

增益幅度不一致条件下波达方向估计方法

万 群, 杨万麟

(电子科技大学电子工程系, 四川成都 610054)

摘 要: 在各阵元增益不一致条件下, 模型误差导致波达方向(DOA)估计性能恶化. Weiss 等研究了一种对增益幅度误差 insensitive 的一维搜索估计方法, 但存在 DOA 估计的模糊性问题. 本文在增益幅度未知条件下, 提出了一种新的基于广义特征值分解的 DOA 估计方法, 并给出了模糊性问题分析、解模糊性方法及仿真实验结果.

关键词: 增益幅度; 波达方向; 模糊性; 广义特征值

中图分类号: TN971. 1 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112(2001)06-0730-03

Approach for Direction of Arrival Estimation with Sensor Gain Uncertainties

WAN Qun, YANG Wan-lin

(Dept. of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology, Chengdu, Sichuan 610054, China)

Abstract: Recent studies have shown that performance of MUSIC or other algorithms degrades drastically and even fails with a bad knowledge on array manifold. An approach based on 1-dimensional searching for DOA estimation with unknown intensity coefficients was presented in [1]. The ambiguous peaks appearing in certain cases must be eliminated. In this paper, a new method based on generalized eigenvalue decomposition is proposed. Detailed analysis of ambiguous problem is presented and is illuminated by numerical examples.

Key words: gain; DOA; ambiguity; generalized eigenvalue

1 引言

特征子空间方法或最大似然方法在信号模型正确时, 具有良好的 DOA 估计性能. 当存在信号模型误差时, 基于错误的信号模型, DOA 估计性能恶化, 甚至得不到正确的估计结果. 大量的研究集中在与波达方向无关的模型误差分析及处理^[2~4]方面, 而与波达方向有关的模型误差分析却较少. 在近场目标或各阵元增益与波达方向有关且不一致的条件下, 文[5]给出了一种全自校准(global self-calibration) DOA 估计方法, 能够处理与波达方向有关的模型误差, 但需要多维参数搜索. 文[1]提出了一种基于特征结构的一维 DOA 搜索估计方法, 解决了与波达方向有关的各阵元增益幅度不一致引起的 DOA 估计性能恶化问题. 仿真实验发现, 在一般情况下, 该方法存在 DOA 估计的模糊性问题. 文[1]对该问题未作较深入的分析, 其简单的解模糊方法也不可靠.

本文在与波达方向有关的各阵元增益幅度不一致的条件下, 提出了一种新的基于广义特征值分解的 DOA 估计方法, 并给出了模糊性问题分析、解模糊性方法及仿真实验结果.

2 增益幅度不一致条件下信号模型及多维参数搜索估计方法

假设具有 M 个阵元的均匀线阵, 相邻两个阵元间隔 d 不

大于 $1/2$ 波长. q 个窄带信号源从不同的方向 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ 到达阵列, t 时刻的阵列观测数据矢量 X_t 为

$$X_t = \sum_{i=1}^q s_i(t) G_i a(\theta_i) + n_t$$

其中 $a(\theta) = [1 e^{-j2\pi(d/\lambda)\sin\theta} \dots e^{-j(M-1)2\pi(d/\lambda)\sin\theta}]^T$ 为阵列流形, θ 为波达方向, $[]^T$ 表示转置, $s_i(t)$ 为 t 时刻第 i 个窄带信号的复振幅, 为相互独立的随机变量, n_t 是加性随机噪声, $G_i = \text{diag}(g_i)$, g_i 为与波达方向 θ_i 有关的阵元增益幅度矢量. 上式又可以写成

$$x_t = \sum_{i=1}^q s_i(t) b(\theta_i, g_i) + n_t \quad (1)$$

其中 $b(\theta_i, g_i)$ 为信号源的方向矢量,

$$b(\theta_i, g_i) = \Phi(\theta_i) g_i \quad (2)$$

$\Phi(\theta_i) = \text{diag}(a(\theta_i))$. 考虑式(1)中信号源方向矢量 $b(\theta_i, g_i)$ 和信号复振幅 $s_i(t)$ 的不可辨识性, 不妨假设 g_i 为单位矢量.

