m f'_{bm}(\rho) \cos \beta_{bm} z \cdot \cos(\frac{1}{2} \beta_0 p) \quad (20)$$

$$\text{式中 } f'_{bm}(\rho) = \begin{cases} -T_{bm} \cdot J_1(T_{bm} \rho), & \text{for } \beta_{bm} \leq k \\ \tau_{bm} \cdot I_1(\tau_{bm} \rho), & \text{for } \beta_{bm} > k \end{cases} \quad (21)$$

(3) 2 区: 径向线区,  $0 \leq \rho \leq b, p \leq z \leq p+g$

$$U_2 = \sum_{m=0}^{\infty} C_m f_{bm}(\rho) \cos[\beta_{bm} \cdot (z - p)] \cdot \cos(\frac{3}{2} \beta_0 p) \quad (22)$$

$$E_{z2} = \sum_{m=0}^{\infty} (k^2 - \beta_{bm}^2) C_m f_{bm}(\rho) \cos[\beta_{bm} \cdot (z - p)] \cdot \cos(\frac{3}{2} \beta_0 p) \quad (23)$$

$$E_{\rho 2} = - \sum_{m=0}^{\infty} \beta_{lm} C_{nf'lm}(\rho) \sin[\beta_{lm} \cdot (z-p)] \cdot \cos\left(\frac{3}{2}\beta_{0p}\right) \quad (24)$$

$$H_{\phi 2} = - \sum_{m=0}^{\infty} j \omega \epsilon C_{nf'lm}(\rho) \cos[\beta_{lm} \cdot (z-p)] \cdot \cos\left(\frac{3}{2}\beta_{0p}\right) \quad (25)$$

(4)3 区: 径向线区,  $0 \leq \rho \leq b$ ,  $2p \leq z \leq 2p+g$

$$U_3 = \sum_{m=0}^{\infty} D_{nf'lm}(\rho) \cos[\beta_{lm}(z-2p)] \cdot \cos\left(\frac{5}{2}\beta_{0p}\right) \quad (26)$$

$$E_{z3} = \sum_{m=0}^{\infty} (k^2 - \beta_{lm}^2) D_{nf'lm}(\rho) \cos(\beta_{lm}(z-2p)) \cdot \cos\left(\frac{5}{2}\beta_{0p}\right) \quad (27)$$

$$E_{\rho 3} = - \sum_{m=0}^{\infty} \beta_{lm} D_{nf'lm}(\rho) \sin(\beta_{lm} \cdot (z-2p)) \cdot \cos\left(\frac{5}{2}\beta_{0p}\right) \quad (28)$$

$$H_{\phi 3} = - \sum_{m=0}^{\infty} j \omega \epsilon D_{nf'lm}(\rho) \cos(\beta_{lm}(z-p)) \cdot \cos\left(\frac{5}{2}\beta_{0p}\right) \quad (29)$$

由 1、2、3 区场分量表达式不难发现: 当  $\beta_{0p} = \pi$  时, 1、2、3 区的场均为零。由此可知三腔分离腔振荡器中不存在  $\pi$  模。这一结论与文献[9]中给出的整腔结尾的谐振腔链不存在  $\pi$  模的结论是一致的。

### 3 色散关系

将 4 区和 1、2、3 区的场在它们公共界面  $\rho = b$  处严格匹配, 则得到该谐振腔的严格解。场匹配条件是  $E_z$ 、 $E_{\rho}$ 、 $H_{\phi}$  中任意两个连续, 我们选择切向分量  $E_z$  及  $H_{\phi}$  连续。

让切向电场  $E_z$  在  $\rho = b$  面上处处匹配, 得

$$EA_n = \frac{2}{L} \left[ \cos\left(\frac{1}{2}\beta_{0p}\right) \sum_{m=0}^{\infty} EB_m \cdot IB_{mn} + \cos\left(\frac{3}{2}\beta_{0p}\right) \sum_{m=0}^{\infty} EC_m \cdot IC_{mn} + \cos\left(\frac{5}{2}\beta_{0p}\right) \sum_{m=0}^{\infty} ED_m \cdot ID_{mn} \right] \quad (30)$$