假设信号矢量 $s_t = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_q(t)]^T$ 和噪声矢量 n_t 是互不相关的零均值随机矢量, 它们的二阶矩为

$$E[s_t s_t^H] = P\delta(t, k), \quad E[n_t n_t^H] = \sigma_n^2 I_M \delta(t, k)$$

其中 $\delta(t, k)$ 为 Kronecker δ 函数, $P = E[s_t s_t^H]$ 为信号协方差矩阵, $[]^H$ 表示共轭转置, I_M 为 M 阶单位矩阵, σ_n^2 为噪声方差. 阵列观测数据的协方差矩阵 $R = B P B^H + \sigma_n^2 I_M$, 其中 $B =$

$[b(\theta_1, g_1), b(\theta_2, g_2), \dots, b(\theta_q, g_q)]$. 它的奇异值分解为

$$R = U_s \Lambda_s U_s^H + U_n \Lambda_n U_n^H$$

其中 q 阶对角矩阵 $\Lambda_n = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_q)$, $M-q$ 阶对角矩阵 $\Lambda_s = \text{diag}(\sigma_n, \sigma_n, \dots, \sigma_n)$, $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_q > \sigma_n$, U_s 和 U_n 的列矢量分别由 $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_q$ 和 σ_n 对应的奇异矢量构成. 假设信号源协方差矩阵 P 非奇异, 则有

$$U_n^H b(\theta_i, g_i) = 0 \quad (3)$$

$i = 1, 2, \dots, q$. 得到的多维参数 MUSIC 空间谱为

$$f_M(\theta, g) = 1/b^H(\theta, g) U_n U_n^H b(\theta, g)$$

通过多维参数谱峰搜索, 可以由该空间谱的谱峰位置估计信号源 DOA 和增益幅度参数. 考虑到信号源方向矢量 $b(\theta_i, g_i)$ 能分解为如式(2)所示的只与 DOA 有关和只与增益幅度有关的两部分, 这种多维参数谱峰搜索的参数估计方法可以简化为一维 DOA 谱峰搜索, 但只估计信号源 DOA, 不估计增益幅度参数.

3 一维搜索估计方法、模糊分析及解模糊方法

3.1 一维 DOA 搜索估计方法^[1]

由式(3)可知, 在增益幅度未知条件下, DOA 估计为如下极小化问题的解:

$$(\theta_i, g_i) = \underset{(\theta, g)}{\text{argmin}} b^H(\theta, g) U_n U_n^H b(\theta, g)$$

将式(2)代入上式, 得

$$(\theta_i, g_i) = \underset{(\theta, g)}{\text{argmin}} \Phi^H(\theta) U_n U_n^H \Phi(\theta) g \quad (4)$$

可见, 对应信号源 DOA, 矩阵 $\Phi^H(\theta) U_n U_n^H \Phi(\theta)$ 的最小特征值取极小值, g 为相应的特征向量. 注意, 各阵元的增益幅度矢量 g_i 为实数矢量, 矩阵 $\Phi^H(\theta) U_n U_n^H \Phi(\theta)$ 为非负定的共轭对称矩阵, 其特征值为非负数. 所以 DOA 估计对应如下空间谱的谱峰位置:

$$f_1(\theta) = -\lg_{10} \left\{ \lambda_{\min} [Q(\theta)] \right\} \quad (5)$$

其中 $N \times N$ 阶矩阵 $Q(\theta) = \text{Re} \{ \Phi^H(\theta) U_n U_n^H \Phi(\theta) \}$, $\lambda_{\min} [Q(\theta)]$, 为矩阵的 $Q(\theta)$ 最小特征值.