$n$  的取值范围是  $-\infty, \dots, 0, \dots, \infty$ 。

式中

$$EA_m = (k^2 - \beta_n^2) A_n F_n(b); \quad EB_m = (k^2 - \beta_{lm}^2) B_{nf'lm}(b) \\ EC_m = (k^2 - \beta_{lm}^2) C_{nf'lm}(b); \quad ED_m = (k^2 - \beta_{lm}^2) D_{nf'lm}(b) \quad (31)$$

$IB_{mn}$ 、 $IC_{mn}$  为  $ID_{mn}$  三个定积分

$$IB_{mn} = \int_0^g \cos \beta_{lm} z \cdot \cos \beta_n z dz; \\ IC_{mn} = \int_p^{p+g} \cos \beta_{lm}(z-p) \cos \beta_n z dz \\ ID_{mn} = \int_{2p}^{2p+g} \cos \beta_{lm}(z-2p) \cdot \cos \beta_n z dz$$

让切向磁场  $H_{\phi}$  在  $\rho = b$  面上处处匹配。由  $H_{\phi 4}(b) = H_{\phi 1}(b)$ ,  $0 \leq z \leq g$ , 得

$$EB_l = \frac{k^2 - \beta_{l0}^2}{R_{l0}} \cdot \frac{2}{g \cos\left(\frac{1}{2}\beta_{0p}\right)} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{R_n}{k^2 - \beta_n^2} \cdot IB_{ln} \cdot EA_n \quad (32a)$$

for  $l = 1, 2, \dots, \infty$

$$EB_0 = \frac{k^2 - \beta_{l0}^2}{R_{l0}} \cdot \frac{1}{g \cos\left(\frac{1}{2}\beta_{0p}\right)} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{R_n}{k^2 - \beta_n^2} \cdot IB_{0n} \cdot EA_n \quad (32b)$$

for  $l = 0$

式中  $R_n = F'_n(b)/F_n(b)$ ,  $R_{bl} = f'_u(b)/f_u(b)$  (33)

$\beta_{l0} = l\pi/g$ ,  $l = 0, 1, 2, \dots, \infty$  ( $l$  是与  $m$  具有相同取值范围  $[0, \infty)$  的任一整数)

由  $H_{\phi 4}(b) = H_{\phi 2}(b)$ ,  $p \leq z \leq p+g$ , 得

$$EC_l = \frac{k^2 - \beta_{l0}^2}{R_{l0}} \cdot \frac{2}{g \cos\left(\frac{3}{2}\beta_{0p}\right)} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{R_n}{k^2 - \beta_n^2} \cdot IC_{ln} \cdot EA_n \quad (34a)$$

for  $l = 1, 2, \dots, \infty$

$$EC_0 = \frac{k^2 - \beta_{l0}^2}{R_{l0}} \cdot \frac{1}{g \cos\left(\frac{3}{2}\beta_{0p}\right)} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{R_n}{k^2 - \beta_n^2} \cdot IC_{0n} \cdot EA_n \quad (34b)$$

for  $l = 0$

由  $H_{\phi 4}(b) = H_{\phi 3}(b)$ ,  $2p \leq z \leq 2p+g$ , 得

$$ED_l = \frac{k^2 - \beta_{l0}^2}{R_{l0}} \cdot \frac{2}{g \cos\left(\frac{5}{2}\beta_{0p}\right)} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{R_n}{k^2 - \beta_n^2} \cdot ID_{ln} \cdot EA_n \quad (35a)$$

for  $l = 1, 2, \dots, \infty$

$$ED_0 = \frac{k^2 - \beta_{l0}^2}{R_{l0}} \cdot \frac{1}{g \cos\left(\frac{5}{2}\beta_{0p}\right)} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{R_n}{k^2 - \beta_n^2} \cdot ID_{0n} \cdot EA_n \quad (35b)$$

for  $l = 0$

将式(32)、(34)、(35)都代入式(30), 经过运算, 可得

$$\sum_{q=-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{2}{Lg} \frac{R_q}{k^2 - \beta_q^2} \left[ 2 \sum_{l=0}^{\infty} \frac{k^2 - \beta_{l0}^2}{R_{bl}} (IB_{lq}IB_{ln} + IC_{lq}C_{ln} + ID_{lq}D_{ln}) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{k^2 - \beta_{l0}^2}{R_{l0}} (IB_{0q}IB_{0n} + IC_{0q}C_{0n} + ID_{0q}D_{0n}) \right] - \delta_{qn} \right\} \cdot EA_q = 0 \quad (36)$$

式中  $\delta_{qn} = 1$ , for  $q = n$ ; 0, for  $q \neq n$ 。

这是一个由无穷个方程 ( $n$  从  $-\infty$  到  $\infty$  取值) 组成的齐次线性方程组。方程组中每一个方程又有无穷个待求未知量  $EA_q$  ( $q$  从  $-\infty$  到  $\infty$  取值), 每一未知量  $EA_q$  前的系数又是一个无穷级数。该齐次线性方程组有非零解的条件是其系数行列式的值为零, 于是得到下列方程:

$$\det(D(k, \beta_0)) = 0 \quad (37)$$

无穷阶方阵  $D(k, \beta_0)$  第  $n$  行第  $q$  列的元素  $D_{nq}(k, \beta_0)$  为

$$D_{nq}(k, \beta_0) = \frac{2}{Lg} \frac{R_q}{k^2 - \beta_q^2} \left[ 2 \sum_{l=0}^{\infty} \frac{k^2 - \beta_{l0}^2}{R_{bl}} (IB_{lq}IB_{ln} + IC_{lq}C_{ln} + ID_{lq}D_{ln}) \right. \\ \left. + \frac{k^2 - \beta_{l0}^2}{R_{l0}} (IB_{0q}IB_{0n} + IC_{0q}C_{0n} + ID_{0q}D_{0n}) \right] - \delta_{qn} \quad (38)$$

$n = -\infty, \dots, -1, 0, 1, \dots, \infty$

式(37)是一个代数方程, 其左边是一无穷阶行列式。实际计算时, 只能截取有限项进行数值计算。那么  $|n|$  和  $m$  的值取多大才合适呢? 这取决于本征值  $k$  数值解的精度, 精度越高,  $|n|$  和  $m$  的值应取得越大。实际计算时一般要求  $k$  的数值解的相对误差小于 1%, 根据这一精度要求, 我们调节  $|n|$  和  $m$  的值, 直到  $k$  的数值解的相对变化小于 1% 即可。

式(37)是三腔分离腔振荡器角向均匀 TM 模的特征方程, 又叫色散方程。其根就是该边值问题的本征值, 亦即三腔谐振腔角向均匀 TM 模的固有角波数  $K$  或固有角频率  $\omega$ , 它以  $IB_{mn}$ 、 $IC_{mn}$ 、 $ID_{mn}$ 、 $R_n$  及  $R_{lm}$  的定义式与  $\beta_n$ 、 $\beta_{0n}$ 、 $T_0$ 、 $\tau_n$ 、 $k$  (或

$\omega$ ) 的关系式和  $\beta_{lm}, T_{lm}, \tau_{lm}, k$  (或  $\omega$ ) 的关系式的形式包含在色散方程式(37)中.

### 4 三腔分离腔振荡器的谐振频率及色散曲线

三腔分离腔振荡器高频结构的尺寸为: 圆波导内半径  $a = 5\text{cm}$ , 栅网的半径  $b = 4\text{cm}$ , 栅网的厚度  $t = 0.1\text{cm}$ , 两栅网之间的间隙距离  $g = 1.8\text{cm}$ , 空间周期  $p = g + t = 1.9\text{cm}$ , 该谐振腔的长度为  $L = 3p = 5.7\text{cm}$ .