3.2 模糊性分析

考虑两个窄带信号源从波达方向 θ_1 和 θ_2 到达阵列, $\theta_2 > \theta_1$, 信号源方向矢量分别为 $b(\theta_1, g_1)$ 和 $b(\theta_2, g_2)$. 假设两个阵元的增益幅度相同, 即 $g_1 = g_2$. 令

$$\sin(\tau) = (\sin(\theta_2) - \sin(\theta_1))/2$$

显然, 存在波达方向 θ_3 , 使得

$$\sin(\theta_3) = (\sin(\theta_1) + \sin(\theta_2))/2$$

且有 $\Phi(\theta_1) = \Phi^H(\tau) a(\theta_3)$, $\Phi(\theta_2) = \Phi(\tau) a(\theta_3)$ (6)

另外, 由式(2)和式(3)可知 $U_n^H \Phi(\theta_i) g_i = 0$, $i = 1, 2$. 将式(6)代入上式, 有

$$U_n^H \Phi^H(\tau) G_1 a(\theta_3) = 0, U_n^H \Phi(\tau) G_2 a(\theta_3) = 0$$

将上两式相加或相减, 有

$$U_n^H [\Phi^H(\tau) G_1 + \Phi(\tau) G_2] a(\theta_3) = 0$$

由于实数矢量 $g_1 = g_2$, 所以 $U_n \Phi(\theta_3) g_3 = 0$, 其中

$$g_3 = \Phi^H(\tau) g_1 \pm \Phi(\tau) g_2 = [\Phi^H(\tau) \pm \Phi(\tau)] g_1 \quad (7)$$

为实数矢量或虚数矢量. 可见, 在波达方向 θ_3 , 即两个正确的谱峰之间空间谱(5)将出现伪峰, 导致 DOA 估计的模糊性.

3.3 模糊性分析及解模糊方法

首先, 由协方差矩阵的 SVD 分解, 可以确定不相关窄带信号源个数. 容易证明, 谱峰数大于或等于信号源个数. 若谱峰数等于信号源个数, 则不作解模糊性处理; 若谱峰数大于信号源个数, 需要识别伪峰. 为解决这种因未利用各阵元的增益幅度信息而导致的 DOA 估计模糊性问题, 可以考虑对应谱峰的增益幅度估计, 即式(4)极小点处的特征向量 g_i . 在正确谱峰处, 特征向量 g_i 作为增益幅度, 为正矢量或负矢量 (U_n 或 $-U_n$ 都对噪声子空间); 而在伪峰处, 由式(7)可知, 特征向量 g_i 不一定为正矢量或负矢量. 文[1]正是利用特征向量 g_i 的元素正负号相同的性质识别伪峰. 但在伪峰处, 由式(7)可知, g_i 也可能为正数. 由于文[1]未就 DOA 估计的模糊性问题作较深入的研究, 这种简单的解模糊方法并不可靠.

可以证明, 在正确谱峰处, 矩阵 $Q(\theta)$ 为零的特征值有且只有奇数个. 而在伪峰处, 由式(7)可知, 矩阵 $Q(\theta)$ 为零的特征值有且只有偶数个. 检验谱峰处矩阵 $Q(\theta)$ 的零空间维数是否为偶数, 即可识别伪峰, 得到正确 DOA 估计.

4 基于广义特征值分解的 DOA 估计方法

假设信号源的协方差矩阵 P 非奇异, 即不同的窄带信号源不完全相干, 则有 $b(\theta_i, g_i) = U_h h_i$, 其中 h_i 为 q 阶矢量, $i = 1, 2, \dots, q$. 代入式(2), 有 $\Phi(\theta_i) g_i = U_s h_i$. 由于 g_i 为实数矢量, 信号子空间的自相关具有共轭平移不变性, 即

$$u_k^H h_i h_i^H u_{k-1} = e^{-j2\frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta_i} u_{k-1}^H h_i h_i^H u_k,$$

其中 $u_1^H, u_2^H, \dots, u_M^H$ 为 U_s 的行矢量, $k = 2, 3, \dots, M$. 利用矢量化算子 $\text{vec}(\cdot)$ 的性质: $\text{vec}(ABC) = (C^T \otimes A) \text{vec}(B)$, 其中 \otimes 为 Kronecker 矩阵乘积运算符, 上式又可以写成

$$P_1 v_i = e^{-j2\frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta_i} P_2 v_i \quad i = 1, 2, \dots, q \quad (8)$$

其中 $(M-1) \times q^2$ 阶矩阵 P_1, P_2 和 q^2 阶矢量 v_i 分别为

$$P_1 = \begin{bmatrix} u_1^T \otimes u_2^H \\ u_2^T \otimes u_3^H \\ \dots \\ u_{M-1}^T \otimes u_M^H \end{bmatrix}, P_2 = \begin{bmatrix} u_2^T \otimes u_1^H \\ u_3^T \otimes u_2^H \\ \dots \\ u_M^T \otimes u_{M-1}^H \end{bmatrix}$$

$$v_i = \text{vec}(h_i h_i^H)$$

式(8)表明, 矢量 v_i 为矩阵 P_1 和 P_2 的广义特征矢量, $e^{-j2(2\pi/\lambda)d \sin \theta_i}$ 为相应的广义特征值. 利用 $(M-1) \times q^2$ 阶方阵 P_1 和 P_2 的位于复平面单位圆上的广义特征值, 可以估计信号源 DOA. 式(8)还表明, 这种基于广义特征值分解的 DOA 估计方法存在 2 倍的模糊性问题, 本文只考虑 $\theta_i \in [-\pi/3, \pi/3]$, 无 2 倍的模糊性情况. 在复平面单位圆上, 两个正确的广义特征值之间可能存在伪特征值. 解模糊需要进一步检验在单位圆上广义特征值对应的 DOA 处, 矩阵 $Q(\theta)$ 的零空间维数是否为偶数, 识别伪广义特征值, 从而得到正确的 DOA 估计. 详细分析与上一节类似, 此处略.

5 数值结果

考虑由 8 个阵元组成的相邻间隔为 $1/2$ 波长的均匀线阵, 各阵元的增益幅度为相互独立、均值为 1, 方差为 σ_g^2 的高斯分布随机变量.

图 1 给出了在加性白噪声条件下, 2 个窄带信号源分别从波达方向 $\theta_1 = -5.0^\circ$ 和 $\theta_2 = 5.0^\circ$ 到达阵列, $\sigma_g^2 = 0.36$, 信噪比为 20dB, 快摄数为 100 的例子.

图 1(a) 和 (b) 分别给出了基于一维 DOA 搜索 (实线) 和广义特征值分解的估计, 是 40 次仿真实验的结果. 二者都需要计算一次奇异值分解, 但前者还需要计算 L 次 8×8 阶矩阵的最小特征值, L 为 DOA 搜索格点数, 而后者还需要计算一次两个 7×4 阶矩阵的广义特征值分解.

图 1(a) 还给出了

基于各阵元增益幅度一致假设的 MUSIC 估计结果 (虚线).

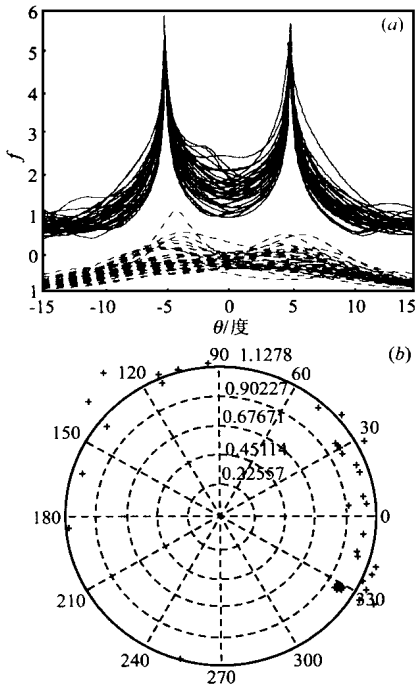


图 1 (a) 实线为空间谱式(5), 虚线为基于各阵元增益幅度一致假设的 MUSIC 空间谱. (b) 矩阵 P_1, P_2 的广义特征值在复平面的分布, 位于单位圆附近的 2 个广义特征值近似为 $e^{-j27\text{in}^\circ}$, $\theta_1 = -5.0^\circ$ 和 $\theta_2 = 5.0^\circ$.