编程求解色散关系式(37), 得出三腔分离腔振荡器  $\text{TM}_{010}$  模的谐振频率(见表 1).

表 1 三腔分离腔振荡器  $\text{TM}_{010}$  模下各谐振模式的频率值

谐振模式( $\varphi_0 = \beta_0 P$ )	0 模	$\pi/3$ 模	$2\pi/3$ 模*	( $\pi$ 模)
谐振频率 $f$ (GHz)	2.530	2.944	3.804*	(4.564)

注: (1) 注有\* 号的模式为实验中测得的模式. (2)  $\pi$  模因其场分量全为 0, 实际上是不存在的, 所以  $\pi$  模相应的数据加上了括号.

这里, 把计算值与实验值作一比较: 冷测实验测得  $2\pi/3$  模的频率为 3.80GHz, 它与计算值是一致的; 热测实验(有电子束)测得的输出微波的频率为 3.78GHz, 计算值比它高 24MHz, 即 0.6%, 两者基本一致. 计算值稍高的原因是计算时未考虑输出耦合孔和电子束加载效应的影响. 热测实验中只测到一个频率值, 表明三腔分离腔振荡器三个模式中只有  $2\pi/3$  模起振了, 其它两个模式未起振. 这与三腔谐振腔渡越时间效应理论得出的结论相符.

三腔分离腔振荡器  $\text{TM}_{010}$  模的色散曲线示于图 2. 由于三腔

分离腔振荡器的高频结构是一个三腔谐振腔链, 所以它的每一条色散曲线实际上都只是三个离散的色散点,  $\pi$  模所对应的色散点实际上不存在.

### 5 三腔分离腔振荡器的场分布

把某一电磁模

式下某一工作模式的  $k$  值代入式(36), 并令  $EA_0 = 1$  (原因见文献[10]), 可计算出其余的  $EA_q$ , 亦即确定了该模式下慢波驻波区的全部待定系数  $EA_q$ , 进而由式(32)、(34)和(35)可确定出该模式下所有径向线区的待定系数  $EB_l, EC_l$  和  $ED_l$ , 进而求出  $A_n$  和  $B_m, C_m$  和  $D_m$ , 再把它们代入各区场表达式, 就计算出了该模式下各区的场分布.

#### 5.1 曲面图

三腔分离腔振荡器有无穷多个角向均匀  $\text{TM}$  模,  $\text{TM}_{010}, \text{TM}_{020}, \dots$ , 每一个电磁模式下都有三个谐振模式( $0, \pi/3$  和  $2\pi/3$ ), 这三个模式的谐振频率和场分布各不相同. 这里, 以  $\text{TM}_{010}$  模为例, 求出该电磁模式下各谐振模式的轴向电场  $E_z$  的分布, 画出场分布的曲面图(见图 3~ 图 5).

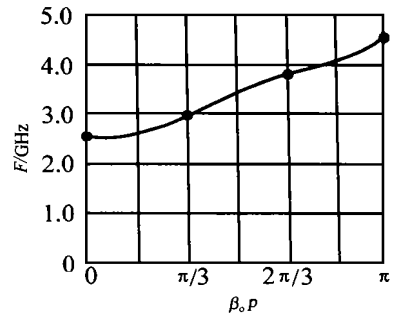


图 2 三腔分离腔振荡器  $\text{TM}_{010}$  模的色散曲线

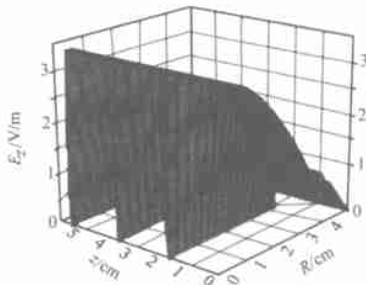


图 3 0 模  $E_z$  场的分布图

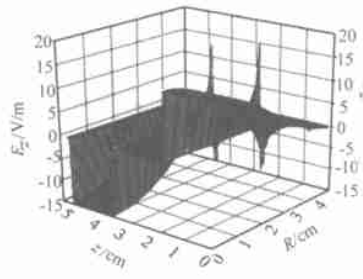


图 4  $\pi/3$  模  $E_z$  场的分布图

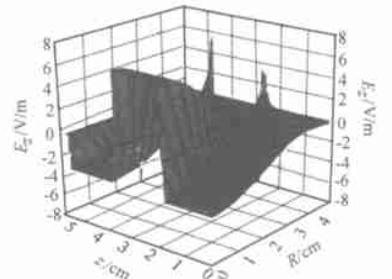


图 5  $2\pi/3$  模  $E_z$  场的分布图

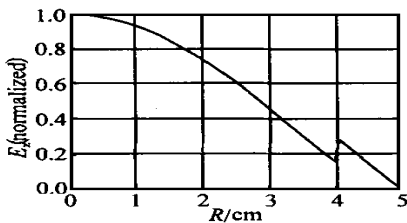


图 6 0 模  $E_z$  模的径向分布图

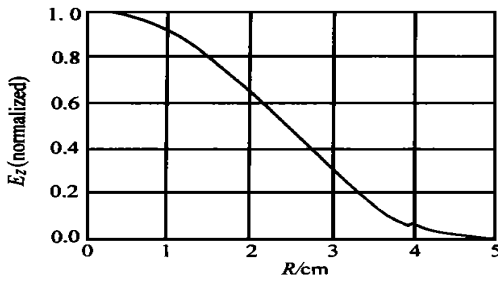
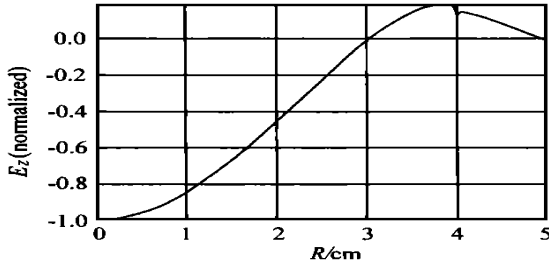
由曲面图知, 除栅网处外, 0 模  $E_z$  场沿纵向( $z$  方向)是均匀分布的, 三个腔的场完全相同. 不难看出, 0 模与没有栅网存在时的圆柱谐振腔内  $\text{TM}_{010}$  模是一样的.  $\pi/3$  模  $E_z$  场的分布是: 中间腔场几乎为 0, 两端腔场等幅反相.  $2\pi/3$  模  $E_z$  场的分布是: 三个腔的场依次反相, 幅度并不相等, 中间腔场的幅度大约是两端腔场幅度的两倍.

#### 5.2 曲线图

在 O 型微波器件中, 与纵向运动电子束发生不稳定相互作用的主要是纵向电场分量  $E_z$ . 所以在研究场分布时应着重研究  $E_z$  的分布. 三腔分离腔振荡器实验中所用的电子束是实心电子束, 其半径较大, 可与栅网半径相比拟, 故我们应研究束截面上  $E_z$  的分布. 为此我们画出了  $\text{TM}_{010}$  下各谐振模式  $E_z$  场在  $z = g/2 = 0.9\text{cm}$  处沿径向的分布曲线, 见图 6、7 和 8.

由  $\text{TM}_{010}$  模下  $0, \pi/3$  和  $2\pi/3$  模  $E_z$  场的径向分布图可以看出:  $2\pi/3$  模  $E_z$  场的径向分布与圆柱腔  $\text{TM}_{010}$  模不同, 其  $E_z$  场在  $R$  约大于栅网半径的  $3/4$  倍处开始反向.  $0, \pi/3$  模  $E_z$  场的径向分布与圆柱腔  $\text{TM}_{010}$  模一样, 其  $E_z$  场沿  $R$  只有大小的变化, 而没有方向的改变. 由于不同谐振模式  $E_z$  场的径向分布不同, 半径不同的电子束在其渡越时间合适时将可能激起不同的谐振模式.