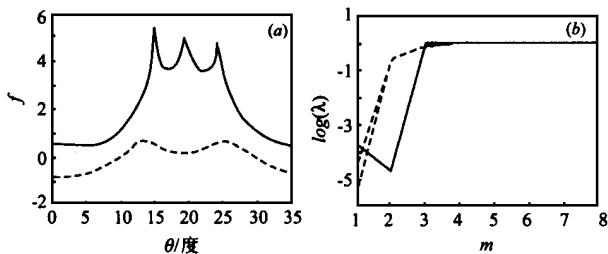


图 2 (a) 实线为空间谱式(5), 出现了伪峰, 虚线为基于各阵元增益幅度一致假设的 MUSIC 空间谱. (b) 三个谱峰处矩阵 $Q(\theta)$ 的特征值, 伪峰处为实线, 正确谱峰处为点划线和虚线.

图 2 给出了在加性白噪声条件下, 2 个窄带信号源分别从波达方向 $\theta_1 = 15.0^\circ$ 和 $\theta_2 = 24.0^\circ$ 到达阵列, 增益幅度相同, 信噪比为 15dB, 快摄数为 100 的例子. 图 2(a) 给出了由式(5)得到的空间谱 (实线) 和基于各阵元增益幅度一致假设的 MUSIC 空间谱 (虚线). 在两个正确的谱峰之间, 出现了伪峰. 图 2(b) 给出了三个谱峰处矩阵 $Q(\theta)$ 的特征值, 可见, 在伪峰处 (实线), 矩阵的零空间的维数为 2, 在正确谱峰处 (点划线和虚线), 矩阵的零空间的维数为 1.

6 结论

在与波达方向有关的各阵元增益幅度不一致的条件下, 可以将多维参数谱峰搜索的参数估计方法简化为一维 DOA 谱峰搜索, 只估计信号源 DOA, 不估计增益幅度参数, 但存在模糊性问题. 为解决这种因未利用各阵元的增益幅度信息而导致的 DOA 估计模糊性问题, 本文通过检验谱峰处矩阵 $Q(\theta)$ 的零空间的维数是否为偶数, 识别伪峰, 得到了正确的 DOA 估计. 利用信号子空间的自相关共轭平移不变性, 本文还提出了一种新的基于广义特征值分解的 DOA 估计方法. 由位于复平面单位圆上广义特征值的相位估计信号源 DOA.

参考文献:

- [1] Weiss A J, et al. Eigenstructure approach for array processing with unknown intensity coefficients [J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 1988, 36(10): 1613-1617.
- [2] Paulraj A, Kailath T. DOA estimation by eigenstructure methods with unknown sensor gain and phase [A]. Proc. of ICASSP [C], Tampa FL, 1985, 3: 17.7.1-17.7.4.
- [3] Friedlander B, Weiss A J. Eigenstructure methods for direction finding with sensor gain and phase uncertainties [A]. Proc. of ICASSP [C], New York, 1988: 2681-2684.
- [4] Jansson M, et al. Weighted subspace fitting for general array error models [J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 1998, 46(9): 2484-2498.
- [5] Fieller A, et al. Robust bearing estimation in the presence of direction dependent modeling errors: Identifiability and treatment [A]. Proc. of ICASSP [C], Detroit, MI, 1995: 1884-1887.

作者简介:



万 群 男. 1971 年生于江西. 1993 年 7 月于南京大学获得学士学位. 1996 年 3 月于成都电子科技大学获得硕士学位. 现为成都电子科技大学电子工程系博士生. 研究方向包括高分辨率阵列信号处理、分布式目标波达方向估计.



杨万麟 男. 1945 年生于四川成都, 博士生导师、教授. 研究方向包括阵列信号处理、大阵列微波成像、高速实时信号处理、雷达目标识别等领域.