注意到在  $E_z$  场的径向分布图中, 在  $R = 4\text{cm}$  处  $E_z$  有跳

图7  $\pi/3$  模  $E_z$  场的径向分布图图8  $2\pi/3$  模  $E_z$  场的径向分布图

变(0 模更明显), 这与实际物理状况不符. 原因是色散方程和场分布表达式中  $|n|$  和  $m$  的理论取值范围均是 0 至  $\infty$ , 实际计算时只能截取有限项进行, 所以求得的场分布在径向线区与慢波驻波区的交界面 ( $R=4\text{cm}$  的圆柱面) 上出现了跳变. 显然, 跳变的程度随计算项数的增多而减轻.

## 6 结束语

本文是一篇对三腔分离腔振荡器 TM 模色散关系及场分布的解析方法进行探讨的理论性文章. 本文在引入慢波驻波的基础上, 用场论的方法直接解析求解三腔分离腔振荡器 TM 模色散关系及谐振腔内全区域的场分布. 求得的谐振频率与实验中测得的微波频率一致. 给出了各谐振模式场分布的精细结构, 揭示了三腔分离腔振荡器各谐振模式场分布的特征, 为进一步研究电子束在三腔分离腔振荡器中渡越时间效应规律创造了条件.

本文解析法物理概念清晰, 还能求出三腔分离腔内慢波驻波各空间谐波分量的大小, 对进一步研究三腔分离腔中束波相互作用机理有重要意义.

## 参考文献:

- [ 1 ] B. M. Marder. Conference Rec. - Abstracts [ A ]. 1991 IEEE int. Conf. On Sci. . Williamsburg [ C ], VA: 1991. 136.
- [ 2 ] Raymond W. Lemke. Dispersion analysis of symmetric transverse magnetic modes in a split cavity oscillator [ J ]. J. Appl. Phys. , 1992, 72 ( 9 ): 4422- 4428.
- [ 3 ] 刘庆想. 三腔渡越时间效应高功率微波振荡器研究 [ R ]. 中国国防科学技术报告, 中物院应用电子学研究所, 1998.
- [ 4 ] D. A. Watkins, Topics in Electromagnetic Theory [ M ]. Wiley, New York, 1958: 1- 10.
- [ 5 ] 陈佳洱. 加速器物理基础 [ M ]. 北京: 原子能出版社, 1993: 447 - 450.
- [ 6 ] 姚兴国. 电子直线加速器 [ M ]. 北京: 科学出版社, 1986: 80 - 82.
- [ 7 ] 张克潜, 李德杰. 微波与光电子学中的电磁理论 [ M ]. 北京: 电子工业出版社, 1994: 259- 260.
- [ 8 ] 刘盛刚. 微波电子学导论 [ M ]. 北京: 国防工业出版社, 1985: 672.
- [ 9 ] 陈森玉. 谐振腔链的振荡模式和场分布 [ J ]. 高能物理与核物理, 1982, 6( 5 ): 546- 554.
- [ 10 ] 范植开. 渡越管振荡器的理论研究与原理性实验 [ D ]. 博士学位论文. 北京: 中国工程物理研究院北京研究生部, 1999: 70.

## 作者简介:



范植开 1965 年 1 月生于湖北武穴市, 1983 年毕业于武汉大学襄阳分校, 1996 年、1999 年在中国工程物理研究院北京研究生部分别获核电子学专业硕士学位和加速器物理专业博士学位. 现为中国工程物理研究院应用电子学研究所高功率微波研究室副主任, 主要从事高功率微波产生及束波相互作用机理的理论研究, 已在国内外重要期刊发表学术论文十余篇, 2000 年获中国科学技术发展基金会颁发的于敏数理科学奖.

刘庆想 1964 年 6 月生于山东菏泽市, 1989 年在中物院电子工程研究所获物理电子学专业的硕士学位. 1996 年 1 月在西南交通大学获博士学位. 现为中国工程物理研究院应用电子学研究所副总师, 博导, 已在国内外重要期刊发表学术论文二十余篇.